

# 유압 안정화시스템의 강인제어에 관한 연구

## A Study on the Robust Control of Hydraulic Stabilizing System

조택등\*      서송호\*\*      양상민\*\*\*  
Cho, Taik-Dong, Seo, Song-Ho, Yang, Sang-Min

### ABSTRACT

A transmitting antenna mounted on the naval vessels can be easily excited by exogenous disturbances such as wave and impact. Gimbal system need for the controller to maintain the robust performance against various modeling uncertainties and disturbances. PI controller, however, cannot supply good robust performance under situation. Thus a robust  $H_\infty$  control scheme is used to ensure a specified dynamic response under above conditions. Gimbal system controlled simplified as 2 DOF system that ignored coordinate co-relations of each direction and hydraulic system is linearly modelled. In this paper, we compared those of simulation to the results of experiment and  $H_\infty$  controller, proposed, showed the good response and stability than PI controller.

주요기술용어 :  $H_\infty$  control, sensitivity function, complementary function, single rod hydraulic system(편로드 유압시스템)

### 1. 서론

함정의 선상에 장착되어 운용되는 고주파 재밍신호 송신안테나(이하 송신장치)는 지향하는 목표물에 대하여 전자파를 송신하는 장치이다. 이러한 송신장치는 진동 및 충격 등의 영향에 매우 민감할 뿐만 아니라 함정의 롤링(Rolling), 피칭(Pitching) 및 요잉(Yawing) 운동으로 인해 오차범위 내에서 지향하는 목표물에 정확하게 전자파를 송신하기 어렵다. 안정화장치는 송신장치를 함정의 운동과 다양한 형태의

진동 및 충격 등의 영향에 무관하게 송신장치가 주어진 기능을 완벽하게 수행할 수 있도록 제어되어야 한다. 그러나 함정은 종종 심한 파도 및 강풍 등의 열악한 해상환경에서 임무를 수행하여야 하기 때문에 고전제어기법인 PID 등과 같은 단일 입, 출력 제어기법으로는 송신장치의 안정성을 보장하기가 어렵다. 따라서 안정화장치의 구동기로 사용되는 편로드 유압피스톤과 같은 시스템의 모델불확실성을 갖는 안정화장치의 경우 외란과 잡음, 그리고 시스템의 불확실성에 대해 강인성을 갖는 견실한 제어기의 적용이 필요하다.

본 연구대상인 안정화장치는 편로드 유압피스톤을 구동기로 적용하였으며, 장착환경에 영향을 받지 않고 송신장치가 안정하게 수평을 유지할 수 있도록 제

\* 충남대 기계설계공학과

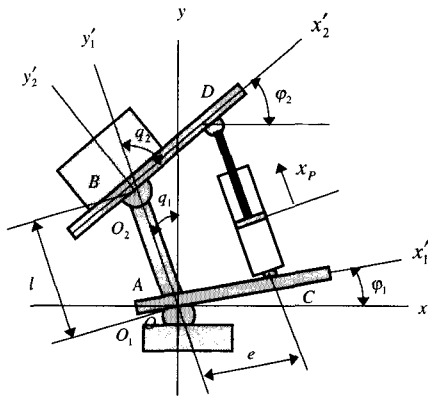
\*\* 국방과학연구소

\*\*\* 충남대 기계설계공학과 대학원

어할 수 있는 견실 제어기법을 적용하여 연구하였다.

## 2. 안정화 시스템의 모델링

안정화 장치의 기구학적 구성은 함정갑판에 해당하는 body1과 송신장치에 해당하는 body2의 두 링크 사이에 유압실린더가 연결되어 합운동을 묘사하는 body1의 운동에 대하여 body2의 회전운동을 제어할 수 있게 되어있다.

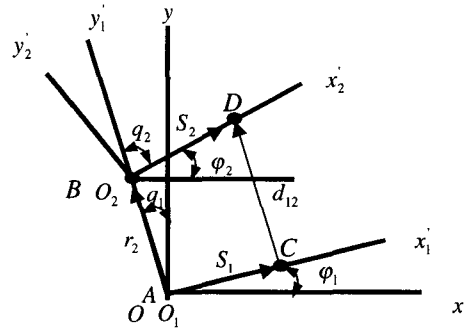


(Fig. 1) Schematic diagram of gimbal system

고정좌표계를  $oxy$ , body1의 이동좌표계  $o_1x_1'y_1'$ , body2의 이동좌표계를  $o_2x_2'y_2'$ 라 하고  $o_1$ 과  $o_2$ 을 각 물체의 질량중심(centroid)으로 가정하였다. 일반화된 좌표  $q_1$ 을 body1의 회전각도,  $q_2$ 는 body1에 대한 body2의 상대적인 회전각도로 정의하면 body2의 변위 및 가속도는 다음과 같다.

$$r_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l \sin q_1 \\ l \cos q_1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\ddot{r}_2 = \begin{bmatrix} -l \cos q_1 \\ -l \sin q_1 \end{bmatrix} \ddot{q}_1 + \begin{bmatrix} l \sin q_1 \\ -l \cos q_1 \end{bmatrix} \dot{q}_2 \quad (2)$$



(Fig. 2) Schematic diagram for modeling of gimbal system

시스템에 작용하는 모든 마찰력을 무시하고 유압실린더의 실린더 힘  $F_u$ 에 의한 가상일을 구하면

$$\begin{aligned} \delta W &= -F_u \delta p \\ &= -[\delta r_2^T \quad \delta \varphi_2] \frac{F_u}{l_p} \begin{bmatrix} d_{12} \\ d_{12}^T B_2 s_2' \end{bmatrix} \\ &\quad + [\delta r_1^T \quad \delta \varphi_1] \frac{F_u}{l_p} \begin{bmatrix} d_{12} \\ d_{12}^T B_1 s_1' \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,  $s_1'$ 과  $s_2'$ 는 vector  $O_1C$ ,  $O_2D$  이고,  $d_{12}$ 는 실린더 양단 C와 D간 거리 벡터로

$$d_{12} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} + e \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 \\ \sin \varphi_2 \end{bmatrix} - e \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$B_i = \frac{d}{d\varphi_i} \begin{bmatrix} \cos \varphi_i & -\sin \varphi_i \\ \sin \varphi_i & \cos \varphi_i \end{bmatrix}, \quad i=1,2 \quad (5)$$

따라서 일반화된 힘은

$$\begin{aligned} Q_1 &= \begin{bmatrix} F_1 \\ T_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_u/l_p)d_{12} \\ (F_u/l_p)d_{12}^T B_1 s_1' \end{bmatrix} \\ Q_2 &= \begin{bmatrix} F_2 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-F_u/l_p)d_{12} \\ (-F_u/l_p)d_{12}^T B_2 s_2' \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

body1과 body2로 구성되어 유압실린더의 힘을 받아 운동하는 시스템의 운동방정식은

$$\sum_{i=0}^2 [\delta r_i^T (m_i \ddot{r}_i - F_i) + \delta \varphi_i (J_i \ddot{\varphi}_i - T_i)] = 0 \quad (7)$$

그러나 송신장비인 body2에만 적용되고 body1의 운동은 무시할 수 있으므로

$$[\delta r_2^T (m_2 \ddot{r}_2 - F_2) + \delta \varphi_2 (J_2 \ddot{\varphi}_2 - T_2)] = 0 \quad (8)$$

식 (8)을 정리하여 전개하면

$$\begin{bmatrix} 2J_2 + m_2 l^2 & -J_2 \\ -2J_2 & J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (F_u e / l_p) [l + e \sin(\varphi_2 - \varphi_1)] \\ - (F_u e / l_p) [l + e \cos(\varphi_2 - \varphi_1)] \end{bmatrix} = 0 \quad (9)$$

body2에 대한 운동은

$$J_2 \ddot{\varphi}_2 = \frac{F_u e}{l_p} [l \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + e \sin(\varphi_2 - \varphi_1)] + 2J_2 \ddot{\varphi}_1 \quad (10)$$

$\varphi_2, \varphi_1$ 가 크지않고 함정의 각가속도가 작을 경우  $l_p \approx l, \ddot{\varphi}_1 \approx 0$ 로 하면

$$J_2 \ddot{\varphi}_2 = F_u e \quad (11)$$

이는 body2가 운동하는 body1 상에서 상대운동하는 안정화 장치가 아니라 각각 고정 좌표계에서 회전운동하면서 유압링크에 의해 연결되는 단순2자유도 운동기구임을 의미한다.

함정의 갑판 및 안정화 장치의 회전각이 매우 작다고 가정하면  $e\phi = x_p, e\varphi_1 = x_d$  이므로

$$x_p = e\varphi_2 - x_d \quad (12)$$

여기서,  $x_p$ 는 피스톤의 변위,  $e$ 는 중심축으로부터 피스톤까지의 거리,  $\phi$ 는 안정화 장치의 수평각이다.

서보밸브의 동특성은 일반적으로 저주파수 영역에서 1차함수로 표현하며, 편로드 유압실린더에 대한 수학적 모델링은 劉長年이 제안한 것을 인용하였으며 본 시스템은 이미 발표한 바 있다<sup>(1)(2)</sup>.

유압시스템의 선형해석에 의해 서보밸브, 피스톤, 부하에 대한 전달함수는

$$\theta(s) = \frac{K_{sv} K_q i + A_{me} x_d s(1 + \tau_v s)}{s(1 + \tau_v s) \left( \frac{V_e}{4\beta_e} \frac{J_o}{LA_e} s^2 + K_{ce} \frac{J_o}{LA_e} s + A_{me} L \right)} \quad (13)$$

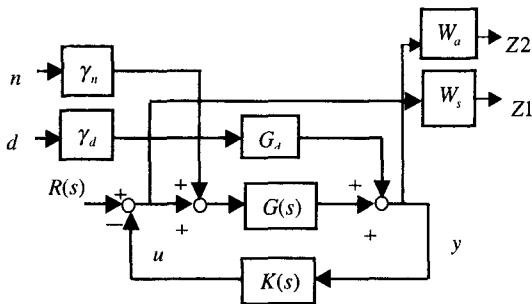
$A_{me}$ 는 평균피스톤 단면적이며,  $C_{tp}$ 는 피스톤의 전체 누설계수,  $x_{vs}, K_{sv}, \tau_v$ 는 서보밸브의 스펴변위, 이득, 및 시정수를 나타낸다.

### 3. $H_\infty$ 제어기의 설계

제어시스템 설계자의 궁극적인 목적은 시스템의 안정성을 보장하는 제어기를 설계하는 것이다. 그러나 실제환경에서 시스템은 시간에 따라 그 특성이 변화할 수 있고 외부환경(부하, 외란등)이 변화할 수 있기 때문에 제어 시스템은 이러한 환경의 변화에 적응할 수 있어야 한다. 또한 시스템의 모델링 과정에서 비선형요소나 간략화하기 위해 무시한 요인들에 의해 시스템은 예상치 못한 거동을 하게 됨으로서 시스템의 안정성에 커다란 문제를 발생시킬 수 있다.

$H_\infty$  제어기는 입력 외란에 대한 출력의  $H_\infty$  norm을 최소화하는 제어기이다<sup>(3)</sup>. 플랜트의 부분은 2개의 입력과 2개의 출력을 가진다. 저주파의 외란과 고주파의 잡음에 대한 강인성을 가지는 효율적인 제어기의 설계를 위해서 주로 저주파 필터 형태를 가지는 기준

함수의 필요성이 있으므로 이를 고려한 상태 공간 모델이 필요하다. 시스템의 목적에 따라 제어기의 성능에 관한 평가가 달라질 수는 있지만 일반적으로 제어기의 기능은 모델링 오차와 외부 입력에 대하여 강인성을 유지하여야 하며 명령 추종성능을 향상시키는 것이다.



(Fig. 3) The closed loop system for loop shaping problem

시스템과 외란에 대한 전달함수는

$$G = \begin{bmatrix} A_g & B_g \\ C_g & D_g \end{bmatrix}, G_d = \begin{bmatrix} A_g & E_g \\ C_g & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

확장전달함수 P는

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기에서,

$$P_{11} = \begin{bmatrix} W_a & -W_a G_d \gamma_d \\ 0 & W_s G_d \gamma_d \end{bmatrix}, P_{12} = \begin{bmatrix} -W_a G \\ W_s G \end{bmatrix}, \\ P_{21} = [1 - G_d \gamma_d], P_{22} = [-G]$$

여기에서  $W_a, W_s, \gamma_n$  그리고  $\gamma_d$ 는 시스템의 성능향상을 위한 가중치 함수이다.

전달함수 P로부터  $F_l(P, K_\infty)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$Z = [P_{11} + P_{12}K_\infty(I - P_{22}K_\infty)^{-1}P_{21}]w \\ = F_l(P, K_\infty) \quad (16)$$

따라서  $H_\infty$  제어문제는

$$\|F_l(P, K_\infty)\|_\infty \leq \gamma \\ \left\| \begin{bmatrix} W_a S G_d \gamma_d \\ W_s T \gamma_n \end{bmatrix} \right\|_\infty \leq \gamma \quad (17)$$

$$\text{여기서, } S = \frac{1}{1 + GK_\infty}, T = \frac{GK_\infty}{1 + GK_\infty}$$

가중치를 적절히 조절함으로써 시스템의 전달함수를 우리가 원하는 형태로 만들 수 있음을 보여준다.

유압시스템의 상태모델에서 상태변수  $x, w$ 를  $x = [\theta \ \dot{\theta} \ P_L]'$ ,  $w = [Q_D \ n]'$ 로 정의하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \\ z = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ y = C_2 x + D_{21} w + D_{22} u \quad (18)$$

여기에서,

$$A = \begin{bmatrix} A_g & 0 & 0 \\ -B_{w1} C_g & A_{w1} & 0 \\ 0 & 0 & A_{u2} \end{bmatrix}, \\ B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \gamma_d E_g \\ B_{w1} & -\gamma_n B_{w1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} B_g \\ 0 \\ B_{u2} \end{bmatrix}, \\ C_1 = \begin{bmatrix} 0 & C_{w1} & 0 \\ 0 & 0 & C_{u2} \end{bmatrix}, C_2 = [-C_g \ 0 \ 0] \\ D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ D_{u2} \end{bmatrix}, \\ D_{21} = [I], D_{22} = [0], \\ w = \begin{bmatrix} Q_D \\ n \end{bmatrix}, z = \begin{bmatrix} \theta \\ u \end{bmatrix}$$

$Q_D, n$ 는 각각 외란, 센서 잡음이다.

외란에 대한 시스템의 강인성과 명령추종 성능을 위해 가중치 함수를 적절히 조절함으로써 시스템의 전달함수를 결정짓고 시스템의 성능을 향상시킬 수 있다<sup>7)</sup>. 본 연구에서는 가중치 함수를 식 (19)와 같이 선정하였고 감도함수 및 준여감도함수와의 관계는 Fig. 4와 같다.

$$W_s = \frac{0.9}{s+9}, W_a = \frac{0.001s}{s+1} \quad (19)$$

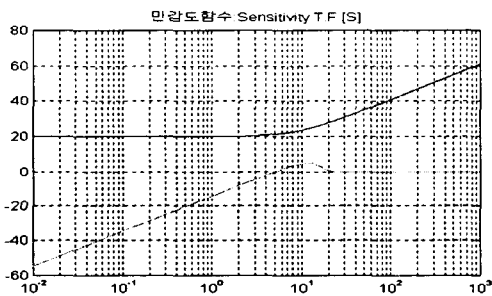
$$\gamma_d = 350, \quad \gamma_n = 0.002$$

이때의  $H_\infty$  제어기는 식 (20)과 같이 얻을 수 있다.

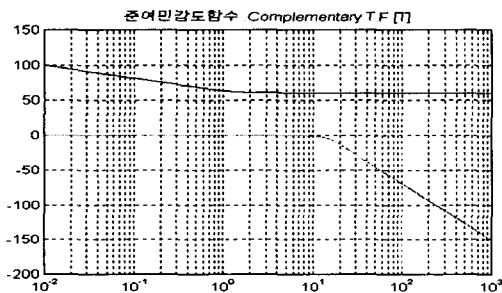
$$K(s) = \frac{8.8 \times 10^2 s^4 + 1.7 \times 10^4 s^3 + 2.6 \times 10^6 s^2}{s^5 + 34s^4 + 3.3 \times 10^3 s^3 + 6.6 \times 10^4 s^2} + \frac{1.9 \times 10^7 s + 1.6 \times 10^7}{3.4 \times 10^5 s + 2.8 \times 10^5} \quad (20)$$

#### 4. 실험장치

실험장치는 유압을 발생하여 공급하는 유압공급부, 함의 운동에 대해 수평을 유지하는 안정화부, 함의 운동을 입력으로 주는 요동부, 그리고 제어이론을 적용하여 제어 명령을 발생하는 제어 컴퓨터부로 구성되어 있다. 유압공급부는 220 VAC, 60Hz,  $\phi$ 3의 전원을 입력으로 피스톤 펌프를 구동하여 유압을 발생시키고 서보밸브(NG6, BOSCH)로 유량을 조절하여 실린더에 공급하도록 설계하였다. 안정화부는 구조적으로 유니버설조인트의 원리를 이용하여 Roll과 Pitch방향의 운동을 독립적으로 구동하고 독립적으로 제어할 수 있는 구조로 설계하였다. 여기에 부착된 센서는 Tiltmeter로  $\pm 30^\circ$ 의 범위에서  $\pm 5V$ 의 전압을 비례적으로 출력한다. 제어부는 Data Acquisition Board (DR 8330)를 장착한 586 PC로 C-언어를 이용하여 제어 프로그램을 작성하였다.



(a)



(b)

[Fig. 4] (a) Bode diagram of inverse weighted sensitivity function and S (b) Bode diagram of inverse weighted complementary sensitivity function and T

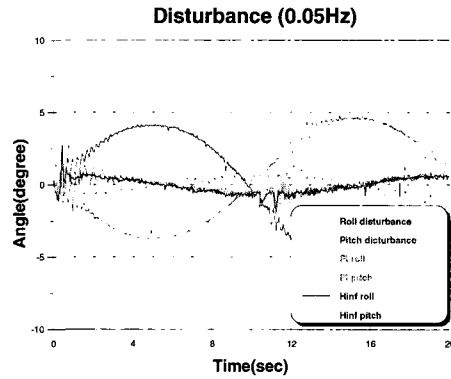


[Fig. 5] Schematic diagram of gimbal system

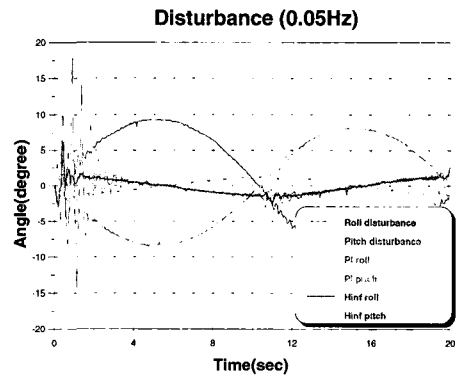
### 5. 결과 및 고찰

본 논문에서는 PI 제어기와  $H_{\infty}$  제어기를 이용하여 전산모사 및 실험을 하였다. PI 제어기의 이득은  $K_p=60$ ,  $K_i=0.2$ 를 선정하였다. 이는  $H_{\infty}$  제어기의 스텝입력에 대한 유사한 응답특성을 나타내는 것으로 결정하였다. 그리고 시스템의 불확실성은 유압의 증가로 인한 유량 이득의 변화에 대한 응답특성을 비교하고, 외란은 sine wave를 인가하였다.

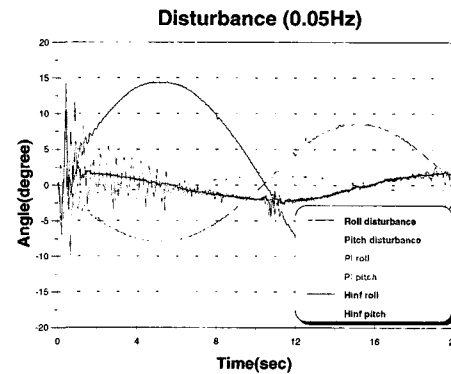
Fig. 6은 0.05Hz의 주기로  $\pm 4^\circ$ 의 크기를 갖는 sine wave 외란을 요동부에 인가한 시스템의 응답을 보여주고 있다. 외란은 요동부에 각도센서가 장착되어 있지 않기 때문에 요동부의 입력을 가해준 후 안정화부를 제어하지 않은 상태로 안정화부에 장착된 각도센서의 출력을 센싱하여 시스템의 요동 각도를 측정하는 것이다. 따라서 요동부를 제어하지 않은 관계로 좌우 요동각이 불균일한 상태로 거동할 수 있다. PI제어기를 적용한 경우 초기 진동의 영향을 받아 3초 이후에 rolling 축의 진동이 억제되었으나 pitching 축은 지속적인 진동이 발생하였다. 이는 pitching 축의 유압 피스톤과 안정화부 상판과의 체결이 정밀하지 않아 발생된 것으로 판단된다. 그러나 이러한 진동이  $H_{\infty}$  제어기를 사용한 경우 영향이 거의 없는 것을 알 수 있다. 또한 시스템의 진동이 1초 이후에 발생되지 않음을 알 수 있다. Fig. 7은 0.05Hz의 주기로  $\pm 8^\circ$ 의 크기를 갖는 sine wave 외란을 요동부에 인가한 시스템의 응답을 보여주고 있다. PI 제어기를 적용한 경우 초기 진동의 진폭이 매우 크고 4초 이후에 진동이 억제되었으나  $H_{\infty}$  제어기를 사용한 경우 1초 이후에 진동이 억제되었다. 따라서 요동의 크기에 관계없이 초기 진폭이 증가할 뿐 정착속도가 PI제어기를 사용한 경우보다 빠르고 외란에 대해 시스템을 빠르게 안정화시킬수 있음을 알 수 있다. Fig. 8은 0.05Hz의 주



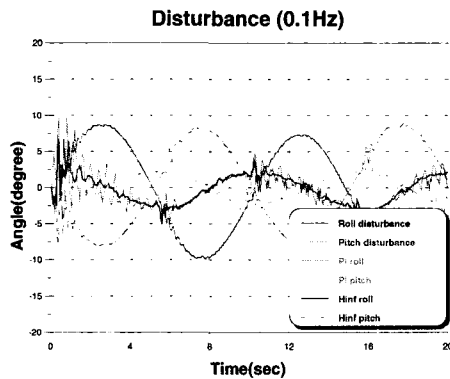
(Fig. 6) Response on sine wave disturbance (0.05Hz,  $\pm 4^\circ$ )



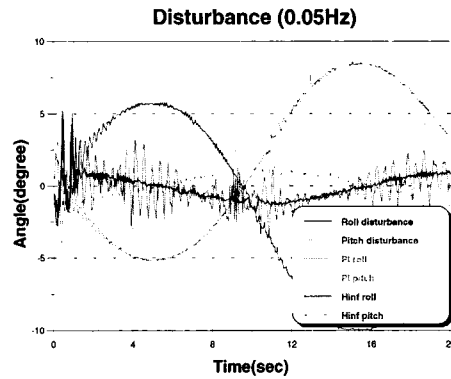
(Fig. 7) Response on sine wave disturbance (0.05Hz,  $\pm 8^\circ$ )



(Fig. 8) Response on sine wave disturbance (0.05Hz,  $\pm 14^\circ$ )



(Fig. 9) Response on sine wave disturbance (0.1Hz,  $\pm 8^\circ$ )



(Fig. 10) Response on sine wave disturbance (0.05Hz,  $\pm 6^\circ$ )

기로  $\pm 14^\circ$ 의 크기를 갖는 sine wave 외란을 rolling축에 인가하고 0.05Hz의 주기로  $\pm 8^\circ$ 의 크기를 갖는 sine wave 외란을 pitching축에 인가한 시스템의 응답을 보여주고 있다. PI 제어기를 사용한 경우 외란의 진폭이 클수록 초기 진동의 억제 시간이 느려짐을 알 수 있으나  $H_\infty$  제어기를 사용한 경우 요동의 크기에 관계없이 초기 진폭이 증가 할 뿐 진동 억제 시간은 변하지 않음으로서 시스템을 빠르게 안정화 시킬 수 있음을 알 수 있다. Fig. 9는 0.1Hz의 주기로  $\pm 8^\circ$ 의 크기를 갖는 sine wave 외란을 rolling축과 pitching축에 인가한 시스템의 응답을 보여주고 있다. PI 제어기를 사용한 경우 0.1Hz의 주기로 외란을 인가해준 경우보다 초기 진동의 진폭이 크고 진동 억제시간이 느려짐을 알 수 있다. 또한 시스템의 체결부가 정밀하지 않은 관계로 시스템의 진동으로 인해 시스템의 진동이 빈번히 발생함을 알 수 있다.  $H_\infty$  제어기를 사용한 경우 0.05Hz의 주기로 외란을 가해준 경우보다 진동 억제 시간은 느려지나 PI보다 매우 좋은 안정도를 보여주고 있다. Fig. 10은 장시간 유압펌프를 가동함으로써 유압유의 온도가 상승하고 이로 인한 유압의 유량과 압력의 변화가 시스템의 응답에 미치는 영향을 보여주고 있다. PI 제어기를 사용한 경우 시스템의 변

화로 인해 시스템의 진동이 빈번히 발생하고 0.1 Hz의 경우 시스템이 불안정해 짐을 알 수 있다. 그러나  $H_\infty$  제어기를 사용한 경우 이러한 시스템의 변화에도 불구하고 좋은 안정도를 보여주고 있다.

## 6. 결 론

본 연구에서는 시스템의 수학적 모델링으로 인한 오차, 열악한 환경으로 인한 외란 및 센서잡음으로 인한 모델 불확실성이 존재하는 안정화 장치의 실험 및 모사실험을 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

시스템의 불확실성이 존재하는 시스템의 경우 PI 제어기를 사용하였을 경우 응답의 정착시간(4sec)이 느려지고 과도응답에서 큰 진동( $2^\circ \sim 4^\circ$ )이 발생함을 알 수 있다. 그러나  $H_\infty$  제어기를 사용하였을 경우 정착시간(1.5sec)이고 과도응답에서 진동( $1^\circ \sim 2^\circ$ )로서 시스템의 변화가 응답에 미치는 영향이 적음을 알 수 있다. 따라서 외란이나 불확실성이 포함된 시스템의 경우 PI제어기를 사용한 경우보다  $H_\infty$  제어기를 사용함으로써 시스템의 안정화를 이룰 수 있음을 알 수 있다.

참 고 문 헌

1. 劉長年, "非對稱 サ-ポ 油壓 シリンゲ-의 動的-研究", 油壓技術, pp47~58, 1985.7.
2. 조택동, 서송호, 양상민, "편로드 유압시스템의 강인 위치제어에 관한 연구", 한국정밀공학회, 제16권, 제3호, pp. 128-135, 1999.
3. Kemin Zbou, "Robust and optimal control," Printice Hall, pp. 459-462
4. J.C. Doyle, K. Glover, P.P. Khargonekar, and B.A. Francis, "State-space solutions to stand  $H_2$  and  $H_\infty$  control problems," IEEE Trans. on Automat. Contr., vol. AC-34, pp. 831-847, 1989.
5. Herbert E. Merritt, "Hydraulic control system," pp. 145-150.
6. Taco J. Viersma, "Analysis, Synthesis and Design of Hydraulic Servosystems and Pipelines," Elsevier scientific pub., 1980.
7. 김규용, 양현석, 박영필, " $H_\infty$  제어를 이용한 방진대의 능동제어", 대한기계학회논문집, 20권 10호, pp. 3079-3094, 1996.
8. Edward J. Haug, "Intermediate Dynamics," Prentice-Hall International, Inc 1992.
9. McCLOY, "Control of Fluid Power", ELLIS HORWOOD.
10. Hung-Ching Lu, Wen-Chen Lin, "Robust Controller with Disturbance Rejection for Hydraulic servo Systems", IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 40, No. 1, pp. 157-162. 1993.
11. Duncan McFarlane, Keith Glover, "A Loop Shaping Design Procedure Using  $H_\infty$  Synthesis," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 37, No.6, pp. 759-769. 1992.