

# 이중 사인 시리즈법에 의한 직사각형 평판의 진동모드 해석

## An Analysis of the Vibrational Modes for a Rectangular Plate by Using the Double Fourier Sine Series Method

고 영 준\*, 남 효 덕\*, 장 호 경\*\*

(Young Jun Go\*, Hyo Duk Nam\*, Ho Gyeong Chang\*\*)

### 요 약

직사각형 평판의 고유진동수와 진동모드를 연구하였다. 이중 푸리에 사인시리즈를 직사각형 평판의 모달 변위함수로 사용하였으며, 다양한 경계조건을 가지는 자유진동 해석에 적용하였다. 유한요소 전개로써 근사해를 나타내는 고전적인 Ritz 방법을 이용해서 직사각형 평판의 고유진동수를 해석한 Leissa의 결과와 본 연구의 결과를 비교하였다. 그리고, 평판의 형상비에 따른 영향도 연구하였다. 자유경계 평판, 외팔평판, 고정평판, 그리고 모서리가 단순지지된 직사각형 평판의 진동 형태를 가시화하였다.

### ABSTRACT

An analysis of the frequency parameters and vibrational modes is described for a rectangular plate. Double Fourier sine series is used as a modal displacement functions of a rectangular plate and applied to the free vibration analysis of a rectangular plate under various boundary conditions. The frequency parameters obtained by the double Fourier sine series method are compared with those obtained by the theory of finite element method and Ritz method. Frequency parameters are presented for the various aspect ratios for plate. The first four modal shapes for the rectangular plate under various boundary conditions are accurately described.

### I. 서 론

외력의 가진주파수가 구조물의 고유진동수와 일치할 때 커는 공진을 일으킨다. 구조물의 운동시 발생하는 진동을 효율적으로 제어하기 위해서는 계의 진동특성을 파악하여야 한다. 평판은 공학에서 가장 중요한 구조요소로 다루어지며, 특히 터버민 날개, 비행기 날개 등과 같은 복잡한 문제를 단순화하는 계산적 모델로 응용된다. 그래서 평판의 진동해석은 다양한 분야에서 많은 관심의 대상이 되어 왔다[1-3].

Jones[4]는 진동하는 막의 이론과 자유진동 현상을 이용하여 얇은 평판의 고유진동수를 근사적으로 구하는 방정식을 유도하였으며, Gorman[5]은 모달함수를 모든 변이 단순지지된 평판의 자유진동 해석에 이용하였다. 그리고 Narita[6]는 라그랑지 승수법(Lagrange multiplier method)과 고전적인 Ritz방법을 사용하여 한쪽 끝이 고정된 직사각형 평판의 고유진동수와 고유모드를 해석하였다. 1996년 이 Zhou Ding[7]은 Rayleigh-Ritz 방법을 이용해 직사각형

평판의 고유진동수를 구했으며, 평판의 여러 위치에 가속도계 센서를 설치하여 가진력에 대한 응답변위를 구하는 실험적 연구[8]를 수행하였다. 최근에는 Chung[9]은 내부의 구속 조건을 갖는 보의 문제를 스토크스 변환(Stoke's transformation)에 의해 해석하며, 이러한 평판의 해석을 바탕으로 금속과 압전세라믹이 층을 이루는 복합평판의 자유진동을 해석하는 연구가 수행되고 있다[10].

본 연구에서는 Ritz법[1]의 단점을 보완하기 위해 이중 푸리에 사인시리즈(double Fourier sine series method; DFSSM)를 평판의 모달함수로 가정하여 해를 구하였다. 이 때 이중 푸리에 사인시리즈가 만족시키지 못하는 경계조건들은 스토크스 변환 및 라그랑지 승수법을 통하여 구속하였다. 물리적으로 기하학적인 경계조건들은 각각의 경계면이 위치하는 직선을 따라 적분하였다. 평판의 경계조건은 자유형, 외팔형, 고정형, 단순지지형으로 나누었으며, 고유진동수는 주파수 매개변수의 값에 따라 주파수 행렬식이 0이 될 때 구하였다. 이중 푸리에 사인 시리즈법으로 수치해석한 결과를 유한요소법(finite element method; FEM)에서 구한 고유진동수와 비교하고, 형상비(aspect ratio)와 주파수 매개변수의 관계를 살펴 보았다.

\* 영남대학교 대학원 센서 및 시스템 공학과

\*\* 경산대학교 자연과학부

접수일자: 1999년 2월 18일

II. 이론

구조물이 외부의 영향으로 진동될 때 진동모드는 고유진동수에서 가장 큰 응답을 나타내며, 구조물 자체의 특성이나 경계조건에 의해 절점(node)을 가지는 고유한 형태를 가진다. 그러므로 구조물의 진동특성을 해석하기 위해서는 고유진동수와 진동모드를 구해야 한다.

직사각형 평판의 운동에너지 및 탄성에너지를 각각의 모달함수로 표시할 수 있다. 평판의 굽힘에 의한 탄성에너지와 운동에너지는 다음과 같다[4].

$$U = \frac{1}{2} \iint_A \left\{ D_x \left( \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_{xy} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + D_y \left( \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \right)^2 + 4D_{xy} \left( \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dA \quad (1)$$

$$T = \frac{1}{2} \rho h \omega^2 \iint_A \xi^2 dA \quad (2)$$

여기서  $\xi(x, y)$ 는 평판의 휨 정도를 나타내고,  $D$ 는 평판의 굽힘강성으로  $D_x = E_x h^3 / 12(1 - \nu_x \nu_y)$ ,  $D_y = E_y h^3 / 12(1 - \nu_x \nu_y)$ ,  $D_{xy} = G h^3 / 12$ 이다[6].  $E$ 와  $G$ 는 영률과 전단력,  $h$ 는 평판의 두께,  $\nu$ 는 포아손 비,  $\rho$ 는 밀도,  $\omega$ 는 원주파수이다.

평판 이론에서 경계조건은 각각 경계 면에서 굽힘모멘트와 전단력으로 표시되며, 안정화포텐셜 에너지법은 변분 원리에 기초하고 있다. 변분 원리는 평판의 전체에너지를 기하학적 경계조건에 위배되지 않는 미지의 모든 변위들에 관하여 미분을 한 후 각 변위들에 대하여 최소가 되도록 한다. 전단력과 굽힘 모멘트는 경계조건과 관련되어 있다.

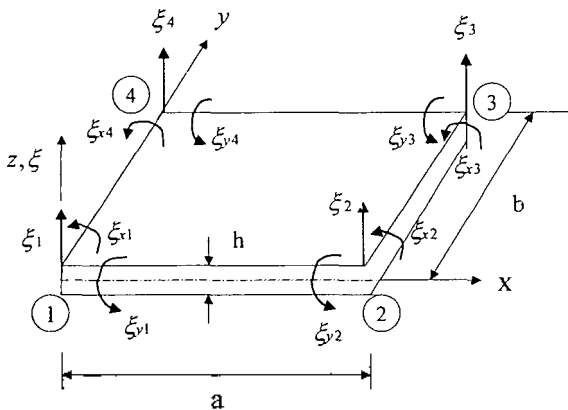


그림 1. 직사각형 평판의 판굽힘요소

Fig. 1. The element of plate in bending motion with rectangular element.

Fig. 1과 같이 직사각형 평판을 고려하자. 여기서  $\xi(x, y)$ 가 평판의 내부에서 이중 푸리에 사인시리즈로 표시될 수 있는 함수라고 가정하고 모달 함수의 미분값들을 코사인 및 사인 시리즈로 표시할 때 이중 사인 시리즈는 모든 변이 단순지지된 평판에 대하여 모든 기하학적인 경계조건을 만족시킨다. 여기서 기하학적인 경계조건을 만족시키지 못할 경우 라그랑주 상수들을 이용하여 기하학적인 경계조건을 구속시킨다.

일반적으로 평판의 모달 함수  $\xi(x, y)$ 는 (3)식과 같고 [11], 각각의 모달함수 미분값들은 (4)식과 같이 표시된다.

$$\xi(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad m, n = 1, 2, \dots \quad (3)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \sum_{m=1}^M B_{0n} \sin \frac{n\pi y}{b} + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N B_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b)$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N C_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b)$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial y} = D_0 + \sum_{m=1}^M D_{m0} \cos \frac{m\pi x}{a} + \sum_{n=1}^N D_{0n} \cos \frac{n\pi y}{b} + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N D_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad (0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial y} = \sum_{m=1}^M E_{m0} \sin \frac{m\pi x}{a} + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N E_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad (0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b)$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N F_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b) \quad (4)$$

연속체의 진동방정식은 무한수의 고유진동수와 정규진동형을 구하는 초월방정식으로 이루어져 있으며, 한정된 수의 고유진동수와 정규진동형을 구하는 불연속체와는 대조적이다. 이러한 연속체의 고유진동수를 구하기 위해서는 경계조건을 적용할 필요가 있다. 경계조건이 고려될 때 정확히 사인시리즈의 미분값을 구하기 위해서는 스톡스 변환이 필요하다. 스톡스 변환은 임의의 함수를 우선 독립적 시리즈의 미분형태로 가정한 후 부분적분에 의하여 미분 함수의 푸리에 시리즈 계수들을 결정하는 방법이다. 스톡스 변환을 이용하면 미분값의 푸리에 시리즈 계수들은 (5)식과 같이 표시된다.

$$B_{0n} = \frac{2}{ab} \int_0^b \left( \sum_{m=1}^M \mu_m \sin \frac{m\pi x}{a} - \sum_{m=1}^M \epsilon_m \sin \frac{m\pi x}{a} \right) \times \sin \frac{n\pi y}{b} dy$$

$$E_{mn} = \frac{m\pi}{a} A_{mn} + \frac{4}{ab} \int_0^b \left( \sum_{p=1}^q \mu_p \sin \frac{p\pi y}{b} \right) (-1)^m - \sum_{q=1}^q \epsilon_q \sin \frac{q\pi y}{b} \Big) \sin \frac{n\pi y}{b} dy$$

$$C_{mn} = - \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 A_{mn}$$

$$D_0 = \tau_c - \epsilon_c - \nu_c + \mu_c$$

$$D_{0n} = \tau_c (-1)^n - \epsilon_c - \nu_c (-1)^n + \mu_c + \frac{n\pi}{b} \int_0^b \left( \sum_{p=1}^q \mu_p \sin \frac{p\pi y}{b} \right) (-1)^m - \sum_{q=1}^q \epsilon_q \sin \frac{q\pi y}{b} \Big) dy$$

$$D_{m0} = \tau_c (-1)^m - \epsilon_c - \nu_c (-1)^m + \mu_c + \frac{m\pi}{a} \int_0^a \left( \sum_{r=1}^p \tau_r \sin \frac{r\pi x}{a} \right) (-1)^n - \sum_{s=1}^s \nu_s \sin \frac{s\pi x}{a} \Big) dx$$

$$D_{mn} = \frac{m\pi}{a} n \frac{\pi}{b} A_{mn}$$

$$\bar{E}_{m0} = \frac{2}{ab} \int_0^a \left( \sum_{r=1}^p \tau_r \sin \frac{r\pi x}{a} - \sum_{s=1}^s \nu_s \sin \frac{s\pi x}{a} \right) \times \sin \frac{m\pi x}{a} dx$$

$$E_{m0} = \frac{m\pi}{b} A_{mn} + \frac{4}{ab} \int_0^a \left( \sum_{r=1}^p \tau_r \sin \frac{r\pi x}{a} \right) (-1)^n - \sum_{s=1}^s \nu_s \sin \frac{s\pi x}{a} \Big) \sin \frac{m\pi x}{a} dx$$

$$F_{mn} = - \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 A_{mn} \quad (5)$$

(4),(5)식에서  $M, N$ 은 푸리에 시리즈의 항수, 그리고  $A_{mn}, B_{mn}, C_{mn}, D_{mn}, E_{mn}, F_{mn}, \mu_p, \epsilon_q, \tau_r, \nu_s$ 는 평판 모달 함수의 푸리에 시리즈 계수들이다. 그리고  $m, n, l, p, q, r, s$ 는 푸리에 시리즈 계수이다. 만약 평판의 경계조건이 자유 경계단일 경우는 모서리 및 경계면에서 변위를 가정하여 전체에너지가 최소가 되도록 변위들의 계수를 구하고 고정 경계단일 경우는 각각의 경계면의 기울기가 0이 되도록 구속한다. 변분법에 의한 전단력 경계조건은 기하학적 경계조건이 아니므로 고려되지 않는다. 평판의 모달 함수를 이용하면 기하학적 경계조건에 따른 수학적 표현 방법은 Table 1과 같다.

표 1. 경계조건에 따른 수학적 표현방법  
Table 1. Summary of boundary conditions.

Types	Mathematical Expression
Simply Supported Boundary Condition	$\xi = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = 0$
Clamped Boundaey Condition	$\xi = \frac{\partial \xi}{\partial x} = 0$
Free Boundary Condition	$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = \frac{\partial^3 \xi}{\partial x^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 \xi}{\partial xy^2} = 0$

직사각형 평판의 함수는 (6)식과 같이 표현되며, 변분 과정에서 다음의 함수가 최소화 되도록 한다.

$$\Phi_s = U_{\max} - T_{\max} + \int_0^b \Lambda_A \cos \frac{l\pi y}{b} w_{,x}(a,y) dy + \int_0^b \sum_{l=1}^L \Lambda_B \cos \frac{l\pi y}{b} w_{,x}(0,y) dy \quad (6) + \int_0^a \sum_{l=1}^L \Lambda_B \cos \frac{l\pi x}{a} w_{,y}(x,b) dx + \int_0^a \sum_{l=1}^L \Lambda_B \cos \frac{l\pi x}{a} w_{,y}(x,0) dx$$

여기서  $L$ 은 라그랑지 상수의 항수이다. 라그랑지 상수들에 의해 구속되어진 기하학적인 경계조건들은 각각의 경계면이 위치하는 직선을 따라 적분이 되어야 한다.

라그랑지 상수  $\Lambda_A, \Lambda_B, \Lambda_C, \Lambda_D$ 들은 각 면에서 기울기가 0이 되도록 하기 위한 값이며, 물리적으로 모멘트와 관련된 양이다. 그리고 변분원리에 기초를 두고 있는 안정화 조건에 의하여 (7)식과 같이 선형방정식의 형태로 표시된다.

$$[C_{ij}] [A_{mn}, \mu_p, \epsilon_q, \tau_r, \nu_s, \epsilon_c, \tau_c, \nu_c, \Lambda_A, \Lambda_B, \Lambda_C, \Lambda_D]^T = 0 \quad (7)$$

주파수 행렬식(frequency determinant)은 대칭이며, 경계조건을 만족시킨다. 고유진동수는 주파수 매개변수의 값에 따라 행렬식이 0이 될 때 구해진다.

급합을 받는 평판요소는 유한요소법의 이룬 전개 중에서 가장 흥미있는 분야이다. 특히 정급합 해석에 관한 식은 보다 넓은 실제적인 응용분야로 확장되었다. 진동, 동적 응답, 충격 및 재료적 비선형, 유체와 판의 연성, 패널의 플러터현상, 온도효과, 입체구조의 라티스판 등의 해석이다. Fig. 2는 ANSYS를 이용한 유한요소 모델이며, 사용된 직사각형 평판 요소의 총수는 각각 521개이다.[12]

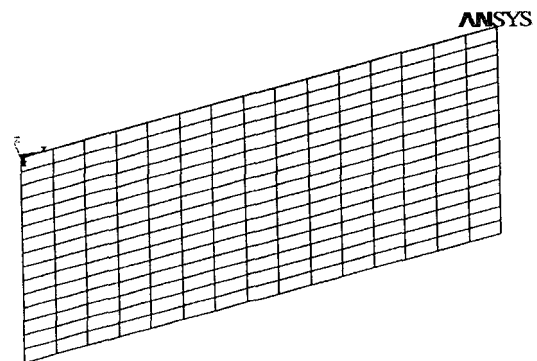


그림 2. 유한요소 모델링 방법  
Fig. 2. Finite element method modelling of ANSYS.

### III. 수치해석 결과

직사각형 평판의 진동특성을 분석하기 위하여 이중 푸리에 사인시리즈법을 사용하였으며 유한요소법에서 얻은

고유진동수 매개변수와 비교 분석하였다. 또한 퓨리에 시리즈 계수들의 상대비를 구하여 해당 진동모드를 나타내었다.

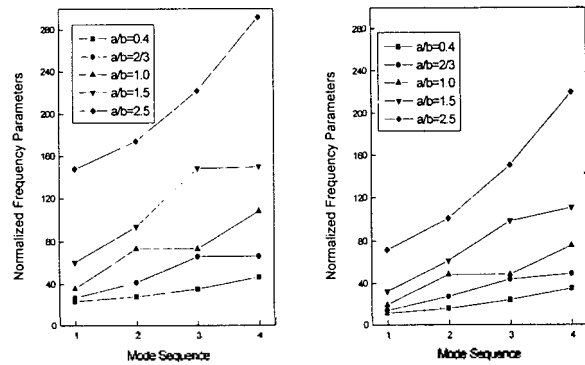
연구대상 구조물은 직사각형 평판모델을 설정하였으며, 평판의 재원특성은 두께 0.001m, 너비 1m, 길이 1m이며, 프와송 비는 0.3, 밀도는 7800kg/m<sup>3</sup>이다. 그리고 Young율은  $2.1 \times 10^{11}$ pa인 스프링강(SK5)이다. 연구대상인 SK5 직사각형 평판의 재원특성을 적용하여 이중 퓨리에 사인 시리즈법에서 구한 식 (7)과 연속체를 각각 무한개의 질량과 강성을 가진 요소들의 복합체로 간주한 유한요소법의 이론을 이용하여 계산한 진동수 매개변수의 결과는 Table 2와 같다.

표 2. 경계조건에 따른 직사각형 평판의 고유진동수 매개변수  
Table 2. Normalized frequency parameters ( $\omega a^2 \sqrt{h\rho/D}$ ) of a rectangular plate under various boundary conditions.

Type	Method	Mode sequence			
		1st	2nd	3rd	4th
Free	FEM	14.256	20.125	25.133	32.744
	DFSSM	14.392	19.795	24.493	33.025
	Ref.(1)	13.464	19.790	24.43	35.02
Cantilever	FEM	3.459	8.356	21.093	30.554
	DFSSM	3.452	8.515	21.166	30.035
	Ref.(1)	3.494	8.547	21.440	27.460
Clamp	FEM	37.033	82.032	82.032	125.021
	DFSSM	36.209	83.155	83.155	124.535
	Ref.(1)	35.986	73.354	73.354	108.120
Support	FEM	20.487	50.062	50.062	77.455
	DFSSM	19.742	50.354	50.354	77.965
	Ref.(1)	19.745	49.355	49.355	78.962

Table 2에는 유한요소법과 이중 퓨리에 사인시리즈법에 의하여 자유경계 평판(Free type), 외팔평판(Cantilever type), 고정평판(Clamp type), 그리고 단순지지된 직사각형 평판(Support type)에 대하여 해석하였다. 유한요소법 개로써 근사해를 나타내는 고전적인 Ritz방법을 이용해서 직사각형 평판의 고유진동수를 해석한 Leissa의 결과[1]와 본 연구의 결과를 Table 2에 비교하였다. 이중 퓨리에 사인시리즈에서는 경계조건이 고려될 때 정확히 사인시리즈의 미분 값을 구하기 위해서 스톱스 변환과 라그랑지 상수법을 사용하였으며, 각각의 경계조건에 해당하는 모달함수를 따로 가정하지 않고 이중 퓨리에 사인시리즈를 평판의 모달함수로 가정하여 계산상의 오차를 줄였다. 이중 퓨리에 사인시리즈에 따른 고유진동수 매개변수의 수렴성을 해석한 결과 항의 수가  $M=N=L=25$ 일 때 수렴을 한다. 이 급수의 수렴은 아주 빠르며 일반적으로 만족할 만한 결과를 얻을 수 있다. 이중 퓨리에 사인시리즈법과 유한요소법에 의한 해석 결과 거의 오차가 없음을 알 수 있고, Ritz방법은 모드 차수가 커질수록 오차도 커짐을 볼 수 있다.

해석을 위해 많은 구조물들이 보[13],[14]로 이상화되나, 어떤 구조물들은 경우에 따라 그 형태가 보(beam)라기 보다는 평판에 가깝다. 특히 형상비가 작은 터어빈 블레이드의 경우는 그 동적특성이 평판에 더 가깝다. 따라서 직사각형 평판의 정확한 모델링 및 진동해석의 필요성이 제시된다.



(a) The simply supported plate (b) The clamped plate

그림 3. 직사각형 평판의 형상비에 따른 고유진동수 매개변수  
Fig. 3. Normalized frequency parameter vs. mode sequence for the various aspect ratios of the rectangular plate ( $\nu=0.3$ ).

Fig. 3은 단순지지된 평판과 고정평판에 대하여 형상비의 변화에 따른 무차원 진동수 변수의 변화를 계산한 결과이다. 여기서 모드순서는 평판의 대칭, 비대칭성을 고려하지 않고 순차적으로 배열한 것이며, 경계조건과 무관하게 평판의 길이는 일정하다고 가정했을 때 너비가 길어질수록 무차원 진동수 변수가 증가함을 볼 수 있다. 그리고 단순지지된 평판과 고정된 평판일 경우에는 형상비가 1일 때 2차와 3차의 무차원 진동수 변수가 같다. 이때는 두 경우 모두 2차, 3차가 (2,1) (1,2) 모드일 경우로써 고유모드 방정식[10]에 의해 2차, 3차의 값이 같다.

공진 주파수에서의 진동형태를 파악하기 위하여 직사각형 평판의 진동모드를 이중 퓨리에 사인시리즈법으로 수치해석 하였다. Fig. 4~Fig. 7에 각각 자유경계 평판, 외팔평판, 고정평판, 그리고 단순지지된 평판에 대하여 순차적으로 나타나는 네 번째 까지 고유모드를 나타내었다.

Fig. 4는 아무런 구속조건이 없는 상태의 직사각형 평판의 고유모드를 나타낸 것이다. 계산결과 진동형태는 자유경계단이므로 모드의 일정한 규칙성은 찾을 수 없다. Fig 5는 한쪽 끝이 고정된 외팔 직사각형 평판의 고유모드를 나타낸 것이며 고정되지 않은 한쪽으로 진동형태가 편중되는 것을 볼 수 있다. 이러한 모드형태는 Kubota[8]의 실험에 의한 연구결과와 일치한다. 여기서 고유진동수는  $A_{mn}, A_D, \tau_c, u, \mu_p, \tau_r, u_s$ 의 영향을 받는다. 외팔형태의 경계조건을 만족시키는 구성방정식은 (8)식과 표현된다.

$$[C_{i,j}][A_{mn}, \lambda_{E, \tau_c, u_c, \mu_p, \tau_r, u_s}]^T = 0 \quad (8)$$

Fig. 6은 네 모서리를 모두 고정시킨 상태의 직사각형 평판의 고유모드를 나타낸 것이다. 모드형태는 순차적으로 (1,1), (2,1), (1,2), (3,1)형태를 취한다. Fig. 7은 네 모서리를 모두 단순지지한 상태의 직사각형 평판의 고유모드를 나타낸 것이다. 그리고, 모드형태는 순차적으로 (1, .), (2,1), (1,2), (2,2)형태를 취한다. Fig. 6과 Fig. 7의 결과는 Fig. 3에서도 볼 수 있듯이 단순지지된 경우(a)와 고정된 경우(b)는 형상비가 1일 때는 각각 2차와 3차의 고유진동수 같으며, 모드형태는 (2,1), (1,2)형태를 취한다. 무차원 진동수 변수는 일반적으로 경계조건, 형상비(a/b) 그리고 프와송비의 함수로 표현된다. 그러나, 자유경계조건을 갖는 변이 전혀없는 경우 즉, 네 모서리가 단순지지된 경우와 고정일 경우에는 프와송비와 무관하게 되며, 이때의 무차원 진동수 변수는 Table 2와 같다. 이상의 네 가지 경계조건을 갖는 평판의 고유진동수 매개변수는 구성항정식의 행렬식 식 (7)을 만족시킬 때 얻어진다. 그리고 고유모드는 각각의 고유진동수 매개변수에 대응하여 푸리에 시리즈 계수들의 상대비를 구하여 해당 고유모드를 구한다.

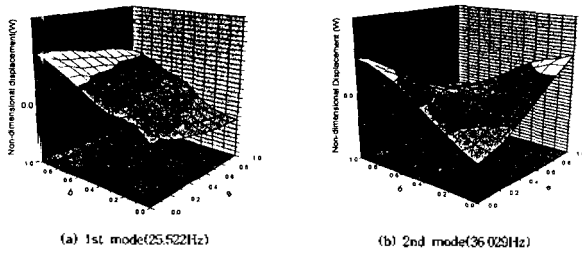


그림 4. 자유경계단을 가지는 직사각형 평판의 진동형태  
Fig. 4. The first four mode shapes for a free rectangular plate.

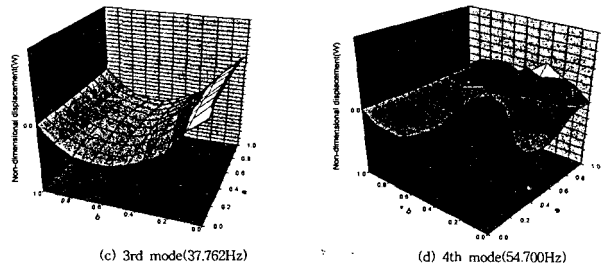
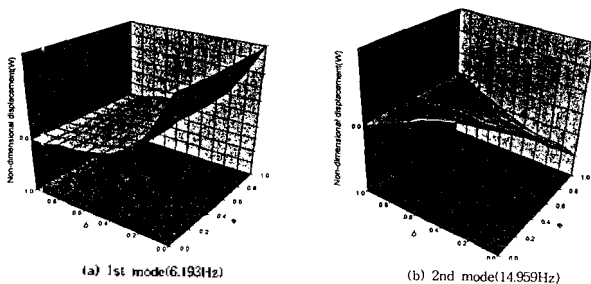


그림 5. 한쪽 끝이 고정된 직사각형 평판의 진동형태  
Fig. 5. The first four mode shapes for a cantilevered rectangular plate.

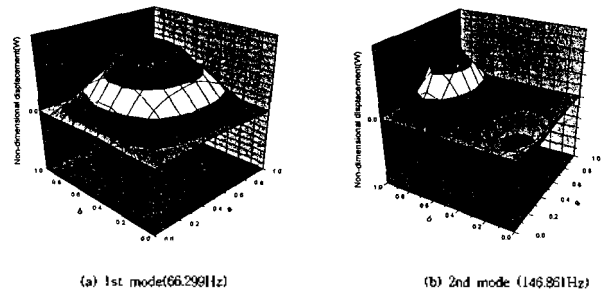


그림 6. 네 모서리가 고정된 직사각형 평판의 진동형태  
Fig. 6. The first four mode shapes for a clamped rectangular plate.

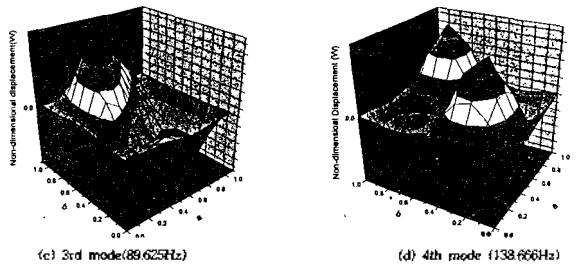
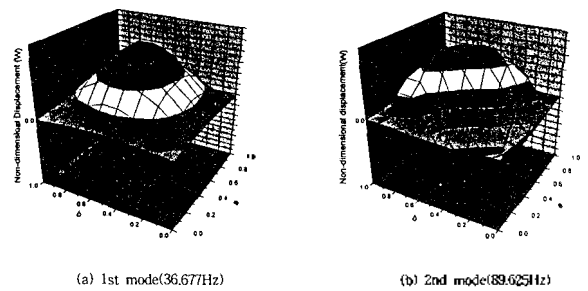


그림 7. 네 모서리가 단순지지된 직사각형 평판의 진동형태  
Fig. 7. The first four mode shapes for a simply supported rectangular plate.

IV. 결 론

본 연구에서는 자유경계 평판, 외팔평판, 고정평판, 그리고 모서리가 단순지지된 직사각형 평판에 대하여 자유진동을 수치해석하였다.

이중 푸리에 사인시리즈법을 이용해 직사각형 평판을 수치해석하였다. 그 해석 결과인 고유 진동수 매개변수를 유한요소법에 의한 해석 결과와 비교하였다. 그리고 유한급수 전개로써 근사해를 나타내는 고전적인 Ritz방법을 이용해서 직사각형 평판의 고유진동수를 해석한 Leissa의 결과와 본 연구의 결과를 비교하였다. 각각의 경계조건에 해당하는 모달함수를 따로 가정하지 않고 이중 푸리에 사인시리즈를 평판의 모달함수로 가정하므로 계산상의 오차를 줄였다. 이중 푸리에 사인시리즈법과 유한요소 프로그램인 ANSYS와의 결과가 거의 오차가 없음을 알 수 있었다. 형상비의 변화에 따른 무차원 진동수 변수의 변화를 알아보기 위하여 형상비를 변화시켰다. 경계조건과 무관하게 평판의 길이는 일정하다고 볼 때 너비가 길어질수록 무차원 진동수 변수가 증가함을 볼 수 있었다. 그리고 단순지지된 평판과 고정된 평판일 경우에는 형상비가 1일 때, 2차와 3차의 무차원 진동수 변수 값이 같으며, (2,1) (1,2) 모드형태를 취한다. 평판의 고유진동수 매개변수는 구성방정식의 행렬식을 만족시킬 때 얻어진다. 그리고 고유모드는 각각의 고유진동수 매개변수에 대응하여 푸리에 시리즈 계수들의 상대비를 구하여 해당 고유모드를 구하였다.

이중 푸리에 사인시리즈법은 직사각형 평판의 고유진동수 및 고유모드를 정확히 구할 수 있으며 이는 모달 해석을 통하여 동적응력을 계산하는데 유용될 수 있다.

참 고 문 헌

1. A. W. Leissa, "The free vibration of rectangular plates," J. Sound Vib., Vol. 31(3), PP. 257-293. (1973)
2. P. A. A. Laura & R. O. Grossi, "Transverse vibration of a rectangular plate elastically restrained against rotation along three edges and free edges and free on the fourth edge," J. Sound Vib., Vol. 59, pp. 355-368. (1978)
3. P. A. A. Laura & R. H. Gutierrez, "Transverse vibration of thin elastic plates with concentrated masses and internal elastic supports," J. Sound Vib., Vol. 75, pp. 135-143.(1981)
4. R. Jones, "Approximate expressions for the fundamental frequency of vibration of several dynamic systems," J. Sound Vib., Vol. 44(4), pp. 475-478. (1976)
5. D. J. Gorman, "Free vibration analysis of rectangular plate," Elsevier. (1982)
6. Y. Narita, "The effect of point constraints on transverse vibration of cantilever plates," J. Sound Vib., Vol. 102(3), pp. 305-313. (1985)
7. Zhou Ding, "Natural frequencies of rectangular plates using a set of static beam functions in Rayleigh-Ritz method," J. Sound Vib., Vol. 189(1), pp. 81-87. (1996)

8. Y. Kubota & E. H. Dowell, "Experimental investigation of asymptotic modal analysis for a rectangular plates," J. Sound Vib., Vol. 106(2), pp. 203-216. (1986)
9. H. Chung, "Analysis method for calculating vibration characteristics of beams with intermediate supports," Nuclear Engineering and Design, Vol. 63, pp. 55-80. (1981)
10. S. Y. He, W. S. Chen & Z. L. Chen, "A uniformizing method for the free vibration analysis of metal-piezoceramic composite thin plates," J. Sound Vib., Vol. 217(2), pp. 261-281. (1986)
11. O. M. Bouthier & R. J. Bernhard, "Simple models of the energetics of transversely vibrating plates," J. Sound Vib., Vol. 182, pp. 149-164. (1995)
12. Kenneth H. Huebner and Earl A. Thornton and Ted G. Byrom, *The Finite Element Method for Engineers, 3rd edition*, A Wiley-Interscience Publication, (1982)
13. 고영준, 강병용, 장호경, 김예현, "건마찰 감쇠기가 부착된 외팔보의 강제진동 응답 해석" 한국음향학회지, Vol. 15(2), pp. 33-39, (1996)
14. Young-jun Go, Ye-Hyun Kim and Ho-Gyeong Chang, "An analysis for the behavior of a simply supported beam with a dry friction damper attached," Applied Acoustics, Vol. 55(1), pp. 31-41. (1998)

▲고 영 준(Young Jun Go)

1969년 12월 16일생



1995년 2월 : 영남대학교 물리학과 졸업(이학사)  
 1997년 8월 : 영남대학교 대학원 물리학과 졸업(이학석사)  
 1998년 8월 ~ 현재 : 영남대학교 대학원 센서 및 시스템공학과 박사과정

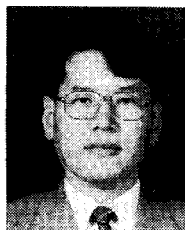
▲남 효 덕(Hyo Duk Nam)

1947년 3월 19일생

한국음향학회지 제14권 2호 참조

▲장 호 경(Ho Gyeong Chang)

1961년 12월 6일생



1984년 2월 : 영남대학교 물리학과 졸업(이학사)  
 1986년 2월 : 영남대학교 대학원 물리학과 졸업(이학석사)  
 1992년 2월 : 영남대학교 대학원 물리학과 졸업(이학박사)  
 1994년 3월 ~ 현재 : 경상대학교 자연과학부 전자물리학 전공