

# 선반용 멀티사이즈 파워 척의 구조해석

김문기\*, 유중학\*, 윤영한\*, 국정한\*, 박종권\*\*

## Structural Analysis of Multi-size Power Chuck for Lathes

M. K. Kim\*, J. H. Yoo\*, Y. H. Youn\*, J. H. Kook\*, J. K. Park\*\*

### Abstract

The purpose of this study is to analyze multi-size power chuck which can chuck workpieces having various sizes automatically and be used suitably to an exclusive product line in the field of automotive industry. Gripping force, accuracy, and stiffness about the chuck are especially considered for the analysis. MSC/NASTRAN software is used for FEM analysis. Also, the effects of centrifugal force which occurs when chuck body rotates and compressive stresses which occur at contacting area in between chuck body and collet are estimated.

Keywords : Machine tools(공작기계), Auto chuck(자동척), Automation(자동화), Productivity(생산성), Modeling(모델링), Finite element analysis(유한요소해석), Optimal design(최적설계)

### 1. 서론

최근들어 공작기계는 초고속, 고정밀화 해 가는 추세에 있으며 다품종 소량생산을 가능케하는 FMS(Flexible Manufacturing System)화 및 무인화의 발전을 이룩하고 있다. 이러한 발전과 더불어, 선반의 주축단(Spindle nose)에 설치되어 공작물을 정확하고 안정되게 파삭하는 척(Chuck)의 성능은 매우 중요한 역할로 등장하고 있고, 각종 척에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다<sup>(1-6)</sup>. 척

의 성능 향상을 위한 연구 동향을 살펴 보면, 종래의 머시닝 센터 중심의 가공 시스템에서 CNC 선반 등의 단위기계의 성능향상으로 관심이 확대되면서 많은 연구를 통한 생산성 향상을 도모하고 있다.

공작기계에서 가공성능은 공작기계의 구조성능 및 공구의 개별적인 요소에 의해 영향을 받지만 가장 중요한 요인은 공작기계, 공작물, 그리고 공구가 얼마나 일체화를 이룰 수 있는가 하는 점이다<sup>(7)</sup>. 이들 전체 시스템을 연결해주는 것이 척이며, 이것이 가공정도 및 생산성에 직접적

\* 한국기술교육대학교

\*\* 한국기계연구원

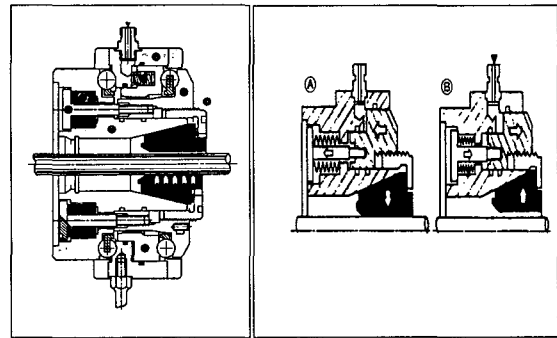
인 영향을 미치기 때문에 척의 설계 기술 및 제작 기술이 우선적으로 이루어져야 한다. 척은 여러 외부의 부하 또는 하중에 장시간 노출되어 있으므로, 정밀한 동작기계 설계시 정적 및 동적으로 정확히 시스템으로 연결해주어 고유의 성능을 발휘하도록 세밀한 주의를 기울여야 한다. 또한, 척을 설계시엔 파악력 및 파악정밀도를 위해 공작물의 가공축 중심에 대한 정확한 위치결정, 절삭력 성분이나 임의의 모멘트(Moment)에 대한 확실한 파악력 유지, 그리고 절삭력 반대 방향으로의 공작물 회전운동 등을 고려하여야 한다<sup>(4)</sup>. 최근의 생산 시스템이 생산 합리화 및 생산성 향상에 그 목표를 두고 있으므로, 가공 시간을 줄이기 위한 방법은 중요한 과제 중의 하나로 떠오르고 있다. 그래서 장착시간(Set-up time)을 가능한 줄여 가공공정의 효과를 피할 수 있는, 신속한 동작의 자동화 기능을 보유한 척의 요구가 증대되고 있다. 그러므로 본 연구에서는 자동차 산업 등의 전용 라인에 적합한 다양한 크기를 가진 가공물을 자동 척킹할 수 있는 멀티 사이즈(Multi-size) 가공용 자동 파워 척(Auto power chuck)의 개발에 중점을 두었다.

본 척킹메카니즘은 공작물의 크기가 다르더라도, 탑조(Top jaw)를 분해하고 조립하는 공정상의 시간 손실 없이 탑조 대신 콜릿(Collet)을 이용하여 빠른 시간내에 자동적으로 파악하고 가공을 손쉽게 할 수 있는 시스템으로, 한 번의 준비작업으로 크기가 다양한 가공물을 척킹할 수 있고, 고속회전시에 파악력을 유지할 수 있게 설계함으로써 생산성을 향상시킬 수 있다. 이를 위해 특히, 파악력, 정밀도, 그리고 강성 등에 대해 신중히 고려하였다. 자동 파워 척의 구조해석을 위해 유한요소법을 이용하였고<sup>(8)</sup>, 3차원 FEM해석은 MSC/NASTRAN 프로그램이 사용되었다. 그리고 척 본체가 회전하면서 발생하는 원심력과 척 본체와 콜릿의 접촉부위에서 발생하는 압축응력 등의 영향을 고려하였다.

## 2. 척의 구조 및 원리

멀티사이즈 가공용 척은 일반적인 척과 같이 마스터 조에 탑조를 고정시키는 형태가 아니고 6개의 방사형으로 된 얇은 사다리꼴 형태의 콜릿으로 공작물을 파악하는 원리를 이용하므로 상대적으로 척의 직경이 커지는 효과가 있어 강도상 취약한 구조를 가지므로 강성(Stiffness)에

대한 세밀한 연구가 필요하다. 척의 작동 원리는 직경이 다른 공작물을 장착 또는 탈착할 경우 탑조의 나사를 풀거나 조이는 과정 없이 유압의 힘으로 아주 손쉽게 파악을 해제하거나 실시할 수 있는 형태이다. Fig. 1은 멀티 사이즈 파워 척의 구조 및 작동원리를 보여준다.



① chuck body ② sliding sleeve ③ front cap ④ cylinder  
⑤ piston ⑥ collet ⑦ power pack ⑧ guide pin ⑨ spring

Fig. 1 Structure and Operating Mechanism of Multi-size Power Chuck

유압이 척 시스템 내부로 주입되면 척의 내부에 내장된 접시 스프링(Disc spring)은 신장되면서 콜릿과 연결된 보울트를 수평 이동시키는데 이 때 척과 13°의 각도로 경사를 이루면서 접촉하고 있는 콜릿은 13°의 경사각을 따라서 상향 전방 방향으로 이동한다. 이 경사각을 따라 이동하면 공작물을 파악하고 있던 콜릿은 자연스럽게 공작물을 분리시킨다. 한편 공작물을 파악하여 가공하기 위해서는 유압이 주입된 상태, 즉 콜릿이 척의 경사각을 타고 이동되면서 척이 벌어진 상태에서 내부에 공작물을 삽입 후 유압의 공급을 차단하면 접시 스프링을 신장시키는 외력이 없으므로 신장된 접시 스프링이 원상태로 회복하려고 수축하는데 이때 콜릿은 후방으로 하향 이동하면서 공작물을 파악하게 된다.

이와 같은 척은 기존의 척이 공작물을 장착 또는 탈착할 경우 주축을 정지해야 하는 것과는 달리 주축의 회전 중에도 가능하므로 휴지시간(Idle time)을 해소할 수 있다. 또한, 척킹시 콜릿 외부의 경사 기준면에 의해 미끄러져 내려가면서 정확한 위치 결정이 가능하므로 공작물의 동심도나 흔들림 오차가  $\pm 10\mu\text{m}$  이내인 고정밀도를 유지할 수 있을 뿐만 아니라 동작기계에서 설치가 간단하고

운전중 기계의 성능에 영향을 미치지 않는 등 여러 잇점이 있다. 이를 위해 척의 설계시 신중히 고려해야 할 사항은 파악력과 정밀도이다. 그러므로, 고정밀 파워 척의 구조해석 연구는 필수적이다.

### 3. 멀티사이즈 파워 척의 구조해석

우선, 척 구조요소의 수학적 모델링을 통하여 구조물에 대한 유한요소 해석을 하고, 상용 해석 프로그램에 의한 요소부의 특성을 파악하여 척 전체구조의 특성을 해석함으로써 구조물의 취약부에 대해선 개선 방안을 제시하여 척의 최적 구조모델을 확립하고자 하는데 그 목표를 두었으며, 이에 대한 추진 체계는 Fig. 2와 같다.

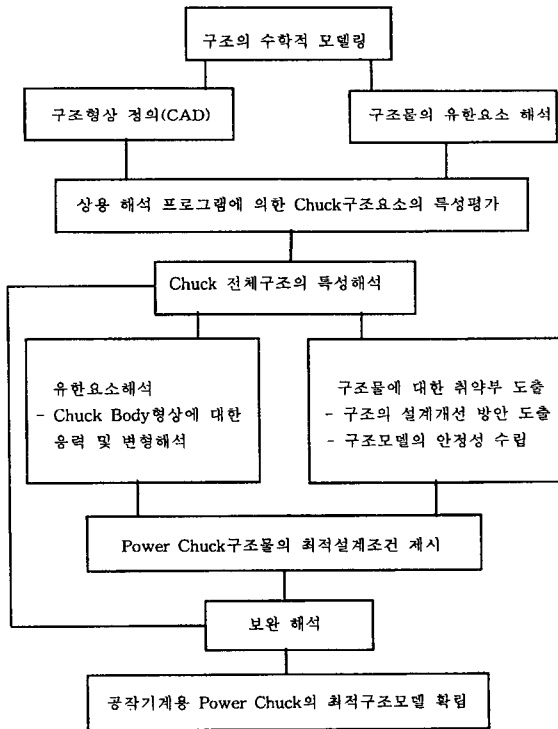


Fig. 2 Flow chart for structural analysis of multi size power chuck

#### 3-1. 멀티사이즈 파워 척의 사양

구조해석을 실시한 멀티사이즈 자동 파워척은 가공물의

크기가  $\phi 1.6$ 에서  $\phi 38.1$ 까지를 파악할 수 있고, 이에 대한 주요 제원은 <표 1>에 나타나 있다.

Table 1 Specifications of multi-size auto power chuck

멀티사이즈 파워 척의 규격	
파악 범위 (mm)	1.6~38.1
Plate 개폐량 (mm)	1.3
한계회전수 (rpm)	2,000
사용유압 ( $\text{kgf}/\text{cm}^2$ )	30~35
사용공압 ( $\text{kgf}/\text{cm}^2$ )	3.1
필요 유량 (cc)	28
파악력 ( $\text{kgf} \cdot \text{m}$ )	12~15
최소파악길이 (mm)	32 이상
Chuck Body 재질	SCM 415
Collet 재질	SUJ 2
Chuck 길이 (mm)	135
Chuck 최대직경 (mm)	197

#### 3-2. 척 본체의 구조해석

##### 3-2-1. 구조해석의 목적

회전체가 회전할 때에는 원심력이 발생하게 되며 이 원심력은 회전체의 내부에 응력을 발생시키고, 이것이 크게 되면, 즉 내부응력이 재료의 허용응력을 초과하게 되면, 파괴에까지 도달하게 된다. 회전체의 각속도가  $\omega$ 일 때 회전반경  $r$ 의 위치에 있는 단위체적은  $mr\omega^2$ 의 원심력을 받게되며 이런 외부의 하중에 의해 내부응력을 발생시킨다. 원심력은 회전 각속도의 제곱에 비례하는 관계로 회전속도가 증가할수록 원심력이 급속하게 증대되므로 이에 비례하여 내부응력도 크게 증가되는 결과를 가져온다<sup>(2,9)</sup>.

척 본체와 콜릿에 발생되는 원심력은 공작물에 대한 파악력을 감소시켜서 가공의 정밀도를 낮추고 경우에 따라서는 고속운전중 공작물이 척으로부터 이탈되는 사고까지 발생할 수 있게 된다<sup>(10)</sup>. 원심력으로 인해 공작물의 축을 중심으로 하여 방사상으로 공작물을 파악하고 있는 콜릿이 축방향으로 변형하여 공작물과의 사이가 벌어지면서 파악력이 낮아지게 된다. 그러므로, 원심력에 의한 영향으로 인하여 척에 걸린 응력의 크기정도와 변위량이 고속척의 설계시 해결해야할 기본적인 요건이다.

3-2-2. 척 본체에 대한 모델링

척 본체는 유한요소법을 이용하여 구조 해석을 실시하였는데 8 절점 입방체요소(Brick element)를 사용하여 3차원 FEM해석을 MSC의 NASTRAN 프로그램을 이용하여 구성하였다. Fig. 3은 멀티 사이즈 파워 척 본체에 대한 1/4 단면(Section) 모델링 결과를 나타내고 있다.

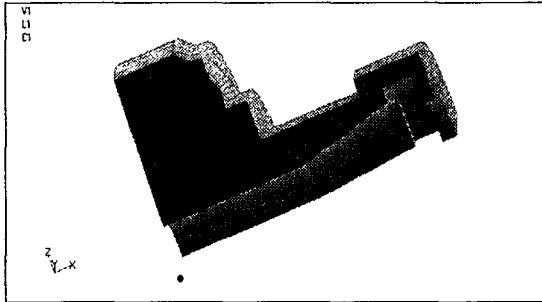


Fig. 3 Solid Model of Multi-size Power Chuck Body

해석을 위한 경계조건은 xy 평면으로부터 0° 와 90°의 위치에 존재하는 2개의 대칭면을 사용하여 주어졌다. 즉, 대칭면에 수직인 방향(Tangential direction)으로는 변위가 없는 관계로 기하학적 대칭성을 고려하였고 대칭면상(Radial direction)으로만 변위가 허용되는 경계조건이다. 외부의 하중은 크게 두가지 종류가 있는데 첫 번째로는 우선 척 본체가 회전하면서 발생하는 원심력이고, 둘째로는 척 본체와 콜릿이 접촉하는 부위에 공작물에 작용하는 파악력의 반력인 국부적인 압력이다.

3-2-3. 콜릿에 대한 구조해석

콜릿은 공작물과 32 ~ 33.5 mm의 접촉길이를 가지면서 파악하고 있는데 파악력은 모멘트의 개념으로 15 kgf·m 이다. Fig. 4는 파악력 15 kgf·m로부터 콜릿에 작용하는 힘의 크기를 보여준다.

이 그림에서 알 수 있듯이 콜릿 한 개에 걸린 압축력은 파악력으로부터 산출이 가능하다. 콜릿에 걸린 압축력의 계산은 식 (1)과 같이 계산된다.

$$6 \cdot \mu F \cdot r = 15 \text{ kgf} \cdot \text{m} \quad (1)$$

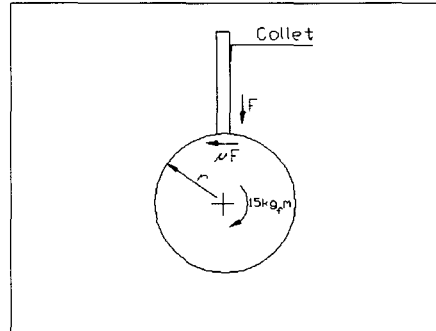


Fig. 4 Applied Force from 15 kgf·m of Torque to the Collet

여기서 6은 콜릿의 총 갯수를 나타내고, μ는 공작물과 콜릿사이의 마찰계수, 그리고 F는 콜릿에 걸린 압축력의 크기이다. 또한 r은 공작물의 반경을 나타낸다. 마찰계수(μ)가 0.1이고, 공작물의 직경이 38.1 mm라 할 때 위의 식을 이용하여 콜릿 한 개당 걸린 압축력을 계산하면 약 1.315 kgf 이 걸려 있음을 알 수 있다. 또한 이러한 파악력을 근거로 접시 스프링의 사양, 즉 1개의 접시 스프링이 담당하여야 할 힘의 크기는 Fig. 5에서 나타낸 것과 같이 식 (2)로부터 계산할 수 있다.

$$Q = R (\sin 13^\circ + \tan \rho \cdot \cos 13^\circ) \quad (2)$$

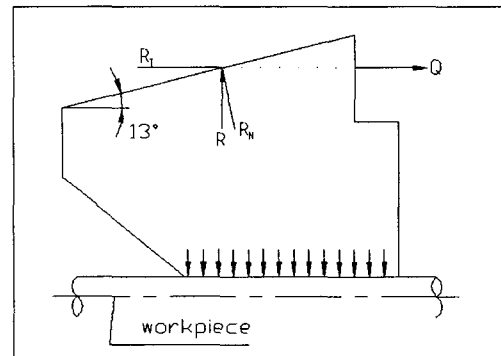


Fig. 5 Force Determination of Disc Spring by Force Which is Applied to the Collet

여기서 tan ρ는 척과 콜릿사이의 마찰계수인데, 그리스로 윤활이 잘되었다고 보고 0.05로 설정하였다. 또한 Q는 접시 스프링 한 개당 걸리는 탄성 신장력이고, R은

콜릿이 공작물과 접촉하면서 발생하는 파악력으로 인한 반력(Reaction force)으로 콜릿의 경사면 위에 절대 좌표 계상으로 수직성분으로 작용하고 있는 힘이다. 식 (2)를 통해서 계산되는 스프링의 힘은 360 Kgf 이다. 그리고 13° 는 척과 콜릿이 접촉하고 있는 경사각을 나타낸다.

### 3-3. 해석 결과분석 및 토의

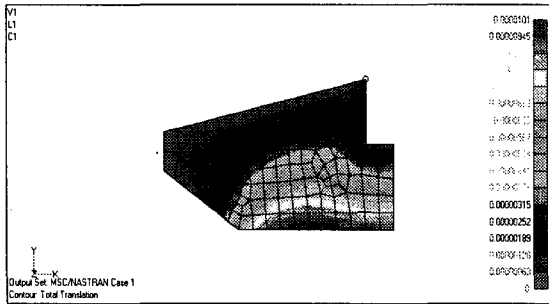


Fig. 6 Strain Distribution of Collet Plate

Fig. 6은 콜릿에 파악력의 반력으로 압축력이 작용할시 콜릿 판(plate)의 변형상태를 보여주고 있다. 해석 결과 콜릿 판은 공작물과 접촉하고 있는 표면에서 최대 약 0.01 mm의 압축 변형이 됨을 알 수 있다.

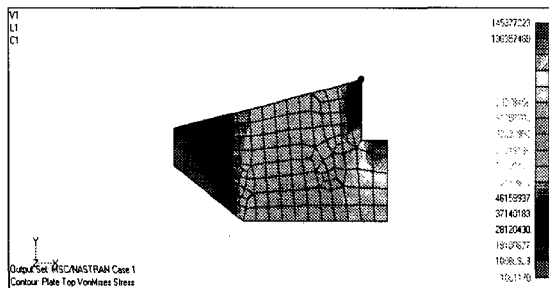


Fig. 7 Compressive Stress Distribution to the Collet Plate

또한 Fig. 7은 콜릿 판에 걸린 압축응력을 Von Mises의 항복 기준에 의거하여 계산한 응력값이다. 최대 응력값은 콜릿과 척 커버(chuck cover)와 접촉하고 있는 부분에서 발생하는데 그 값은 약 146 MPa 정도로 나타났다.

재질의 항복응력이 165 Mpa이라고 할 때 항복기준의

약 88% 정도의 수준에 이르고 있어서 충분한 강도를 가지고 있지 않다고 판단된다. 그리고 특히 최대 압축응력이 발생하는 위치는 척이 유압을 받아서 접시 스프링이 이동하여 공작물을 착탈 시키는 위치에 존재하는 관계로 상당히 많은 반복하중 형식의 하중이 작용하는 위치이므로 이곳에 대한 강도가 상당한 문제점으로 대두된다. 그러므로 콜릿에 대한 열처리를 실시하여 강도를 높여 안전계수를 2 정도 되도록 하는 것이 바람직하다.

좌굴(buckling) 해석은 NASTRAN의 좌굴 해석의 결과로 나타나는데 해석은 우선 경계조건이 주어진 상태에서 좌굴을 발생시킬 하중의 크기를 찾는 것이다. 해석에서는 우선 공작물과 접촉하고 있는 콜릿 판의 면에 단위하중을 작용시키는데 총 단위 하중의 크기는 질점의 수에 의해 총 11 N의 하중이 작용되었다. 해석의 결과로는 좌굴이 8076.7 N이 나오는데 여기에 11N을 곱하면 88.9 KN이 계산된다. 실제 파악을 하기 위해 콜릿 판에 작용하고 있는 압축력의 총합은 12.9 KN으로 좌굴이 발생하는 하중의 14% 수준에 도달되므로 좌굴의 위험은 없다고 판단된다.

한편, 콜릿 헤드 커버(head cover)는 식 (2)에 의해서 계산되는 유압으로 인해 접시 스프링에 작용되는 인장 하중 Q를 직접 받고 있다. 이 헤드 커버는 접시 스프링의 탄성 복원력에 의해 수평이동을 하며 공작물을 척에서 해제시에는 하중을 받지 않으나, 공작물을 파악하고 있을시 는 지속적으로 인장력을 받고 있는 부품이다.

그러므로 헤드 커버의 설계 관점은 인장 하중으로 인해 커버의 변형이 과도하지 않아야 수평이동시 콜릿이 척과 경사각을 따라서 자연스럽게 작동된다. 또한 커버에서 ‘ㄱ’자로 꺾어지는 위치에서 과도한 응력이 발생하는지의 여부도 면밀히 조사하여야 할 부분이다. 만약 응력상태가 코너 부위에서 응력 집중 현상으로 항복응력의 수준 가까이 도달한다면 이를 피하는 방법으로 코너 부위의 라운딩을 보다 크게 설정하여야 할 것이다. 헤드 커버에 대한 구조해석을 해본 결과, 변형량은 인장하중에 의해서 하중이 작용하는 지점에서 최대 약 0.03 mm 정도의 변형이 발생하는데 이는 집중하중이 작용하는 국부적인 부위에 대한 변위값으로서 헤드 커버 전체 구조물에 대한 변형량이 아니므로 파악력에 미치는 영향은 작다고 볼 수 있으므로 설계의 변경은 불필요하다고 판단된다. 그리고 코너 부위에서 응력의 수준은 재료의 항복응력인 165 MPa의 약 60% 수준인 100 MPa 정도로 충분한 강도를 유지하고 있어서 설계의 변경은 요구되지 않는다고 판단된다. 척이 회전하면서 발생하는 원심력의 영향에 대한 FEM 해

석은 파악력이 존재하는 상태에서 회전수를 1,000, 2,000, 3,000, 4,000, 5,000, 그리고 10,000 rpm으로 바꿔가면서 해석을 수행하였다. 설계의 초기 사양으로 한계 회전수를 2,000 rpm으로 설정하여 한계 회전수를 초과하는 경우 척 본체에 걸리는 내부 응력의 크기와 변위량을 조사하고자 하였다. 해석의 결과는 <표 2>에 나타나있다.

Table 2 Summary of Analysis Results

회전수 (rpm)	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000	10,000
최대응력 (MPa)	2.65	2.76	4.4	7.8	12.2	48.9
최대변위 (μmm)	0.346	0.44	0.6	1.06	1.66	6.6

표에서 보는바와 같이 하중과 변위 모두 충분한 여유를 가지는 범위내에 존재함을 알 수 있다. 그러나, 비록 FEM의 기법이 발전하여 이론적인 해석 결과와 실제와의 오차를 상당히 줄이는 기술 수준에 와 있다고 하나 아직도 회전등의 동적인 구조 거동에는 오차를 보인다.

특히 공작물을 절삭하는 공작기계에 대한 구조 해석의 경우 마찰과 접촉 등에 의한 손실이 존재하므로 이에 대한 충분한 고려를 보정하여 해석을 이용한 설계시에는 설계의 기준에 충분한 안전율(Margin)을 가진 설계가 되어야 한다. 그러므로, 본 연구의 구조해석 결과 멀티사이즈 파워척의 제원은 한계 회전수인 2,000 rpm범위에서는 충분한 안전계수를 가진 설계라고 평가된다. 또한 본 연구에서는 공작물 가공시 나타나는 가진 주파수의 영향이 척 자체의 고유 진동수와 결부되어 공진 현상이 나타날 염려가 없는지를 확인하기 위하여 척에 대한 동적인 모드해석을 실시하였는데 이에 대한 해석 결과는 <표 3>과 같다. 해석 결과를 볼 때 1차 고유 진동수는 9,258Hz로서 척의 한계 회전수인 2,000rpm에 해당되는 가진 주파수 보다 약 280배 이상의 주파수 대역에 존재하고 있어 공진에 의한 척의 동적 불안정 상태는 염려될 일이 없다고 평가할 수 있다. 그리고, 허용한계 회전수인 2,000 rpm 회전시의 해석 결과는 Fig. 8과 Fig. 9에서 보여주는데, 척 재료의 항복응력이 165 MPa인 반면에 그 해석결과는 최대 응력이 2.76 MPa이고 최대 변형량은 0.44 μm로 나타났으므로 이에의해 척은 사용시 안정성을 유지할 수 있기

때문에 충분한 안전계수를 갖도록 기하학적 치수가 설계된 것으로 평가할 수 있다.

Table 3 Results of nodal analysis

Mode	Results(Hz)
Mode 1	9258
Mode 2	11013
Mode 3	12757
Mode 4	17506
Mode 5	18259

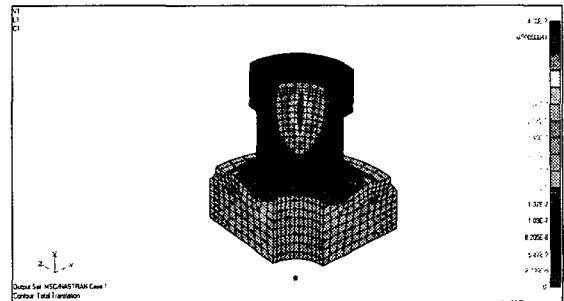


Fig. 8 Maximum Displacement Distribution of Chuck for 2,000 rpm

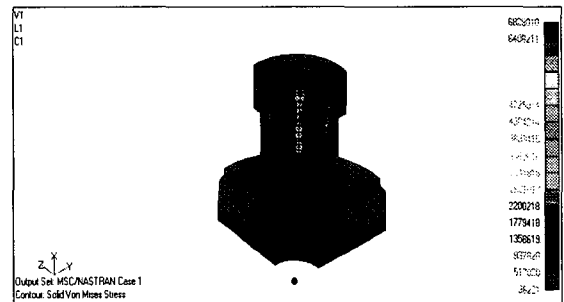


Fig. 9 Maximum Stress Distribution of Chuck for 2,000 rpm

#### 4. 결론 및 고찰

공작기계용 척에 있어서 현안문제는 회전속도가 증가함

에 따라 원심력의 증대로 파악력이 감소되면서 공작물의 흔들림과 함께 정밀도가 저하되는 문제이며, 그러므로 파지력 저하방지 방안과 척의 내부응력에 대한 감소방안 등이 척에 대한 설계시 고려할 점이다. 일반적으로 회전중에 발생하는 파악력은 회전반경, 공작물의 형상, 척킹시스템의 강성 등 여러 인자에 의해 감소하는 비율이 다르다. 본 연구에서는 멀티사이즈 파워척에 대하여 구조해석을 실시하였으며, 이에 대한 결과를 다음과 같이 요약해 볼 수 있다.

- (1) 멀티사이즈 파워척에 대한 해석 결과 원심력에 의한 척 본체의 응력 수준은 상당히 우수하며 한계회전수인 2,000 rpm에서는 척 본체 및 콜릿에 걸린 응력과 변형은 아주 미소한 값으로 강도 및 강성에 대한 문제가 없다고 본다.
- (2) 멀티사이즈 파워척에서 콜릿에 대한 구조 해석 결과 콜릿 판에 걸린 최대 압축응력은 콜릿과 척 커버와 접촉하고 있는 부분에서 발생하는데 그 값은 약 146 MPa 정도로 나타났다. 이는 항복응력의 약 88% 정도의 수준에 이르고 있어서 충분한 강도를 가지고 있지 않다고 판단된다. 그리고, 특히 최대 압축응력이 발생하는 위치는 척이 유압을 받아서 접시 스프링이 이동하여 공작물을 착탈시키는 위치에 있기 때문에 반복하중이 작용하는 위치이므로 이곳에 대한 강도가 상당한 문제점으로 대두된다. 그러므로 콜릿에 대한 열처리를 실시하여 강도를 높여 안전 계수를 2 정도 되도록 하는 것이 바람직하다.
- (3) 유연성을 가진 척 메카니즘 설계 기술과 자동 척킹 메카니즘 설계 기술 등을 토대로 공작기계용 척 설계 기술의 향상을 꾀할 수 있고, 고속회전시 발생하는 파악력 감소 문제, 진동, 및 정도 변화 등에 대응할 수 있는 기술 개발에 큰 도움이 되리라 사료된다.

### 참 고 문 헌

1. 성활경 외 2인 "고속유압용 척개발", 창원대학교 산업기술연구소 논문집, 제9편, pp. 229-245, 1995
2. S. Ema and E. Marui, "Chucking Performance of a Wedge-type Power Chuck", ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 116, pp. 70-77, 1994
3. T. W. Park, M. Tsutsumi, and I. Tokasiki, "3-조오 척의 動的 把握力에 관한 연구", 한국정밀공학회지, Vol. 8, No. 4, 1991
4. R. H. Thornley and B. Wilson, "A Review of some of the Principles Involved in Chuck Design", The Production Engineer, Vol. 51, No. 3, pp. 87-92, 1972
5. 조정준 외 2인 "선반용 고속 주축계의 동특성 해석", 한국정밀공학회지, 제11권, 제4호, 1994
6. 한국기계연구원, "Auto-Index Chuck의 설계 및 제조기술연구", 상공부 공기관 과제 연구보고서, 1990
7. J. Tlustý, "Experimental and Computational Identification of Dynamic Structural Models", Annals of CIRP, Vol. 25, No. 2, 1976
8. S. S. Rao, "The Finite Element Method in Engineering", Pergamon, 1982
9. H. Shinno, T. Sohara, and Y. Ito, "切削中のチャック 把握力の 輕視變化", 日本機械學會論文集(C 冊), Vol. 55, NO. 509, 1989
10. M. Rahman, "Effect of Clamping Conditions on Chatter Stability and Machining Accuracy", Annals of the C.I.R.P., Vol. 34, pp. 339-342, 1985