

평판 위에 충돌하는 초음속 과소팽창 제트에 관한 실험적 연구

이택상* · 신완순* · 이정민* · 박종호** · 김윤곤***

An Experimental Study of Supersonic Underexpanded Jet Impinging on a Perpendicular Flat Plate

T.S.Lee* · Y.S.Shin* · J.M.Lee* · J.H.Park* and Y.G.Kim**

ABSTRACT

Impinging jets are observed when exhaust gases from missiles or V/STOL aircrafts impinge on the ground, flame deflector, ship deck, etc. The flow shows different patterns according to the nozzle geometry, nozzle-to-plate distance, and plate angle, for example.

This paper describes experimental works on the phenomena (pressure distribution, occurrence of stagnation bubble, and so on.) when underexpanded supersonic jets impinge on a perpendicular flat plate using a supersonic cold-flow system, and compares the results with those obtained using a shock tunnel. The flow characteristics for the supersonic cold-flow system were also investigated.

Surface pressure distribution of supersonic cold-flow system differed from that of shock tunnel because of water and temperature in the low-pressure chamber. Surface pressure distribution as to underexpanded ratio showed similar patterns together.

초 록

충돌제트는 미사일 또는 수직/단거리 이착륙기의 배기가스가 지면이나 화염 편향기 등에 부딪힐 때 발생하며 노즐의 형상, 노즐과 평판과의 거리등에 따라 유동양상이 달라진다.

본 연구에서는 초음속 노즐을 통해 과소 팽창된 제트가 평판에 부딪힐 때 형성되는 평판 압력분포 및 버블 발생 등에 대한 시험결과를 선행된 충격파 풍동을 이용한 시험 결과와 비교하고 초음속 유동시험장치 이용시의 유동 특성을 규명하였다.

초음속 유동시험장치와 충격파 풍동의 평판에서 압력분포는 저압 챔버 내의 수분과 온도 때문에 차이가 나타났고 과소 팽창비에 따른 압력분포는 서로 유사한 경향을 보여주었다.

*충남대학교 기계공학과(Chungnam National University, Dept. of Mechanical Eng.)

**국방과학연구소(Agency for Defense Development)

기호 설명

- D_n : 노즐출구 내경
 P_c : 저압 챔버 압력
 R_n : 노즐출구 반경
 Z_n : 노즐출구로부터 평판까지의 거리
 M_e : 노즐 출구 마하수
 PR : 과소 팽창비(노즐출구 압력과 배압과의 비)
 Y_n : 평판중심으로부터 반경방향거리

1. 서 론

충돌제트는 산업, 항공우주, 군사 등의 공학적으로 다양한 분야에서 응용되고 있다. 특히 충돌제트는 열 및 물질전달효과가 크기 때문에 고온 금형의 급속 냉각, 가스터빈 기의 냉각, 전자부품의 냉각 등에도 이용되고 있다. 항공우주, 군사분야에서는 수직/단거리 이착륙기(V/STOL)의 발진, 미사일 발사시스템, 다단 로켓의 분리, 우주공간에서의 도킹, 화염 편향기 등에 충돌제트 이론이 적용되며 대부분 평판이나 특수한 판의 형상에 초음속 과소 팽창 제트가 충돌할 때 발생하는 현상에 대한 것이다.⁽¹⁻³⁾

충돌제트에 관한 연구는 1971년 Gummer 등⁽¹⁾이 6개의 다른 노즐을 이용하여 8가지의 다른 과소 팽창비(Underexpanded Ratio)에서 얻은 제트로 실험한 결과와 이론해석 결과를 비교하였다. 1976년에 G. T. Kalghatgi 등⁽²⁾은 다양한 노즐 출구 마하수에서 실험하여 충돌제트에 의해 발생하는 버블은 노즐 벽에서의 결함이나 노즐 contour 설계, 제작시 부정확성으로 인해 제트와 판에서 발생하는 충격파간의 간섭에 의하여 발생함을 밝혔다. 1980년 Lamont 등⁽³⁾은 충돌각을 30°~90° 범위에서 과소 팽창비 및 평판과 노즐사이의 거리변화에 따른 평판표면의 압력분포를 측정하고 Shadow graph를 이용하여 유동장의 구조를 밝혔으며 버블, 판 충격파의 위치 등을 규명하였다. 한편 1998년 신⁽⁴⁾ 등은 음속 노즐을 이용해 평판이 노즐출구 직경의 1.5배 되는 거리에 위치해 있을 때 충돌각 60°~90° 범위에서 음속 제트에 대해 슈리렌 장치(Schlieren System)를 이용해 유동구조를 가지화

하고 평판에서의 압력분포를 측정하였다.

본 연구에서는 초음속 유동 모사를 위해 제작한 초음속 유동시험장치의 운용에 필요한 자료 수집 및 성능 분석을 수행하고, 초음속 노즐을 통해 과소 팽창된 제트가 수직으로 놓인 평판에 충돌할 때 형성되는 평판 압력분포 및 버블의 발생 등에 관한 연구를 수행하였다. 또한, 선행된 충격파 풍동을 이용한 시험결과⁽⁵⁾와 비교하여 초음속 유동시험장치의 유동 특성을 규명하였다.

2. 이론 고찰

Fig. 1은 노즐출구로부터 첫 번째 충격파 셀(Cell)내의 임의 거리에 설치되어 있는 수직 평판에 과소 팽창 제트가 충돌할 때 형성되는 유동장의 개략도이다.

평판의 표면 상부에 판 충격파(Plate Shock)가 발달하고, 초음속 제트의 배럴 충격파(Barrel Shock)와 교차할 하게 되는 점에서 반사 충격파(Reflected Shock)가 발달하게 된다. 판 충격파 아래 아음속 유동영역은 음속선(Sonic Line)에 의해 반사 충격파 아래의 초음속 유동영역과 분리된다. 반사 충격파는 제트경계(Jet Boundary)와 만나 점

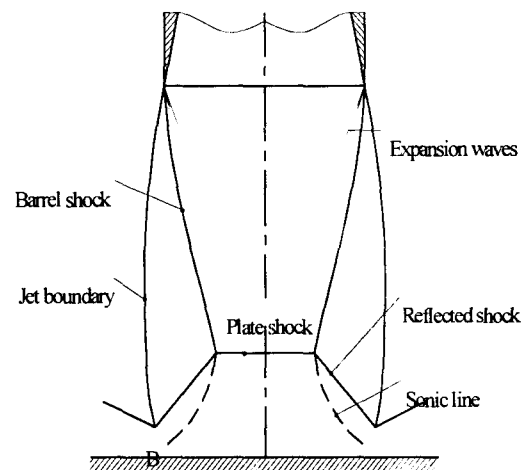


Fig. 1 Diagram of the wave configuration for supersonic underexpanded jet interaction with flat plate

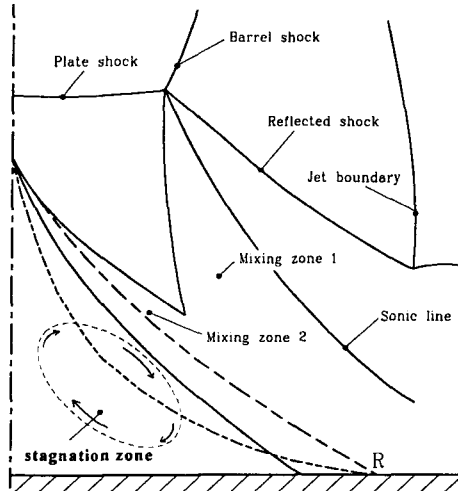


Fig. 2. Diagram of the flow in the presence of a maximum peripheral pressure

B를 이루게 되며, 이것은 평판의 표면을 따라서 팬 제트(Fan Jet)의 형태로 불연속성과 강한 제트의 전파를 일으킨다.⁽⁶⁾

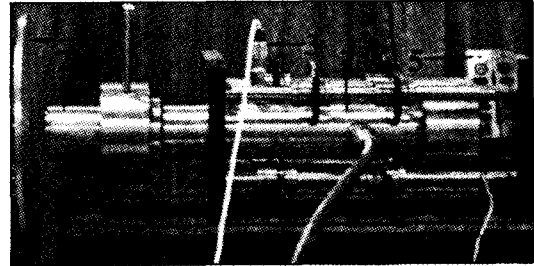
Fig. 2는 판 충격파와 평판 사이의 음속선 주위에서 발생하는 유동에 대한 개략도이다. 노즐출구로부터 판 충격파를 통과한 기체는 음속선을 따라 혼합영역 1로 이동하여 반사 충격파를 통과한 기체와 혼합되며, 이 기체의 전압력은 주변의 최대 압력보다 상승하여 평판 중심영역을 이탈하게 된다. 그러나, 혼합영역 1에 형성된 일부 기체는 R 주위에 퍼지며 평판의 중심부로 흘러 정체된 재순환 유동을 형성한다.

정체 재순환 영역의 기체는 판 충격파를 통과한 기체와 혼합영역 2에서 혼합하고 혼합영역 1에서 주변기류와 또 다시 혼합하게 된다. 혼합된 기체의 일부는 정체영역으로부터 이탈하고 나머지 기체는 R로부터 정체영역으로 진입하는 과정이 반복된다.⁽⁶⁾

3. 실험 장치 및 방법

3.1 실험 장치

수직 평판에 충돌하는 초음속 과소 팽창 제트의 유동 모사를 위해 충격파 풍동과 초음속 유동시험장치를 이용하였다.



1. Perpendicular flat plate 2. Supersonic nozzle
3. Pressure transducer 4. Low-pressure chamber
5. Loadcell

Fig. 3. Photograph of supersonic cold flow system

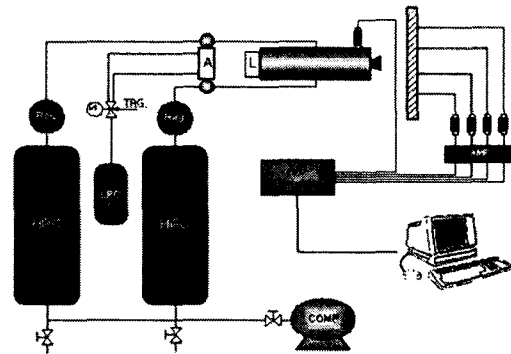


Fig. 4. Schematic diagram of supersonic cold flow system

충격파 풍동은 이중 분리막, 단면 수축형이며 저압관 출구에 노즐을 부착한 것으로 출구 마하수 2, 축소-확대형 초음속 노즐을 사용하였다.⁽⁹⁾

Fig. 3은 압축기, 고압용기, 레귤레이터, 솔레노이드 밸브, 저압챔버, 노즐 등으로 구성되어 있는 초음속 유동시험장치를 보인 것이며 시스템 구성 개략도는 Fig. 4에 나타내었다.

2개의 고압용기는 체적이 각각 80 l이며 저압 챔버는 내경 58mm, 길이 380mm로 내부 체적은 1 l로 고압용기의 1/160이다. 압축기와 고압용기 사이의 배관은 직경 1/4inch SUS 관으로 하였으며, 고압용기와 저압 챔버 사이는 충분한 질량유동을 얻을 수 있도록 직경 1/2" SUS관을 이용하였다.

3.2 실험 방법

충격파 풍동을 이용한 실험에서는 고압관에 20,

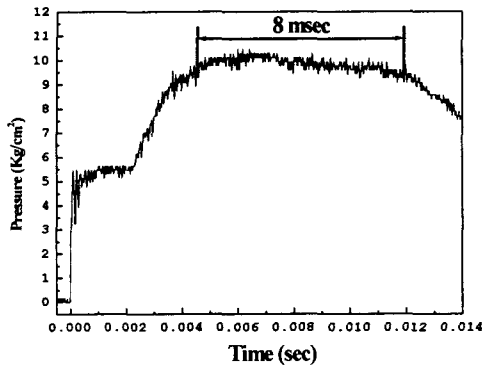


Fig. 5. Pressure distribution according to operating time

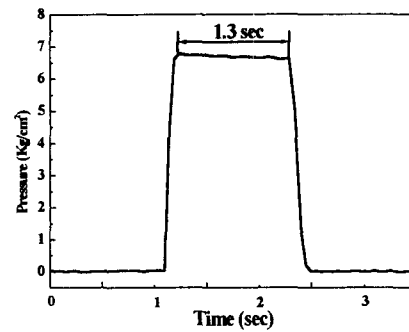


Fig. 7. Pressure distribution according to operating time

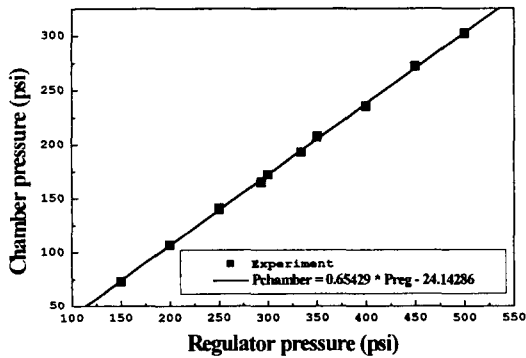


Fig. 6. Chamber pressure distribution vs. controlled regulator pressure

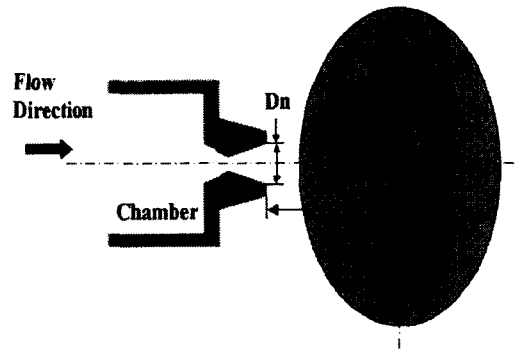


Fig. 8. Schematic diagram of coordinate system

27, 35 기압으로 공기를 충전한 후 분리막을 순간적으로 파열시키면 노즐을 통해 고온 고압의 공기가 대기 중에 분사되며, 이때 과소팽창비는 각각 1.2, 1.5, 1.7이다. 충격파의 속도와 압력측정을 위해 저압관 끝단으로부터 150mm, 350mm 지점에 설치된 압력센서(PCB 112A)를 이용하여 정상상태의 시험시간을 측정하는 결과 Fig. 5와 같이 약 8msec 동안 정상유동이 지속되어 이 시간동안을 시험시간으로 정하였다. 또한 평판은 노즐 출구직경의 1, 2, 3배의 거리에 설치하였고, 동압센서(PCB112A)를 설치한 후 노즐출구중심에서 수평방향으로 1mm씩 평판을 이송시키며 압력을 측정하였다. 노즐과 평판사이의 유동을 가시화 하기 위해 시간지연회로와 연속광을 이용해 샷도우그래프 사진을 얻었다.

초음속 유동시험장치의 경우 Fig. 6과 같은 성능 시험을 통해 얻은 실험식을 기초하여 레귤레이터의

압력을 각각 252psi, 295 psi, 333psi로 변화시키면 노즐출구에서 과소 팽창비 1.2, 1.5, 1.7을 얻을 수 있다. 노즐과 평판과의 거리는 충격파 풍동을 이용한 시험결과보다 측정영역을 더 확장하여 평판이 노즐 출구직경의 5배까지 변화시켜가면서 측정하였고, 초음속 유동시험장치의 경우 시험시간이 Fig. 7과 같이 약 1~2 sec이므로 유동가시화를 위해 충격파 풍동과는 달리 시간지연회로를 이용하지 않고 연속 광을 이용해 쉬리렌 사진을 얻었다.

평판에서의 압력분포를 측정하기 위해 직경 400mm의 스테인레스 원판에 직경1mm의 홀을 10mm 간격으로 3개를 설치 하였으며, 노즐 후방에 설치된 평판의 압력 분포 및 저압 챔버의 압력을 측정하기 위해 정압센서(SENSOTEC LJS)를 설치하고 센서에서 출력된 신호는 Data Logger(HP 34970A)를 거쳐, PC에서 데이터를 획득하였다. 평판의 위치를 제어하기 위해 이송장치를 이용하였다.

Fig. 8은 본 실험에서 사용한 좌표계를 나타낸 것이며 평판에서 압력측정 범위는 노즐출구반경의 4.5배까지 1mm 간격으로 측정하였다.

4. 실험 결과 및 고찰

4.1 자유제트

노즐 후류에서 형성되는 제트유동의 분포는 크게 3가지 영역으로 구분하고 있다. 첫 번째 영역은 파의 강도가 강하여 난류 혼합과정이 얇은 층으로 나타나는 비점성 유동영역이고, 두 번째 영역은 난류 혼합층이 주위 유동과 상호 작용하여 난류 소산이 발생하고 파의 강도가 작아지는 천이영역이며, 세 번째 영역은 파의 강도가 완전히 소멸하여 압력분포가 일정하게 나타나고 난류 혼합층이 사라지는 점성 유동영역으로 구분된다.⁽⁹⁾

Fig. 9는 과소 팽창비 1.2, 1.5, 1.7에서 얻은 자유제트의 슈리렌 사진이다. (a)는 노즐출구로부터 두 번째 충격파 셀까지의 거리 $5.05 D_n$ 에서는 선명하게 나타나고 있으나 그 이후는 난류 혼합층이 주위 유동과 상호작용하여 난류 소산이 발생해 희미하

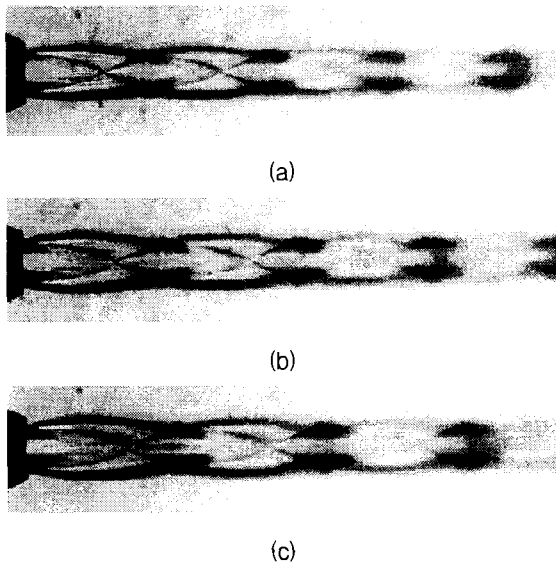


Fig. 9. Free-jet structures according to underexpanded ratio
(a) PR = 1.2, (b) PR = 1.5, (c) PR = 1.7

게 보인다. (b)는 (a)의 경우보다 셀의 크기가 더 성장하여 첫 번째 셀까지 거리는 약 $2.9 D_n$ 이며, 두 번째 셀까지 거리는 약 $5.66 D_n$ 이다. (c)에서는 각각의 셀이 $3.08, 6.07 D_n$ 에 위치하고 있다.

자유제트의 구조를 참고로 하여 각각의 과소 팽창비에 대해 판 충격파가 두 번째 셀 내에 위치하는 노즐과 수직 평판과의 거리를 각각 0.5, 1, 2, 3, 4, $5 D_n$ 의 위치에 두고 시험하였다

4.2 충돌제트

Fig. 10은 평판이 자유제트의 첫 번째 셀 내에 위치하고 PR 1.7일 때 거리에 따른 압력분포와 슈리렌 사진을 나타낸 것이다.

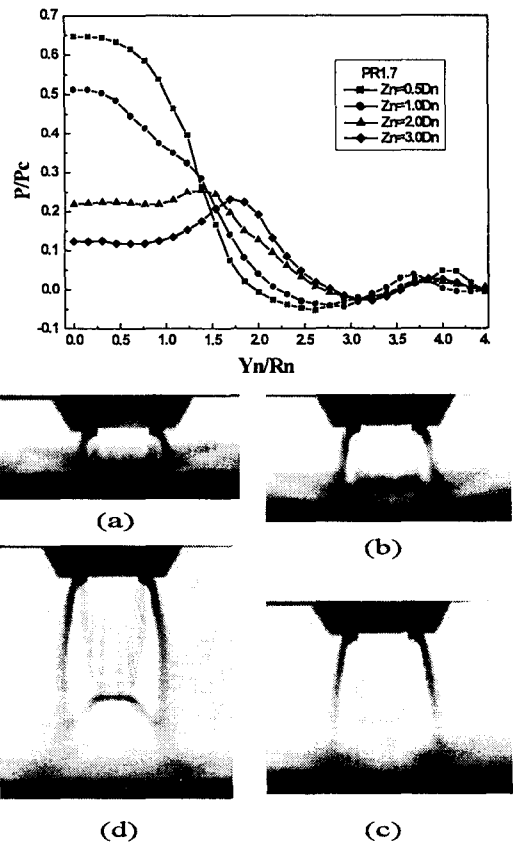


Fig. 10. Pressure distributions & Schlieren pictures on the plate
(a) $Z_n=0.5D_n$, (b) $Z_n=D_n$,
(c) $Z_n=2D_n$, (d) $Z_n=3D_n$

평판에서의 최대압력은 $Z_n/D_n=0.5$, 1일 때 중심부에서 발생하며 평판의 표면에서 제트 경계층의 박리가 발생하는 주변영역에서는 압력이 점차로 저하하고 있다. 이와 달리, $Z_n/D_n=2,3$ 에서는 평판 중심부의 주변에서 최대압력이 발생하며 평판 중심부에서의 압력은 Z_n/D_n 이 커질수록 감소하였다. 이러한 현상은 배럴 충격파와 판충격파가 간섭을 일으켜 높은 전압력의 공기막을 형성하게 되며 판 충격파와 평판사이에서 형성되는 공기막 내부에 재순환 영역이 발달하게 되어 최대 압력이 평판 중심이 아닌 주변에서 나타나 버블이 형성된 결과이다. 이와 같이 버블이 발생하게 되면 평판의 중심부에서 압력저하를 초래하게 되며 중심부에서 떨어진 주변부에서 최대압력을 나타낸다. 판 충격파 상부의 유동 마하수는 Z_n/D_n 이 커짐에 따라 증가하여 전압력 손실도 증가하고 평판의 중심부에서의 압력도 감소한다. 또한, 반사 충격파를 통과한 기체의 전압력 손실은 판 충격파를 통과한 기체의 전압력 손실보다 작으며 Z_n/D_n 이 커짐에 따라 판 충격파의 영역은 감소하는 반면 반사 충격파 영역의 크기가 증가하여 이 영역에서 분출되는 기체는 증가하고 판 충격파에서 나오는 기체는 줄어들게 된다. 이 때문에, 음속선은 점점 더 넓게 발달되고 음속선에서 발달된 혼합층은 평판 표면으로 갈수록 감소되면서 그 내부에 공기막이 형성된다. 이에 따라 평판중심이 아닌 주변에서 최대압력이 형성된다.⁽⁶⁾

Fig. 11은 PR이 각각 1.2, 1.5, 1.7이고 $Z_n/D_n=1$ 일 때의 슈리렌 사진과 압력분포를 나타낸 것이다. 슈리렌 사진에는 평판 상부에 판 충격파가 발달하고, 배럴 충격파와 교차하는 점에서 반사 충격파 발생이 잘 나타나고 있다. 평판 중심에서 최고 압력을 나타내고 PR이 커짐에 따라 재압축 영역 경계면이 평판의 중심으로부터 멀어지고 있을 뿐, 압력구배는 상호 비슷한 경향을 보이고 있다.

Fig. 12는 $Z_n/D_n=2$ 일 때 슈리렌 사진과 압력분포를 도시한 것으로, 평판은 Fig. 11과 같이 자유제트의 첫 번째 셀 내에 위치한 경우이다. 슈리렌 사진의 경우 Fig. 11과 달리 판 충격파가 평판으로부터 높은 위치에 좁게 형성되어 있으며 반사 충격파가 넓게 분포하고 있음을 알 수 있다. 압력분포도

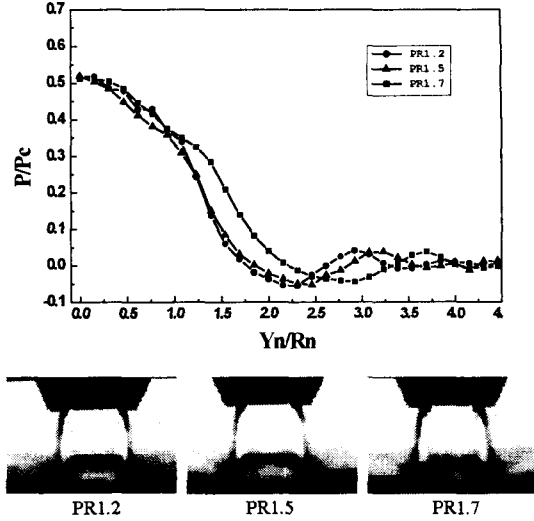


Fig. 11. Pressure distributions & Schlieren pictures on the plate.($Z_n/D_n=1$)

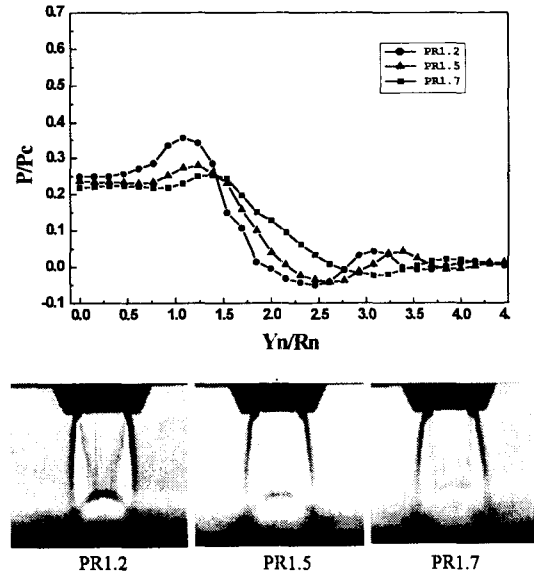


Fig. 12. Pressure distributions & Schlieren pictures on the plate. ($Z_n/D_n=2$)

Fig. 11과는 달리 버블이 발생하여 $0 \leq Y_n/R_n \leq 0.7$ 까지는 압력이 일정하며 PR에 따라 $Y_n/R_n = 1.1 \sim 1.4$ 범위에서 최대 압력을 갖는다.

Fig. 13은 $Z_n/D_n=4$ 일 때의 슈리렌 사진과 압력분포를 도시한 것이며, 평판은 자유제트의 두 번

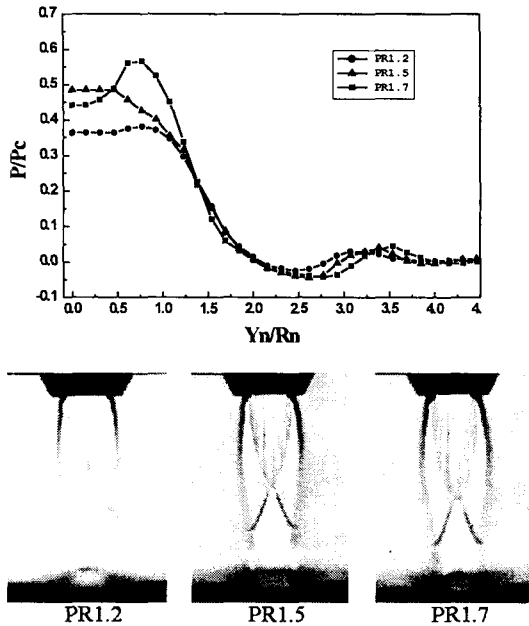


Fig. 13. Pressure distributions & Schlieren pictures on the plate. ($Z_n/D_n=4$)

제 셀 내에 위치한 경우이다. 판 충격파가 평판과 평행하게 넓게 분포하고 있으며 PR 1.7일 때 위로 볼록한 돔형 판 충격파가 형성되고 있다. 돔형 충격파는 버블 발생의 원인중 하나인 것으로 알려져 있다.⁽³⁾ PR 1.7일 때 버블의 발생으로 압력분포는 PR가 1.2, 1.5 경우와는 달리 $Y_n/R_n \approx 0.75$ 에서 최대 압력이 나타난다.

Fig. 14는 PR 1.7일 때 거리에 따른 유동분포를 나타낸 것으로 초음속 유동시험장치와 충격파와 풍동으로 실험한 결과를 같이 도시하였다. $Z_n/D_n=1$ 인 경우 두 시험장치 모두 평판 중심부에서 최대압력을 나타내고 주변으로 갈수록 감소하는 경향은 유사하나 충격파와 풍동의 평판 중심부에서 압력은 저압챔버 압력의 약 88%인데 반해, 초음속 유동시험장치의 경우 약 51% 정도로 37% 정도 압력이 저하한 결과를 나타내고 있다. $Z_n/D_n=2$ 인 경우에 초음속 유동시험장치의 경우 평판에서 버블이 발생한 반면, 충격파와 풍동의 경우 평판의 중심부에서 최대 압력을 나타내고 있다.

이와 같은 결과는 유동장치는 다르나 동일한 과소 팽창비와 노즐 그리고 거리에서 실험을 한

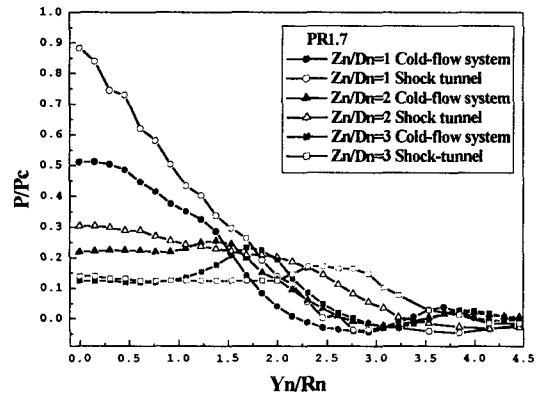


Fig. 14. Comparison of Pressure distributions obtained from shock tunnel and supersonic cold-flow system

Gummer⁽¹⁾, Donaldson등⁽¹²⁾의 결과에서도 나타나고 있는데, 이러한 압력분포 차이가 나타나는 것은 유동장치 때문이라고 분석했으며, 본 실험에서도 다른 경향을 보이는 것은 초음속 유동장치의 저압 챔버 내의 가공정도 및 내경과 충격파 풍동의 경우 저압 챔버의 온도가 700K, 초음속 유동시험장치의 경우 295K로 저압 챔버에서 형성되는 온도 및 정량적인 수분함량 측정은 없었지만 수분 함유도 등과 같은 유동특성의 차이로 노즐출구에서 형성되는 제트의 유동현상이 달라졌기 때문으로 고찰된다.

충격파와 풍동에서의 자유제트의 유동구조⁽⁹⁾는 초음속 유동시험장치의 노즐출구에서 형성된 제트경계 및 충격파 셀의 크기가 달랐다.

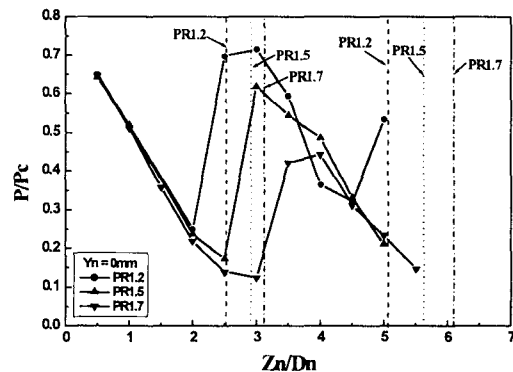
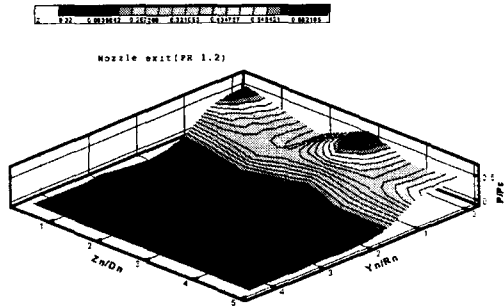
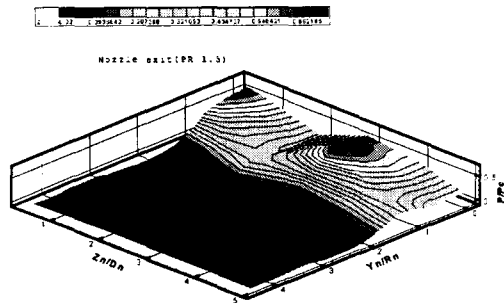


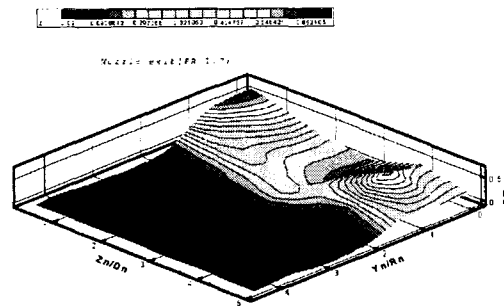
Fig. 15. Pressure distributions along Z_n/D_n ($Y_n=0$)



(a)



(b)



(c)

Fig. 16. 3D Pressure contours according to underexpanded ratios
(a) PR 1.2, (b) PR 1.5, (c) PR 1.7

Fig. 15는 Z_n/D_n 에 따른 평판 중심에서 압력분포와 각각 자유제트의 첫 번째 셀 오른쪽 끝의 위치 ($Z_n/D_n=3$ 좌·우 3개의 수직선)와 두 번째 충격파 셀 오른쪽 끝의 위치 ($Z_n/D_n=5\sim 6.1$ 구간 내 3개의 수직선)를 나타내고 있다. PR 1.2일 경우 Z_n/D_n 이 약 2, PR 1.5일 경우 약 2.5까지 평판 중심에서의 압력은 감소 후 충격파의 영향으로 다시 상승하며, 두 번째 셀에서도 이와 유사한 형태로 압력분포가 형성되고 있다. 이러한 형태는 충격파 셀이 소멸될 때까지 반복되는 경향을 보인다.

Fig. 16은 각각의 PR에 따른 Z_n/D_n 및 Y_n/R_n 의 압력분포를 등분포로 나타내었다. PR의 증가에 따라 각각의 충격파 셀의 크기도 커지며 제트 경계영역도 넓게 분포해 가고 있음을 알 수 있다. 또한, Z_n/D_n 이 커짐에 따라 압력분포가 중심부에서 주변으로 넓게 분포하며 최대압력의 위치도 중심영역이 아닌 주변영역에서 발생하고 있다. 두 번째 충격파 셀에서 형성되는 최대 압력비는 PR이 증가함에 충격파의 강도가 커져 압력손실이 증가하여 감소하는 것으로 판단된다.

5. 결 론

마하수 2의 초음속 노즐 출구로부터 수직으로 설치된 평판에 과소 팽창비와 평판과의 거리변화에 대한 유동구조를 고찰하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 충돌제트의 중심부에서 블록하고, 바깥쪽으로 평평한 돔형 판 충격파는 버블 발생의 원인이 된다.
2. 과소 팽창비가 증가할수록 충격파 셀의 크기는 증대하며, 평판이 자유제트의 첫 번째 셀 내에 위치한 경우 압력분포는 서로 유사한 경향을 나타내며 과소 팽창비는 평판에서의 압력구배에 큰 영향을 주지 않는다.
3. 평판에서의 압력변화는 초음속 유동시험장치와 충격파 풍동에서 차이가 나타나는 것은 유동유체의 상태에 의한 것으로 판단된다.

후 기

본 연구는 학술진흥재단 1998년도 과학기술 기초 중점연구과제(1998-018-E00032) 연구비로 수행된 것임

참 고 문 헌

1. J. H. Gummer and B. L. Hunt, 1971, "The Impingement of a Uniform, Axisymmetric, Supersonic Jet on a Perpendicular Flat Plate," *Aeronautical Quarterly*, Vol 12, pp. 403~420.
2. G. T. Kalghatgi and B. L. Hunt, 1976, "The Occurrence of Stagnation Bubble in Supersonic Jet Impingement Flows," *Aeronautical Quarterly*, Vol. 27, pp.169~185.
3. P. J. Lamont and B. L. Hunt, 1980, "The Impingement of Underexpanded Axisymmetric Jets on Perpendicular and Inclined Flat Plate," *J. Fluid Mech.*, Vol. 100, No. 3, pp. 471~511.
4. 박중호, 신필권, 신완순, 이택상, 김윤곤, 1998, "초음속 충돌제트의 유동 특성에 대한 실험적 연구," *한국추진공학회지* 제2권 3호, pp.10~19.
5. 박중호, 신완순, 이택상, 이정민, 김윤곤, 1999, "수직 평판 위에서 과소 팽창 제트의 충돌," *춘계한국추진공학회 학술강연회 논문초록집*.
6. I. P. Ginzburg, B. G. Semiletenko, V. S. Terpigor'ev, and V. N. Uskov, 1973, "Some Singularities of Supersonic Underexpanded Jet Interaction with a Plane Obstacle," *J. Eng. Physics*, Vol. 19, pp.1081~1084.
7. O. I. Gubanova, V. V. Lunev, L. N. Platinina, 1973, "The Central Breakaway Zone with Interaction between a Supersonic Underexpanded Jet and a Barrier," *Fluid Dynamics*, Vol. 6, pp.298~301
8. J. C. Carling and B. L. Hunt, 1974, "The Near Wall Jet of a Normally Impinging, Uniform, Axisymmetric, Supersonic Jet," *J. Fluid Mech.*, Vol. 66, pp. 159~176.
9. 신완순, 1997, "노즐 후류에서 형성되는 초음속 유동장 연구," 석사학위논문, 충남대학교 대학원.
10. A. M. Al-Qutub and M. O. Budair, 1995, "Experiments on the Flow over a Flat Surface Impinged by a Supersonic Jet," *AIAA 95-2935*, July 10~12.
11. J. Iwamoto, 1990, "Impingement of Underexpanded Jets on a Flat Plate," *J. Fluids Eng.*, Vol. 112, pp.179~184.
12. Coleman Dup. Donaldson and Richard S. Snedeker, 1971, "A Study of Free Jet Impingement. Part 1. Mean Properties of Free and Impinging Jets," *J. Fluid Mech.*, Vol. 45, part 2, pp.281~319.
13. P. J. Lamont and B. L. Hunt, 1976, "The Impingement of Underexpanded Axisymmetric Jets on Wedges", *J. Fluid Mech.*, Vol. 76, part 2, pp.307~336.