

직교이방성 속빈 원통에서 과도적 흡습열 응력에 관한 연구

A Study on the Transient Hygrothermal Stresses in an Orthotropic Hollow Cylinder

조 환 기 · 신 근 용
공군사관학교 · 군사과학대학원

초 록

본 논문은 흡습환경에서 온도변화를 겪는 무한히 긴 속빈 실린더의 시간변화에 따른 흡습열 응력 변화에 관해서 연구한 것이다. 평면변형을 가정에 기초한 흡습열탄성론의 방정식이 열과 습기 사이의 연성효과를 고려하여 수립되었다. 시간경과에 따른 흡습열 응력을 구하기 위한 완전한 형태의 해가 연성 분리기법과 변수분리방법을 이용하여 구하였으며, 온도와 습도 집중치의 분포를 포함한 수치적인 적용 예에 대한 결과를 분석하였다. 시간경과에 따른 흡습열 특성이 직교이방성 속빈원통벽에서 변위와 응력의 변화 및 분포에 미치는 영향을 함께 제시하였다.

ABSTRACT

Transient hygrothermal stresses in an infinitely long hollow cylinder subjected to heating in hygroscopic environments at the surfaces are studied. The equations of hygrothermoelasticity based on the plane strain assumption are formulated by considering the coupling effects between heat and moisture. A closed form solution for the transient hygrothermal stresses is obtained by using decoupling techniques and the method of separation of variables. Numerical results including distributions of temperature and moisture concentration are presented. Effects of transient hygrothermal characteristics are clearly shown in both displacements and stress distributions in the wall of hollow cylinder.

1. 서 론

최근 들어 두꺼운 원통형 복합재 구조물(cylindrical composite structures)이 여러 산업분야에서 널리 사용되고 있으며 그 비중도 증가하고 있다. 복합재료는 최

신 항공기, 잠수함, 자동차를 비롯한 핵발전 설비 및 각종 산업 구조물 등에도 사용되고 있으며, 이들은 열과 수분을 포함한 외부환경에 쉽게 노출된다.

복합재료를 포함한 대부분 물질 내부에서 온도 및 수분 변화는 연성효과(coupling effect)를 갖는다. 연성

효과란, 온도와 수분 변화가 상호연동되어 진행되는 것을 의미하며, 외부에서 온도변화가 생기면 복합재 내부의 온도와 수분분포가 상호연동되어 변화한다. 이러한 변화로 수반되는 복합재료 내부조직의 원자와 분자의 이동으로 변형이 발생하게되고 이로 인하여 응력이 발생하게 되는 것이다. 이렇게 발생된 변형에 의한 응력은 구조물의 잔여강도를 감소시켜서 예기치 못한 파괴를 발생시킬 수도 있다. 따라서 열과 수분의 집중도 변화에 따른 복합재료 구조물의 변형 및 응력 해석은 구조물 설계 시에 고려되어야 할 한 요소로서 최근 들어 그 중요성에 대한 인식이 증대되고 있다.

지금까지 열과 수분에 노출된 복합재료 구조물의 내부에서 온도와 수분집중도의 변화에 의한 변형과 응력 해석을 위한 많은 연구들이 진행되어왔다. 먼저, 등방성(isotropic) 원통형 구조물의 흡습열응력(hygrothermal stress)에 관한 해석[1]과 두꺼운 원통형 직교이방성(orthotropic) 복합재 구조물의 열응력 해석[2]이 이루어졌으며, 두꺼운 원통형 직교이방성 복합재 구조물의 흡습(hygroscopic) 응력 해석[3]도 있었으나, 두꺼운 원통형 직교이방성 복합재료에서의 흡습열 응력 해석에 관한 연구는 충분히 이루어지지 않았다. 따라서 본 연구에서는 두꺼운 원통형 직교이방성 복합재 구조물에서의 과도 흡습열응력 해석에 관한 해석적인 해를 구하고, 구조물의 거동특성을 분석하고자 한다.

2. 기본 이론 해석

(1) 열과 수분이 연성된 확산 방정식

복합재 구조물의 기공(void)에 확산된 수분의 질량은 질량보존법칙에 의거 보존되어야하고, 수분과 빈 공간을 포함한 복합재 구조물에 확산된 열에너지는 에너지 보존법칙에 의거 보존되어야 한다. 따라서 수

분집중도 분포식은 질량보존법칙으로부터 유도되고, 온도 분포식은 에너지보존법칙으로부터 유도된다. 각각의 보존법칙으로부터 유도된 두 식은 다음과 같다.

$$L \nabla^2 T - \frac{\partial}{\partial t} (T - \nu C) = 0, \quad (1a)$$

$$D \nabla^2 C - \frac{\partial}{\partial t} (C - \lambda T) = 0. \quad (1b)$$

위의 식에서 사용되어진 변수 D 와 L 은 확산계수를 의미하며, λ 와 ν 는 물질의 흡습열에 관련된 특성치로써 연성계수를 의미한다. 여기서, 속이 빈 원통 표면에서 수분함량이 일정하게 유지되며 온도는 변화한다고 가정하면, 온도 T 와 수분집중도 C 를 무차원화한 T^* 와 C^* 를 이용하여 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$L \left(\frac{\partial^2 T^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T^*}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (T^* - \nu \lambda C^*), \quad (r_1 < r < r_2, t > 0), \quad (2a)$$

$$D \left(\frac{\partial^2 C^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C^*}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (C^* - T^*), \quad (r_1 < r < r_2, t > 0). \quad (2b)$$

위의 식에서 사용되어진 변수 r_1 과 r_2 는 각각 원통중심에서 내부표면 및 외부표면까지의 거리를 의미하고, T^* 와 C^* 는 다음과 같이 정의된다.

$$T^* = \frac{(T - T_i)}{(T_f - T_i)}, \quad (3a)$$

$$C^* = \frac{(C - C_i)}{\lambda(T_f - T_i)}. \quad (3b)$$

여기서, T_i 와 C_i 는 기준 온도 및 기준 수분 집중도를 의미하고, T_f 는 최종적인 평형 온도를 의미한

다. 온도와 수분 집중도에 대한 경계조건 및 초기조건은 다음과 같이 주어진다.

$$T^*(r_i, t)=1, \quad t>0, \quad i=1,2, \quad (4a)$$

$$C^*(r_i, t)=0, \quad t>0, \quad i=1,2, \quad (4b)$$

$$T^*(r, 0)=0, \quad r_1 < r < r_2, \quad (4c)$$

$$C^*(r, 0)=0, \quad r_1 < r < r_2. \quad (4d)$$

무차원 온도 T^* 와 수분집중도 C^* 가 연성된 식(2)의 T^* 와 C^* 에 대한 해를 구하기 위해서 식(2)를 연성되지 않은 두 개의 식으로 변환하는 것이 효과적이다. 따라서 식(2)를 연성되지 않은 두 개의 식으로 표현하기 위해서는 식(2a)에 매개변수 S_1 을 곱한 후 (2b)와 합해서 한 개의 변수로 이루어진 편미분 방정식으로 유도하고, 같은 방법으로 식(2a)에 매개변수 $-S_2$ 를 곱한 후 (2b)와 합해서 다른 한 개의 변수로 이루어진 편미분 방정식으로 유도한다. 이렇게 유도되어진 두 개의 편미분 방정식은 다음과 같다[1].

$$\frac{\partial^2 y_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial y_1}{\partial r} = d_1^2 \frac{\partial y_1}{\partial t}, \quad (5a)$$

$$\frac{\partial^2 y_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial y_2}{\partial r} = d_2^2 \frac{\partial y_2}{\partial t}, \quad (5b)$$

여기서, $d_1^2 = (S_1 - 1)/LS_1 = (1 - S_1 \nu \lambda)/D$, $d_2^2 = (S_2 - 1)/LS_2 = (1 - S_2 \nu \lambda)/D$ 로 정의되며, 변수 y_1 과 y_2 는 다음과 같이 표현된다.

$$y_1 = S_1 L T^* + D C^*, \quad (6a)$$

$$y_2 = -LS_2 T^* + D C^*. \quad (6b)$$

위의 식에서 사용된 S_1 및 $-S_2$, 은 식(2)를 (5)로 변환하기 위해 사용한 수학적 매개변수이다. 변수 y_1

과 y_2 로 이루어진 각각의 편미분 방정식(5)에 변수분리법을 사용하고 경계 및 초기 조건을 대입하여 풀면 그 해는 다음과 같다.

$$y_1 = -\pi L S_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[J_0(\lambda_n r_1) - J_0(\lambda_n r_2)]}{J_0^2(\lambda_n r_1) - J_0^2(\lambda_n r_2)} \cdot J_0(\lambda_n r) D_0(\lambda_n r) e^{-\lambda_n^2 t / d_1^2} + L S_1, \quad (7a)$$

$$y_2 = \pi L S_2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[J_0(\lambda_n r_1) - J_0(\lambda_n r_2)]}{J_0^2(\lambda_n r_1) - J_0^2(\lambda_n r_2)} \cdot J_0(\lambda_n r) D_0(\lambda_n r) e^{-\lambda_n^2 t / d_2^2} - L S_2. \quad (7b)$$

식(6)을 연립해서 풀면 무차원 온도 T^* 와 무차원 수분집중도 C^* 에 대한 y_1 과 y_2 표현식을 구할 수 있다. 구해진 무차원 온도 T^* 와 무차원 수분집중도 C^* 에 대한 y_1 과 y_2 표현식에 식(5)의 y_1 과 y_2 해(7)를 대입하면, 다음과 같은 무차원 온도분포 및 무차원 수분집중도의 분포에 관한 식을 얻을 수 있다.

$$T^* = 1 - \frac{\pi}{S_1 + S_2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[J_0(\lambda_n r_1) - J_0(\lambda_n r_2)]}{J_0^2(\lambda_n r_1) - J_0^2(\lambda_n r_2)} J_0(\lambda_n r) \cdot D_0(\lambda_n r) (S_1 e^{-\lambda_n^2 t / d_1^2} + S_2 e^{-\lambda_n^2 t / d_2^2}), \quad (8a)$$

$$C^* = \frac{\pi L S_1 S_2}{D(S_1 + S_2)} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[J_0(\lambda_n r_1) - J_0(\lambda_n r_2)]}{J_0^2(\lambda_n r_1) - J_0^2(\lambda_n r_2)} J_0(\lambda_n r) \cdot D_0(\lambda_n r) (-e^{-\lambda_n^2 t / d_1^2} + e^{-\lambda_n^2 t / d_2^2}). \quad (8b)$$

여기서, $D_0(\lambda_n r) = J_0(\lambda_n r) Y_0(\lambda_n r_2) - J_0(\lambda_n r_2) Y_0(\lambda_n r)$, $n=1, 2, 3, \dots, \infty$ 이며, λ_n 은 $D_0(\lambda_n r_1) = 0$ 을 만족하는 근(roots)이고, J_0 와 Y_0 는 Bessel 함수를 의미한다.

(2) 직교이방성 구조물의 탄성방정식

온도 및 수분변화는 일반적인 수직 변형률과 선형 관계를 이루지만 전단변형률(shear strain)과 무관하다. 따라서, 온도 및 수분 변화를 포함한 직교이방성물질의 구성방정식(constitutive equation)은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{\theta z} \\ \tau_{rz} \\ \tau_{r\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_{rr} - \alpha_r \Delta T - \beta_r \Delta C \\ \epsilon_{\theta\theta} - \alpha_\theta \Delta T - \beta_\theta \Delta C \\ \epsilon_{zz} - \alpha_z \Delta T - \beta_z \Delta C \\ \gamma_{\theta z} \\ \gamma_{rz} \\ \gamma_{r\theta} \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서, 1은 r 방향, 2는 θ 방향, 3는 z 방향을 각각 나타낸다. 또한, C_{ij} 는 물질의 탄성계수를 나타내며 α_i 는 열팽창계수(thermal expansion coefficient)를, β_i 는 수분확산계수(moisture expansion coefficient)를 각각 의미하고, $\Delta T = T - T_i$, $\Delta C = C - C_i$ 로 정의된다.

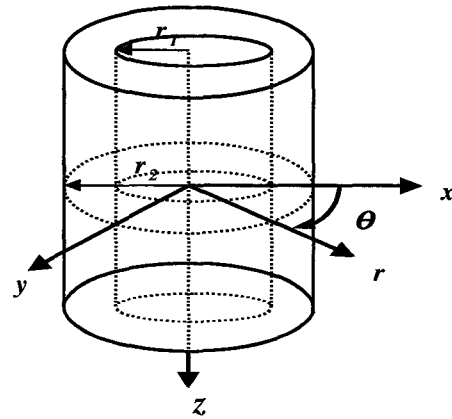
원통에 가해지는 하중조건이 축대칭이고 구조물의 기하학적 형태가 대칭이므로 변형과 변형률이 원주방향의 위치(θ)에 따라 변화하지 않는다. 또한, 온도변화가 z 축 방향에 대해 일정하고 평면변형률 조건이라고 가정하면, 변위와 변형률 관계는 다음과 같이 간단하게 정의된다.

$$\epsilon_{rr} = \frac{dU(r,t)}{dr}, \epsilon_{\theta\theta} = \frac{U(r,t)}{r}, \epsilon_{zz} = 0, \gamma_{\theta z} = \gamma_{rz} = \gamma_{r\theta} = 0. \quad (10)$$

여기서, $U(r,t)$ 는 원통의 직경방향 변형에 의한 변위를 나타낸다.

자체 하중이 작용하지 않는 경우에 가정된 조건하에서 그림 1과 같이 표현된 원통의 평형방정식은 다음과 같은 식으로 얻어진다.

$$\frac{\partial \sigma_{rr}(r,t)}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr}(r,t) - \sigma_{\theta\theta}(r,t)}{r} = 0. \quad (11)$$



(그림 1) 원통좌표계

3. 지배 방정식과 해법

지배방정식을 구하기 위해 식(3)과 (9)-(11)을 이용하면 직경 방향의 변위 $U(r,t)$ 에 대한 미분방정식을 얻을 수 있으며, 그 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & C_{11} \left[\frac{\partial^2 U(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U(r,t)}{\partial r} \right] \\ & - \frac{C_{22}}{r^2} U(r,t) \\ & = a_1 \frac{\partial T^*}{\partial r} + a_2 \frac{T^*}{r} + f_1 \frac{\partial C^*}{\partial r} + f_2 \frac{C^*}{r}. \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 사용된 변수들은 각각 다음과 같이 정의된다.

$$q_1 = (T_f - T_i) \cdot (C_{11}\alpha_r + C_{12}\alpha_\theta + C_{13}\alpha_z), \quad (13a)$$

$$q_2 = (T_f - T_i)[(C_{11} - C_{21})\alpha_r + (C_{12} - C_{22})\alpha_\theta + (C_{13} - C_{23})\alpha_z], \quad (13b)$$

$$f_1 = \lambda(T_f - T_i) \cdot (C_{11}\beta_r + C_{12}\beta_\theta + C_{13}\beta_z), \quad (13c)$$

$$f_2 = \lambda(T_f - T_i)[(C_{11} - C_{21})\beta_r + (C_{12} - C_{22})\beta_\theta + (C_{13} - C_{23})\beta_z]. \quad (13d)$$

변위 $U(r, t)$ 에 대한 편미분 방정식(12)을 풀어 변위 $U(r, t)$ 해를 구하기 위해서 무차원 온도 T^* 와 무차원 수분 집중도 C^* 해를 식(12)에 대입하고 정리하면 Bessel 함수를 포함하는 비제차 항을 갖게될 것이다. 비제차항의 Bessel 함수를 직경방향 위치(r)에 대한 멱급수 형태로 바꾸어 주면 선형 흡습열탄성론의 가정 하에 중첩의 원리를 이용함으로써 직경방향의 변위 $U(r, t)$ 를 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$U(r, t) = U_0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\lambda_n^2 t/d_1^2} U_{1n}(r) + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\lambda_n^2 t/d_2^2} U_{2n}(r). \quad (14)$$

위의 식을 지배방정식에 대입하면, 직경방향 위치만의 함수인 $U_0(r)$, $U_{1n}(r)$ 과 $U_{2n}(r)$ 을 변수로 하는 3개의 비제차 미분방정식과 그에 관련된 경계 조건들이 얻어진다. 이들은 비제차 상미분방정식이므로 어렵지 않게 해를 구할 수 있다. 식(12)에 대한 제차 미분방정식의 일반해는 다음과 같다.

$$U(r)_h = Q_1 r^{e_1} + Q_2 r^{e_2}. \quad (15)$$

여기서, $e_1 = \sqrt{C_{22}/C_{11}}$, $e_2 = -\sqrt{C_{22}/C_{11}}$ 으로 정의되며, Q_1 과 Q_2 는 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$Q_i = Q_{i0} + \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\lambda_n^2 t/d_i^2} Q_{in} + \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\lambda_n^2 t/d_i^2} Q_{im}, \quad (i=1,2). \quad (16)$$

위 식(16)에서 0 은 $U_0(r)$ 에서의 계수를 의미하고, n 과 m 은 각각 $U_{1n}(r)$ 과 $U_{2n}(r)$ 에 대한 계수를 의미한다. 식(12)의 비제차 항으로부터 함수 $U_0(r)$, $U_{1n}(r)$ 과 $U_{2n}(r)$ 에 대한 비제차 미분방정식 특해는 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$U_0(r)_p = Mr, \quad (17a)$$

$$U_{1n}(r)_p = \sum_{k=0}^{\infty} \{ A_1 r^{2k+3} + B_1 r^{2k+3} \ln\left(\frac{\lambda_n r}{2}\right) + E_1 r^{2k+3} + G_1 r^{2k+1} \ln\left(\frac{\lambda_n r}{2}\right) \} + F_1 r, \quad (17b)$$

$$U_{2n}(r)_p = \sum_{k=0}^{\infty} \{ A_2 r^{2k+3} + B_2 r^{2k+3} \ln\left(\frac{\lambda_n r}{2}\right) + E_2 r^{2k+3} + G_2 r^{2k+1} \ln\left(\frac{\lambda_n r}{2}\right) \} + F_2 r. \quad (17c)$$

여기서, 식(17)을 각각의 비제차 미분방정식에 대입 후 계수를 비교하면 특해의 미정계수를 구할 수 있으며, 비제차 상미분방정식에서의 $U_0(r)$, $U_{1n}(r)$ 과 $U_{2n}(r)$ 에 대한 해는 제차 미분방정식 일반해와 비제차 미분방정식 특해의 합으로 나타낸다. 따라서 각각의 해는 다음과 같이 정의된다.

$$U_0(r) = Q_{10} r^{e_1} + Q_{20} r^{e_2} + U_0(r)_p, \quad (18a)$$

$$U_{1n}(r) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\lambda_n^2 t/d_1^2} [Q_{1n} r^{e_1} + Q_{2n} r^{e_2}$$

$$+ U_{1n}(r)_p], \quad (18b)$$

$$U_{2n}(r) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\lambda_n^2 t/d^2} [Q_{1n} r^{e_1} + Q_{2n} r^{e_2} + U_{2n}(r)_p]. \quad (18c)$$

위에서 구해진 해(18)에서 미정계수를 구하기 위해서는 경계조건이 요구된다. 원통 표면에 작용하는 외력이 존재하지 않는다고 가정하면 스스로 사라지지 않는 직경방향의 조건만이 남게된다. 따라서, 원통 표면에서의 응력상태는 다음의 경계조건들이 만족되어야 한다.

$$\sigma_{rr}(r_i, t) = 0, \quad r_i = r_1, r_2. \quad (19)$$

구해진 해 $U(r, t)$ 를 식(9)와 식(10)을 이용하여 경계조건식(19)에 적용하면 다음과 같이 분리된 경계조건식이 구해진다.

$$C_{11} U_0(r), r + C_{12} \frac{U_0(r)}{r} - q_1 = 0. \quad (20a)$$

$$C_{11} U_{1n}(r), r + C_{12} \frac{U_{1n}(r)}{r} = 0. \quad (20b)$$

$$C_{11} U_{2n}(r), r + C_{12} \frac{U_{2n}(r)}{r} = 0. \quad (20c)$$

따라서 위에서 구해진 각각의 경계조건(20)에 r_1 과 r_2 를 대입하면, 각 경계조건에 대한 2개의 방정식이 생기므로 연립해서 풀면, 변위에 대한 제차 일반해인 식(16)에서의 미정계수 Q_{i0} , Q_{in} 및 Q_{im} 을 구할 수 있다.

최종적으로 구하고자하는 습열환경 하에서 속이 빈 원통에 작용하는 습열응력은 구성방정식(9)에 변위와 변형률 관계식(10)을 이용하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sigma_{rr} = C_{11} U(r, t), r + C_{12} \frac{U(r, t)}{r}$$

$$- q_1 T^* - f_1 C^*, \quad (21a)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = C_{11} U(r, t), r + C_{12} \frac{U(r, t)}{r} - q_3 T^* - f_3 C^*, \quad (21b)$$

$$\sigma_{zz} = C_{11} U(r, t), r + C_{12} \frac{U(r, t)}{r} - q_4 T^* - f_4 C^*. \quad (21c)$$

여기서, q_3, q_4, f_3, f_4 는 다음과 같다.

$$q_3 = (T_f - T_i) (C_{21} \alpha_r + C_{22} \alpha_\theta + C_{23} \alpha_z), \quad (22a)$$

$$q_4 = (T_f - T_i) (C_{31} \alpha_r + C_{32} \alpha_\theta + C_{33} \alpha_z), \quad (22b)$$

$$f_3 = \lambda (T_f - T_i) (C_{21} \beta_r + C_{22} \beta_\theta + C_{23} \beta_z) \quad (22c)$$

$$f_4 = \lambda (T_f - T_i) (C_{31} \beta_r + C_{32} \beta_\theta + C_{33} \beta_z) \quad (22d)$$

4. 결과 및 검토

본 연구에서 구한 해석 해의 타당성을 확인하기 위해 다음의 원통형 직교이방성 복합재료 물성치 및 온도조건을 사용하여 수치계산을 수행하였다[2-4]. 수치계산은 Matlab에서 이루어졌다. 원통은 중심에서 내부 표면까지의 거리가 $r_1=20\text{mm}$, 외부표면까지의 거리가 $r_2=40\text{mm}$ 이다. 또한, 재료의 특성을 나타내는 물리적 변수들은 $D=1.38\text{cm}^2/\text{hr}$, $L=21.67 \text{ cm}^2/\text{hr}$, $\lambda = 0.097 \times 10^{-3}\text{g}/\text{cm}^3 \text{ }^\circ\text{C}$, $\nu = 2.103 \times 10^3\text{cm}^3 \text{ }^\circ\text{C}/\text{g}$ 이다. 열팽창계수와 수분확산계수는 다음과 같이 주어진다.

$$\alpha_r = 40 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}, \quad \alpha_\theta = 10 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C},$$

$$\alpha_z = 40 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}, \beta_r = 6.67 \times 10^{-3} / \%,$$

$$\beta_\theta = 0, \beta_z = 6.67 \times 10^{-3} / \%$$

필라멘트가 감겨진 glass/epoxy 복합재의 탄성계수 및 프와송의 비들은 각각의 방향에서 다음과 같은 값들을 사용하였다.

$$E_1 = 9.9\text{Gpa}, E_2 \nu_{23} = 140\text{Gpa}, E_3 = 9.1\text{Gpa},$$

$$\nu_{12} = 0.020, \nu_{13} = 0.30, \nu_{31} = 0.49.$$

위에서 제시된 물성치들을 이용하여 계산된 결과는 구조물의 반응 특성을 파악하기 쉽도록 하기 위해서 반경 r 과 시간 t 를 무차원화한 무차원 반경 및 시간, $r^* = \frac{r}{r_1}, t^* = \frac{Lt}{r_1^2}$ 를 사용하여 그림으로 나타내었다. 그림 2는 무차원 반경 r^* 에 대한 무차원 온도 T^* 분포를 나타낸 것이다. 이 그림에서 무차원 시간 t^* 가 증가할수록 무차원 반경 r^* 에 대한 무차원 온도 분포 T^* 가 정상상태 값인 1에 수렴하는 경향을 보여주고 있다. 이는 초기에 원통의 표면에 온도변화가 빠르게 전달되며 이후 점차 안쪽으로 진행되고 있음을 의미하는 것이다.

그림 3은 무차원 반경 r^* 에 대한 무차원 수분집중도 C^* 의 분포를 나타낸 그림이다. 원통 표면에 근접한 부위에서 무차원 수분집중도 C^* 는 무차원 시간 t^* 가 증가할수록 감소하는 경향을 보이고 있으며, 원통의 두께 중심부위에서 무차원 수분집중도 C^* 는 무차원 시간 t^* 가 0.32까지 커질수록 증가하다가 그 이후에는 감소하여 초기조건과 같은 분포상태가 되는 것이다.

그림 4는 직교이방성 재료에서 무차원 반경 r^* 에 대한 변위 $U(r, t)$ 분포를 나타낸 것이다. 이 그림은

초기에는 변위분포가 과도적(transient)현상을 나타내나 무차원 시간 t^* 가 증가할수록 직경 방향의 변위 $U(r, t)$ 가 직선적으로 변화하는 경향을 보여준다. 이는 변위분포가 정상상태 값에 도달해가고 있음을 의미한다. 그림 5는 등방성 재료에서 흡습열 분포 변화에 의해 야기되는 무차원 변위분포 $U^*(r, t)$ 를 나타낸 것이다. 변위 전체의 변화 형태는 같지만 각 시간에서의 변화는 직교이방성의 경우에 변화율이 약간 증가하는 것을 볼 수 있다. 그러나, 두 경우 모두 $t^* = 0.6$ 이상에서 정상상태의 값에 도달됨을 알 수 있다.

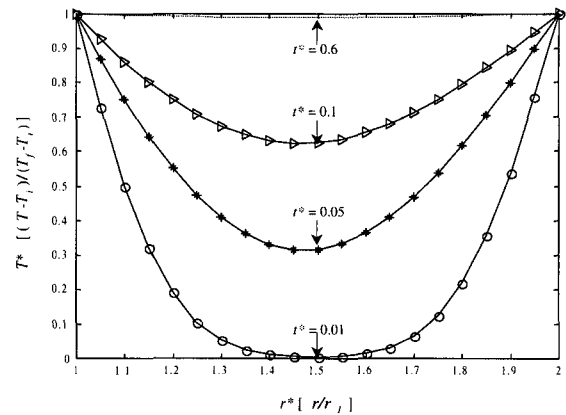
그림 6은 무차원 반경 r^* 에 대한 직경 방향의 응력 $\sigma_{rr}(r, t)$ 의 분포를 나타낸 것이다. 응력 σ_{rr} 은 초기에 원통 내외 부근에서 압축 응력이 나타나고 외피 부근에서는 인장 응력이 나타나는 경향을 보이거나 무차원 시간 t^* 가 증가할수록 모든 무차원 반경 r^* 에서 정상상태에 도달하면서 압축응력만 발생하는 과도적 반응현상의 진행상태를 잘 보여주고 있다. 정상상태의 분포는 다른 참고문헌[2]의 분포형태와 거의 같은 형태임을 알 수 있다. 그림 7은 등방성 원통에서의 직경 방향 응력의 분포를 나타낸 것이다. 이 그림에서 직교이방성의 경우와 다르게 모든 시간에서의 응력분포가 유사대칭성을 보인다. 그러나 초기 응력 분포형태가 서로 유사하지만, 시간이 경과함에 따라 그림 6과 아주 달라져 인장과 압축이 동시에 나타나고 있음은 주목할만하다.

그림 8은 무차원 반경 r^* 에 대한 원주방향 응력 $\sigma_{\theta\theta}$ 분포를 나타낸 것이다. 응력 $\sigma_{\theta\theta}$ 는 초기에 원통 표면에 인접한 부위에서는 압축 응력이 나타나는데 이는 과도적 반응이며, 시간이 증가하면서 원통 내부 표면에서는 압축 응력이 외피에서는 인장응력이 작용하게 됨을 알 수 있다. 원통에 작용하는 최대응력은 원주방향의 응력으로 원통의 내부표면에서 반응 초기

에 발생하고 있으며 정상상태 값의 두 배가 넘는다. 그림 9는 등방성 원통의 원주방향 응력의 두께에 대한 분포를 나타낸 것이다. 이 그림에서 초기 시간동안 흡습열에 의한 원통의 경계면에서 매우 큰 응력경계층이 형성되고 있으며 이러한 현상은 시간이 경과하면서 점차 사라지게 됨을 잘 보여주고 있다. 그림 8과 그림 9를 비교하면 응력분포가 초기시간동안에는 유사하게 대칭성 분포를 보이거나 시간이 경과하여 $t^* = 0.6$ 에 도달하면 전혀 다른 분포를 보이는 것은 특이할만한 현상이다.

그림 10은 무차원 반경 r^* 에 대한 원통의 z 축방향 응력 σ_{zz} 분포를 나타낸 것이다. 응력 σ_{zz} 는 초기에 원통표면 부위에서는 압축응력이 나타나고, 두께중심 부위에서는 인장응력이 나타나는 경향을 보이다가 무차원 시간 t^* 가 증가하면 직선적 응력분포를 나타내고 있다. 그림 11은 등방성 원통에서 무차원 반경 r^* 에 대한 원통의 z 축방향 응력 σ_{zz} 분포를 나타낸 것이다. 초기에는 원통의 벽에서만 큰 변화를 보이거나 시간이 경과하면서 원통두께의 중간지점으로 확대되고 있음을 알 수 있다. 또한 이 방향의 응력 분포 역시 원통 두께의 중심에 대해 대칭성을 보여주고 있다.

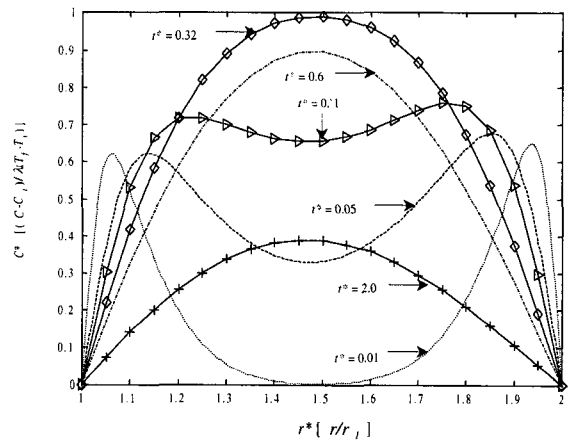
그림 12는 직교이방성 원통에서 무차원 시간 t^* 에 대한 원통의 직경방향 변위 $U(r,t)$ 의 변화를 나타낸 것이다. 이 그림에서는 직경방향 변위 $U(r,t)$ 가 원통 외부표면으로 갈수록 증가하며 점차 일정한 크기의 정상상태 값에 도달함을 보여준다. 이러한 현상은 그림 4에서도 관찰할 수 있다. 그림 13은 직교이방성 원통에서 무차원 시간 t^* 에 대한 원통의 직경방향 응력 σ_{rr} 의 변화를 여러위치에서 나타낸 것이다. 이 그림에서는 직경방향 응력 σ_{rr} 이 외부표면 쪽으로 갈수록 인장에서 압축응력상태로 변화하고 내부표면 근처에서는 압축응력이 정상상태로 변화하고 있음을 보여준



(그림 2) 원통구조물에서 무차원 반경 r^* 에 대한 무차원 온도 T^* 의 분포

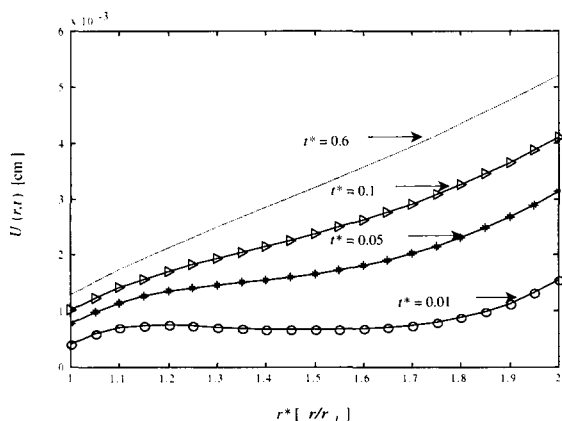
다. 이 그림의 결과는 그림 7의 결과로 확인할 수 있으며 잘 일치됨을 알 수 있다.

지금까지의 결과를 정리하면, 흡습열 변화에 따른 직교이방성 복합재 구조물의 거동은 물질의 이방성 특성으로 인하여 시간에 따라 다르게 거동하고 있음을 알 수 있다. 직교이방성 원통 구조물에 대한 흡습열 응력 및 변위는 시간이 지나면서 일정한 값에 수렴하는 것을 알 수 있다. 또한, 흡습열의 시간적 변화에

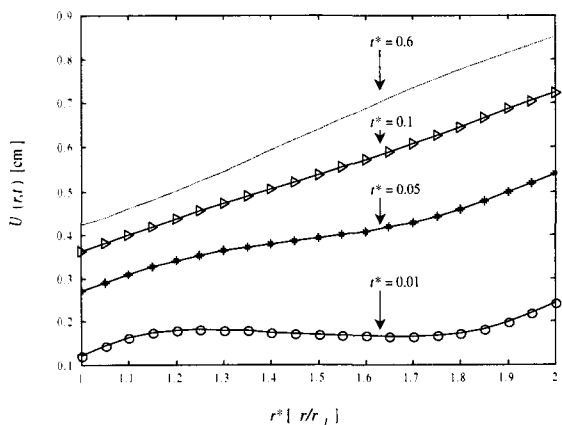


(그림 3) 무차원 반경 r^* 에 대한 무차원 수분 집중도 C^* 의 분포

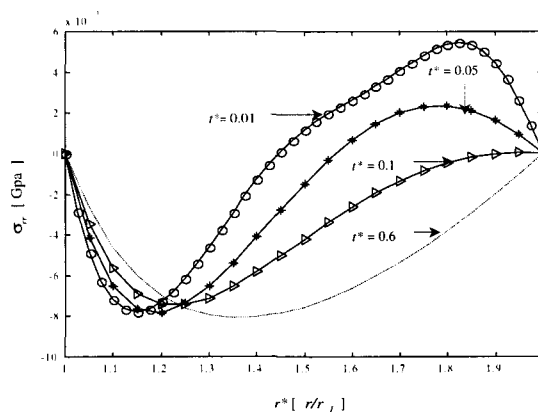
의하여 원통 벽에서 응력 분포가 계속적으로 변화되고 있다. 이러한 과도적 특성은 위의 그림들에서 보듯이 정상상태에 도달하기 이전에 정상상태의 값들과 매우 다른 심한 응력분포의 변화를 야기하므로 구조물 내에서 심각한 영향을 미칠 수 있다. 그러므로, 흡습열 분포의 시간에 따른 변화로 인한 응력의 과도적 특성에 대한 분석도 이러한 환경에서 운용되는 구조물에 대해서는 매우 중요해지게 된다.



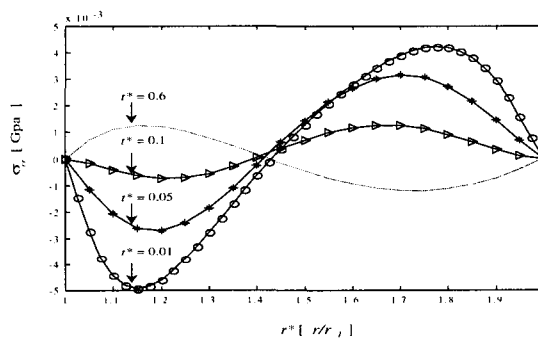
[그림 4] 무차원 반경 r^* 에 대한 변위 $U(r,t)$ 의 분포



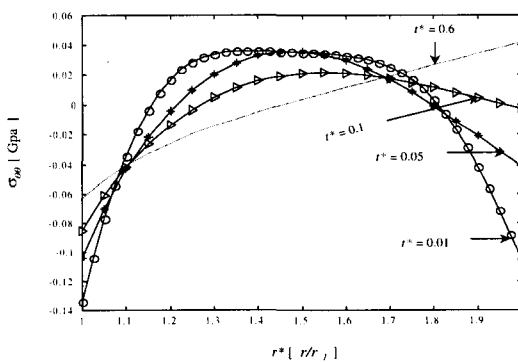
[그림 5] 등방성 원통구조물에서 무차원 반경 r^* 에 대한 무차원 변위 $U(r,t)$ 의 분포



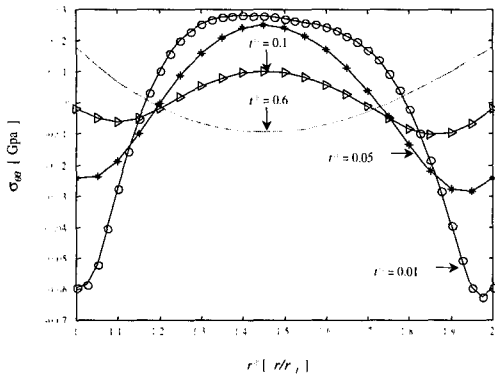
[그림 6] 무차원 반경 r^* 에 대한 직경방향 응력 σ_{rr} 의 분포



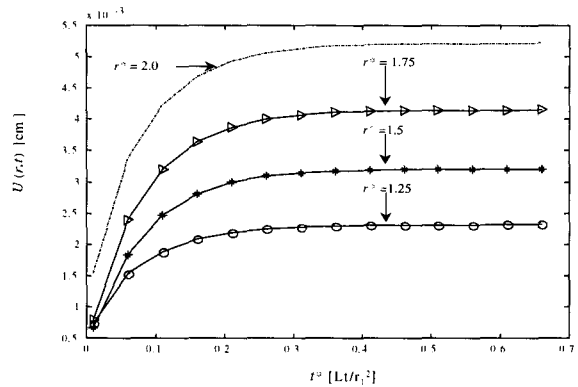
[그림 7] 등방성 원통구조물에서 무차원 반경 r^* 에 대한 직경방향 응력 σ_{rr} 의 분포



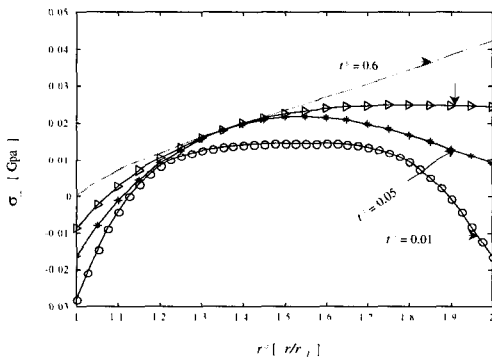
[그림 8] 무차원 반경 r^* 에 대한 원주방향응력 $\sigma_{\theta\theta}$ 의 분포



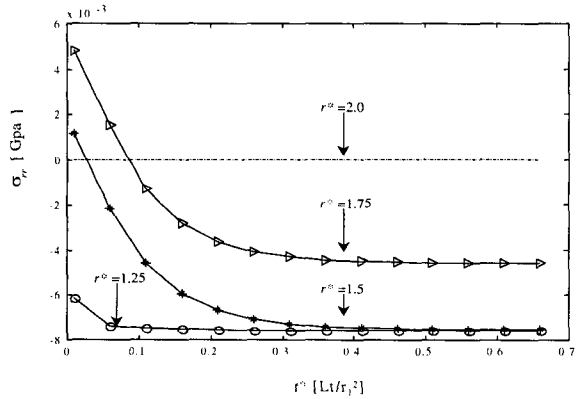
[그림 9] 등방성 원통구조물에서 무차원 반경 r^* 에 대한 원주방향 응력 $\sigma_{\theta\theta}$ 의 분포



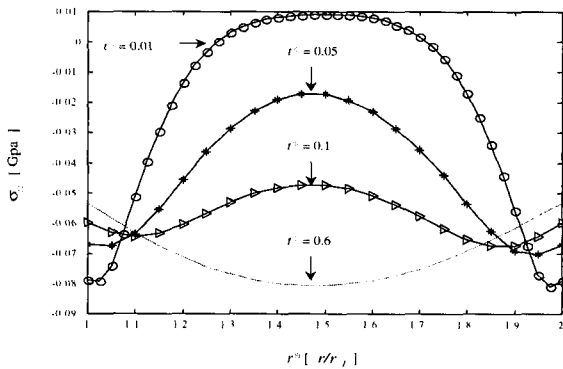
[그림 12] 무차원 시간 t^* 에 대한 변위 $U(r,t)$ 의 변화



[그림 10] 무차원 반경 r^* 에 대한 z축방향 응력 σ_{zz} 의 분포



[그림 13] 무차원 시간 t^* 에 대한 직경방향 응력 σ_r 의 변화



[그림 11] 등방성 원통구조물에서 무차원 반경 r^* 에 대한 z축방향응력 σ_{zz} 의 분포

5. 맺음말

본 연구는 선형 흡습열탄성론에 근거하여 수분이 존재하고 온도가 변화하는 환경 하에 놓여있는 직교이방성 원통형 복합재 구조물의 반응특성을 분석하기 위해 이루어졌으며 얻어진 결론은 다음과 같다.

첫째, 등방성의 경우처럼 직교이방성 원통의 온도 및 수분집중도 분포는 열팽창계수, 수분확산계수 및 탄성계수 등의 재료특성에 의존하지 않는다.

둘째, 직교이방성 원통에서 최대응력은 거동 초기

에 원통의 내부 표면에서 발생하며 원주방향의 압축 응력이다. 응력의 크기는 등방성의 경우에 비해서 크게 증가하였다.

셋째, 직교이방성 원통의 거동과 등방성 원통의 응력 거동은 초기에는 비슷하나, 시간이 지나면서 등방성 원통의 것과 아주 다른 분포로 나타나고 있다. 이는 직교이방성 재료가 등방성 재료와는 다르게 변형이 방향성을 갖음으로써 생기는 결과이다.

마지막으로, 본 논문의 결과는 원통의 두께에 대한 가정을 하지 않았으며, 해석적 기법에 의한 완전해 (closed form solution)이므로 근사해법이나 수치적 해법 등에 의한 결과와 비교될 수 있는 기준으로 사용될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

1. Chang, W. J., Chen, T. C., and Weng, C. I., 1991, "Transient Hygrothermal Stresses in an Infinitely Long Annular Cylinder : Coupling of Heat and Moisture", *Journal of Thermal Stresses*, pp.439-445.
2. Kardomateas, G. A., 1989, "Transient Thermal Stresses in Cylindrically Orthotropic Composite Tubes", *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol.56, pp.411-417.
3. Kardomateas, G. A., Chung, C. B., 1994, "Boundary Layer Transient Hygroscopic Stresses in Orthotropic Thick Shells Under External Pressure", *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol.61, pp.161-168.
4. Sih, G. C., Michopoulos, J. G., and Chou, S. C., 1986, "Hygrothermoelasticity", Kluwer Academic Publishers.
5. Cho, H., Kardomateas, G. A., and Valle, C. S., 1998, "Elastodynamic Solution for the Thermal Shock Stresses in an Orthotropic Thick Cylindrical Shell", *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol.65, pp.184-193.
6. 신근용, 조환기, 1998, "항공기 동체 구조물에서의 과도적 습열응력해석", 한국군사과학기술학회 논문 발표집.