

열하중을 받는 복합적층 원통형 패널의 좌굴후 거동 및 진동해석

Postbuckling and Vibration Analysis of Cylindrical Composite Panel subject to Thermal Loads

오 일 권* 이 인**
Oh, Il-Kwon, Lee, In

요 약

유한요소기법을 적용하여 열하중을 받는 원통형 복합적층 패널의 좌굴후 거동해석 및 진동 특성을 연구하였다. 열적 대변형을 고려하기 위해 층별변위장이론을 바탕으로 한 von-Karman 비선형 변위-변형을 관계식을 적용하였다. 원통형 패널의 스냅핑 현상을 해석하기 위해서 원통형 호길이법이 사용되었다. 원통형 패널의 두께비, shallowness angle 그리고 경계조건 등 여러 가지 구조 파라미터에 따라 열적 스냅핑과 진동 특성을 고찰하였다. 열적 스냅핑 특성이 정적인 변형뿐만 아니라 진동 모드 형상 및 순서를 변화시키고 있음을 보여준다.

ABSTRACT

The thermal postbuckling and vibration characteristics of cylindrical composite panel subject to thermal loads are analyzed using finite elements. The von-Karman nonlinear displacement-strain relation based on the layerwise theory is applied to consider large deflections due to thermal loads. Cylindrical arc-length method is used to take into account the snapping phenomena. Thermal snapping and vibration characteristics are investigated for various structural parameters such as thickness ratio, shallowness angle and boundary conditions. The present results show that thermal snapping changes the mode shapes as well as static deformations.

주요기술용어 : Thermal Postbuckling(열적 좌굴후거동), Vibration(진동), Cylindrical Composite Panel(원통형 복합적층 패널), Snapping(스냅핑), Layerwise The(층별변위장이론)

1. 머리말

차세대 고성능 비행체나 로켓 및 발사체의 구조물

은 고속공기흐름에 의한 극심한 공기력뿐만 아니라 고온환경에 놓이게 된다. 이런 공기력과 열하중은 구조물의 정적불안정 거동인 좌굴과 동적 불안정 거동인 플러터를 유발할 수 있다. 특히, 비행체의 표면과 발사체 동체의 구조요소인 곡률이 있는 패널의 경우

* 한국과학기술원 항공우주공학과 박사과정

** 한국과학기술원 항공우주공학과 교수

는 기하학적인 형상의 복잡성과 결부되어 아주 복잡한 거동 특성을 보이는 것으로 알려져 왔다.

구조물의 좌굴후 거동특성을 살펴보면, 보와 평판의 경우 좌굴 이후 지지 하중의 감소가 없는 안정 좌굴(stable buckling)을 보이지만 곡률을 갖는 구조는 지지하중이 급격히 감소하는 불안정 좌굴(unstable buckling) 특성을 갖는다. 원통형 패널과 셸의 좌굴후 거동에서는 평판과는 달리 횡방향 하중이 작용하는 경우는 스냅스루(snap-through)가 축방향 압축력이 작용하는 경우는 스냅백(snap-back) 현상이 일어난다. 스냅핑 현상은 구조물의 탄성 에너지가 운동에너지 형태로 전환되는 것이라 볼 수 있다. 본 연구에서는 스냅핑 현상을 해석하기 위해, 하중과 변위를 함께 제어하는 호길이(arc-length)법^(1,2)을 적용하였다.

열응력에 의한 평판 및 셸의 거동해석에 대한 연구는 과거 40 여 년 동안 수행되어 왔으며 고속 비행체의 개발과 더불어 다시 활기를 띠고 있다. 최근에 Yang과 Han⁽³⁾은 고차 삼각요소를 사용하여 면내하중이 작용하는 좌굴된 평판의 미소진동해석과 대진폭진동해석을 수행하였다. Tauchert⁽⁴⁾는 열응력에 의해 유기되는 평판의 좌굴 및 진동해석을 수행하였다. Haung과 Tauchert⁽⁵⁾는 원통형 패널의 열적 변형해석을 수행하였다. Birman과 Birt⁽⁶⁾는 열하중을 받는 평판과 셸의 스냅핑 현상을 유발하는 조건식을 제시하였다. Librescu et al.⁽⁷⁾등은 열하중과 면내하중 및 압력이 작용하는 등방성 평판과 셸의 진동해석을 수행하였다.

평판과 셸의 거동해석에서는 고전셸이론(CST)와 횡전단변형이론(FSDT)등이 주로 사용되어왔다. 하지만 곡률을 갖는 복합적층 패널의 경우 강한 이방성뿐만 아니라 굽힘과 인장의 연성 영향을 효과적으로 고려하기 위해 층별변위장이론(LWT⁽⁸⁾)이 부각되었다. 최근에 Kim과 Chaudhuri⁽⁹⁾는 대변형 해석에서 FSDT와 비교하여 LWT에 의한 변형량 결과가 큰 차이가 남을

보여 주었다.

본 연구에서는 층별변위장이론을 사용하여 열응력에 의한 복합적층 원통형 패널의 좌굴후 거동해석과 진동해석을 수행하였다. 열하중을 받는 원통형 패널의 스냅핑 현상을 규명하였고 다양한 형상에 대한 좌굴후 거동해석을 수행하였다.

2. 지배방정식 및 수치해법

2.1 층별변위장이론

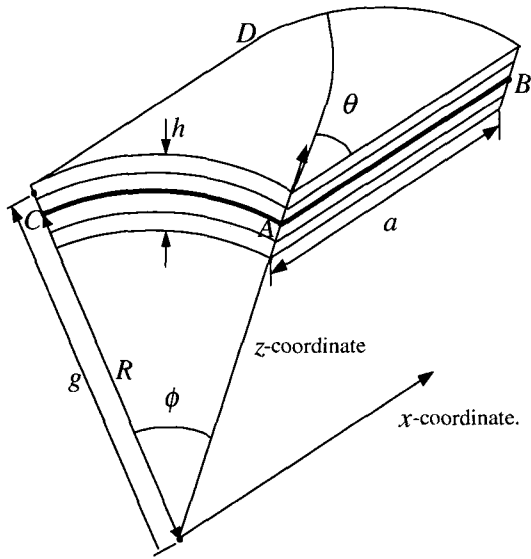
x - ϕ - z 곡면상의 영역에 유한요소 Ω_i 에 대한 변위장(displacement field)은 Reddy⁽⁸⁾의 일반 적층이론(Generalized Laminate Theory)을 이용하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} u(x, \phi, z, t) &= \sum_{j=1}^N U^j(x, \phi, t) \Phi^j(z) \\ v(x, \phi, z, t) &= \sum_{j=1}^N V^j(x, \phi, t) \Phi^j(z) \\ w(x, \phi, z, t) &= W(x, \phi, t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 N_i 는 면내변위들에 대한 두께방향 자유도 수이며 Φ^j 는 보간 함수로써 식 (2)와 같은 선형 보간을 사용하였다.

$$\Phi^j(z) = \begin{cases} 0 & \text{for } z < z_{j-1} \\ \Psi_2^{j-1}(z) = \frac{z - z_{j-1}}{z_j - z_{j-1}} & \text{for } z_{j-1} < z < z_j \\ \Psi_1^j(z) = -\frac{z - z_{j+1}}{z_{j+1} - z_j} & \text{for } z_j < z < z_{j+1} \\ 0 & \text{for } z_{j+1} < z \end{cases} \quad (2)$$

해석할 원통형 셸의 기하학적 형상은 그림 1과 같으며 θ 는 적층각을, R 은 곡률을 의미한다.



(그림 1) Geometry of cylindrical composite panel

열하중에 의한 대변형을 고려하기 위해 다음과 같은 von-Karman 변위-변형률 비선형 관계식을 적용하였다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{11} &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2, & \epsilon_{22} &= \frac{\partial v}{g \partial \phi} + \frac{w}{g} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{g \partial \phi} \right)^2, \\ \gamma_{23} &= \frac{\partial w}{g \partial \phi} + \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{v}{g}, & \gamma_{13} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \\ \gamma_{12} &= \frac{\partial u}{g \partial \phi} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{g \partial \phi} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 변위장 가정에 따라 $\epsilon_{33} \approx 0$ 이며 g 는 원점에서 원통형 패널의 임의의 점까지 반경을 의미한다.

2.2 지배방정식의 유도

열응력이 작용하는 복합적층패널의 응력과 변형률 사이의 구성방정식은 다음과 같다.

$$\{\sigma\}_k = [\bar{Q}]_k (\{\epsilon\}_k - \{\alpha\}_k \Delta T_k) \quad (4)$$

여기서 k 는 k 번째 단층을 의미하며 $[\bar{Q}]$ 는 적층각 θ 에 따른 변환된 강성행렬을, $\{\alpha\}$ 는 변환된 열팽창 계수를 의미한다.

원통형 복합적층 패널의 운동방정식을 구하기 위하여 헤밀톤의 정리를 적용한다.

$$\int_0^T \int_V \{ \sigma_{ij} \cdot \delta \epsilon_{ij} - \rho (\dot{u} \delta \dot{u} + \dot{v} \delta \dot{v} + \dot{w} \delta \dot{w}) \} dV dt \quad (5)$$

식 (5)에 유한요소 Ω_i 에 대해 변위를 형상함수로 보간하여 정리하면 유한요소 운동방정식을 얻을 수 있으며 조합(assembly)과정을 거쳐 다음과 같은 전체 비선형 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + (\mathbf{KL} - \lambda_T \mathbf{K}^{\Delta T} + \frac{1}{2} \mathbf{KN1}(\mathbf{u}) + \frac{1}{3} \mathbf{KN2}(\mathbf{u})) \mathbf{u} = \lambda_T \mathbf{F} \quad (6)$$

여기서 \mathbf{M} 은 질량행렬을, \mathbf{KL} 은 선형강성행렬을, $\mathbf{K}^{\Delta T}$ 는 열응력에 의한 기하강성행렬을, $\mathbf{KN1}(\mathbf{u})$ 는 일차 비선형강성행렬, $\mathbf{KN2}(\mathbf{u})$ 는 이차 비선형강성행렬을, \mathbf{F} 는 열응력에 의한 면내하중을, λ_T 는 열하중 인자를 의미한다.

식 (6)을 이용하여 열적 좌굴후 거동과 좌굴된 패널의 진동해석을 수행하기 위해서 대변형 상태에서 미소진동을 가정($\mathbf{u} = \mathbf{u}_s + \mathbf{u}_d$)하면 다음과 같이 연관된 두 개의 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{q}(\mathbf{u}_s, \lambda_T) &= (\mathbf{KL} + \frac{1}{2} \mathbf{KN1}(\mathbf{u}_s) + \frac{1}{3} \mathbf{KN2}(\mathbf{u}_s)) \mathbf{u}_s \\ &\quad - \lambda_T \mathbf{K}^{\Delta T} \mathbf{u}_s - \lambda_T \mathbf{F} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}_d + (\mathbf{KL} - \lambda_T \mathbf{K}^{\Delta T} + \mathbf{KN1}(\mathbf{u}_s) + \mathbf{KN2}(\mathbf{u}_s)) \mathbf{u}_d = \mathbf{0} \quad (8)$$

여기서 식 (7)은 비선형 정적 평형방정식으로 열응력에 의해 유기되는 대변형을 해석할 수 있는 식이다. 식 (8)은 식 (7)에서 구한 열적 대변형(\mathbf{u}_s) 상태에서 미소 조화진동한다는 가정아래 진동해석을 수행할 수

있는 동적 방정식이다.

2.3 열적 좌굴후 거동 해석기법

원통형 패널의 경우 열하중이 작용하면 스냅핑(snaping)현상이 발생할 수 있으므로 식 (7)을 풀기 위해서 뉴턴-랩슨(Newton-Rhapson)반복법에 원통형 호길이(cylindrical arc-length)법을 적용하였다. 식 (7)의 $i+1$ 번째 반복계산을 위해 선형화 시키면 다음과 같다.

$$\mathbf{q}^{i+1} = \mathbf{q}^i(\mathbf{u}_s^i, \lambda_r^i) + \frac{\partial \mathbf{q}^i}{\partial \mathbf{u}_s} \delta \mathbf{u}_s^{i+1} + \frac{\partial \mathbf{q}^i}{\partial \lambda_r} \delta \lambda_r^{i+1} = \mathbf{0} \quad (9)$$

여기서 식 (9)를 $\delta \mathbf{u}_s^{i+1}$ 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{u}_s^{i+1} &= -\mathbf{K}^{T-1} \mathbf{q}^i(\mathbf{u}_s^i, \lambda_r^i) - \delta \lambda_r^{i+1} \mathbf{K}^{T-1} \frac{\partial \mathbf{q}^i}{\partial \lambda_r} \\ &= \delta \bar{\mathbf{u}}_s^i + \delta \lambda_r^{i+1} \delta \mathbf{u}_{sT}^i \end{aligned} \quad (10)$$

여기서

$$\mathbf{K}^T = \frac{\partial \mathbf{q}^i}{\partial \mathbf{u}_s} = \mathbf{K}\mathbf{L} - \lambda_r^i \mathbf{K}^{\Delta T} + \mathbf{K}\mathbf{N}1(\mathbf{u}_s^i) + \mathbf{K}\mathbf{N}2(\mathbf{u}_s^i)$$

$$\frac{\partial \mathbf{q}^i}{\partial \lambda_r} = -\mathbf{K}^{\Delta T} \mathbf{u}_s^i - \mathbf{F}$$

증분(Δ)량과 미소(δ)량 사이의 변위와 하중의 관계를 나타내면 다음과 같다.

$$\lambda_r^{i+1} = \lambda_r^i + \delta \lambda_r^{i+1}, \quad \Delta \lambda_r^{i+1} = \Delta \lambda_r^i + \delta \lambda_r^{i+1} \quad (11)$$

$$\mathbf{u}_s^{i+1} = \mathbf{u}_s^i + \delta \mathbf{u}_s^{i+1}, \quad \Delta \mathbf{u}_s^{i+1} = \Delta \mathbf{u}_s^i + \delta \mathbf{u}_s^{i+1} \quad (12)$$

식 (10)은 $\delta \mathbf{u}_s^{i+1}$ 과 $\delta \lambda_r^{i+1}$ 가 미지수로써 이를 풀기 위해서는 부가적인 제한식이 필요한데 여기서는 원통형 호길이(Δl)법에 의한 제한식을 사용하였다.

$$\Delta \mathbf{u}_s^{i+1T} \Delta \mathbf{u}_s^{i+1} = \Delta \mathbf{u}_s^{iT} \Delta \mathbf{u}_s^i = \Delta l^2 \quad (13)$$

식 (13)에 식 (10)과 식 (12)를 대입하여 정리하면 $\delta \lambda_r^{i+1}$ 에 대한 다음과 같은 2차방정식을 얻을 수 있다.

$$a_1 \delta \lambda_r^{i+1 2} + a_2 \delta \lambda_r^{i+1} + a_3 = 0 \quad (14)$$

$$\text{여기서 } a_1 = \delta \mathbf{u}_{sT}^{iT} \delta \mathbf{u}_s^i$$

$$a_2 = 2\delta \mathbf{u}_{sT}^{iT} (\Delta \mathbf{u}_s^i + \delta \bar{\mathbf{u}}_s^i)$$

$$a_3 = (\Delta \mathbf{u}_s^i + \delta \bar{\mathbf{u}}_s^i)^T (\Delta \mathbf{u}_s^i + \delta \bar{\mathbf{u}}_s^i) - \Delta l^2$$

식 (14)를 풀게되면 두 근이 나오게 되는데 여기서는 앞선 증분변위($\Delta \mathbf{u}_s^i$)와의 방향차가 작은 값을 주는 근을 택하였다. 식 (14)에서 호길이(Δl)는 초기 증분 하중($\Delta \lambda_r^0$)가 주어졌을 때 다음과 같은 식을 사용하여 결정하였으며 다음 하중증분에서도 일정하게 유지하여 사용하였다.

$$\Delta l = \Delta \lambda_r^0 \sqrt{\delta \mathbf{u}_{sT}^{i0} \delta \mathbf{u}_{sT}^{i0}} \quad (15)$$

전체 반복계산에서 수렴성을 판별하기 위해서 다음과 같은 불평형 변위와 하중 놈(norm)의 수렴판별식을 사용하였다.

$$\frac{\|\delta \mathbf{u}_s^{i+1}\|}{\|\mathbf{u}_s^{i+1}\|} \leq \epsilon_u, \quad \frac{\|\delta \mathbf{q}^{i+1}\|}{\|\mathbf{q}^{i+1}\|} \leq \epsilon_q \quad (16)$$

계산에서 사용된 ϵ_u 와 ϵ_q 는 1.0×10^{-5} 으로 설정하였다.

2.4 열적 대변형을 고려한 진동해석

열적 좌굴후 거동해석에 의해 수렴된 \mathbf{u}_s 를 식 (8)

에 적용하여 대변형 상태에서 미소진동해석을 수행할 수 있다.

$$[KL - \lambda_r K^{AT} + KN1(u_r) + KN2(u_r) - \omega^2 M] \bar{u} = 0 \quad (17)$$

진동해석은 스카이라인(skyline) 부공간반복법을 사용하였으며 스냅핑(snapping)현상이 일어나는 영역에서는 강성행렬값이 non-positive하게 됨으로 이런 영역에서는 해석하지 않고 넘어가도록 하였다. 진동해석 결과에서는 다음과 같은 무차원 진동수를 사용하였다.

$$\Omega^2 = \omega^2 \frac{\rho}{E_2} \frac{a^4}{h^2} \quad (18)$$

열하중이 작용하는 패널의 경우 좌굴점 주위에서 급격히 진동수가 떨어지는 것으로 알려져 있다. 스냅핑 현상은 탄성 에너지가 동적인 운동에너지로 변환되는 것이라 할 수 있는데 이를 위해서는 시간적분법을 이용하여 실제의 동적인 거동해석을 수행하여야 할 것이다.

3. 결과 및 검증

3.1 해석 프로그램의 검증

우선, 개발된 해석 프로그램을 검증하기 위해 hinged-free 경계조건을 갖는 원통형 패널의 스냅핑 거동이 비교되었다. Sabir와 Lock⁽¹⁰⁾의 매우 유명한 문제가 검증에 사용되었다. 사용된 등방성 재료의 물성치와 원통형 패널의 기하학적인 형상은 다음과 같다.

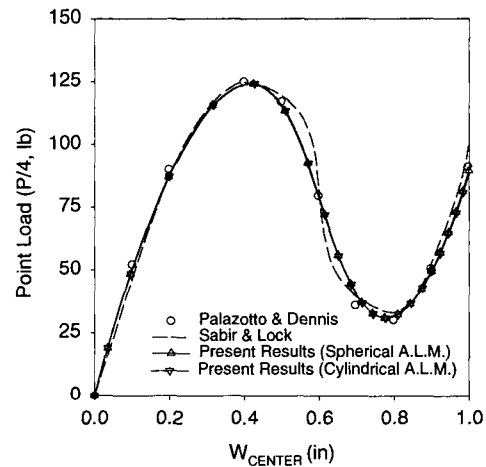
$$E = 4.5 \times 10^5 \text{ psi}, \nu = 0.3, \\ a = 20 \text{ in}, R = 100 \text{ in}, h = 0.5 \text{ in}, \phi = 0.2 \text{ rad} \quad (19)$$

대칭조건을 적용하여, 현재의 검증은 전체유한요소 1/4모델에 대해 9절점 4X6격자가 사용되었다. 층별

변위장에서 힌지(hinge)의 경계조건은 다음과 같다.

$$W = U' = V'' = 0 \quad \text{for } J = 1, N_i \text{ at } \phi = 0, 0.2 \quad (20)$$

여기서 m은 면내자유도에서 중립축에서의 자유도를 의미한다. 그림 2는 층별변위장이론에 원통형 호길 이법을 적용한 현재의 결과가 Sabir⁽¹⁰⁾와 Palazotto⁽¹¹⁾의 결과와 좋은 일치를 보임을 알 수 있다.



(그림 2) The snapping of point loaded cylindrical panel response

층별변위장이론을 바탕으로 von-Karman 변위-변형을 비선형 관계를 적용한 열적 좌굴후 거동해석 프로그램을 검증하기 위해 Huang과 Tauchert⁽⁵⁾의 논문결과와 비교하였다. 해석된 원통형 복합적층 패널의 물성치와 형상은 다음과 같다.

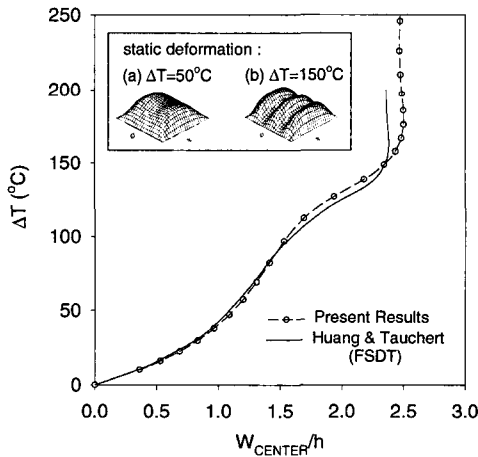
$$E_1 = 138 \text{ GPa}, E_2 = E_3 = 8.28 \text{ GPa}, \\ G_{23} = G_{13} = G_{12} = 6.9 \text{ GPa}, \\ \nu_{23} = 0.373, \nu_{12} = \nu_{13} = 0.33, \rho = 1600 \text{ kg/m}^3 \quad (21) \\ \alpha_1 = 0.18 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}, \alpha_2 = \alpha_3 = 27 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \\ \frac{a}{b(=R\phi)} = 1, \frac{a}{h} = 200, \frac{R}{a} = 5$$

적층은 모두 $\theta=0^\circ$ 인 직교이방성이며 경계조건은 사면 모두 단순지지이다. 현재의 LWT에서 단순지지의 경계조건은 다음과 같다.

$$W = V^J = U^m = 0 \quad \text{for } J=1, N_i \quad \text{at } x=0, a$$

$$W = U^J = V^m = 0 \quad \text{for } J=1, N_i \quad \text{at } R\phi=0, a$$

현재의 LWT에 의한 해석 결과와 FSDT에 의한 Huang의 결과와 비교한 그림은 그림 3과 같다. 비선형성이 작은 구간에서 서로 잘 맞으나 좌굴후 형상이 바뀌면서 비선형성이 강해짐에 따라 횡방향 변형량이 차이가 커짐을 알 수 있다.



(그림 3) Comparison of Thermal postbuckling

3.2 형상 및 경계조건에 따른 거동 특성

원통형 복합적층의 경우에는 평판과는 달리 형상에 따른 열적 좌굴 특성이 다르게 나타난다. 따라서 본 절에서는 두께에 따른 영향, 곡률에 따른 영향, 그리고 경계조건에 따른 영향을 해석하였다. 본 절에서 사용된 복합적층 패널의 물성치는 식 (21)과 같다. 해석에 사용된 적층각은 $[0/90]_s$ 로 4층으로 이루어져 있으며 가로세로비가 같도록 하였다.

우선 두께에 따른 영향을 고려하기 위해 4면 모두 단순지지 경계조건에 대해 회전각을 다음과 같이 고정시켰다.

$$a = b (= R\phi) \quad , \quad \phi = 15 \text{ deg} \quad (22)$$

두께의 조절은 각 단층의 두께(h_i)를 조절하여 각 해석경우에 대해 다음과 같이 설정하였다.

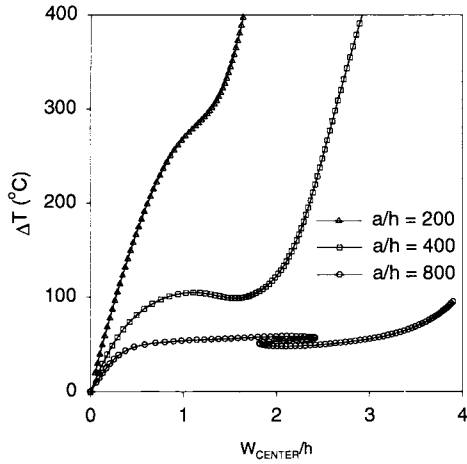
$$(a) \quad h_i = 0.125 \text{ mm} \quad \text{for } \frac{a}{h} = 800$$

$$(b) \quad h_i = 0.250 \text{ mm} \quad \text{for } \frac{a}{h} = 400 \quad (23)$$

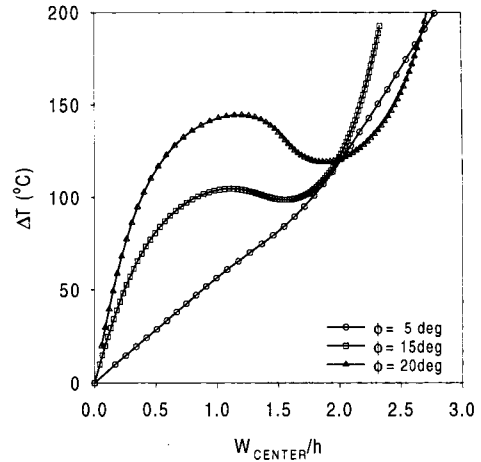
$$(c) \quad h_i = 0.500 \text{ mm} \quad \text{for } \frac{a}{h} = 200$$

그림 4는 두께에 따른 열적 좌굴후 거동해석 결과이다. $a/h=200$ 인 경우는 스냅핑 현상이 일어나지 않는 거동을 보이나 두께가 얇아짐에 따라 지지하중이 감소하는 스냅핑 현상이 유발되어 $a/h=400$ 에서는 스냅스루(snap-through) 현상이 $a/h=800$ 에서는 스냅백(snap-back) 현상이 발생하였다. 따라서 고온환경을 견디는 원통형 패널의 설계에서는 스냅핑 현상을 반드시 고려해야 할 것이다.

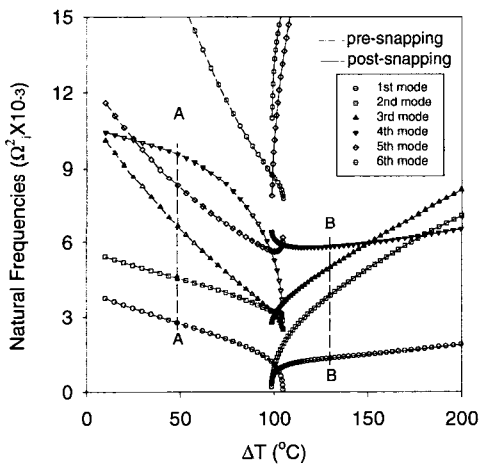
그림 5는 $a/h=400$ 인 경우의 스냅핑 현상을 고려한 진동 특성이다. 스냅핑이 일어나는 구간에서는 강성이 non-positive한 영역이 존재하기 때문에 스냅핑전 그리고 스냅핑후에 대한 진동해석이 수행되었다. 전반적으로 스냅핑 전에는 진동수가 감소하는 경향을 보여준다. 하지만 스냅핑 이후 대변형에 따른 기하학적 비선형 강성의 증가로 인한 강성이 다시 증가함을 알 수 있다. 또한 스냅핑 전후로 첫 번째 모드와 두 번째 모드가 서로 바뀌는 특성을 보인다. 스냅핑 특성은 정적인 변형뿐만 아니라 진동 모드의 변화에도 영향을 미치고 있음을 알 수 있다.



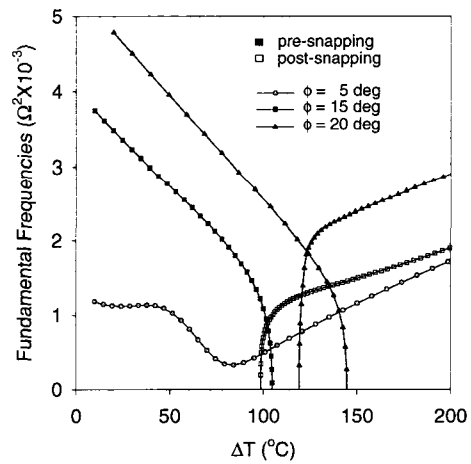
[그림 4] Effect of thickness ratio on the thermal postbuckling



[그림 6] Effect of radius and shallowness on the thermal postbuckling



[그림 5] Vibration characteristics of cylindrical panel with thermal snapping



[그림 7] Effect of radius and shallowness on the vibration characteristics

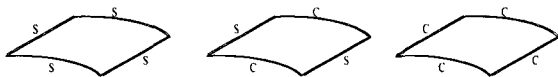
두 번째로는 가로세로비를 일정하게 하고 곡률과 회전각의 차이에 따른 열적좌굴 거동해석을 수행하였다. 여기서 사용된 두께비는 위의 (b)의 경우와 같다. 그림 6은 반경과 회전각의 변화에 따른 열적좌굴후 거동해석이다. 평판에 더 가까운 $\phi = 5 \text{ deg}$ 인 경우에는 안정 좌굴후 거동 특성을 보인다. 하지만 회전각이 커짐에 따라 낮은 열하중에서는 변형량이 작아진다.

이는 곡률에 의한 강성이 증가되기 때문이다. 하지만 곡률이 작고 회전각이 커지는 경우에는 온도상승이 커짐에 따라 스냅핑 현상이 유발되어 구조적인 불안정 거동 특성을 갖게 된다.

그림 7은 진동해석 결과를 보여주고 있다. 스냅핑 현상이 일어나지 않는 $\phi = 5 \text{ deg}$ 인 경우에는 모드형상의 변화 없이 단지 극소값을 지니고 있다. 하지만

$\phi = 15, 20 \text{ deg}$ 인 경우는 스냅핑 전후로 첫 번째 모드 형상이 (1, 3)모드에서 (1, 2)로 바뀌어 나타난다.

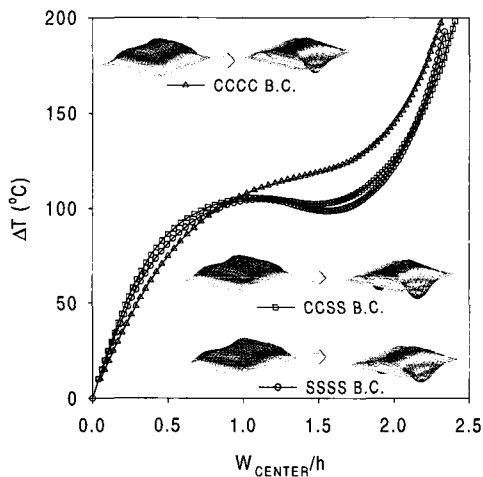
마지막으로 패널에서 경계조건에 따른 좌굴후 거동 특성을 다루었다. $\phi = 15 \text{ deg}$ 이고 두께비가 $a/h = 400$ 인 경우에 대해 세 가지의 경계조건에 따른 열적 좌굴 후 거동해석을 수행하였다. 해석에 사용된 경계조건은 그림 8과 같이 세 가지이다.



(a) SSSS B.C. (b) CCSS B.C. (c) CCCC B.C.

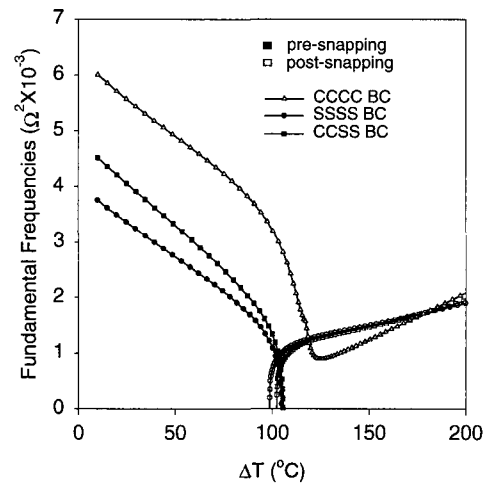
(그림 8) Types of boundary conditions

여기서 S는 단순지지(Simply supported)를 C는 고정지지(Clamped)를 의미한다. 그림 9를 살펴보면, 세 가지 경계조건 중에서 SSSS B.C.와 CCSS B.C.인 경우는 스냅스루(snap-through)현상을 보이지만 CCCC B.C.인 경우는 안정된 좌굴후 거동 특성을 보인다. 경계조건에 따라 거동 특성이 달라짐을 알 수 있다.



(그림 9) Effect of boundary conditions on the thermal postbuckling

진동특성은 그림 10과 같으며 전반적인 진동수는 CCCC, CCSS, SSSS B.C. 순으로 높게 나타난다. 하지만 스냅핑 이후 CCSS와 SSSS B.C.의 경우는 첫 번째 진동수가 거의 같게 나타난다.



(그림 10) Effect of boundary conditions on the vibration characteristics

4. 맺음말

본 연구에서는 층별변위장이론과 von-Karman 변위변형을 비선형 관계식을 사용하여 열하중이 작용하는 복합적층 원통형 셀에 대한 좌굴후 거동해석과 진동해석이 수행되었다. 원통형 패널의 경우 열하중이 작용함에 따라 지지하중의 감소가 있는 스냅핑 현상이 존재함을 보였으며 두께비, 곡률, 그리고 경계조건에 따른 스냅핑 거동 특성을 해석하였다. 원통형 패널에서 스냅핑은 정적인 변형 형상뿐만 아니라 진동 모드 형상 및 순서를 변화시켰다. 따라서 고온환경에 처한 복합적층 원통형 패널의 설계시 스냅핑 현상을 고려한 해석이 반드시 수행되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

1. Riks, E., "An Incremental Approach to the Solution of Snapping and Buckling Problems," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 15, 1979, pp. 529-551.
2. Crisfield, M. A., "An Arc Length Method Including Line Searches and Accelerations," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 19, 1983, pp. 1269-1289.
3. Yang, T. Y. and Han, A. D., "Buckled Plate Vibrations and Large Amplitude Vibrations Using High-Order Triangular Elements," *AIAA Journal*, Vol. 21, No. 5, 1983, pp. 758-766.
4. Tauchert, T. R., "Thermally Induced Flexure, Buckling and Vibration of Plates," *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 44, No. 8, 1991, pp. 347-360.
5. Huang, N. N. and Tauchert, T. R., "Large Deflections of Laminated Cylindrical and Doubly Curved Panels Under Thermal Loading," *Computers & Structures*, Vol. 41, 1991, pp. 303-312.
6. Birman, V., and Bert, C. W., "Buckling and Post-buckling of Composite Plates and Shells Subjected to Elevated Temperature," *Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 60, 1993, pp. 514-519.
7. Librescu, L., Lin, W., Nemeth, M. P., Starnes, Jr., "Vibration of Geometrically Imperfect Panels Subjected to Thermal and Mechanical Loads," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 33, No. 2, 1996, pp. 285-291.
8. Barbero, E. J. and Reddy, J. N., "Nonlinear Analysis of Composite Laminates Using a Generalized Laminated Plate Theory," *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 11, 1994, pp. 1987-1994.
9. Kim, D. J. and Chaudhuri, R. A., "Full and von Karman Geometrically Nonlinear Analyses of Laminated Cylindrical Panels," *AIAA Journal*, Vol. 33, 1995, pp. 2173-2181.
10. Sabir A.B, and Lock A.C., The application of finite elements to the large deflection geometrically nonlinear behavior of cylindrical shell. *Variational Methods in Engineering*, edited by C.A. Brebbia and H. Tottenham, Southampton Press, UK, 1972.
11. Palazotto A.N. and Dennis S.T., Nonlinear analysis of shell structure. *AIAA Journal Education Series*, Washington DC, 1992.