

초등학교 수학교실의 사회수학적 규범: 수학 지도에서의 개혁상의 문제에 대한 한국과 미국의 관점 비교

전 평 국 (한국교원대학교)
David Kirshner (Louisiana State Univ.)

I. 서론

A. 연구의 배경

제3차 국제 수학 및 과학 연구(TIMSS)는 한국과 미국의 4학년과 8학년 학생들의 수학 성취에서 상당한 차이가 있음을 보고하고 있다(Mullis, Martine, Beaton, Gonzalez, Kelly, & Smith, 1977; NCES, 1996). 한국의 학생들은 두 개 학년 모두에서 수학 성취가 2위로 되어 있는 반면에, 미국의 8학년 학생들은 TIMSS에 참여한 41개 국가들의 평균 성적보다도 낮은 점수였으며, 4학년 학생들은 26개국의 평균을 약간 상회하는 점수를 얻고 있다.

수학 성취에서 이와같은 상당한 차이에도 불구하고, 한국과 미국의 수학교육은 아이로니하게도 유사한 문제점들을 갖고 있는 듯하다. 이 문제점들 중에는 수학적 아이디어에 대한 이해가 없이 학습하고 있으며(e.g., Hiebert & Carpenter, 1992; Rosnick & Clement, 1980), 학년 수준이 올라갈수록 부정적인 수학적 성향이 증가하고(e.g., Brown, Carpenter, Kouba, Lindquist, Silver, & Swafford, 1988; Renga & Dalla, 1993), 창의적인 수학적 사고가 결여되어 있으며(e.g., Lappan & Schram, 1989; Peterson, 1988), 수학적 능력에서 자신감이 부족하며(e.g., McLeod, 1994), 문제해결 능력이 부족하며(e.g., Chales & Silver, 1988; Mayer, Lewis, & Hegarty, 1992), 수학의 개념들을 일련의 규칙으로 이해하고 있다(e.g., Lindquist, 1989; Swafford & Brown, 1990)는 점을 지적할 수 있다.

(1) 한국과 미국에서의 교사 중심 교수법

한국과 미국간에는 교육의 문화, 교육과정의 구조와 구성에서 많은 차이가 있을 수 있으며, 미국 학생들의 수행이 낮은 이유를 이것에서 설명할 수 있다(NCES, 1996, 1997). 그러나, 한국과 미국이 공통적으로 느끼는 핵심적인 문제는 교사 중심의 수업에 있다(구광조, 전평국, 강완, 1996; Mullis, Martin, Beaton, Gonzalez, Kelly, & Smith, 1997; TIMSS, 1996). 미국의 전형적인 수학교실은 교사가 간단한 단답형의 질문이나 숙제로 제시했던 문제를 확인하는 것에서부터 수업을 시작하고, 규칙이나 공식을 사용하여 정형적인 문제를 푸는 방법을 보여준 다음, 유사한 문제를 과제로 제공한다. 학생들이 연습문제를 푸는 동안에 교사는 교실을 순회하면서 개별적인 질문에 응해준다(NCTM, 1989; Stigler, Fernandez, & Yosida, 1996; TIMSS, 1996).

반면에, 한국의 전형적인 수학교실은 미국의 전형적인 수학교실과는 약간의 차이가 있다. 즉, 미국의 교사들은 한국의 교사들보다는 학생 개개인에게 보다 많은 시간을 할애하는 한편, 한국에서는 전체 학생을 대상으로 설명하는 것에 더 많은 시간을 보낸다는 점이다(Mullis, Martin, Beaton, Gonzalez, Kelly & Smith, 1997; TIMSS, 1996). 그러나, 한국과 미국에서의 지도 방법은 모두 교사 중심이라는 점에서 유사하다. 교사의 설명과 요구는 수학적 연습에 중심을 두고 있다. 교사는 수업시간 내내 가르쳐져야 할 토픽을 결정하고 무엇이 옳고 그른지를 판단하는 유일한 권위자로서의 역할을 수행하며, 학생들은 교사의 설명을 따르고, 교사가 사용하는 방법을 재현만 하

면 된다. 즉, 학생들은 그룹 안에서, 또는 전체 학급에서 개별적으로 자기 자신의 해결 방법을 개발하는데 있어서 능동적으로 참여하는 경우가 거의 없다. 수학 학습은 교사 또는 교과서에서의 방법을 수용하거나 연습하는 것에 불과하다.

미국의 수학교실에서 전형적으로 지도하는 관행이 수학수업에 대한 비디오 기록을 포함하여 광범위하게 연구되어 온 반면에, 한국은 국제적인 입장에서는 거의 연구되지 못했다(TIMSS, 1996). 그러나, 전형적인 한국의 지도 관행을 이해하는데 도움을 줄 수 있는 몇 가지 특징이 있다. 한국의 교사들은 4학년과 8학년 모두에서 수학 수업을 조직하는 공통적인 방법은 학생들이 전체적으로 함께 학습하는 일제학습이라는 것이다(Beaton, Mullis, Martin, Gonzalez, Kelly, & Smith, 1996; Mullis, Martin, Beaton, Kelly, & Smith, 1997). 한국의 학생들은 고등학교에서 대학에 입학하기 위해 강한 압박을 주는 입학시험을 준비하지 않으면 안된다. 이 시험위주의 교육 문화는 교사중심의 교육을 촉진시켜왔다. 학년이 올라감에 따라, 교사들은 시험을 위한 기능적인 수행에 관심을 더 갖게 되며, 학생들은 학습 내용에 대하여 자주적으로 반성하기 보다는 교사의 일방적인 설명에 단지 따르기만 한다. 한국과 미국 두 나라를 동시에 비교해보면, 이 두 나라는 교사가 학생들에게 질문을 하면서 설명과 예시를 통하여 미리 제시한 수학 교육과정을 전달하는 교사중심의 교수법을 사용한다.

(2) 한국과 미국의 교육 개혁: 학생 중심 수업

위에서 언급한 바와 같이, 두 국가의 공통적인 교사중심의 교수법에 대하여, 한국과 미국의 교육 지도자들은 교사 중심의 교수법을 학생 중심의 접근법으로 변화시키기 위한 방법을 찾고 있다. 미국에서는, 교실에서 학생들의 기여와 반응이 수학적 활동의 핵심이 되도록 하는 개혁 운동을 전미국 수학 교사 협의회가 주도해 오고 있다(NCTM, 1989, 1991). 즉, 학생들이 교사의 설명을 듣고 따라하는 대신에, 그들이 창안하고, 설명하고, 그들 자신의 수학적 아이디어를 판단하고,

다른 사람의 아이디어를 비판하는 수학적 대화를 하는 기회가 주어지는 문화가 되어야 한다는 것이다.

한국의 경우, 교육부는 제 7차 교육과정을 개발하였으며, 이 교육과정은 학생 중심의 접근을 강조하는 방향으로 변화를 꾀하고 있다. 즉, 제 7차 교육과정의 특징은 학생 개개인의 자기주도적인 학습력을 중시하는 수준별, 단계형 교육과정으로, 특히 수학과 교육과정은 그 기본방향에서 '수학적인 힘'의 개발을 강조하고 있다. 사실상 한국의 새로운 수학과 교육과정은 미국의 수학교육 개혁에서 추진하고 있는 아이디어를 참고하여 개발되었다(예를 들면, NCTM에서 출판한 세 종류의 Standards가 많이 인용되고 있다).

두 나라 모두 개혁 방향에 따른 교사의 역할은 학생들이 수학을 이해하는데 있어서 학생들간의 상호 작용을 촉진하는 것이다. 교사는 학생들이 지적인 흥미를 갖고 참여할 수 있는 가치있는 과제를 선택함은 물론, 학생들의 이해를 깊게 하고, 수학적 아이디어를 탐구하는 과정에서 교실에서의 대화를 잘 결집시켜야 한다. 이와 같은 관점에서, 학생 중심 교실에서의 교사의 역할은 통상적으로 학생들의 수학 학습을 촉진시킬 수 있는 새로운 사회적 규범을 실행하는 것이다.

(3) 개혁 실행 상의 문제점

미국의 많은 교사들은 즉흥적으로 개혁 방법을 만들어내고 있지만 그것은 개혁 의도나 비전에 맞지 않는 것 같다(Hiebert, Fennema, Fuson, Murry, et al., 1996; Research Advisory, Committee, 1997; Steffe & Kieren, 1994). 많은 교사들은 개혁 아이디어에 대한 지지를 표명하지만, 교실에서의 실제적인 지도는 개혁 의도를 제대로 파악하지 못하고 있음을 보여준다(NCES, 1996; TIMMS, 1996). 교사들은 개혁을 시도하고는 있지만 그 방법은 표면적으로 드러나는 사회적 관행에 제한되어 있다. 교사들은 새로운 지도과정에 걸 맞는 학습과정을 재개념화하지 못하고 있다. 다시 말하면, 새로운 사회적 규범에만 초점을 두는 것으로는 개혁 아이디어를 실행하기에는 충분하지 않

다는 것이다. 예를 들어, 조작 자료를 사용하고 학습을 소집단으로 조직하는 것만으로는 개혁 아이디어가 실현될 수 없다.

수학교육을 개혁하는데 있어서 교사들이 유의해야 할 사항은 교실의 사회적 구조를 이용하여 학생들의(수학자로서의) 사회적 발달을 유도함과 동시에 학생들이 수학적 개념 및 절차들을 이해하도록 촉구해야 한다는 것이다. 이것은 사회적, 심리학적 관점에 따른 새로운 교수/학습관을 필요로 한다. 교수와 학습을 재념화한다는 것은 전통적인 교사 중심의 수업을 행해왔던 교사들에게는 전과 다르게 가르쳐 보려는 의지가 있다하더라도 매우 어려울 수 있다(Ball, 1993; Schifter, Fosnot, 1993). 그러나, 이 어려움은 반드시 극복되어야 한다. 그때서야 비로소 개혁 의도가 실현될 수 있기 때문이다.

B. 연구 문제

본 연구는 앞에서 언급한 바와 같이, 한국과 미국의 초등학교 수학 교실에서의 수학 지도에서의 개혁 의지와 관련한 사회적 규범과 사회수학적 규범 현상을 비교하는데 그 목적이 있으며, 연구 문제를 구체적으로 제시하면 다음과 같다.

1. 한국과 미국에서, 학생 중심의 교육을 실행하는데 있어서 보다 성공적이거나 보다 성공적이지 못한 수학교실의 일반적인 사회적 규범과 사회수학적 규범은 무엇인가? 학생 중심의 교실 문화를 설정하기 위해 교사는 어떤 접근 방식을 사용하는가? 학생 중심의 수학 교실에서 학생들의 참여 방식은 무엇인가? 학생 중심 교실에서 발생하는 학생들을 위한 학습 기회는 어떤 것인가?
2. 연구 대상인 교실을 통해서 보았을 때 한국과 미국의 각각에서 보다 성공적인 학생 중심의 교실과 보다 성공적이지 못한 교실간의 차이점과 유사점은 무엇인가? 초등학교 수준에서의 수학 지도에 대한 문화를 변화시키는데 있어서 각 나라의 개혁자들이 염두해야 할 실행상의 문제점은 무엇인가?

3. 수학 교육 개혁 실행 상에서 각 나라가 안고 있는 문제점의 차이점과 유사점은 무엇인가?

C. 연구의 범위와 제한점

본 연구는 학생 중심의 수학 수업을 시도하고 있는 한국과 미국의 두 수학 교실에서의 사회적 규범, 사회수학적 규범, 그리고 학습 기회를 조사하였다. 각 국에서 두 개의 교실 수업이 효과면에서 같지 않았다는 것에 주목하였다. 각 국에서, 두 교실 중 하나는 학생 중심의 교수를 실행하기 위한 시도에서 보다 성공적이었고 다른 한 교실을 그렇지 못하였다는 것을 확인하였다. 두 교실을 비교하는 것은 두 국가가 각각 교육 개혁을 실행하는데 있어서의 문제점을 찾아내는 계기가 된다. 또한, 국가별 개혁의 문제점들에서 나타나는 유사점과 차이점을 확인하는데 도움이 되며 향후 공동의 노력을 위한 기반이 마련될 수 있다.

본 연구는 다음과 같은 연구의 제한점이 있다.

(1) 본 연구는 탐구적 연구에 그 목적이 있기 때문에 가설을 생성하기 위한 것이지, 질문에 답을 하기 위한 것이 아니다. 적은 수의 수학 교실과 약간의 관찰이 두 나라의 관행에 관한 확고한 결론을 내리기에는 문제가 있다. 그러나, 탐구를 위한 본 연구의 목적은 한국과 미국을 포함하는 보다 더 광범위한 국가간의 비교 연구를 가능하게 하는 데 있다. Schmidt, Jorde, et al. (1996)이 관찰했던 것처럼, 광범위한 규모의 국가간 비교 연구는 이전의 탐구 연구를 이용하여 핵심 이슈에 대한 경향을 확인하고, 논의하고, 성취하기 위한 기회를 가질 수 있다.

(2) 본 연구의 결과를 해석하는데 있어서 유의해야 할 점은 교실에서의 지도 관행이 문화와 깊은 관련이 있다는 점이다. 이전의 비교 연구로부터 관찰된 중요한 것 중의 하나는 교실에서의 수업 관행은 기본적으로 그 나라의 문화속에서 구현된다는 것이다(NCES, 1996, 1997; Schmidt, Jorde, et al., 1996). 그러므로, 한 나라의 방법들을 다른

나라에 직접적으로 통합시킬 수 있다는 가정은 합리적일 수 없다. 여기서 보고한 국가간의 비교 연구의 잇점은 지역 문화를 이해하는 연구자들에 의해서 각각의 문화적 전제 조건들이 논의될 수 있다는 것이다. Schmidt, Jorde, et al. (1996)은 연구 대상인 나라에서의 지도 관행이 대표적인가의 여부에 관한 의문이 녹화한 교실 수업을 주의 깊게 조사하는 과정의 해석에서 나타났던 우수한 예를 제공하고 있다. 이 관행에 대한 의문은 연구 대상이 되고 있는 국가 내에서 인식되지 않은 가정과 상투적인 관행을 명료하게 만들었다. 궁극적으로 국가간의 비교 연구는 각 나라의 지도 관행은 문화와 관련이 있다는 이해를 할 수 있으며, 그리고 그들 자신의 문화와 관련된다는 것을 고려할 수 있을 때에 한해서 지역의 적용성을 갖는다.

(3) 본 연구에서 사용한 불변수 비교 방법(constant comparison method)은 자료에 대한 계속적인 탐구 과정에서 연구 문제가 구성되고 재구성된다(Strauss & Corbin, 1990). 따라서, 본 연구는 연구를 진행하면서 연구의 초점이 몇 차례에 걸쳐서 변화가 이루어졌으며, 이것은 교사의 전문적인 발전에 대한 보다 깊이 있게 이루어진 면담 자료에 따른 것이었다.

II. 이론적 배경

Cobb와 그의 동료들은 수업을 위한 개혁에 매우 적합한 주목할만한 이론적 틀을 개발하여왔다(e.g., Cobb & Bauersfeld, 1995; Cobb, Gravenmeijer, Yackel, McClain, & Whitenack, 1997; Yackel & Cobb, 1996). 그들의 관점에서, 수학 학습은 그것의 사회적 관점 때문에 개인 내에서는 충분히 이해될 수 없다. 게다가, 수학적 의미를 이해하지 않으면 안 되는 사람은 학습자이기 때문에 그것을 단지 개인들간의 구성이라는 점에서의 분석은 부적절할 것이다. 기호적 상호작용주의와 민속학적 방법에 대한 구축(Blumer, 1969; Leiter, 1980; Mehan & Wood, 1975)을 위하여, Cobb과 Bauersfeld (1995)는 개별적인 학생들의 사고와 교실에서의

상호 작용, 대화, 교실 문화간의 반영적 관계를 설명한다. 수학적 의미는 교사에 의해서 미리 결정되지도 않으며, 학생들에 의해서 발견되지도 않는다. 오히려 그들은 사회적 상호작용을 통하여 계속적으로 조정하는 과정에서 나타난다. 이 연구에서 이 출현 이론(emergent theory)은 교실 관찰의 해석에 대한 일반적인 틀을 제공한다.

A. 사회수학적 규범

출현 이론(emergent theory)의 입장에서 보면, 사회수학적 규범은 교실의 사회적 관행(social practices)내에서 수학적 개념이 내포되는 과정을 이해하는 데 도움이 된다(Cobb, Gravenmeijer, Yackel, McClain, & Whitenack, 1997; Yackel & Cobb, 1996). 사회수학적 규범은 수학적 이해에 영향을 주는 사회적 규범으로, 설명, 판단, 논쟁 등에 대한 특수한 규범을 말한다. 사회수학적 규범은 교실의 사회적 과정과 개별 학생의 수학적 이해를 연결시켜 준다. 따라서, 교사들이 그러한 규범을 협상할 수 있어야 교실에서 개혁의지가 성공적으로 실현될 수 있다.

일반적인 사회적 규범은 전반적인 활동 패턴 이외에도 교사와 학생의 기대, 의무, 역할을 포함한다. 학생 중심 교실의 사회적 규범의 한 예를 들면, 학생들이 이미 제시된 해법과는 다르거나, 세련되거나, 또는 효율적인 해법을 제시해야 한다는 기대감이다. 사회수학적 규범은 수학적 교실 관행으로서, 일반적인 사회적 규범과는 다르다. 사회수학적 규범은 교실 문화 내에서의 수학적 차이, 수학적인 세련성, 또는 수학적인 효율성을 구성하는 것에 대한 일관된 기대이다. 또한 교실에서의 사회수학적 규범의 개발은 성공적인 학생 중심의 수학 수업의 실행에 결정적이기 때문에 사회수학적 규범은 이 연구의 중심을 이룬다.

B. 국가간의 비교 연구 실태

그동안, International Association for the Evaluation of Education Achievement (IEA)는

다는 것이다. 예를 들어, 조작 자료를 사용하고 학습을 소집단으로 조직하는 것만으로는 개혁 아이디어가 실현될 수 없다.

수학교육을 개혁하는데 있어서 교사들이 유의해야 할 사항은 교실의 사회적 구조를 이용하여 학생들의(수학자로서의) 사회적 발달을 유도함과 동시에 학생들이 수학적 개념 및 절차들을 이해하도록 촉구해야 한다는 것이다. 이것은 사회적, 심리학적 관점에 따른 새로운 교수/학습관을 필요로 한다. 교수와 학습을 재념화한다는 것은 전통적인 교사 중심의 수업을 행해왔던 교사들에게는 전과 다르게 가르쳐 보려는 의지가 있다하더라도 매우 어려울 수 있다(Ball, 1993; Schifter, Fosnot, 1993). 그러나, 이 어려움은 반드시 극복되어야 한다. 그때서야 비로소 개혁 의도가 실현될 수 있기 때문이다.

B. 연구 문제

본 연구는 앞에서 언급한 바와 같이, 한국과 미국의 초등학교 수학 교실에서의 수학 지도에서의 개혁 의지와 관련한 사회적 규범과 사회수학적 규범 현상을 비교하는데 그 목적이 있으며, 연구 문제를 구체적으로 제시하면 다음과 같다.

1. 한국과 미국에서, 학생 중심의 교육을 실행하는데 있어서 보다 성공적이거나 보다 성공적이지 못한 수학교실의 일반적인 사회적 규범과 사회수학적 규범은 무엇인가? 학생 중심의 교실 문화를 설정하기 위해 교사는 어떤 접근 방식을 사용하는가? 학생 중심의 수학 교실에서 학생들의 참여 방식은 무엇인가? 학생 중심 교실에서 발생하는 학생들을 위한 학습 기회는 어떤 것인가?
2. 연구 대상인 교실을 통해서 보았을 때 한국과 미국의 각각에서 보다 성공적인 학생 중심의 교실과 보다 성공적이지 못한 교실간의 차이점과 유사점은 무엇인가? 초등학교 수준에서의 수학 지도에 대한 문화를 변화시키는데 있어서 각 나라의 개혁자들이 염두해야 할 실행상의 문제점은 무엇인가?

3. 수학 교육 개혁 실행 상에서 각 나라가 안고 있는 문제점의 차이점과 유사점은 무엇인가?

C. 연구의 범위와 제한점

본 연구는 학생 중심의 수학 수업을 시도하고 있는 한국과 미국의 두 수학 교실에서의 사회적 규범, 사회수학적 규범, 그리고 학습 기회를 조사하였다. 각 국에서 두 개의 교실 수업이 효과면에서 같지 않았다는 것에 주목하였다. 각 국에서, 두 교실 중 하나는 학생 중심의 교수를 실행하기 위한 시도에서 보다 성공적이었고 다른 한 교실을 그렇지 못하였다는 것을 확인하였다. 두 교실을 비교하는 것은 두 국가가 각각 교육 개혁을 실행하는데 있어서의 문제점을 찾아내는 계기가 된다. 또한, 국가별 개혁의 문제점들에서 나타나는 유사점과 차이점을 확인하는데 도움이 되며 향후 공동의 노력을 위한 기반이 마련될 수 있다.

본 연구는 다음과 같은 연구의 제한점이 있다.

(1) 본 연구는 탐구적 연구에 그 목적이 있기 때문에 가설을 생성하기 위한 것이지, 질문에 답을 하기 위한 것이 아니다. 적은 수의 수학 교실과 약간의 관찰이 두 나라의 관행에 관한 확고한 결론을 내리기에 는 문제가 있다. 그러나, 탐구를 위한 본 연구의 목적은 한국과 미국을 포함하는 보다 더 광범위한 국가간의 비교 연구를 가능하게 하는 데 있다. Schmidt, Jorde, et al. (1996)이 관찰했던 것처럼, 광범위한 규모의 국가간 비교 연구는 이전의 탐구 연구를 이용하여 핵심 이슈에 대한 경향을 확인하고, 논의하고, 성취하기 위한 기회를 가질 수 있다.

(2) 본 연구의 결과를 해석하는데 있어서 유의해야 할 점은 교실에서의 지도 관행이 문화와 깊은 관련이 있다는 점이다. 이전의 비교 연구로부터 관찰된 중요한 것 중의 하나는 교실에서의 수업 관행은 기본적으로 그 나라의 문화속에서 구현된다는 것이다(NCES, 1996, 1997; Schmidt, Jorde, et al., 1996). 그러므로, 한 나라의 방법들을 다른

나라에 직접적으로 통합시킬 수 있다는 가정은 합리적일 수 없다. 여기서 보고한 국가간의 비교 연구의 잇점은 지역 문화를 이해하는 연구자들에 의해서 각각의 문화적 전제 조건들이 논의될 수 있다는 것이다. Schmidt, Jorde, et al. (1996)은 연구 대상인 나라에서의 지도 관행이 대표적인가의 여부에 관한 의문이 녹화한 교실 수업을 주의 깊게 조사하는 과정의 해석에서 나타났던 우수한 예를 제공하고 있다. 이 관행에 대한 의문은 연구 대상이 되고 있는 국가 내에서 인식되지 않은 가정과 상투적인 관행을 명료하게 만들었다. 궁극적으로 국가간의 비교 연구는 각 나라의 지도 관행은 문화와 관련이 있다는 이해를 할 수 있으며, 그리고 그들 자신의 문화와 관련된다는 것을 고려할 수 있을 때에 한해서 지역의 적용성을 갖는다.

(3) 본 연구에서 사용한 불변수 비교 방법(constant comparison method)은 자료에 대한 지속적인 탐구 과정에서 연구 문제가 구성되고 재구성된다 (Strauss & Corbin, 1990). 따라서, 본 연구는 연구를 진행하면서 연구의 초점이 몇 차례에 걸쳐서 변화가 이루어졌으며, 이것은 교사의 전문적인 발전에 대한 보다 깊이 있게 이루어진 면담 자료에 따른 것이었다.

II. 이론적 배경

Cobb와 그의 동료들은 수업을 위한 개혁에 매우 적합한 주목할만한 이론적 틀을 개발하여왔다 (e.g., Cobb & Bauersfeld, 1995; Cobb, Gravemeijer, Yackel, McClain, & Whitenack, 1997; Yackel & Cobb, 1996). 그들의 관점에서, 수학 학습은 그것의 사회적 관점 때문에 개인 내에서는 충분히 이해될 수 없다. 게다가, 수학적 의미를 이해하지 않으면 안 되는 사람은 학습자이기 때문에 그것을 단지 개인들간의 구성이라는 점에서의 분석은 부적절할 것이다. 기호적 상호작용주의와 민속학적 방법에 대한 구축(Blumer, 1969; Leiter, 1980; Mehan & Wood, 1975)을 위하여, Cobb과 Bauersfeld (1995)는 개별적인 학생들의 사고와 교실에서의

상호 작용, 대화, 교실 문화간의 반영적 관계를 설명한다. 수학적 의미는 교사에 의해서 미리 결정되지도 않으며, 학생들에 의해서 발견되지도 않는다. 오히려 그들은 사회적 상호작용을 통하여 계속적으로 조정하는 과정에서 나타난다. 이 연구에서 이 출현 이론(emergent theory)은 교실 관찰의 해석에 대한 일반적인 틀을 제공한다.

A. 사회수학적 규범

출현 이론(emergent theory)의 입장에서 보면, 사회수학적 규범은 교실의 사회적 관행(social practices)내에서 수학적 개념이 내포되는 과정을 이해하는 데 도움이 된다(Cobb, Gravemeijer, Yackel, McClain, & Whitenack, 1997; Yackel & Cobb, 1996). 사회수학적 규범은 수학적 이해에 영향을 주는 사회적 규범으로, 설명, 판단, 논쟁 등에 대한 특수한 규범을 말한다. 사회수학적 규범은 교실의 사회적 과정과 개별 학생의 수학적 이해를 연결시켜 준다. 따라서, 교사들이 그러한 규범을 협상할 수 있어야 교실에서 개혁의지가 성공적으로 실현될 수 있다.

일반적인 사회적 규범은 전반적인 활동 패턴 이외에도 교사와 학생의 기대, 의무, 역할을 포함한다. 학생 중심 교실의 사회적 규범의 한 예를 들면, 학생들이 이미 제시된 해법과는 다르거나, 세련되거나, 또는 효율적인 해법을 제시해야 한다는 기대감이다. 사회수학적 규범은 수학적 교실 관행으로서, 일반적인 사회적 규범과는 다르다. 사회수학적 규범은 교실 문화 내에서의 수학적 차이, 수학적인 세련성, 또는 수학적인 효율성을 구성하는 것에 대한 일관된 기대이다. 또한 교실에서의 사회수학적 규범의 개발은 성공적인 학생 중심의 수학 수업의 실행에 결정적이기 때문에 사회수학적 규범은 이 연구의 중심을 이룬다.

B. 국가간의 비교 연구 실태

그동안, International Association for the Evaluation of Education Achievement (IEA)는

시간에 따른 교사의 교수 방법 구성에 대한 교사의 회고를 촉진시키기 위해서 계획된 질문 순서는 시간 순으로 하였다. 그러나, 면담 계획은, 교사가 제기하는 논점을 따라가기 위해서, 교사의 반응에 따라 수정되었다. 면담 목적은, 단순히 실제적인 정보를 얻기 위해서 보다는, 교사의 교수 방법에 관한 그의 시각을 알아내는 것이었다. 이 두 번째 면담은 각 교사별로 3시간 정도씩 걸렸으며, 면담 자료는 별도로 보고하지 않았으나, 그것이 유용한 배경 정보를 제공할 필요가 있을 경우에는 면담의 상세한 내용을 분석에 포함시켰다.

2. 미국에서의 자료 수집

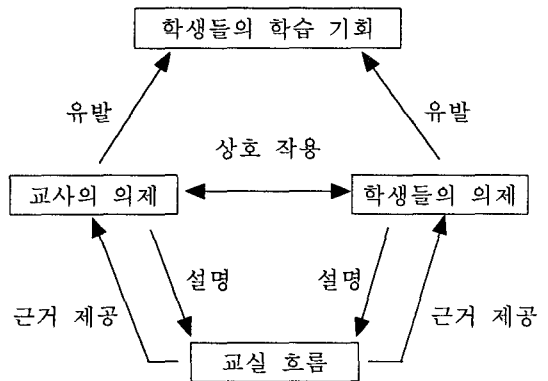
수업은 비디오 카메라 두 대로 촬영되었다. 한 대는 교사와 교실의 앞에서 발표하는 학생을 촬영하였으며, 다른 한 대는 자기 자리에서 활동하고 있는 나머지 학생들을 촬영하였다. 또 다른 자료로는 학생들의 활동지 복사본과 매일 매일의 현장 메모를 참고하였다. 현장 메모에는 교실에서의 활동과 교사가 참여하는 수업을 포함하고 있다.

3. 자료의 분석

연구 문제에 따라, 각 교실을 Cobb와 Whitenack (1996)에서 나온 다음과 같은 수정된 해석적 틀을 사용해서 분석했다. 두 번째 면담은 교사의 의제(agenda)를 확인한다는 점에서 특별히 중요했다.

다음의 4가지 범주는 서로 밀접하게 관련된다. 교실 흐름은 중요한 에피소드들을 포함하여 기술하였다. 교사의 의제와 학생의 의제는 모두 교실 흐름으로부터 추측되었고, 추측의 근거는 시종일관 교실 활동에 근거를 두었다. 또한 역으로, 교실 흐름을 두 가지 의제로 설명될 수 있다. 최종적으로, 학생들의 학습 기회는 교사의 의제와 학생들의 의제로부터 나온다. 이런 관계를 다음과 같이 요약한다.

범주	주요 질문
교실 흐름	교실 활동, 전반적인 상호작용 패턴, 교사와 학생들에 의해 채택된 역할과 기대, 그리고 사회수학적 규범을 포함해서, 교실에서의 지도 관행에 대한 일반적 흐름은 무엇인가?
교사의 의제	수업의 조직과 교사의 수업 참여에 반영된 교사의 교육과정적 의도는 무엇인가? 수학과 수학 수업에 대한 교사의 생각과 그것에 따른 지도는 실행된 지도 관행과 어떻게 관련되는가?
학생들의 의제	학생들의 교실 참여 패턴에 반영된 학생들의 학습 의도는 무엇인가?
학생들의 학습 기회	교사와 학생의 주어진 의제에 대하여, 학생들의 기능과 개념의 발달을 위해 어떤 종류의 수학적 학습 기회가 일어날 가능성이 있는가?



IV. 결과

결과 분석은 우선, 한국에서의 두 교실에 대한 결과를 비교하고 대조한 다음, 미국 교실들에 대한 결과를 제시하고, 마지막에 양국에서의 개혁의 문제에 관한 논의를 하는 순서로 제시한다. 미국에서는 이미 교실 사회적 규범, 사회 수학적 규범, 그리고 개혁의 문제에 관한 많은 연구가

있다. 따라서, 우리는 대부분 한국의 데이터에 관심을 두었다. 이것은 교수 방법 개혁에 대한 실행의 문제들을 확인하는 데 있어서 그리고 교실 관찰에 있어서 새로운 지평을 여는 것이라고 믿기 때문이다.

A. 한국의 W초등학교 교실

1. 환경(setting)

W 초등학교는 충북 청주시에 바로 인접한 교외 지역에 위치해 있다. 이 학교는 1학년에서 6학년까지 각 학년당 2개반으로 되어 있으며, 이 학교의 대다수의 학생들은 중하류 가정 출신이다. 대부분의 부모들이 농부이거나 그 지역에서 작은 사업을 운영하고 있다.

2학년의 K교사의 학급의 학생은 남자 23명, 여자 20명이다. K교사는 20년 이상의 교육 경력을 가졌고, 같은 지역의 초등학교 교사들이 모여서 자신들의 수학 수업에 관한 교수 경험을 교환하는 지역 수학 클럽에 자발적으로 참가해 왔다. 이러한 사실은 그녀와의 면담에서 초등학교 수업 중 수학에 초점을 두어 중요하게 여긴다는 말을 뒷받침해 주었다.

교실에는 TV 화면에 연결된 PC와 실물환등기가 구비되어 있었다. 교사는 학습 목표와 다양한 교실 활동들을 컴퓨터로 준비해서 TV 화면에 비추어 주었다. 때때로 학생들은 발표할 때 자신의 활동지를 실물환등기에 올려놓아 다른 급우들이 화면을 통해 그것을 볼 수 있게 하였다. 한국의 어디서나 사용되고 있는 교과서나 익힘책(workbook)을 사용하는 대신에, 교사가 각 수학 수업을 위해 몇 가지 활동지를 만들어 사용하였다. 그러나, 활동지의 문제 유형은 교과서나 익힘책에 있는 것들과 유사했다.

교사는 학생들에게 각기 다른 방법을 사용해서 문제를 해결해 보라고 하였다. 학생들의 좌석 배치는 보통 남학생 1명과 여학생 1명이 짝이 되어 앞쪽의 칠판을 향해 앉아 있었다. 두 번의 관찰일 중 첫날에, 교사는 4~5명의 학생들이 함께 앉혀 교실을 소집단으로 조직했다. 두 번째 날에

는 학생들은 개별적으로 활동했다.

2. 전반적인 교실 분위기

교사와 학생들은 자기들의 활동한 내용에서 잘못된 점이 있으면 반 전체에 그것을 보고하는 것과 같은 점에서 교실 분위기는 개방적이었다. 학생들은 교사와 다른 학생들의 실수를 찾아냈다. 교사는 자기 자신의 실수를 인정하였고, 또한 학생들의 잘못된 답을 허용했다. 학생들이 보통 몇 가지 활동지를 가지고 개별적으로 활동했으므로, 전체적으로 교실은 조용했다. 교사 또한 순회하면서 학생들에게 개별적으로 지도해 주거나 칭찬해 줄 때 조용히 말했다. 교사는 학생들이 한 활동지를 마치면 답을 검토한 후, 다른 활동으로 옮겨갔다. 수업의 속도는 빠르고 부드러웠다. 교사가 학생들을 주목하게 할 필요가 있을 때는 언제든지, 예를 들어 그들이 다음 활동으로 갈 필요가 있을 때, 그녀는 작은 종을 쳤다. 그러면 학생들은 손뼉을 치면서 '2반'(그 교실 이름)이라고 하고, 교사에게 주목했다. 일부 학생들이 교실 활동을 소홀히 하면, 교사는 은화하게 그들을 나무랐으며, 기대한 바와 같이 활동에 몰입해 있는 다른 학생들을 칭찬했다. 수업 내내, 교사가 많은 칭찬을 하고, 학생들이 성공할 것이라는 자신의 긍정적인 기대를 말해 주었다는 점에서, 그 교사는 학생들의 정서적 상태에 매우 민감했다. 학생들은 일반적으로, 문제를 해결하고 교사의 요구에 따라 자신들의 방법을 발표하는 것을 포함한, 교실 활동에 열중했다. 학생들은 '소곤소곤 말하기, 사뿐사뿐 걷기, 깔끔하게 정돈하기, 성실하게 활동하기'를 강조하는 활동 규칙을 암송하곤 했다.

3. 수업 절차

첫 수업에서 할당된 문제를 해결하고 해결 방법에 대한 토론을 위한 개별 학생들의 활동을 지원해주기 위해 소집단을 사용했다. 그러나, 학생들은, 소집단 상황에서 조차, 개별적으로 활동했다. 두 번째 수업은 반 전체 상호작용(전체 학습에 의한)을 사용했다. 이런 차이에도 불구하고, 두

수업에서의 활동 구조는 거의 동일하였다. 이 절에서는 두 수업에서의 교실 활동 5단계를 기술하고, 각 단계의 활동에 대한 설명을 강화하기 위해서 각각으로부터 나온 에피소드들을 제시한다.

(1) 새로운 수업의 준비를 위한 선수학습 상기

교사는 현재의 수업과 관련된 것으로서 선수 학습 내용을 음미하면서 시작했다. 첫날에는 수직선 위에서 재미 한 마리가 주어진 처음의 수에서 마지막의 수(합)까지 가는 세 갈래의 각기 다른 길(가수)중 어느 것을 따라 갈 수 있는지를 묻는 교묘하게 꾸며진 수직선 문제를 가지고 그렇게 했다. 덧셈 방법의 범위를 확장시키는 그날의 수업을 시작하기 위해 이와 같은 방법으로 학생들의 덧셈 방법을 상기시켰다. 두 번째 날에는, 세 자리 수 뺄셈에 대한 준비를 위해서 활동지에 세 개의 두 자리 수 뺄셈 문제를 제시했다.

양일 모두, 교사는 학생들이 정답을 구했는지 조사해서 알아보았다. 한 학생이 답을 제시하면 답이 맞았는지 틀렸는지를 반 전체 학생들에게 물어 보았다. 답의 정확성만을 생각했다. 이 복습 자료에서 답을 어떻게 구했는지에 대한 토론은 없었다.

(2) 새로운 주제(topic)의 도입

선수학습 상기 후에, 교사는 TV화면에 제시한 학습 목표와 활동 순서를 학생들에게 다같이 일제히 크게 읽어보게 함으로써, 그 날의 새로운 주제를 소개했다. 첫날에 이루어진 예는 다음과 같다.

[주: 둥근 괄호, '(...)'는 비디오 테이프에 나타난 행동이나 동작을 제시하기 위해 사용한 것이며, 모난 괄호, '[...]'는 말이나 행동을 단순히 추측하여 해석한 것을 나타내기 위해 사용한 것이다.]

에피소드 KA1: 미리 설정된 학습 목표와 활동 순서 읽기

T: (자신의 컴퓨터에 연결된 스크린을 켜다.) 오늘 무엇을 배울까?

Ss: (화면을 보고 함께 읽는다.) 학습목표: 반아 내림이 없는 세 자리 수 덧셈의 암산을.....

T: 자, 여기를 보자, 우리가 어떤 종류의 활동을

할 예정인지 알 필요가 없을까?

Ss: (화면을 보고 함께 읽는다) 활동 순서. 활동

1. 세 자리 수의 덧셈.

T: 다음, 두 번째. 활동 2?

Ss: 활동 2. 세 자리 수 덧셈의 적용.

T: 말하자면, 덧셈 방법 적용하기. 다음.

.....

특히, 첫날에 관찰된 활동 순서들은 학생들이 이전에 암기한 학생 행동에 대한 약속과 관련되어 있었다:

에피소드 KA2: 학생들의 행동 규약

T: 약속 1

Ss: (다같이) 소곤소곤, 금붕어[조용히 말하기]

약속 2, 살금살금, 고양이[조용히 걷기]

약속 3, 정리정돈, 꿀벌[깔끔하게 정돈하기]

약속 4, 성실하게, 재미[다른 짓하지 않고 활동하기]

첫날과 마찬가지로, 두 번째 날에도 교사는 주제 도입 시에 활동 순서를 다시 알아보았다. 이날 교사는 문장제를 해결하기 위한 고정된 절차들을 언급했다.

에피소드 KA3: 문장제 풀이 규칙

T: 알고자 하는 것[모르는 것]에 네모하고, 알고 있는 것[데이터인 것]에 밑줄을 그어라. 이와 같이 수식을 만들어라[문제를 해결하기 위한 방정식을 써라].

(3) 활동지를 사용한 개별 활동 시간

새로운 주제를 도입한 후에, 교사는 몇 가지 활동지를 나누어주고 첫날에는 학생들에게 4인 1조의 집단에서, 그리고 두 번째 날에는 개별적으로 그 문제들을 해결해 보라고 하였다. 또한, 각 소집단 조장에게 집단의 어떤 구성원이 어려움을 가지는 경우에 도움을 주도록 지시했다. 이틀 동안, 교사는 학생들에게 다른 학생들과 같이 활동하고 그들이 이해하지 못했다면 도움을 청하도록 격려했다.

주었다. 그러나, 학생들은 교사의 지시와는 달리 주어진 문제를, 학생들이 집단으로 배치되는 첫 날에서조차 혼자서 해결했다. 학생들 간의 상호작용은 답을 검토해 보는 것에 제한되었다.

학생들이 활동지를 완성하는 동안에, 교사는 칭찬과 조언을 하면서 돌아다녔다. 함께 활동하라는 그녀의 전체적인 지시를 제외하고는, 교사는 집단에서의 학생들의 논의를 촉진시키지 않았다. 그녀는 대개 칭찬과 긍정적인 기대로 학생들을 개별적으로 격려해 주었다. 학생 개인이 질문을 하면, 교사는 주어진 문제를 해결하는 방법을 설명했다.

수업에서 특별히 중요한 것은 여러 가지 방법으로 문제를 푸는 것이었다. 첫날에, 주된 목표는 이미 학습한 방법들에 암산을 포함시키는 것이었다. 두 번째 날에 교사는 활동지 시간을 두 부분으로 나누었다. 처음 부분에서 학생들은 몇 개의 문제들에 대한 답을 구했다. 그리고 나서 반 전체가 그 답들이 맞는지 검토해 보기 위해 다시 교사에게 주목하였다. 다음 에피소드에서 예시된 바와 같이, 그 다음 다소 오랜 시간 동안 학생들에게 다양한 해결 방법을 사용하라고 지시했다:

에피소드 KA4: 여러 가지 방법을 사용해서 문제를 해결하기

T: 한가지 방법을 사용해서 문제를 해결하지만 말고, 가능한 한 많은 방법을 찾아보세요. (그녀는 케간 순시를 하면서 그들의 활동지를 검사했다.) 가능한 한 많은 방법을 찾아봐. (진욱이의 활동지를 보면서) 진욱아, 왜 많은 방법을 알아보려 하지 않니? 암산으로 풀었니? 모든 방법을 찾아봐. 선생님은 내가 잘하리라 기대하고 있어. 겨레야, 왜 여러 가지 방법으로 하지 않니? (계속해서 모두를 둘러본다). 1 조가 아주 잘하고 있어요.

(4) 반 전체 상호작용: 답을 검토하고 방법을 재조사하기

학생들의 개별적 활동 시간 후에, 교사는 반 전체 토론을 하게 했다. 교사는 때로 학생들이 개인적으로 해결했던 어려운 문제를 다루거나 틀

린 답이 들어 있는 학생들의 활동지를 사용해서 반 전체 시간을 시작했다. 첫날에, 반 전체 토론은 주로 교사가 우연치 않게(이 날의 학습 내용은 받아 올림이 없는 세 자리 수끼리의 덧셈이었다) 활동지에 들어 있는 ‘받아 올림’이 있는 덧셈 문제에 초점을 두었다. 두 번째 날에는 한 학생이 자신의 해결 방법 중 하나에 대해 진술한 것을 교사가 비평했고, 다른 학생이 보완 방법을 제안한 것을 포함시켰다:

에피소드 KA5: 정확한 진술에 대한 비평

T: (반 전체에게) 설해가 이 문제를 푼 방법을 모두 보세요.

S(설해): 이 식 $(460-320)=140$ 에 대해, 그것을 가로로 풀 수 있어요. 또한 식을 쓰지 않고 암산으로 그것을 풀 수도 있어요. 그리고, 일의 자리에서 백의 자리까지 세 로로 계산한 후에, 각 숫자를 더 할 수 있어요. 또는 세로선으로 답을 얻을 수 있어요. 또 문장제 문제를 만들어서 그것을 할 수 있어요.

T: 설해가 여러 가지 방법들을 설명했는데, 뭔가 이상한 것이 있네, 그렇지? 세로선을 사용했다고 말했어. 선생님이 생각하기에는, 이점이 뭔가 이상해. 다른 말로 그것으로 어떻게 말할 수 있을까? 덧셈을 공부할 때 그것을 배웠어요. 누가 설명해 볼까? ... (몇몇 학생들이 손을 들어 교사는 효정을 지명한다)

S(효정): 세로선으로라고 설해가 말한 것 보다, 자리 수 끼리라고 하는 것이 더 편리한 것 같아요.

T: 자리 수 끼리라니?

S: 일의 자리, 십의 자리, 백의 자리에서 각각 빼서 답을 구하는 게 더 좋은 것 같아요. 그리고 나서, 각 자리수의 결과를 더하고.

T: [토론의 주제를 바꾼다]

대부분의 반 전체 토론은 학생들이 사용한 다양한 방법에 초점을 주었다. 이런 방법들에는 가로셈 형식; 세로셈 형식; 각 자리 값이 그 줄에서 더해지고 나서 이 줄들 모두가 최종적인 답을 구하기 위해 더해지는 확장된 세로셈 알고리즘(다

소 곱셈 알고리즘 같다)이 들어 있었다. 다양한 방법들의 정확한 발표를 제외하고는, 각기 다른 방법들이 왜 쓰이는지, 어떻게 그들이 서로 관련 되는지, 또는 각기 다른 방법들을 공부하는 것이 왜 중요한지에 대해서조차 거의 토론되지 않았다. 주 관심은 정답을 얻는 방법을 사용하는 것이었다.

교사는 정규적으로 틀린 답이 나와도 그것을 고치면 된다고 학생들을 격려해 주었다. 교사와 학생들이 틀린 답을 찾아냈을 때, 교사는 오류가 고쳐지게 되면 다음 문제로 옮겨갔다. 반 전체 토론을 이끄는 또 다른 전략은 교사가 한 학생을 지명해서 교실 앞에 나와 자신의 해결 방법을 발표하게 하는 것이었다. 학생이 올바르게 설명했을 때, 교사는 그 설명을 반복해서 재진술해 주었다. 발표에서 어떤 점들을 설명하고 싶을 때, 교사는 다른 학생들에게 그 설명을 비평해보고 다른 방법을 찾아보라고 했다(위 마지막 에피소드에서와 같이).

(5) 정리 활동

첫 날, 교사는 학생들의 노력에 대한 칭찬으로 수업을 끝마쳤다. 몇 개의 그룹단들이 선정되어 박수를 받았고, 그들의 노력의 보상으로 학생들에게 작은 선물을 주었다. 다음 수업의 주제가 간략하게 언급되었고, 수업은 끝났다. 두 번째 날에는 다소 복잡하게 끝났다. 수업의 말미에 교사는 발표된 다양한 방법들에서 배울 수 있었던 것을 종합해서 요약했다. 460-360을 해결하는 여러 가지 방법을 다시 생각해 본 후에, 교사는 두 가지 방법을 요약했고 '편리한' 것으로써 표준 알고리즘을 강화했다. 이 때문에, 교사는 또한 세로셈을 하기 위해 자리를 맞추는 것과 일의 자리에서부터 왼쪽으로 빼는 것을 강조했다.

에피소드 KA6: 주요 결론: '편리한 방법'

T: 어느 것이 편리할까? 그것에 대해 생각해 보자. ... 내가 한 방법을 살펴보자. 460-320을 풀 때, 선생님은 세로로 자리를 맞추어서 했다. (일의 자리를 가리키며) 내가 어떻게 했다고?

Ss: 일의 자리.

T: 일의 자리에서 뺀다. 다음?

Ss: 10의 자리. ... [이런 식으로 계속해 나감으로써, 교사는 각 자리에 있는 수들을 각 각 빼고 난 다음, 각 자리의 결과를 더하는 과정을 요약했다.]

T: 세로셈을 할 때 선을 맞추어서 해야한다는 것을 명심해요. 편리한 방법이다, 그렇지? (화면상의 표준 알고리즘을 가리키며) 편리한 방법을 보세요. 일의 자리를 빼고, 10의 자리를 빼고, 100의 자리를 빼라. 그러면, 140이 나온다.

이와 같이, 그날의 수업에 대한 종합을 한 후에, 교사는 학생들이 그날 제출한 학습지에서 그녀가 본 오류를 재검토함으로써 두 번째 수업을 끝마쳤다.

4. 교사의 접근법

이 절의 목적은 위에서 기술된 수업 절차를 교사가 어떻게 조화를 시켰는가에 근거해서 이들 수업에서의 교사의 특별한 의도를 이해하는 것이다. 수학에 대한 것과 수학 수업에 대한 교사의 생각 역시 두 번째 면담을 통해 추측하였다.

위에서 묘사된 수업에서, K 교사의 행동 특성을 다음과 같이 관찰할 수 있었다.

- 미리 설정된 활동 순서를 제시하고 수업 내내 그것을 따랐다.
- 문장제를 해결하는 고정된 절차를 강조했다.
- 정답에 주된 관심을 보였다.
- 표준 알고리즘을 강조하는, 중심적인 결론을 지향했다.
- 개별 학생들에게 문제를 해결하기 위한 절차적 방법을 제공해주었다.
- 개별 활동 시간에서 반 전체 보고시간으로 가도록 교실 활동을 조직하였다.
- 학생들이 함께 활동할 것을 장려했다.
- 설명, 다른 방법, 비판을 요구했다.
- 번번이 학생들의 설명을 반복하고 다시 진술하곤 했다.

- 자신의 잘못을 자유로이 인정했고 실수가 받아들여 지는 환경을 만들었다.
- 학생들에 대한 칭찬과 긍정적 기대를 아끼지 않았다.

이와 같은 첫 번째 수업은, 교사가 교실에서의 지식의 방향을 정하고 그것을 인정해주는 책임을 가진다는 점에서, 일반적으로 교사 중심 접근법과 일치한다. 두 번째 수업은, 교사가 학생들의 생각과 판단을 교실에서의 관심의 초점에 되게 하기 위해 학생들의 참여를 격려해주는 역할을 한다는 점에서, 일반적으로 학생 중심 접근법과 일치한다. 이러한 면에서, 교사의 접근법에는 약간의 모호함이 있는 것 같다.

상충된 사회적 과정들에 대한 우리의 해석의 핵심은 교실 소문화 속에서 다루어진 수학적 아이디어들의 질과 내용이다. 교사의 일관된 관심의 초점은 다양한 과제를 완성하는 절차적 방법과 답의 정오(正誤)였다. 아이로니하게도, 교사가 학생의 절차적 언어(자리 값이라 부르는 대신에 '세로로 정돈')를 비판한 순간에 대해서조차 그녀는 학생이 이해한 것의 본질을 파악하지 못했다(KA5). 교사는 학생들이, 그 개념적 이해와는 무관하게, 승인된 어휘를 사용한다는 것에 만족했다. 더욱이 '편리한' 덧셈 알고리즘을 추천한 그녀 자신의 요약(KA6)은 그 절차에서의 위치적 특징을 직접 언급했다. 유사하게, 문장제 해결을 위한 기억된 절차(에피소드 KA3)는 해를 쓰는 단순한 '형식'에 불과한 것으로, 문제의 해석에 관련한 중요한 심리적 과정들을 다루지 않았다. 이런 생각들은, 교사 자신의 절차적 아이디어와 방법들이 교실 대화(discourse)의 초점이었다는 점에서, 우리는 교사의 기본 접근법을 행동주의나 교사 중심인 것으로 보게 한다.

이런 결론이 불러일으키는 혼란은 그 교사의 실행 중 많은 부분들이 왜 학생 중심 수학 수업과 일치하는가 이다. 단지 교사 자신만의 아이디어가 활용될 예정이라면, 왜 학생들에게 여러 가지 해결 전략을 개발하고, 자기 자신의 해를 설명하고 다른 사람의 해를 비판해 보게끔 격려해

주었는가? 우리는 이런 혼란을 깊이 있는 면담에서 나타난 교사의 배경과 아이디어를 참고로 하여 접근해 간다.

위에서 주목한 바와 같이, K 교사는 교직 경력이 20년이 넘는 노련한 교사이다. 그녀는 자발적으로 아이디어와 경험을 나누기 위해 자신이 살고 있는 시의 초등 교사들을 위한 지역 수학 클럽에 참석하고 있다. 그녀 자신이 초등학생이었을 때, 수학은 그녀가 강한 과목이었다. 그녀는 그것의 명료하고 정확한 특성을 좋아했다. 그녀를 가르친 교사들이 그녀를 우수한 수학 학생으로 생각했다는 점이 그녀가 수학을 더 열심히 공부하게 하는 동기를 주었다. 그녀는 자기가 다니고 있던 초등 학교에 가르치러 온 자신의 고모(집안에서 처음으로 대학에 입학함)를 매우 자랑스러워했다. 그녀가 더 좋은 학교에 다닐 수 있도록 그녀의 아버지가 그녀와 함께 고향의 작은 도시를 떠나 서울로 분가해 갈 정도로 그녀의 집안은 그녀의 학문적 성공에 대해 대단히 열성적이었다. (한 학기 후에, 가족들은 더 작은 도시 청주에서 다시 합쳤다.) 중학교 1 학년 때에 그녀는 수학에서 만점을 받았다 - 한국에서 주목할 만한 사건이다.

K교사가 초등학교 아동으로서 우수했던 수학 과목은 절차 지향적인 교육과정에서 나온 것이었다. 오늘날 많은 성공적인 한국 학생들과 마찬가지로, 학교 수학에 대한 그녀의 성공은 그 분야에 대한 실제적인 자신감과 숙달감으로 해석해선 안된다(Noh, 1998). 고등학교에서 자신의 직업 선택을 생각할 때, 그녀는 수학이 적용되는 분야에서 성공할 정도로 자신이 수학자로서 충분히 창의적이지 못하다고 생각했다. 그녀의 자신감은 교과서의 범위에 국한된 것이었다. 그녀는 정말로 초등 학교 교사가 되길 원하지 않았으나, 그녀의 아버지는 그녀에게 적합한 직업이라고 결정했다. 교육 전공이 다소 마음 내키지 않았기 때문에, 그녀는 대학 공부에 거의 노력하지 않았다.

면담을 시작할 때 그녀는 자신의 수학 수업에 관한 어려운 질문들에 대해 두려워하는 것 같았다. 예를 들어, 그녀는 녹음 상태에서 면담하기를 거절했다(대신, 노트에 기록했다). 초등 학교 수

학에서의 자신의 긍정적 경험에 근거해서, 그녀는 수업에 있어서의 자신의 기본 의제(primary agenda)를 자신의 학생들에게 정서적인 지원과 격려를 해주는 것으로 표현했다. 그녀는 수학의 개념적 이해의 중요성을 인정했으나, 자신의 수학이나 교사 교육이 그녀에게 그러한 수준에서 학습들에게 도움을 줄 준비를 갖추게 한 것 같지는 않았다.

이러한 생각들이 그녀의 교수 양식의 모순된 요소들에 대한 설명을 가능하게 한다. 한편으로, 그녀는 초등 수학의 절차들에 대한 확고한 이해를 가지고 있고, 그녀는 이런 절차들을 가지고 초등학교에서 대단히 성공한 적이 있는 개인적인 경험을 가지고 있다. 이런 요소들이 그녀의 기본적인 절차적 수업 접근법과, 그녀의 학생들에 대한 칭찬과 격려를 아낌없이 주는 것의 토대를 형성하고 있다. 한편으로, 그녀는 절차적 이해가 불충분하다는 것을 느끼고 있다. 수학적 자신감과 힘은 더 개념적인 기반을 필요로 한다. 이런 결과를 위해서, 그녀는 학생들에게 설명하고 비판(수학 교육 개혁가들이 장려한 방법)해 보게 하였다. 그러나 결론적으로, 그녀는 그것들을 사용하는 개념 지향적인 교실 문화를 만들어 내지는 못했다.

5. 학생들의 의제(agenda)

이 절은, 학생들의 교실 흐름의 흐름에서 교실 참여의 패턴이 반영되는 교실에서의 학습 동기를 다룬다. 위에서 보고된 교실 활동들은 다음과 같음을 보여준다:

- 학생들은 할당된 문제를 해결했다.
- 학생들은 자신의 집단 내에서 자신의 답을 검토했다.
- 학생들은 자신들의 해결 방법을 자원해서 제시하였다.
- 학생들은 자신들의 활동지에서 나온 교사의 질문을 물었다.
- 학생들은 다른 학생들의 설명을 비평했다.
- 학생들은 교사의 실수를 집어냈다.

위와 같은 증거들로부터, 학생들의 입장에서 가능한 관심과 의제를 다양하게 추측할 수 있다. 아마도 그들은 수학적 개념과 과정을 이해하는데 관심이 있을 수 있으며, 또한 자신들의 교사와 동료들의 약점을 보는데 관심이 있을 수도 있으며, 교사의 기대에 응하는데 관심이 있을 수도 있다.

수집된 자료는 이러한 것들에 대한 설명을 어느 정도 가능하도록 뒷받침해 준다. 그러나, 우리는 이와 같은 가능한 설명을 통합하기 위한 보다 강력하게 뒷받침되는 교사의 언행을 찾고자 한다. 이와 같은 해석을 확립하기 위해서, 우리는 학생들의 서로에 대한 비판과 교사에 대한 비판의 본질을 조사한다. 이것들은 두 가지의 다른 해석에서 그 근거를 찾을 수 있다.

에피소드 KA7: 교사의 실수 보고하기

T: ... 그런데, 원규가 선생님한테 뭔가 잘못되었다고 말했어요. 원규야, 그게 뭔지 나 에게 다시 말해 주겠니?

S(원규): 첫 문제에서 (새로 형식으로 쓰여진, 58-23), 8과 3, 5와 2의 위치가 잘 안맞아요.

T: 여기를 보세요. 원규는 첫 문제의 숫자들이 잘못 써졌네요. 오, 내가 틀렸네. 숫자를 잘 맞춰 써야 한다고 말했는데. 마음속에 정리해서 문제를 다시 쓰겠니?

우리는 이 에피소드로부터 학생들이 계산에서 절차적 측면에 민감하게 된 것을 본다. 원규는 뺄셈 문제에 대한 교사의 해결 과정이 실제로는 약간 위치가 맞지 않는다는 것을 지적하고 있다. 교사는 학생이 지적한 자기의 실수를 가지고 반 전체가 주목하는데 이용하였다. 이 예에서 우리는 학생들의 언어적 상호작용은 개념에 대한 그들 자신만의 독립적인 관심보다는 교사가 관심을 갖고 있는 절차에 반영하고 있다는 증거를 알 수 있다.

에피소드 KA8: 또 다른 학생의 실수 보고

[개별 학생들이 문장제를 해결하고 있다: 인호는 460원을 가지고 있고 경화는 360원을 가지고

있다. 인호는 경화보다 얼마를 더 가지고 있는가?

T: 자, 여기를 보세요(벨을 울린다). 답이 틀려도 좋아요. 무엇이 필요할까?

Ss: (손을 들면서) 저요! (저를 지목해 주세요!)

T: 문제가 무엇인가요? 진우.

S(진우): 경화보다 (인호가)얼마 더 가지고 있는가?

T: (찬학이 손든다) 찬학, 다른 생각을 가지고 있니?

S(찬학): 예. 진우가 말한 것은 틀렸어요. 진우는 경화보다 얼마를 더 가지고 있는지를 말했어요. 사실, 문제는, 어, 인호가 경화보다 얼마 더 가지고 있는지입니다.

T: 그래. ... 무엇을 알고 있니?

S: 인호, 460원과 경화 360원.

T: 맞아요?

S: 예.

진우의 답변에 대한 찬학의 보충 설명은 앞의 에피소드와 약간 유사한 면을 가지고 있다. 이 경우에, 찬학이 지적한 오류는 어법적 성질의 오류이다. 진우는 문장의 논리적 주어인 '인호'를 확실하게 언급하지 않고 묵시적으로 나타냈다. 교사는 진우가 분명히 찬학과 정확히 동일한 의미를 나타내고자 했다는 사실을 생각지 않고, 일단 찬학의 의견을 타당한 것으로 받아 들였다. 우리는 여기서 학생들이 비판을 하거나 수학적 원리들에 대한 자신들의 이해를 발전시키기 위해 질문을 하라는 교사의 제안과는 상반되는 논쟁 거리를 찾을 수 있다. 즉, 학생들의 행동은 진우의 답변이나 찬학의 보충 설명에 대한 그들 나름대로의 의견 개진이 없이, 좋은 학생들이 질문을 하고 비판을 한다는 교사의 기대에 그대로 따르고 있다. 따라서, 흔히 학생들의 독립적인 개념적 이해를 육성하기 위해 학생 중심 수업에서 사용되는 비판과 토론을 증진시키려는 교사의 전략은 (Cobb & Bauersfeld, 1995; Lambert, 1992) 이 수업에서는 단지 피상적인 지적 노력과 참여만에 불과하다는 것을 알 수 있다. 즉, 학생들은 자기 자신의 이해를 추구하기 보다는 교사의 기대에 그대로 순응하고 있음을 알 수 있다.

6. 학생들의 학습 기회

한 수업에서 학생들의 학습 기회는 교사와 학생 자신의 목표와 함수관계에 있다. 학생들이 자신의 발전에 대한 보다 자주적인 목표를 세울 수만 있다면 교사와 동료들간에 좀 더 의욕을 돋구는 질문과 비판을 할 수 있을 것이다. 따라서, 그 결과 자신과 동료들에게 보다 풍부한 지적 환경을 만들게 될 것이다. 그러나, 그런 자주성은 2학년 어린이들에게서 기대되기가 어렵다. 그들은 수학에 의미있게 참여할 수 있다는 것을 이해할 경험을 갖고 있지 않다. 그 보다는 학생들의 1학년에서의 경험은, 그들의 교사도 그녀 자신의 학교 수학 경험에 의해 제한되는 수학적 참여에 대한 가능성을 갖고 있긴 하지만, 수학적 참여에 대한 가능성을 한정하고 있다. 그래서 K 교사의 학생들을 위한 학습 기회는 정형화된 알고리즘에 대한 절차로 제한되게 되었다.

B. 한국의 O초등학교 교실

1. 환경(Setting)

O초등학교 역시 청주시 교외 지역에 위치하고 있다. 대부분의 학생들은 중에서 중하의 가정 출신이다. J 교사의 학급은 2학년 2개 반 중의 하나이며, 23명의 남학생과 14명의 여학생으로 구성되어 있다. J 교사는 20년이 넘는 교육경력을 갖고 있고 매우 열성이 있는 교사이다. 그녀는 학생들의 토의와 공헌(contribution)들이 매우 가치 있게 여겨지는 학급 환경을 조성하려 하였다. 특히, 수업을 4명이나 5명이 함께 참여하는 소집단으로 조직하여 활발한 집단 토의를 권장하였다.

W초등학교 같이, 이 학급에도 TV 스크린과 연결된 비디오 프로젝터가 갖추어져 있었다. 학습 목표와 교사가 준비한 다양한 학급 활동들이 TV 스크린에 비춰졌다. 몇몇 발표에서 학생들은 학습지를 OHP에 올려놓아 다른 학생들이 스크린에서 볼 수 있게 하였다.

2. 전반적인 교실 분위기

학급 분위기는 주어진 뺄셈 문제를 학생들이 소집단에서 함께 협력하여 여러 가지 서로 다른 방법으로 해결하는 활력 있는 것이었다. 학생들은 문제를 해결하는 과정을 다른 방법으로 표현하는 활동에 적극적으로 참여하였다. 한 예로, 한 소집단에서는 다양한 해법을 토의하는데 열중한 나머지 책상에 있는 한 학습지를 찾아보라는 교사의 지시조차 듣지 않았다. 각 집단의 아이들은 큰 소리로 많이 말을 하였으나 이것이 다른 집단의 토론이나 활동을 방해하지는 않는 것으로 보였다. 학생들이 소집단에서 학습하는 동안 교사는 교실을 순회하면서 소집단에서 찾아낸 다른 방법들에 대해 논의했다. 교사가 큰 소리로 말하긴 했지만 그것이 다른 집단의 활동을 방해하지는 않는 것 같았다. 학생들의 독창적인 생각에 대하여는 놀라움을 나타내며 칭찬을 하였다. 여기서 분석한 두 번의 수업 중, 첫 시간에 교사는 학생들이 발표한 것들 중 수학적으로 중요한 것을 지적했지만 학생들이 진정 이해한 것을 알아보는 못한 것으로 보였다. 두 번째 수업에서는 학급 전체에 대한 학생들의 공헌과 발표에 더 초점을 두었다. 수업 전반적으로 교사는 소집단과 개인의 위신에 신경을 기울였다. 일례로 한 학생이 전체 학급에게 발표하다 잘못했을 때 교사는 그 학생이 속한 소집단이 정정하도록 권유하였다. 학생들의 개인적 발표가 잘 되지 않았을 때 교사는 그들의 당황스러움을 긍정적인 받아들이고 그들의 당황함을 없애 주려고 하였다.

뺄셈 문제를 해결하기 위한 다른 방법을 발표하게 하는 것은 예상한 것보다 더 많은 시간이 소요되었다. 40분간의 수업 종료를 알리는 종이 울리고 난 후에도 교사와 학생들은 지루함이나 불평 없이 활기 있는 토의를 계속하였다. 그들은 계속하여 자신들의 방법을 발표하고 방법들 간의 차이를 토의하는데 적극적으로 참여하였다.

3. 수업 절차

(1) 현 수업과 관련된 주제에 대한 고찰

교사는 첫 번째 수업을 현 수업과 관련된 간단한 이야기 문제를 간략히 소개하는 것으로 시작하였다. 두 번째 시간에는 단지 전 시간에 배웠던 것을 언급하기만 했다.

(2) 새 주제의 도입

전 시간의 수업에 대해 간단히 언급하고, 교사는 칠판에 학습 목표를 쓴 다음, 문장제를 이용하여 새 주제를 도입하였다. 교사는 한 개의 뺄셈문제(첫째 날에는 460-320; 둘째 날은 476-152)를 제시하였고, 그 문제를 소집단에서 여러 가지 방법으로 해결해야 한다는 것을 강조하였다. 또한 문제들을 교사가 아닌 학생들이 풀어야 한다는 것을 중요하게 이야기하여 수학적 아이디어를 전개함에 있어 의존적이 되지 않도록 할 것과 창의성을 강조하였다. 첫 제날 교사는 그녀가 여러 가지 방법으로 하도록 하는 것에 대한 이유를 특별히 언급하였다.

Episode KO1: 여러 가지 해법에 대한 근거

T: 해보세요. 하는 것은 선생님이 아니고 여러분들 이에요. 음. 여러분들이 방법을 찾아 보세요, 계산할 수 있잖아. 그런데 몇 가지 방법으로?

S: 여러 가지(방법)로.

T: 예. 한 가지 방법만 있는 게 아니고.....

S: (모두) 여러 가지(방법).

T: 여러 가지 이유에서 그것은 중요해요. 계산할 때 한 가지 방법으로만 하면 다른 사람이 다른 방법으로 계산할 때 이해할 수 없겠죠? 그래서, 여러 가지 방법으로 해 보세요; 친구들과 같이, 음, 의논해 보세요; 여러분의 방법이 친구의 것과 어떻게 다른지 어떻게 친구의 것보다 더 좋은지 찾아보세요. 그러면 다른 문제가 나와도 풀 수 있어. 여러분이 그걸 잘 하면, 여러 자리의 뺄셈도 계산할 수 있어.

(3) 소집단에서 주어진 문제 풀기

다음에, 교사는 그 문제를 소집단에 주고, 여러 가지 해법을 함께 찾아보도록 했다. 그녀는 모든 방법들이 서로 '다른' 것은 아님을 조심스럽게 이

야기했다.

Episode KO2: 소집단 토의에 대한 격려

T: 자, 476과 152의 차를 구해야 해요. 어떻게 찾을까? 어제 집에서 찾아보도록 했으니까 여러분 집단에서 그 방법을 토의해 보세요. 어느 방법이 더 좋은가? (다른 학생과) 같은 방법을 찾으면 그것들은 하나로 보세요. 어제 이용한 것과 다른 방법이나 다른 것들을 사용해도 좋아요. 뭘 사용할 것인지 토의해 보세요.

학생들이 문제를 해결할 때, 교사는 교실을 순회하며 잠시 후에 있을 전체 학급 토의에서 중요하게 공헌할 내용들을 수집한다.

Episode KO3: 사용된 임의의 단위

[7조는 젓가락을 이용하여 370-250을 해결하고 있다. 이 조에서는 10개씩 묶은 3개의 묶음으로 300을, 날개로 7개의 젓가락으로 70을 표시하고 있다. 250도 비슷하게 표시하고 있다. 교사가 이 조에 온다.]

T: (10개씩 묶은 세 개의 묶음을 가리키며) 이게 300이야?

S: 10개씩 묶은 것을 100으로 보았어요.

T: 아! 이 묶음을 100으로 본 거야? 그럼, 젓가락 한 개는 얼마를 나타내니? (학생들이 대답하나 잘 들리지 않음) 10으로 보았어? 음, 젓가락 한 개가 10을 표시하는 걸로?

Ss: 예

T: 야(놀라움을 나타내며), 아주 똑똑하네. 좋아, 이 10개를 100으로 생각하고 계산했 다고?

Ss: (고개를 끄덕인다)

T: 좋아, 훌륭한데. 아주 똑똑한 학생들이네.

이런 식으로 교사는 자신의 생각에 흥미롭거나 훌륭하거나 잘못된 것이어서 전체 학급이 관심을 기울여 볼 만 하다고 여기는 것들을 찾아내었다.

(4) 전체학급 토의: 다른 방법들을 대조하고 비교하기

교사는 교실을 순회하며 각 집단의 해법을 살

펴보고 난 후, 학생들에게 그들의 방법을 발표하게 하면서 학급 논의를 시작하였다. 학급 토의 동안 내내 교사는 주어진 문제에 대한 다른 해법을 강조하였다. 이 학급 활동이 수업에서 가장 오랜 시간을 차지했고, 수학적 개념에 대한 많은 토의들이 이뤄졌다. 학급 토의의 몇 가지를 예시 해 보겠다.

대부분의 경우, 교사는 학생들이 발표한 것들은 다른 학생들이 한 것과 다른 것으로 받아들였다. 그러나, 한 번은 한 학생의 반응을 그 앞에서 한 것과 비슷한 것으로 여겨 다른 것으로 받아들이지 않았다.

Episode KO4: 한 학생의 방법을 앞의 방법과 유사한 것으로 여겨 받아들이지 않음

[학생들이 숫자 카드, 이쑤시개, 장판지 등을 이용하여 발표한 후, 교사는 자신의 준비물로 476-152를 나타낸다. 교사가 사용한 준비물은 십진 블록과 유사한 것으로 재질, 색, 무늬 등만이 다르다.]

T: 자, 이제 누가 앞에서 다른 것으로 발표해 볼까? (학생들이 손을 든다) 5조는 무엇으로 할 거야?

S(5조의): 타일이요(종이로 된 십진 블록을 의미)

T: 타일? 타일로 하는 것은 똑같은 거야. 이건 (칠판에 붙어 있는 자신의 준비물을 가리키며) 타일과 마찬가지로. 타일 말고 누가 다른 걸로 해 볼까? 타일 말고. [상미가 동전으로 하겠다고 한다. 교사는 타일로 하는 것을 다른 것으로 여겨 받아들인다.]

둘째날, 교사는 학생들이 준비한 서로 다른 준비물에 대해 그녀의 관심 상태를 나타냈다. 다음 에피소드는 동전과 종이 타일간의 차이에 관련된 것이다. 준비물들과는 상관없이 답은 같다는 것을 입증한 후, 교사는 어떤 점에서 차이가 있는지를 질문하고, 한 학생이 그녀가 의미 있는 차이라고 생각한 것을 발표할 수 있을 때까지 학생들이 제시한 많은 표면적인 차이점들은 무시하면서, 자료(사용한 준비물)가 나타내는 표현 형태

(사용한 타일은 비례적인 자료이나 동전은 비례적이지 않은 자료이다)들이 서로 다른 것을 규명하였다.

Episode KO5: 동전과 타일의 비교와 대조

T: (동전으로)이렇게 한 사람? (많은 학생들이 손을 든다) 아, 이제 모두 동전으로 할 수 있는 것 같구나. 손 내리세요. 그런데 여기 선생님이 궁금한 게 있어..... 자 동전으로 한 거하고..... 여기 타일로 한 거하고 답이 같아요? 답이 얼마지?

Ss: 324

T: (칠판의 타일을 가리키며) 여기기도?

Ss: 324

T: 답이 같아요, 그렇죠? 그래서 타일로 한 거나 동전으로 한 거나 같아. 그런데..... 답은 같아. 그런데 여기 좀, 좀..... 답은 같지만 약간 다른 점이 있는 것 같아, 선생님 보기에는 뭔가, 뭐가 (다른 게) 있어요?

용호: 있어요.

T: 뭐가? 있대. 용호가 있다고 하네? 뭐야? 뭐가 있어?

용호: 동전하고 타일하고.....

T: 동전하고 타일하고 뭐가 달라요?

용호: 모양이요.

T: 모양이! 아! 또 다른 점? 정영이?

(수업 종료를 알리는 종이 울린다.)

정영: 제가 발표해 보겠습니다. 색이 달라요.

T: 색이! 음. 또(다른 점)? 혜진이

혜진: 제가 발표해 보겠습니다. 크기가 다릅니다.

T: 크기가 달라! 크기..... 어떤 크기?

혜진: 타일은.....

T: 일어나서 발표해 보세요.

혜진: 타일은 동전보다 크고..... 100원 짜리 동전은 더 크고.....

T: 또, 다른 차이점?

병호: 제가 발표해 보겠습니다. 양이 다릅니다.

T: 어떻게?

병호: (잘 들리지 않음) 타일은..... 10과 같아요.

동전의 경우에는 그렇지 않아요.

T: 무슨 뜻인지 잘 모르겠네? 잠깐만 나와 봐. 뭐가? 병호가 뭐라고 했는데 잘 못 알 아득겠네? 무슨 말이야? 뭐? 어떻게? (병호가 나와서 선생님께 뭔가 설명하지만 들리지 않는다) 그걸 표시해 볼 수 있어? 양이 무슨 뜻이야? 양이 다르다고 하네? 양이 뭘 의미하는 거야?

병호: 크지요

T: 무슨 크기?

병호: (잘 들리지 않음) 타일 같은 경우에는 10의 자리 수가.... 100의 자리 수....

T: 아! 그걸 표시해 봐. 아, 무슨 뜻인지 알겠어요. 10의 자리가 100의 자리에 이렇게 들어갈 수 있는데, 동전 같은 경우에는? 동전은 들어갈 수가...

Ss: 아아!

T: 음. 무슨 말인지 잘 몰랐었는데(이제, 알겠어). 한 번 해 봐. 여기서 해 봐. 여기. 저기(칠판을 가리키며).... 한 번 해 봐. 여기서 해도 되고... 해 봐. 여기도 (자료가)많이 있으니까. 여기도 많아. (병호는 프로젝터 위에서 10단위 타일에 10 개의 10단위 타일을 포개어 놓는다) 무슨 말인지 몰랐는데 이제 알겠어. 이렇게 놓으니까. 아! 이렇게! 여기 몇 개가 있어요? 해 봐. 여기.... 이제 알겠어, 여러분도 알겠어요?

Ss: 예

T: 뭐라고 했지? 병호 얘기는 10단위 타일들을 이렇게 100단위 타일에 올려 놓으면 두 가지가 같아지는데 동전은 그렇게 할 수 없다는 거야. 그게 다르다고 하네. 처 음엔 무슨 말인가 했네. 아하, 이게 100원 짜리 동전이이지? 10원 짜리 동전이 두 개 있으면, 아. 10원 짜리 동전이 몇 개, 몇 개 있어요? 저기 보세요. 10원 짜리 동전 이 몇 개 있어요?

Ss: 다섯 개

T: 다섯 개 있어요. 그런데 10원 짜리 동전 5개는 100원 짜리 동전의 얼마예요?

Ss: 반이요.

T: 반인데. 동전의 경우는 그게 보여요?

Ss: 안 보여요.

T: 병호가 얘기 잘 했네. 이견 반이 되지 않는다, 그런 얘기 같네. 그래요? (선생님이 병호에게 묻자 그는 맞다고 한다) 그런데 이 경우는 작은 것들을 없애 놓으면 양이 같다고 하네. 그래서 타일 같은 것에서는 10단위 10개가 100단위 하나와 같다는 것을 알기가...(학생들이 응답하기를 기다린다)

Ss: 쉬워요.

T: 음. 우리가 이것도 알 수 있었네. (병호가) 좋은 걸 발견해 냈네. 그러니까 발견왕이 되는 거지 뭐. 발견왕이 된다고 했으니까. [수학 수업 시작 직전에 아이들이 부르는 노래-여기에는 '수학에서 아주 멋진 것을 발견하면 발명왕이 될 수 있어'와 같은 가사가 들어있음-에 관계됨]

조작적인 자료들간의 차이점과 유사점에 초점을 두면서, 교사는 논의하고 있는 문제와 해에 대해 때때로 특정한 사고 방식을 강요하였다. 다음 에피소드에서, 교사는 뿔셈의 의미에서 해석 가능한 다른 의미보다는 '제거 또는 구잔(take-away)'의 의미만을 더 선호하고 있었다.

에피소드 KO6: 승인되지 않은 뿔셈의 정적인 표현.

[각 그룹의 학생들은 370-250을 다양한 자료를 이용하여 풀었고, 그 중에는 10개의 블록으로 이루어진 종이 타일도 있었다. 교사는 전체 토의를 시작한다.]

교사: 누가 발표할래? 아까 보니까 뿔셈을 덧셈과 혼동하는 학생들이 있는 듯 해요. 그래서 설명해주긴 했지만, 여전히... 함께 봅시다. 여러분들은 그 문제를 어떻게 풀었어요? 어느 그룹이 발표할까? (...학생들이 손을 들지 않자 잠시 침묵이 흐른다) 내가 지명할까? 아까 말했듯이, 3조가 뿔셈을 혼동하는 것 같아요. 3조가 앞에 나와서 발표해 보세요...

[3조에서 선미가 나온다. 선미는 종이 타일로 370을 놓고는 머뭇거리다. 100단위 타일 1개를 옮겨서

고, 다음 10단위 타일 5개를 옮겨서 피감수 바로 밑에 놓는다. 결국 오답 220을 이끌어 낸다. 교사는 학생들에게 틀린 부분을 찾아보라고 한다. 석찬은 답이 220이 아니라 120이어야 한다고 지적하지만, 선미가 어떻게 틀렸는지는 설명하지 않는다. 교사는 다시 선미의 실수에 대한 자세한 설명을 요구한다. 상미가 손을 들었고, 교사는 상미를 지명하다.]

상미: 제가 석찬이가 지적하지 못한 부분을 설명하겠습니다. 석찬은 220이 남았다고 말했습니다.

저는 선미가 계산을 잘못했다고 생각합니다.

교사: 그렇다면, 어디서 잘못되었는지 앞에 나와서 설명할 수 있겠니?

상미: (첫번째 줄에 종이 타일로 370을 놓고 둘째 줄에 250을 놓는다) 이렇게 해서, ... (선미는 이것을(250을 가리키면서) 뺐어야 했는데... [교사가 제지한다])

교사: 빼어 보아라. (250을 가리키면서) 이것을 없애 보아라.

상미: 120

교사: 아니지, (프로젝터 위에 남아있는 370을 가리키며) 이게 120이야?

상미: 아뇨, 370.

교사: 너는 이미 뺐잖아. 그런데, 왜 370이 남았지? (처음과) 똑같네. 250을 어디에서 뺐어? 너는 250을 (빼서 없어진 두 번째 줄을 가리키며) 여기에서 뺐던 거야. (피감수 370을 가리키며) 여기가 아니라... 넌 부자인가 보다. 네가 밥을 먹었는데도 그대로 남아 있잖아. 이상하지? 이렇게 한 조가 꽤 있었어요.

[이러한 상호 작용을 계속하면서 교사는 뿔셈의 의미에서 '제거 또는 구잔'의 의미를 공고히 했다.]

(주: 이 활동에서 아동들이 생각한 뿔셈의 의미는 '구잔'의 의미로 한 것이 아니라 '구차'의 의미로 생각하고 있었다는 것을 연구자들은 같이 동의하였다. 여기서 교사는 아동들이 생각한 '구차'의 방법을 미처 생각하지 못한 것처럼 보였다.)

(5) 개별적인 정리 시간과 문제 설정

전체 토의 이후에, 교사는 학생들에게 수업 시간에 했던 여러 방법 중에서 한 가지 방법을 선정하여 자신의 활동지에 쓰라고 지시했다. 다음, 교사는 학생들에게 유사한 뺄셈 문제를 제시하여 그들이 선택했던 방법으로 풀도록 지시했다.

4. 교사에 대한 접근

위에서 제시한 교실 활동에 따르면, 교사의 행위는 다음과 같은 특징을 보였다.

- 수업 시간 내내 한가지 문제를 사용하였다.
- (수학적으로) 다양한 해결 방법을 강조하였다.
- 한 가지 해결 방법만을 목표로 삼지 않았다(다양성을 추구하였다).
- 유의미하다고 생각되는 조별 활동을 선정하여 전체 토의에서 발표하게 했다.
- 학생들의 설명을 반복하거나 부연 설명하였다.
- 학생들의 독창적인 생각에 흥분을 표시했고 그와 함께 칭찬을 해주었다.
- 근면뿐만 아니라 창의력과 수학적 힘을 강조하였다.
- 때로는, 학생들의 생각을 해석함에 있어 학생들의 문제 상황을 생각하지 않았다.
- 때로는, 제도화된 재념화를 강요하여 다른 가능성들을 무시했다.

교사의 수업 행위에 대한 위와 같은 특징들을 기초로 했을 때, 교사의 교육과정 의도는 학생-중심 학습 환경을 조성하고자 함인 것 같다: 학생들의 생각을 권장하고 그 생각들을 수업의 주요 관심사로 삼으려 한다. 그러나, 학생들의 생각 모두를 전체 학급이 주목할 대상으로 여기지는 않는다. 오히려, 교사는 자신이 수학적으로 의미가 있다고 생각하는 아이디어들을 선정한다. 그러한 아이디어들에 대한 자신의 관심을 흥분을 한다거나 아이디어를 전체 토의에 회부하는 것으로 표현한다. 에피소드 KO3은 이러한 전략의 좋은 예이다.

이것이 수업의 초점을 맞추는 주요 전략이지만, 때에 따라 교사는 특히 중요하다고 생각하는

아이디어를 놓치지 않게 하기 위해 직접 나서기도 한다. 이 때 사용되는 전략은 특정 통찰력을 유도하고 학생들의 답변을 걸러내면서 결국 몇몇 학생들로 하여금 원하는 답을 하게 하는 것이다. 에피소드 KO5는 이러한 접근법의 예이다. 이 에피소드에서, 교사는 구체적 표상과 영상적 표상의 차이를 -학생들로 하여금 상징적 알고리즘에 대한 양적 감각을 유지하게 하는 수학적으로 중요한 연결고리- 강조하고 싶어했다. 그러기 위해서, 교사는 다소 모호한 질문(동전과 타일의 차이가 무엇일까?)을 하고, 교사가 강조하고 싶어하는 아이디어가 언급될 때까지 모양이나 색과 같은 표면적인 차이점들을 배제시킨다.

교사가 적절하다고 생각하는 아이디어에 학생들이 집중하도록 하기 위해, 교사가 사용했던 전략은 학생들이 문제를 해결하면서 취했던 아이디어들을 의식적으로 공표하지 않는 것이다. 에피소드 KO6은 이러한 역동성을 예시한다. 이러한 상호 작용에서, 교사는 이해 상의 문제점이 있는 조가 있었음을 밝히면서 시작한다: "뺄셈을 덧셈과 혼동하는 학생들이 있는 것 같아요." 다음, 교사는 3조의 학생(3조가 그러한 실수를 범하였고, 그래서 교사가 그들에게 소거법을 분명히 해주었다)에게 앞으로 나와서 문제를 풀게 한다. 선미는 앞으로 나와 OHP 위에 370을 나타내는 블록을 놓는다. 그러나, 250이 아니라 150을 소거한다. 선미는 계산상의 착오를 범하였던 것이다. 곧 상미가 선미의 실수를 설명하기 위해 앞으로 나와서, 뒷줄에는 피감수를, 밑줄에는 감수를 놓는 방법으로 문제를 표현했다. 교사의 답변은 이러한 정적인 표현을 거부하고, 피감수에서 감수를 물리적으로 소거하는 역동적 표현을 주장하는 것이다. 역동적 표현이란 뺄셈의 소거법(take-away)을 의미하는 것으로, 교사는 상미가 정적 표현이라는 합법적인 해석을 하고 있음을 인식하지 못했다. 예를 들어, 상미는 비교법(comparison), 즉 감수의 각각을 피감수와 일대일 대응시켜 대응되지 않는 피감수의 타일수가 그 차가 되는 방법을 사용하고 있는 지도 모른다. (실제로, 그 전날 교사는 그림 동전들을 이용한 비교법을 정확하게 사용하는 한 남학

생에게 역동적 소거법을 강요했었다.)

이것이 덧셈과 뺄셈을 혼동함을 보여준다는 교사의 설명은 교사 자신의 고정 관념인 것 같다. 그러한 혼동을 느끼는 학생들은 거의 없는 듯 했다. 오히려, 교사는 비교법 개념 이전에 소거법 개념(이것은 개념적으로 더 기본적인 것이다, Nesher, 1980)을 공고히 하길 원했던 것 같다. 아니면, 상미가 기초적인 개념화 없이 뺄셈의 표준 알고리즘을 단순히 따라할 것을 걱정했는지도 모른다. 어쨌든 간에, 분명한 것은 교사는 상미가 품었을 만한 생각들 또는 상미가 타인의 계산 착오를 수정하고 있는 상황에 주목하지 않았다는 사실이다. 오히려, 교사는 자신이 편리한 대로 수업 시간에 적절하다고 생각하는 해법을 강조해주는 해법을 선택했다.

다음의 두 가지 예들은 O초등학교의 교사가 실행한 다양한 학생 중심 수업을 보여준다. 교사는 학생들의 아이디어들을 수업의 주요 초점으로 삼았지만 (에피소드 KO3에서 그녀가 흥분하는 것을 볼 수 있다), 학생들이 문제를 해결할 때 나타나는 모든 아이디어들로 인해 교사가 계획했던 교육과정의 의도를 포기하지 않았다. 오히려, 자신이 중요하다고 여기는 아이디어들이 교실 대화에 섞이게 하는 방법들을 찾아내었다. 이것은 학생들로부터 나온 정보들을 이용하거나(에피소드 KO5) 또는 학생들의 아이디어들을 자신의 생각대로 해석하는 방식이다(에피소드 KO6).

5. 학생들의 의제(Agenda)

앞에서 제시된 교실 활동들을 살펴보면, 학생들은

- 독립적으로 문제를 풀었다.
- 동료와 협력하여 문제를 풀었다.
- 자발적으로 자신의 해결 방법을 발표했다.
- 다른 학생들의 설명을 평했다.

일반적으로, 학생들은 교사의 지시에 따랐다. 교사는 학생들이 주어진 뺄셈 문제를 스스로 풀어야 한다는 것을 강조했고, 그들의 독창적인 아

이디어에 주목하였다. 교사의 기대에 따라 학생들은 그들 나름대로 수학적 아이디어를 생각해내고, 그룹 활동에 참여하고 있음을 교사에게 보여 주려 하였다.

더욱이, 어떤 학생들은 교사의 지시 이외의 교실 활동에 참여하고 있었다. 예를 들어, 둘째 날 7조는 하고 있는 문제를 옆에 체쳐놓으라는 교사의 지시를 무시했다. 교사가 학생들을 주목하게 하기 위해 중을 쳤는데도 불구하고, 교사의 지시는 무시되었다. 그녀는 7조에게 다시 잔소리를 해야 했다: “활동지를 나누어 주었잖아. 그런데 너희는 너무 열심히 하여서 선생님 설명을 듣지 못하는구나!”

6. 학생들의 학습 기회

이 교실에서 학생들의 학습 기회는 수학적 개념을 의미미하게 이해하는 것이다. 교사는 개념적으로 중요한 수학적 주제들을 - 영상적 표상과 구체적 표상의 차이, 뺄셈의 소거법, 그리고 산술 표현에 있어서 단위의 임의성 - 강조하였다.

또한, 학생들은 활동에 실질적으로 참여하고, 수학적으로 평가하고 협력하는 교실 문화 하에서 사회화하는 기회를 가졌다. 학생의 활동에 대한 교사의 강요뿐만이 아니라 문제 해결 과정(결과만이 아니라)에 대한 강조는 창조적인 과학으로서의 수학의 모습을 보여 주었다. 더욱이 교사가 학생들의 창의성을 일관되게 칭찬해 줌으로써, 학생들은 자기 자신과 동료들을 수학적 문제 해결자로 인식하게 되고, 타인에게서 수학적 아이디어를 얻어내는 방법을 배울 수 있었다. 예를 들어, 둘째 날 여러 조에서 7조가 첫째 날 발견했던 임의 단위(예를 들면, 막대 10개로 된 묶음을 100개로 약속하고 사용하는 것과 같은)를 사용하고 있었다.

C. W초등학교 교실과 O초등학교 교실의 비교

1. 일반적인 사회적 규범과 사회수학적 규범

두 교실에서 두드러진 것은 사회적 규범의 유

사성이다. 두 교실 모두 학습에의 개방적 접근을 보여주었다:

- (1) 학생들의 아이디어나 심지어 실수조차도 기꺼이 받아들여졌고,
- (2) 학생들은 문제에 대한 다양한 해결책을 찾아내야 했고,
- (3) 교사는 학생들의 아이디어를 부연 설명하고 학급 전체에 보급하려고 했으며, (4) 협동을 조장하기 위한 소그룹 활동이 이루어졌고,
- (5) 학생들은 개인 및 그룹 해결 방법을 학급 전체에게 발표했고,
- (6) 다른 사람의 아이디어에 대한 비평이 조장되었고,
- (7) 교사는 학생들의 노력을 지속시키기 위해 칭찬과 격려를 아낌없이 했다.

이러한 점에서, 두 교실이 보여 주는 특징들은 학생 중심 교육을 통해 수학 교육 개혁을 꾀하려는 한국과 미국의 교육자들이 주창하는 것들이다.

이들 사회적 규범에 대한 유사성들이 완전히 일치하는 것은 아니다. IEA에서 실행한 교실 설문지에 따르면, 대부분의 한국 초등학교 교사들이 교육부의 교사용 지도서에 의존하고 있다(Mullis, et al., 1997). 본 프로젝트에서 연구된 한국의 두 교사들은 다양한 방법을 이용한 덧셈과 뺄셈 문제 풀이를 강조했다. 그러나, 다양한 표현 방법의 사용에 대한 강조 그 자체는 수업 전략에 대하여 교사 자신의 전략을 반영하고 있는 것 같지 않다. 이것은 교육부의 지도서가 그러한 전략을 정확하게 권하고 있다는 점에서 추측할 수 있다.

사회적 조직의 유사성에도 불구하고, 두 교실에서 설정된 사회수학적 규범은 상당한 차이를 보였다. 사회수학적 규범은 일반적인 사회적 규범 내에서 구현된 수학적 지식 및 이해와 관련된 사회적 규범이다. 예를 들어, W초등학교와 O초등학교가 한 문제에 대해 서로 다른 해결 방법을 찾는 것을 강조했다 하더라도(에피소드 KA4와 KO1), 이전의 해결 방법과 무엇이 다른가에 대해 두 교실에서 같지 않았다. W 학교의 K 교사는 학생들이 제시한 모든 해결 방법들을 다르다고

본 반면에 O초등학교의 J교사는 무엇이 다른 해결 방법으로 간주되는가를 취사 선택하였다(예, 에피소드 KO4). 특히, 에피소드 KO5를 보면 J교사는 “다르다”라는 용어를 수학적으로 유의미한 차이가 있다는 뜻으로 사용하였다. 이러한 방법으로, J 교사 교실의 사회적 관행에 수학적으로 유의미한 차이가 포함되었다. 그러나, K 교사의 교실에서는 그렇지 못했다.

2. 학습 기회

학생들의 학습 기회는 교실 대화에 포함된 수학적으로 유의미한 차이로 인해 아주 많은 부분이 제한되었다. 두 교실 모두에서, 학생들은 스스로 참여하여 자신의 노력에 대한 성공을 경험할 수 있는 많은 기회가 주어졌지만, W학교 교실의 수학 내용은 주로 절차적이었다. 학생들은 전형적으로 문제를 푸는 기능을 개발할 기회가 주어졌을 뿐, 그들이 공부하고 있는 산술의 개념적 기초를 성찰해 볼 기회는 거의 주어지지 않았다. 반면에, O학교 학생들은 교실 소문화(microculture) 내에서 수학적으로 의미 있는 차이들에 계속해서 접하게 됨으로써 그들이 공부하고 있는 산술에 대한 개념적 의미를 조성하는 기회를 갖게 되었다. 에피소드 KO3에서 진술된 단위 선택과 같은 수학적 관행(practice)의 확산에서 이러한 현상은 아주 명확하게 나타난다.

연구된 두 교실 모두에서, 학생들 대부분은 교사의 요구 및 기대에 순응하였다. 학생들은 어리기 때문에, 수학을 이해한다는 것이 무엇인가에 대한 나름대로의 생각을 가질 만한 수학에 대한 사전 경험이 없다. 결과로서, 두 학교의 학생들은 수학적 의미 조성에 대한 교사의 관점을 교사가 교실에서 실행하는 그대로 받아들였다. 이에 관련된 증거로, 우리는 O학교 교실에서 학생들이 자발적으로 수학적 의미를 추구하는 것을 볼 수 있었다. 예를 들어, 교사가 새로운 활동을 하기 위해 종을 친 후에도 몇몇 학생들을 계속해서 해결 방법을 찾아내고 있었으며, W 학교 교실의 학생들은 교사에게 더 많이 의존하였고 수학적

힘을 상징하는 자율성을 보이지 않았다.

D. 한국의 수학 수업 개혁의 문제점

본래의 의도는 교수 관행의 변화가 학생들이 교실에서 접하게 될 학습 기회의 변화로 얼마나 이전 되는가를 알아보는 것이었다. 위에서 보고한 사례 연구에서 우리가 알 수 있었던 것은 학습 기회의 역동적 장치가 교실의 일반적인 사회적 규범이 아니라는 것이다. 오히려, 교실의 사회적 과정에 내포되어 있는 수학적으로 유의미한 차이의 유형에서 학습 기회가 발생한다는 것이다. 학생 중심 수업의 이러한 특징은 한국 수학 교육 개혁이 더 섬세하게 접근될 필요가 있음을 보여준다.

수학 수업을 개혁한다는 것은 단순히 수업 절차의 표면적 특성을 변화시키는 것이 아니다. 그것은 교실의 사회적 과정과 학생들의 심리적 상태의 관계에 대한 재개념화를 필요로 한다. 이러한 재개념화는 수업 관행을 변화시키려는 교사들에게조차도 쉽게 일어나지 않는다. 개혁자들은 교사들이 더 경험이 많은 동료들과 함께 이러한 변화를 추구할 수 있도록 더 광범위한 자료들을 제공해야 할 것이다.

부수적으로, 개혁의 평가는 교사들의 표면적인 지도 관행을 분석해서는 효과적으로 이루어질 수 없다. 학생-중심 수학 수업의 평가는 교실 활동이 사회적 관행과 학생들의 심리적 상태의 조화 정도를 판단할 수 있는 수학적으로 전문적인 관찰자에 의해 수행되어야 한다.

E. 미국의 Nashville 사립 학교 교실

1. 환경(setting)

이 보고서에서 분석된 학급은 내슈빌 초등학교 1학년 세 반 중 한 반이었다. 이 학급은 여학생이 11명, 남학생이 7명으로 구성되어 있다. 대부분의 학생들은 부모가 전문직에 종사하는 중상위 수준의 가정에 속한다. 교사 Smith는 1학년을 4

년 동안 가르친 경험이 있는 매우 적극적인 교사였다. 그녀는 학생들이 수학을 더 잘 이해하도록 하기 위하여 학급의 수업 방법을 개선하려고 노력하였으며, 그 학교의 다른 학급과는 다른 학습 환경을 창안하였다. 그러나, 그녀는 대학의 도움으로부터 상담을 받기 전에는 수업 중에 생산적인 논의가 이루어지지 않는 점에 대하여 좌절감을 표현하였다. 한동안 Smith는 자신의 수업 방법뿐만 아니라 교실에서의 학습 활동에 대하여 계속적으로 반성하였다. 교실에서 학생들은 앞의 칠판을 향하여 교실 바닥에 앉았다. 학생들은 자신의 추론과정을 설명하기 위하여 OHP를 사용할 수 있었다. 이 학급의 학생들은 1학기말에 Arithmetic Rack를 사용하게 하였다.

다음에 설명한 수업은 학생들이 덧셈 상황과 구구 전략의 양적 이해를 돕기 위하여 고안된 Arithmetic Rack에 기초한 것이다(Cobb, Gravemeijer, Yackel, McClain, & Whitenack, 1997; McClain & Cobb, 1997). Arithmetic Rack은 두 개의 평행한 막대와 빨간색 구슬과 흰색 구슬로 이루어진 물리적인 장치이다. 각각의 막대에는 빨간 구슬 5개와 흰 구슬 5개가 끼워져 있다. 이 Arithmetic Rack을 사용하기 위하여 학생들은 구슬들을 오른쪽에서 왼쪽으로 모두 옮긴다. Smith는 2층 버스 문제를 사용하여 Arithmetic Rack을 도입하였다. 즉, 위쪽에 있는 구슬과 아래의 구슬은 버스의 2층과 1층에 타고 있는 사람의 수를 나타낸다. 학생들은 Arithmetic Rack을 사용하여, 한 막대에 있는 빨간 구슬 4개와 흰 구슬 3개의 모임을 수 4와 수 3을 더하는 것으로 해석하도록 하였다. 이 분석은 Cobb, Gravemeijer, Yackel, McClain, & Whitenack(1997)의 분석을 따른 것이다.

2. 전반적인 교실 분위기

학생들은 주어진 수학적 과제에 대하여 자신의 사고 전략을 적극적으로 설명하였다. 학생들이 너무 작게 말을 하여 구석에 있는 일부 학생들이 발표를 잘 듣지 못할 때마다 Smith 교사는 목소

리를 크게 하라고 요구하였다. 한 학생이 자신의 수학적 아이디어를 발표할 때, 다른 학생들은 같은 방법으로 과제를 해결했는지 또는 그 설명을 이해했는지를 나타내기 위하여 교사의 주문에 따라 손을 들어 표현하였다. 학급의 아동들이 어떤 발표에 대하여 타당한지 또는 불완전한지 평가할 때, Smith 교사는 자주 발표자의 생각을 설명하려고 노력함으로써 발표자를 인정하였다. Smith 교사는 다른 사람이 발표할 때 주의 깊게 듣는 것을 강조하였다. 학생들이 주의 집중을 하지 않을 때 Smith 교사는 종종 그 학생들의 이름을 불렀다. Smith 교사가 학생들의 설명에 조언을 하거나 재설명할 때, 그녀는 그들의 사고 전략을 칠판이나 OHP 위에 기록하였다. 공통된 사회적 상호작용의 유형은 교사-학생-교사 순으로 역할을 담당하는 것이었다. 예를 들어, 교사는 학생들에게 주어진 과제에 대하여 설명하게 하였으며, 한 학생이 설명하고 나면, 교사는 그 설명을 다시 설명해주거나 명료화하도록 요구하였다. 학생들은 교사의 요구에 잘 따랐다. 그리고 나서 교사는 과제에 대한 또 다른 해결 방법을 요구했다. 그러나, Smith 교사는 때로는 질문자에게 교사를 거치지 않고 직접 질문하도록 허용함으로써 학생들 간의 대화를 촉진시켰다. 학급의 전체적인 분위기는 개방적이었으며, 학생들은 자신이 이해하지 못했다는 것을 나타냈으며, 때로는 그들이 완전히 이해하지 못하는 것을 발표자에게 명료화하도록 요구하였다.

3. 수업 절차

(1) 과제의 제시

Smith 교사는 OHP 위에 사탕 향아리 그림을 사용하여 수학 과제를 제시하였다. 이 과제들은 20까지의 두 수의 기본 덧셈과 뺄셈 문제였다. 다음은 과제의 한 예이다: 사탕 향아리에는 8개의 사탕(향아리에 8을 씌)이 있고 그리고 9개를 더 더했다(향아리의 오른쪽에 +9를 씌). 사탕은 모두 몇 개인가?

(2) 개별 과제와 소집단 과제

수학 과제가 제시되고 난 뒤에, 개별 또는 소집단 활동을 하게 하였다. 교사는 학생들이 다른 학생들로부터 도움을 받거나 자신들의 방법을 논의하도록 하였다.

(3) 학급 전체 논의

교사에 의하여 이끌어진 학급 전체 논의에서, 학생들은 자신들의 해결 방법을 설명했고 정당화했으며, 교사는 조언을 하거나 재설명을 하였다. 학생들이 이전의 설명을 이해하지 못하였다면, 그들은 발표자에게 명료화하도록 요구하였다. 때때로, 학생들은 제시된 해결 방법을 받아들일 수 없는 이유를 설명하기도 하였다. Smith는 학생들이 같은 문제를 해결하는 다른 방법들을 찾아보도록 하였다. 다음의 대화에서, Smith는 학생들에게 Arithmetic Racks을 사용하여 2층 버스에 타고 있는 10명을 나타내도록 하였다. 그리고 나서 4명이 더 탔다면 모두 몇 명이 있는지를 구하게 하였다. Dan이 발표한 후에, Smith는 논평을 하고 또 다른 방법을 찾아보도록 하였다.

에피소드 UN1 : 다른 방법을 요구하기

T : 그것을 하는데는 두 가지 방법이 있다고 Dan이 말했어요, 한 가지는 위에 10 그리고 아래에 4, 또는 다른 방법으로 아래에 10, 위에 4. 다른 방법으로 한 사람 있어요? 이 두 가지 방법은 Dan에게 훌륭한 선택인 것 같기 때문에 그들은 훌륭한 선택입니다. 그렇지만 다른 방법으로 생각한 사람은 없나요? 다른 방법으로? Lori.

Lori: 음.. 나는 5 더하기 5해서 10이고 4가 더 있으니 14로 했어요.

(Lori가 말할 때, Smith는 동시에 화면에 투시된 Arithmetic Rack의 위의 막대와 아래 막대에서 각각 구슬 5개를 움직였다. 그리고 위, 아래 막대 모두에 구슬 2 개씩을 더 움직였다).

Smith는 학생들의 대답에 대하여 다른 피드백을 제공하였다. 예를 들어, 때로는 간단히 동의하

고 다음 문제로 넘어가기도 하였다. 또는 학생들이 설명한 것을 이해했는지를 확인하기 위하여 대답한 것들을 재진술하거나 기록하였다. 그녀는 주의 깊게 듣는 것을 강조하면서 다른 사람이 발표할 때 잘 듣는 것에 정당성을 부여하였다. 다음은 그러한 정당성을 나타내는 대표적인 진술로서 8+9에 상응하는 과제를 논의한 뒤에 발생되었다.

에피소드 UN2 : 주의 깊게 듣기에 대한 정당성 부여하기

T : 여러분들이 했던 것들은 모두 한 가지. . . 8+9를 계산하는 방법을 여러 가지가 있다. 그리고 말하자면, 친구들이 발표할 때 주의 깊게 들으면, 자신의 방법이 다른 방법인지 아닌지 또는 다른 사람이 이미 했던 방법인지를 알 수 있을 것이다. 친구들이 말하는 것을 주의 깊게 듣는 것은 중요한 것이다.

(4) 교사의 교수 방법

수업 시간 중에 나타난 교사의 수업 방법에서 다음과 같은 교사의 행동 특성들이 추출될 수 있다.

- 주어진 수학적 과제를 해결하는 다른 방법을 요구하였다.
- 칠판이나 OHP위에 학생들의 언어적 설명을 기록하였다.
- 학생들의 추론을 설명하게 하고 자주 격려를 한다.
- 학생들이 주의 깊게 듣도록 하며 다른 학생이 말한 것을 이해하도록 한다.
- 학생들의 다양한 대답에 대하여 서로 다른 피드백을 제공한다.
- 학생들의 설명을 반복하거나 재진술한다.
- 학생들의 설명이 타당하지 않은 것으로 판정되더라도 학생들의 기여를 인정한다.
- 학생들끼리 도움을 주도록 한다.
- 발표자가 말한 것을 이해했는지를 확인한다.
- 전체 논의 시간에 학생들이 참여하도록 한다.

위에 제시한 교사의 행동 특성들은 수업 중, 생산적 토론을 통하여 학생들이 수학을 이해하도록

록 지원하기 위한 그녀의 지속적인 노력과 부합하는 것으로 보인다. 이러한 사항들을 달성하기 위한 노력의 한 부분으로서, Smith는 학생들의 답변에 반응했으며, 수학적 과제를 해결하는 다른 방법들을 찾아내도록 계속 요구하였다.

에피소드 UN3 : 학생들의 답변에 대한 여러 가지 반응

[Smith는 사탕 항아리 그림을 사용하여 8+9에 해당하는 과제를 제시한다. Jordan은 먼저 그 답이 17임을 설명한다.]

Jordan: 우선, 나는 9에서 시작해서 8을 더했습니다.

T : 9를 가지고 시작해서 8을 더했어? 너는 8까지 세어나갔구나? 그렇게 했어?

Jordan: 4씩

T: 좋아. Jordan은 세어나가는 방법으로 했대요. . . 다른 방법으로 한 사람? Bob

Bob: 하나를 뺐어낸다면, 음 9개 있고, 그리고 8을 더하고, 그리고 8에서 1을 빼서 9에 더하고, 그러면 7이 남고 17이 됩니다.

T : (Bob이 설명한 것을 아래와 같이 쓴다.) 여러분은 Bob이 말한 것을 이해합니까? 이해가 됩니까? (학생들은 손을 든다). 다른 방법으로 한 사람 없어요? Kim?

$$9+8=_$$

$$17$$

$$9+1=10$$

$$10+7=17$$

Kim: 8더하기 8을 16이고 하나가 더 많으니까 17입니다.

T : 좋아요. Kim은 8더하기 8을 알고 8더하기 8은 16이라는 것을 알기 때문에 그것이 그녀에게 도움이 됐어요. 그리고 8 더하기 9는 8 더하기 8보다 1이 더 많으니까 17이 된 거예요. 아 Ann, 다른 방법?

Ann: 저는 9 더하기 9는 18을 생각했어요, 그리고 8 더하기 9를 생각한다면 17이 됩니다.

T : 좋아, Ann은 8 더하기 8을 생각하는 대신에 9 더하기 9를 생각해서 8 더하기 9는 1이 작으니까 17이 된다고 생각했어요. 다른 방법?

Jake: 음, 나는 마찬가지로 9를 빼냈어요. 9에서 2를 꺼내서 8에 넣으면 10이 되고 7이 더 있습니다.

T: 좋아, Jake는 10으로 만들었어요. Jake는 8대신에 9를 분리하였어요. 그래서 9를 쪼개서 2를 8에 더해서 10이 되고 10과 7을 더해서 17이 됐대요.

Jordan에 대한 Smith의 피드백은 다른 학생들에 대한 반응과는 아주 대조적인 것으로 보인다. 그녀는 Jordan에게는 세는 방법에 대하여 간단한 코멘트를 했다. 반면에, 그녀는 Bob에 대해서는 그의 사고 전략을 설명했으며, 학생들이 Bob의 발표를 이해했는지를 확인했다. 그녀는 또한 Kim과 Ann의 설명을 재진술하였다. 그녀가 1학기 동안에 세는 전략보다는 묶음 전략(grouping strategy)에 더 가치를 두고 있다는 점에서 그녀의 서로 다른 피드백은 이해될 수 있다. 그녀에 의하면, 묶음 전략은 학생들로 하여금 보다 세련된 수학적 사고 방법을 이해하게 한다고 한다. 묶음 전략에 대한 수학적 가치를 두고 있는 이러한 일반적인 견해와 달리, Smith는 Jordan이 보다 세련된 방법을 발견할 수 있다고 평가하였는데, 이것은 Jordan에 대하여 Smith의 다른 피드백을 나타내는 것이다.

위에 대화에서 Smith는 Kim의 설명과 관련하여 서로 다른 해결 전략이라면서 Ann의 설명을 재진술하였다. 알고 있는 같은 수끼리의 덧셈(double combinations)을 사용함에도 불구하고, Smith는 그들의 방법을 다른 방법으로 판정하였다. 학생들간의 관계에 대한 교사의 관심은 대화 전체를 통하여 나타났다. Smith는 이전에 제안된 해법과 관련하여 유사성과 차별성의 관점에서 Jake의 설명을 재진술하였다. 학생들의 발표에 대한 교사의 서로 다른 처리와 정당화는 서로 다른 방법이 가능하다는 수학적 감각을 개발하기 위하여 효과적인 교수 방법으로 보인다. 특히, 위의 예에서, Smith는 수들이 분할되고 다른 방법으로 묶음으로서 서로 다른 계산 과정이 가능하다고 강조하였다.

교사는 해결 전략에 초점을 맞출 뿐만 아니라 여러 가지 방법이 가능하다고 정당화했으며, 친구의 설명을 주의 깊게 들을 필요성에 대하여 정당성을 부여했다. 다음의 대화에서 나타난 바와 같이, 주의 깊은 듣기에 대한 교사의 관심은 학생 자신의 방법과 다른 사람의 방법을 비교함으로써 학생들의 이해를 개발시킬 수 있다는 점과 관련이 있다.

에피소드 UN4: 다른 학생의 설명을 이해하기 위한 노력에 가치를 부여하기

T: 그리고, 무엇보다도, 다른 사람의 예기를 잘 듣고 자신의 방법이 다른 사람의 방법과 다른지를 생각하고 그리고 발표한 것이 의미가 있는지를 잘 듣고 판단해 주어서 아주 고마워요. 여러분 몇 명은 다른 사람의 설명을 이해하기 못했을 때 질문을 했습니다. 그것은 우리가 서로를 이해하는 아주 중요한 것입니다.

요약하면, Smith의 교수 방법은 학생들로 하여금 세련된 수학적 이해를 개발시키는데 초점을 두고 학생들을 수업 활동에 참여시키는 것이었다. 특히, 대화들을 분석해보면, 이 교사는 여러 가지 다양한 사고 전략에 함축되어 있는 수들간의 관계를 학생들이 이해하도록 하는데 관심이 있다.

(5) 학생들의 학습 방법

아래에 제시한 수업의 전체적인 흐름에서 학생들의 행동 특성들을 관찰할 수 있다.

- 수학 문제를 푼다.
- 자신의 수학적 사고를 설명하고 정당화한다.
- 다른 학생의 발표를 듣는다.
- 동료와 교사의 요구가 있을 때는 자신의 생각을 명료화한다.
- 전체 아동들에게 말하라고 지도됐지만, 때때로 교사인 Smith에게 말하는 경우가 있다.
- 다른 학생의 설명을 이해하지 못하였다는 것을 표현하고 또는 판단한다.

위의 학생들의 행동 특성은 단순히 교사에 순

용하기 보다는 이해에 대한 자신들의 관심을 나타내는 것으로 보인다. 다음의 대화에서, 학생들은 Joseph의 설명을 이해하기 위하여 질문을 한다. 이것은 교사의 요구에 의하여 유도되었지만, 학생들은 Joseph의 설명을 이해하기 위하여 자기들끼리 직접 논의하기도 하였다. Joseph의 수학적 추론에 대한 학생들의 질문과 Joseph 자신의 명료화를 통하여 서로를 이해하게 하였다. Joseph는 Arithmetic Rack을 실제로 제시하였으나, 그 rack을 참고하지 않고 자신의 생각을 설명하였다. 주목할 점은 이 당시 학생들은 Arithmetic Rack을 사용할 것인지 아닌지를 마음대로 결정할 수 있었다는 것이다.

에피소드 UN5: 이해를 위한 학생의 의사소통

[Smith는 사탕 항아리 그림을 사용하여 14-6을 과제로 제시하였다. Joseph는 Arithmetic Rack을 사용하여 구슬 7개 두 묶음을 갖고 있는데, 한 묶음에서 6을 분리하고 그래서 구슬 8개가 남았음을 알아냈다.]

T : Joseph가 말한 것을 이해하는 사람을 손을 들어봐요. 이해가 되는 사람은 손을 들어봐. (몇 명의 학생들은 손을 들지 않았다). 좋아요, 이해가 되지 않는다면, Joseph에게 어떤 질문을 할 수 있을까?

Donald: 나는 네가 어떻게 14부터 시작했는지 이해가 되지 않아....

Joseph: 아니, 나는 7과 7을 14인 것에서 시작했어, 그리고 14를 7과 6 그리고 1로 쪼개어 7에 1을 더해서 8이 된 거야.

Jan: 나는 네가 6과 1로 어떻게 쪼개었는지 모르겠어.

Joseph: 7 더하기 1을 무엇인지 알지, 6 더하기 1은 7이야.

Jan: 맞아, 8은 뭐야?

Joseph: 응, 8, 음 나는 7을 가지고 했다. (교사는 OHP위에 Arithmetic Rack을 놓고 7개의 구슬 두 묶음을 움직인다) 7이 있고 다음에 7이 있는 것을 알겠니? (교사는 7개의 구슬 묶음 중 한 묶음을 6과 1로 분리한다) 나는 한 개가

있고 7개가 있다. 그래서 8이 되었다.

Jan: 아하!

T : Joseph, 설명을 아주 잘했다. 네가 말한 것을 다른 사람들이 본다면 도움이 될 거 라고 생각한다.

Jan: 알겠어요.... 그게 좋겠어요.

수학적 이해에 대한 학생들의 접근 방법은 학생들이 자주 다른 학생들의 발표에 도전한다는 사실에서 나타난다. 실제로, 학생들의 비평은 생산적인 학습 환경의 구성을 가능하게 했으며, 그 환경 속에서 학생들은 수학적으로 세련된 이해를 개발할 수 있었다. 다음의 대화에서, Teri는 Kitty가 제안한 것보다 더 쉬운 방법을 제안함으로써 학습의 논의에 참여하고 있다.

에피소드 UN6: 학생들의 비평과 제안

[Smith는 다음과 같은 과제를 제시하였다: 지갑에는 14센트가 있다. 7센트를 썼다. 얼마나 남았는가? Kitty는 Arithmetic Rack에서 7개의 구슬을 두 줄 놓았다. 그리고 Arithmetic Rack의 위쪽 막대에는 4개를 움직이고 아래쪽의 막대에는 3개를 움직였다. 결과적으로, Kitty는 구슬 3개와 4개의 묶음을 남겨 놓은 것이다. Kitty가 발표를 하고 난후, Teri가 끼어들었다.]

Teri: 나는 Kitty의 방법보다 더 쉬운 방법을 알고 있어요.

T : 그래?

Teri: (칠판 쪽으로 나오면서) 우리는 위쪽에 7개가 있고 아래쪽에 7개가 있기 때문에 (OHP위에 있는 Arithmetic Rack을 지적하면서) 7 더하기 7은 14인 것을 알고 있다. . . 위쪽이나 아래쪽의 (각각을 가리키면서) 7개 중에서 1개를 움직이면 더 쉬워진다.

T: 7개의 묶음을 모두 움직인다는 뜻인가?

Teri: (Kitty를 바라보면서 동의하듯이 고개를 끄덕인다).

(6) 학생들의 학습 기회

앞에서 언급했듯이, 전체적인 학습 기회는 교

사의 방법과 학생들의 접근 방법에 의하여 결정된다. 학생들의 수학적 이해를 개발시키기 위한 Smith의 관심은 학생들에게 다른 사람의 설명을 고찰해보고, 수학적으로 서로 다르며 세련되고 쉬운 다른 방법을 제시하게 하는 과정에서 잘 나타난다. 수업 활동에서 주의 깊게 듣기, 명료화의 요구, 다른 방법에 대한 도전과 같은 학생들의 능동적인 참여는 수학적으로 세련된 이해를 위한 학습 기회를 촉진할 수 있었다.

F. Professional Development School에서의 수업 결과

1. 환경(setting)

Professional Development School에서의 마지막 수업에서 교사는 개념적 이해, 문제 해결, 사고 기능, 보다 높은 수준의 문해(literacy), 자주적인 학습자, 팀워크 기능을 기를 수 있도록 제안된 교수 방법을 구현하게 하였다. 학생들의 부모들 중 대부분은 대학교 졸업자들이었다. 이들은 인종적 언어적으로 배경이 다양하였다. 본 연구에서 관찰된 교사는 Coleman으로서, 그녀는 16명의 3학년 학생들을 가르쳤다. 그녀는 15년의 교사 경력을 갖고 있으며 학교 당국의 방침에 따라 자신의 수학 교수 방법을 기꺼이 개선하고 개정하였다. 학교에서의 다른 교사들과의 논의를 포함한 몇 가지 활동에 1주일에 1번 참여하였으며, 해당 교육청의 수학 위원회에도 기여하고 있다.

Coleman 교사는 이전에 4년 동안 Comprehensive School Mathematics Program(CSMP)을 사용하였다. CSMP는 새로운 수학교육과정으로서 학생들이 자신의 수학적 아이디어를 나타내는데 도움이 되는 다양한 수학적 도구를 사용하여 수학적 문제 해결과 사고를 강조하는 것이다. Coleman 교사는 다른 교사의 수업 방법을 관찰할 기회를 가질 수 있었다. 특히, 그녀는 동료 교사의 수업 방법에 영향을 받았으며 자신의 수업 방법에 그것을 적용하려고 노력하였다. 예를 들어, 학생들의 반응을 칠판에 쓴다든지 학생들이 자신의 대답이 옳은지 그

른지를 입증하는 것을 강조하였다. Coleman 교사는 계속하여 자기 자신은 어떻게 수학을 가르칠 것인가를 공부하는 사람을 생각하고 있다.

Coleman 교사는 동료 교사에게서 얻은 학습지를 수업 전에 숙제로 학생들에게 나눠주었다. 이 학습지에서 학생들은 0이 표시되어 있는 수직선에 다른 수를 표시해야 한다. 또한, 학생들은 한 자리 수의 음수와 양수의 덧셈과 뺄셈에 관하여 12문제를 해결해야 한다. 각각의 문제를 풀고 난 뒤에, 학생들은 “어떻게 알았니?”라는 질문에 답을 해야 한다. Coleman 교사는 학생들 중 한 두 명을 제외하고는 모두 납득할만한 수학적 추론이 없이 답을 하고 있음을 발견하였다. 그녀는 학생들이 자신의 대답을 주의 깊게 생각하게 하는데 도움이 되는 코멘트를 하였다. 본 보고서에서 분석된 수업 중 대화에서, Coleman 교사는 학생들에게 자신의 답변이 옳은지 그른지에 대한 이유를 말해보도록 유도하였다. 그녀는 칠판에 수직선을 그려 놓았다. 다음의 분석은 Peterson(1994)의 분석 방법을 따른 것이다.

2. 전반적인 교실 분위기

Coleman 교사의 학생들은 왜 -10 더하기 10이 0이 되는지에 대한 논의에 적극적으로 참여하였다. Coleman 교사는 학생들의 논의를 중재하였으며, 교사-학생-교사-학생의 상호작용 패턴이 이루어졌다. 그러나, 때때로 그녀는 자신의 개입 없이 학생들끼리 질문을 하도록 요구하기도 하였다. Coleman 교사는 다른 사람이 무엇을 말하는지를 주의 깊게 듣도록 강조하였으며, 학생들에게 다른 사람의 의견에 찬성하는지 반대하는지를 표현해야 한다고 상기시켰다. 그러나, Coleman 교사는 학생들의 반응을 평가하지는 않았다. 그보다는 학생들에게 찬성 아니면 반대로 반응하도록 요구하였다. 수업 분위기는 허용적인 분위기로서, 다른 학생의 설명을 이해하지 못하는 학생은 재설명이나 보충 설명을 요구할 수 있었다. 학생들은 전체 논의 시간에 한 문제에 대해서만 논의하였지만, -10 더하기 10은 0이 되는 이유에 대해서는 공

유된 이해에 도달하지는 못하였다. 수업 중에 학생들이 잘못된 정보를 제시하거나 서로 비판할 때, 교사는 학생들의 감정적 느낌에 민감하게 반응하지는 않았다. 교사는 때때로 다른 학생들의 의견을 유도하기 위하여 학생의 반응을 반복하기도 하였고, 또는 대답한 학생에게 보충 설명을 하도록 하였다. 교사는 학생들에게 칭찬이나 긍정적인 기대감을 나타내지는 않았다.

3. 수업 절차

(1) 숙제로부터 수학적 문제를 도입하기

Coleman 교사는 학생들이 숙제로 제시한 문제들을 기억하는지를 질문하였다. 코멘트를 한 숙제를 다시 돌려준 후, 그녀는 학생들에게 학습지의 첫 번째 문제인 “ $-10+10=?$ 어떻게 알았는가?”에 관심을 갖도록 하였다. 그녀는 학생들에게 답을 쓰는 것과 함께 답이 맞는 이유를 설명하는 것이 중요함을 상기시켰다. 그리고 나서 전체 논의를 진행하였다.

(2) 학생들의 수학적 아이디어에 대한 논의

한 학생이 답은 0이라고 대답하였다. 이어서 Coleman 교사는 그 학생에게 어떻게 답을 얻었는지를 전체 학생에게 말하게 하였다. 그녀는 학생이 말한 대로 단어들을 칠판에 정확하게 써나갔으며, 오른쪽으로 10을 헤아렸다. 그리고 나서, 학생들에게 그 단어들이 의미하는 것이 무엇인지를 질문하였다. 전체 수학 시간 중 반 정도는 Coleman과 학생들이 그 아이디어에 대하여 논의하였다. 학생들의 답변이 있고 난 후에, 그녀는 다른 학생들이 그 답변에 동의하는지 그렇지 않은지에 대하여 질문하였다. 이런 방법으로, 교사는 전체 논의를 이끌었다. 그녀는 또한 다음의 대화에서 보듯이, 학생들에게 다른 학생의 답변을 주의 깊게 듣도록 하였다.

에피소드 UPI: 학생들에게 듣기와 코멘트를 강조하기

[학생 Marta는 그 문제에 대하여 왜 답이 0이 되

는지를 설명했다.]

교사: 뭐라고 얘기했지? 다른 사람들은 얘기한 것을 주의 깊게 들었으면 좋겠어요. 왜냐하면, 여러분이 Marta가 얘기한 것에 여러분이 동의하는지 아니면 반대하는지를 우리에게 또는 Marta에게 말하기 위해서는.

(3) 수직선을 사용하여 아이디어 논의하기

Coleman 교사는 보다 직접적으로 학생들에게 수직선에서 오른쪽으로 10만큼 헤아린다는 의미를 보이도록 요구하였다. 학생들의 발표가 있고 난 뒤에, 그녀는 그 설명이 다른 학생들에게도 명료하게 이해되는지를 질문하였다. 학생들은 부정적으로 반응하였다. 그녀가 학생들에게 분명한 이해를 하는지를 질문했지만, 학생들은 그것을 이해하지 못하였다. 앞에서 처음으로 발표한 학생에 대하여 코멘트없이, Coleman 교사는 처음의 문제로 다시 돌아갔다. 한 학생이 수직선 위의 수를 지적하면서 설명하였다. Coleman은 학생들에게 그 학생의 설명을 평가하도록 하면서 다시 학생들의 논의를 중재하였다. 때때로, 그녀는 칠판 위에 학생들이 말한 것을 써나갔다.

(4) 숙제와 학생들이 말한 것을 기록하기

Coleman 교사는 학생 자신의 답을 입증할 수 있는 방법에 대하여 생각할 수 있는 유사한 과제를 제시하였다. 그녀는 “우리가 먼저 해야 할 것은 의미하는 것이 무엇인지를 정확하게 말할 수 있도록 우리의 말들을 구성해야 한다”고 말하면서 수업에 결론을 내렸다. 그녀는 자신의 공책에 수업 중에 논의된 학생들의 말들과 아이디어들을 기록하였다.

4. 교사의 교수 방법

전체적인 수업 흐름에서 표현된 교사의 수업 방법에서, 다음과 같은 교사의 행동 특성을 관찰할 수 있다.

- 제시된 숙제로부터 논의할 과제를 선정한다.

- 얻은 답에 대한 이유를 요구한다.
- 학생들이 말한 것을 칠판 위에 정확하게 기록한다.
- 설명, 코멘트, 찬성, 반대를 요구한다.
- 의미하는 바를 정확하게 전달할 수 있는 단어의 사용을 강조한다.
- 학생들의 답변을 평가하지 않는다.
- 주된 결론으로 수렴하지 않는다.
- 학생들의 설명을 반복하고 재진술한다.
- 다른 학생들과 논의에 참여하도록 한다
- 학생들이 다른 학생이 말한 것을 이해하는지를 확인한다.
- 학생들의 참여에 초점을 맞춘다.

Coleman 교사는 수업 중에 학생 자신의 사고와 논의에 초점을 맞추는 것 같다. 학생들의 반응을 평가하기보다는 다른 학생들이 그것을 이해할 수 있는지를 항상 질문하였다. -10 더하기 10은 0임을 증명하는 방법으로써 Marta가 대답한 오른쪽으로 10을 헤아리는 방법에서 시작하여, Coleman 교사는 학생들이 Marta의 아이디어에 대하여 어떻게 생각하는지에 대한 논의에 30분 정도를 할애하였다. 면담 과정에서 그녀가 말했듯이, 학생 자신의 사고와 발표에 대하여 강조한 것은 학생들이 수학에 대하여 어떻게 생각하고 있는지에 대한 정보를 얻기 위한 것으로 분명한 목적에서 연유한 것이었다. 그러나, 수업 전의 면담에서, Coleman 교사는 그 정보를 사용하는 방법에 대해서는 확신이 없었다. 사실, 그녀는 단지 학생들에게 Marta의 말들을 수정하게 함으로써 학생들의 논의를 중재했을 뿐이다. Coleman 교사가 동료 교사의 수업을 관찰했을 때, 그녀는 증명의 아이디어에 많은 흥미를 나타냈다. 그녀는 동료 교사 학급의 학생들이 전체 논의에서 증명이라는 용어를 자주 사용했기 때문에, 그들이 증명의 의미를 이해했다고 생각했다. 이것은 Coleman 교사로 하여금 학생들이 말한 것을 칠판에 정확하게 쓰게 하였다.

그러나, 학생들의 말 자체에 초점을 맞춤으로서 교사가 학생들의 개념적 이해를 철저히 조사

할 수 없게 만들었다. 더욱이, 제시된 대답들에 대해서 학생들의 평가에만 의존함으로써 학생들이 이해하지 못하는 논의가 된 것으로 보인다. 다음의 대화에서, Chang은 Marta가 말한 것을 “음수 10이 있고 10을 더한다면, 0이 된다”로 수정하였다. Coleman 교사는 Chang에게 수직선 위에 자신의 답을 제시하도록 요구하였다.

에피소드 UP2: 부정확한 단어를 사용한 Chang의 증명

[칠판 위의 수직선에는 -10부터 10까지 표시가 되어 있다. Chang은 앞에서 설명하고 있다.]

Chang: 음수 10(수직선에서 -10을 가리키며)은 0보다 10배 작다(수직선에서 0을 가리키며). 그리고 양수 10(수직선에서 10을 가리키며)은 0보다 10배 크다. 그래서 음수 더하기 양수 10을 하면, 위쪽으로 간다. 우리가 음수 10 더하기 양수 10을 하면 더해가므로 0이 된다.

교사 : Chang이 말한 것을 모두 알겠니?

학생들 : 아니오!

[Coleman 교사는 학생들에게 Chang이 말하려고 한 것을 더 분명하게 하는데 도움이 되는 질문을 하도록 하였다.]

교사 : 음수 10 더하기 10은 0이 되는 다른 방법을 이야기 할 사람 없나요?

분명히, Chang은 양수 10이 0보다 10배 크고 음수 10은 0보다 10배 작다고 말함으로써 논의에 잘못된 정보를 도입하였다. 학생들은 일체히 Chang이 의미하는 것을 이해할 수 없다고 부정적인 피드백을 보였다. Chang과 다른 학생들의 논의를 조정하려는 교사의 노력에도 불구하고, Chang이 말하려고 했던 것을 이해시키는 쪽으로 논의가 진행되지 못하였다. 교사는 Chang이 설명한 것을 학생들에게 이해시키는데 도움이 되는 코멘트나 어떤 단서도 제시하지 않았다. Coleman 교사는 Chang의 설명을 다시 언급하지 않고 같은 질문을 계속했다.

Chang의 잘못된 설명에도 불구하고, 그의 설

명은 $-10+10=0$ 이 되는 타당한 이유를 입증하기 위한 기초를 제공하였다. 그는 -10 과 0 , 그리고 10 과 0 의 관계를 설명하려고 노력하였다. Chang은 -10 과 10 은 0 으로부터 같은 거리에 있지만 방향을 반대라는 것을 깨닫고 있었다. 이러한 점에서, Chang의 설명은 다른 방법을 찾으려는 논의 과정에서 부정적이라기 보다는 유용한 것이었다. Chang의 잘못된 설명은 개념적 이해가 부족하거나 발표 기술이 부족하다는 것을 의미하지는 않는다. 그의 문제는 단지 설명과정에서의 단어의 선택일 뿐이었다. 학생들의 정확한 단어의 사용에 대한 교사의 관심은 Chang의 수학적 이해를 더 깊이 조사하는데 방해가 되었다.

교사는 코멘트를 하는 대신에, 학생들에게 Chang의 설명이 분명한지를 질문하였고 이해가 되지 않으면 Chang에게 질문하라고 유도하였다. 학생들이 효과적인 질문을 하지 못했기 때문에, 교사는 $-10+10=0$ 처음 문제를 다시 언급하였다. Coleman 교사는 학생들이 수레바퀴가 돌아가듯이 생각하기를 원한다고 말했다. 그녀는 또한, 모든 것은 학생들에게서 나오며, 우리는 그것에 의존하여 학습한다고 말하였다. 그녀는 이미 예상된 반응보다는 학생들이 알고 있는 것에 의존하고 있으며, 학생들의 사고 과정을 따르고 있다. 그러나, 이러한 학생들의 답변에만 초점을 맞추는 전략은 Chang이 말한 것의 개념적 기초를 교사가 탐구하는데 방해가 되었다.

Coleman 교사는 왜 자신이 수업 중 논의를 조정하는 역할을 줄이고 학생들의 반응과 아이디어에 초점을 맞추었는가? 면담에서 나타난 바로, 그녀는 학생들이 교사보다는 동료의 발표를 잘 듣게 되면 수학을 더 잘 학습할 수 있다고 믿고 있었다. 이러한 점에서, 수업 중 교사의 임무는 논의를 능숙하게 증재하는 것이다. 학생들은 자신과 친구의 수학적 아이디어를 생각해야 한다. Coleman 교사는 다음과 같이 지적했다. “학생들은 다른 동료와 수학적 아이디어를 논의하였다. 학생들은 그것에 대하여 이야기하였다. 다시 말해서, 그들은 거기에 그냥 앉아있는 것이 아니라, 그것을 가지고 실제로 학습한 것이었다”. 그녀에

따르면, 학생들은 그 논의에 참여하였기 때문에 더 많이 학습할 수 있었다. 학생들의 수학 학습에 대한 Coleman 교사의 이러한 관점은 학생들을 논의에 적극적으로 참여시키게 하였다. 학생들의 발표로부터 시작해서 그 설명에 대한 코멘트를 하는 그녀의 수업 전략은 개념적 이해보다는 학생들의 참여 그 자체에 도움이 된 것으로 보인다. 이러한 점은 또한 그녀의 수학적 과제에 대한 생각에서도 찾을 수 있다. 면담에서 Coleman 교사는 제시한 수학 문제에 대한 자신의 관점을 설명하기 위하여 비유적으로 스폰지 활동을 사용하였다. Coleman 교사는 수학 스폰지 활동은 과제로부터 정보를 빨아들인다고 설명하였다.

이상을 요약하면, Coleman 교사는 학생들의 설명과 논의가 중심이 되는 수업 분위기를 형성하는 데는 성공적이었다. 그녀는 학생들에게 다른 학생의 설명에 찬성하는지 반대하는지에 대하여 질문함으로써 학생들이 어떻게 생각하는지를 파악하고 이해하려고 노력하였다. 학생들에게 전체적으로 하나의 수학 문제를 제시함으로써, 지속적인 방법으로 학생들의 수학적 아이디어에 초점을 맞출 수 있었다. 그러나, 학생들의 참여 그 자체에 초점에 맞추다보니 학생들의 수학적 개념을 개발시키는데는 어려움이 있었다. 교사가 수학적 의미와 추론의 중요성을 인식하고 있음에도 불구하고, 그녀는 수학의 학습은 스폰지 활동에 참여함으로써 정보를 획득하는 것으로 보고 단지 학생중심의 접근 방법을 적용하였다.

5. 학생들의 학습 방법

위에서 설명한 수업 활동에서 나타냈듯이, 학생들은

- 자신들의 답을 설명하고 그것에 대한 타당성을 보인다.
- 교사나 친구가 요구했을 때는 자신의 아이디어를 명료화한다.
- 다른 친구의 아이디어를 비평한다.

교사의 요구에 따라, 학생들은 친구의 수학적

설명에 대하여 의미를 부여하게 된다. 학생들 자신이 친구의 설명을 평가해야 하기 때문에, 그들은 공유된 수학적 이해를 구성하려고 노력하였다. 학생들은 친구의 수학적 아이디어에서 의미를 찾음으로써 학습하게 된다. 아래 제시한 대화에서, 학생들은 음수 10 더하기 10이 0이 되는 이유에 대한 Chang의 설명으로부터는 학습할 수 없었다. 왜냐하면, 학생들은 Chang의 수학적 이해를 탐색할 수 없었기 때문이다. 반면에, 다음의 대화에서, Tessa는 Chang의 비평에 기초하여 자신의 처음 생각을 정당화하려고 노력하는 과정에서 -10을 10으로 보는 자신의 실수를 발견하였다.

에피소드 UP3: 동료들로부터의 학습

[학생들은 -10 더하기 10을 구하기 위하여 오른쪽으로 10만큼 센다는 것이 무엇을 의미하는 것인지에 대하여 논의하고 있다. Tessa는 0을 얻기 위해서는 왼쪽으로 그 수만큼 세어야 한다고 주장한다. Chang은 Tessa가 말한 것에 동의하지 않았다. 교사의 요청에 따라, Chang은 Tessa에게 직접 말하였다.]

Chang: (Tessa를 향하여) 오른쪽으로 센다는 것이 무엇을 의미하는 거야?

Tessa: 네가 10까지 센다면, 0을 얻을 수 없지. 왼쪽으로 10을 세면 0이 될 수 있어.

Chang: 글썽, 음수 10은 음수야, 0보다 작은.

Tessa: 그래 나도 알아.

Chang: 그럼 왜 0보다 작은 음수 10에 더했을 때 0을 얻을 수 없다고 말했어?

Tessa: 아, 알겠어! 이것은 양수야

교사: 뭐라고?

Tessa: 너는 오른쪽으로 세어야 해.

교사: 0을 얻으려면, 오른쪽으로 세어야 한다는 말이니? 어디서부터, Tessa?

Tessa: 음수 10에서부터.

Coleman 교사는 수학을 설명하기보다는 학생들의 참여를 강조하는 쪽으로 자신의 수업 방법을 변화시키고 있다고 생각하기 때문에, 교사가 논의 과정에서 조정하는 것은 학생들의 학습 방법에서

중요하지 않다고 생각했다. 예를 들어, 학생들은 교사가 다른 학생의 아이디어를 비평하라고 요구한 뒤에만 그렇게 했다. 결과적으로, 학생들의 방법은 논의 과정에서 교사의 조정을 통하여 학습하는 것이 아니라 친구들로부터 학습하는 것이다.

6. 학생들의 학습 기회

앞에서 논의한 바와 같이, Coleman 교사의 교수 방법은 학생들의 개념적 이해에 교사의 직접적인 영향을 배제한 채, 학생들 자신의 아이디어와 추론에 기초하는 것이었다. 학생들의 학습 방법은 교사의 요구에 따라 혼자서 다른 학생의 아이디어에 의미를 부여하는 것이었다. Coleman 교사는 학생들이 지속적으로 과제에 참여하기를 원했고 논의 그 자체에 참여하는 것에 만족했기 때문에, 학생들의 학습 기회는 학생들이 스스로 다른 사람의 아이디어와 추론에 의미를 부여하려고 노력하는 논의 과정에 있다. 다시 말해서, 학습 기회는 학생들 자신의 수학적 이해에 국한되어 있었다. 학생들이 교사에게 어떤 수학적 질문을 하기보다는 논의 그 자체에 단순히 참여함으로써, 학생들의 학습 기회를 제한시키는 결과를 가져왔다.

G. Nashville 학교와 Professional Development 학교의 비교

1. 일반적인 수학적 규범과 사회수학적 규범

Nashville과 Professional Development 학급의 수학적 규범은 매우 유사하였다. 두 학교의 교사들은 학생을 아이디어 논의에 참여시키려고 노력하였으며, 수학 수업에서 아이디어의 개발에 두고 있었다. 두 학교의 교사들은 학생들간의 논의를 중재하였으며, 또한 학생들끼리 직접 논의하도록 하였다.

이와 같은 유사성이 있었지만, 수업의 운영에 있어서는 약간의 차이가 있었다. Nashville 학교의 교사는 어떤 학생의 발표가 주목할 만한 것인지를

지적하였다(UN 3). Professional Development 학교의 교사는 학생들이 어떤 아이디어가 중요한지 그리고 그 이유까지도 학생들이 혼자서 추론해내도록 하였다. 이러한 점에서, 이 교사는 학생들에게 개념적 조언은 적게 한 것이다.

두 학급간의 이러한 사회적 규범의 차이의 결과로써, 두 학급은 사회적 규범에서도 차이가 있었다. Nashville의 교사는 학생들에게 학급의 사회적 관행(practice)에 수학적 의미를 추가시키도록 도움을 주었다. Professional Development 학교의 학생들에게는 학급의 논의가 자신들을 위해서 참여해야 하는 사회적 활동으로 인식되었다. 수학적으로 의미 있는 차이점은 별로 나타나지 않았다.

2. 학습 기회

학생들의 학습 기회는 교실의 사회적 형식에서 발생하는 수학적으로 유의미한 차이점을 직접 반영하고 있었다. 보다 수학적으로 의미 있는 차이점은 교실의 사회적 관행에서 Nashville의 학급 학생들은 자신의 학교 경험으로부터 수학적 개념을 고찰하고 개발하는 기회를 가졌다. Professional Development 학급 학생들에게 이러한 학습 기회는 별로 나타나지 않았다.

V. 결론 : 수학교육 개혁에 관한 국제 비교

본 연구에서 분석한 4개의 수업은 한국과 미국의 수학 교수법 개혁을 추진하는데 있어서 많은 공통점을 시사하고 있다. 우리는 교실에 새로운 학생-중심적인 사회적 규범을 실현하는 것과 학생들에게 새로운 학습 기회를 제공하는 것을 구별해야 할 필요성을 느꼈다. 특히, 학급의 사회적 관행에 참여시키는 것과 그러한 사회적 관행 속에서 개념적 발달을 시키는 것을 구별하는 것이 중요하다.

양국에서, 별로 성공적이지 못한 학생-중심 학급에서 교사들은 학생들에게 의미를 부여하는 책임을 포기하는 경향이 있었다. 그들은 학생들의

개념적 이해를 분석하지 않은 채 학생들의 언어적 진술에만 관심을 가지려는 경향이 많았다(KA5와 UP2). 수학 교육 개혁에서 사회적 관행과 학생들의 심리적 관계를 충분히 고려하지 않은 채 학생-중심의 사회적 관행만을 강조할 때, 이러한 결과는 쉽게 나타난다. 성공적인 교사는 학생들의 이해를 모니터하여 이해의 개발을 보장할 수 있도록 적극적으로 조치를 하는 경향이 있었다(KO5와 UN3).

이것은 성공적인 학생-중심 수업을 위한 모델로서 구성주의의 유용성을 지적하는 것이다. Simon (1995)이 관찰한 바에 따르면, 구성주의 교사는 학생들의 학습에 대한 계획과 기대감을 구성하는 가설적 학습 궤도(hypothetical learning trajectory)를 갖고 있다. 교사는 그 궤도에 따라 이루어졌는지를 판단하기 위하여 과제에 대한 학생들의 반응을 조정한다. 그렇지 않다면, 교사는 보다 만족한 결과를 얻기 위하여 과제를 조절하거나 보충하거나, 또는 가설적인 학습 궤도에 대한 자신의 가정을 재고한다. 이러한 방식으로, 교사는 학생들이 독특하게 자신들의 이해를 개발시키고 있음을 확인하려 하는 것이다. 따라서, 본 연구에서 성공적인 학생-중심적인 교사는 성공적이지 못한 학생-중심적인 교사와 비교했을 때, 학생들의 개념적 발달에 있어서 구성주의자로 볼 수 있다.

한국과 미국의 교육 개혁자들은 교육 개혁은 그렇게 단순하지 않으며 또한 교실의 표면적인 관행으로 평가될 수 없다는 것을 확실히 알아야 한다. 두 나라 교사의 이러한 공통점은 새로운 21세기를 향한 수학교육의 개혁에 있어서 한국과 미국은 서로 많은 점에 대하여 공유된 의견을 갖고 있음을 시사한다고 하겠다.

참 고 문 헌

- 구광조 · 전평국 · 강 완 (1996). 수학 교육 개혁 방안에 관한 연구. 한국교원대학교 부설 373-398. 교과교육 공동연구소. 연구보고 RR 94-I-2.
- Ball, D. (1993). With an eye on the mathematical horizon: Dilemmas of teaching elementary

- school mathematics. *The Elementary School Journal*, 93 (4),
- Beaton, A. E., Mullis, V.S., Martin, M.O., Gonzalez, E. J., Kelly, D. L., & Smith, T. A. (1996). *Mathematics achievement in the middle school years: IEA's third international mathematics and science study(TIMSS)*. Chestnut Hill, MA: Boston College.(http://www.csteep.be.edu/timss)
- Blumer, H. (1969). *Symbolic interactionism*. Engelwood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Brown, C. A., Carpenter, T. P., Kouba, V. L., Lindquist, M. M., Silver, E. A., & Swafford, J. O. (1988). Secondary school results for the fourth NAEP mathematics assessment: Algebra, geometry, mathematical methods, and attitudes. *Mathematics Teacher*, 81 (5)
- Charles, R. I., & Silver, E. A. (Eds., 1988), *The teaching and assessing of mathematical problem solving*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates; Reston, VA: NCTM.
- Cobb, P., & Bauersfeld, H. (Eds, 1995). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cobb, P., Gravemeijer, K., Yackel, E., McClain, K., & Whitenack, J. (1997). Mathematizing and symbolizing: The emergence of chains of signification in one first-grade classroom. In D. Kirshner & J. Whitson (Eds.), *Situated cognition: Social, semiotic, and psychological perspectives*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cobb, P., & Whitenack, J. (1996). A method for conducting longitudinal analysis of small groups. *Educational Studies in Mathematics*, 30, 213-228.
- Easley, J. & Taylor, H. (1990). Conceptual splatter in peer dialogues in selected Japanese and U.S. first grade mathematics classes. In L.P. Steffe & T. Wood(Eds.), *Transforming children's mathematics education: International perspectives* (pp. 216-226). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Fuson, K. C., Stigler, J. W., & Barsch, K. (1988). Grade placement of addition and subtraction topics in Japan, Mainland China, the Soviet Union, Taiwan, and the United States. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 449-456.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). New York: Macmillan.
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Human, P., Murray, H., Olivier, A., & Wearne, D. (1996). Problem solving as a basis for reform in curriculum and instruction: The case of mathematics. *Educational Researcher*, 25 (4), 12-21.
- ICTM (Illinois Council of Teachers of Mathematics, 1989). *Mathematics teaching in Japanese elementary and secondary: A report of the ICTM Japan Mathematics Delegation (1988)*. Carbondale: Southern Illinois University.
- Lappan, G., & Schram, P. W. (1989). Communication and reasoning: Critical dimensions of sense making in mathematics. In P. R. Trafton, & A. P. Shulte (Eds.), *New directions for elementary school mathematics* (pp. 14-30). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Lampert, M. (1992). Choosing and Using Mathematical Tools in Classroom Discourse. *Advances in Research on Teaching: Teaching for Meaningful Understanding*. Ed. J. Brophy. Greenwich, Connecticut: JAI, 1:
- Lampert, M. (1988, April). *Attending to students thinking in math classes: Teacher's perspectives*.

- Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association.
- Leiter, K. (1980). *A primer on ethnomethodology*. New York: Oxford University Press.
- Lindquist, M. M. (1989). It s time to change. In P. R. Trafton, & A. P. Shulte (Eds.), *New directions for elementary school mathematics* (pp. 1-13). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Nesher, P. (1980). The stereotyped nature of school word problems. *For the Learning of Mathematics*, 1(1), 41-48.
- Noh, S. (1998). Unpublished masters thesis. Louisiana State University, Baton Rouge, Department of Curriculum & Instruction. Dr. David Kirshner, advisor.
- Mayer, R. E., Lewis, A. B., & Hegarty, M. (1992). Mathematical misunderstandings: Qualitative reasoning about quantitative problems. In J. I. D. Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills*. Amsterdam: Elsevier Science.
- McClain, K., & Cobb. P. (1997). An analysis of the teacher s role in guiding the evolution of sociomathematical norms. Unpublished paper.
- McLeod, D. B. (1994). Research on affect and mathematics learning in the JRME: 1970 to the present. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25 (6), 637-647.
- Mehan, H., & Wood, H. (1975). *The reality of ethnomethodology*. New York: John Wiley.
- Ministry of Education (1997). *Elementary school curriculum*. Seoul, Korea: Ministry of education.
- Mullis, I. V.S., Martin, M. O., Beaton, A. E., Gonzalez, E. J., Kelly, D. L., & Smith, T. A. (1997). Mathematics achievement in the primary school years: IEA s third international mathematics and science study (TIMSS). Chestnut Hill, MA: Center for the Study of Testing, Evaluation, and Educational Policy, Boston College.
- NCES (National Center for Education Statistics, 1996). *Pursuing Excellence: A study of U.S. eighth-grade mathematics and science teaching, learning, curriculum, and achievement in international context*. Washington, D.C. : U.S. Government Printing Office. (<http://www.ed.gov/NCES/timss>)
- NCES (1997). *Pursuing Excellence: A study of U.S. fourth-grade mathematics and science achievement in international context*. Washington, D.C. : U.S. Government Printing Office. (<http://www.ed.gov/NCES/timss>)
- NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- NCTM (1991). *Professional standards*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Peterson, P. L. (1988). Teaching for higher-order thinking in mathematics: The challenge for the next decade. In D. A. Grouws, & T. J. Cooney (Eds.), *Perspectives on research on effective mathematics teaching*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Peterson, P. L. (1994). Revising their thinking: Keisha Coleman and her third grade mathematics class. In H. H. Marshall (Ed.), *Redefining student learning: Roots of educational change*. Norwood, NJ: Ablex Publishing.
- Research Advisory Committee (1997). Clarifying the contributions of research with NCTM. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28 (4), 396-397.
- Renga, S. & Dalla, L. (1993). Affect: A critical component of mathematical learning in early childhood. In R. J. Jensen (Ed.), *Research ideas for the classroom: Early childhood*

- mathematics*. NY, NY: Macmillan.
- Rosnick, P., & Clement, J. (1980). Learning without understanding: The effect of tutoring strategies on algebra misconceptions. *The journal of mathematical behavior*, 3(1), 4-27.
- Schifter, D., & Fosnot, C. T. (1993). *Reconstructing mathematics education: Stories of teachers meeting the challenge of reform*. New York: Teachers College Press.
- Schmidt, W., Jorde, D. Cogan, L. S., Barrier, E., Bonzalo, I., Moser, U., et al. (1996). *Characterizing pedagogical flow: An investigation of mathematics and science teaching in six countries*. Dordrecht, Holland: Kluwer Academic Publishers.
- Schmidt, W., McKnight, C. C., Valverde, G. A., Houang, R. T., & Wiley, D. E. (1997). *Many visions, many aims. Volume 1: A cross-national investigation of curricular intentions in school mathematics*. Dordrecht, Holland: Kluwer Academic Publishers.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematical pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26 (2), 114-145.
- Steffe, L. P. & Kieren, T. (1994). Radical constructivism and mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*. 25 (6), 711-733.
- Stevenson, H. W., & Stigler, J. W. (1992). *The learning gap: Why our schools are failing and what we can learn from Japanese and Chinese education*. New York: Summit
- Stigler, J. W., Fernandez, C., & Yoshida, M. (1996). Traditions of school mathematics in Japanese and American elementary classrooms. In L.P. Steffe & P. Nesher (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 149-175). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Stigler, J. W., & Perry, M. (1988). Cross-cultural studies of mathematics teaching and learning: Recent findings and new directions. In D. A. Grouws, & T. J. Cooney (Eds.), *Effective mathematics teaching* (pp. 194-223). Reston, VA: NCTM.
- Stigler, J. W., Lee, S., & Stevenson, H. W. (1990). *Mathematical knowledge of Japanese, Chinese, and American Elementary school children*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Strauss, A., & Corbin, J. (1990). *Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. Newbury Park, CA: Sage.
- Swafford, J. O., & Brown, C. A. (1990). Attitudes. *Results from the fourth mathematics assessment of the national assessment of educational progress* (pp. 106-116). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- TIMSS (Third International Mathematics and Science Study) (1996). *Videotape classroom study*. U.S. department of education- National Center for Education Statistics. (<http://www.ed.gov/NCES/timss/video/index.html>)
- Travers, K. J., Crosswhite, F. J., Dossey, J. A., Swafford, J. O., McKnight, C. C., & Cooney, T. J. (1985). *Second international mathematics study summary report for the United States*: Champaign, IL: Stipes.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.
- Yang, M. T. & Cobb, P. (1995). A cross-cultural investigation into the development of place-value concepts of children in Taiwan and The United States. *Educational Studies in Mathematics*, 28, 1-33.
- Yin, R. K. (1994). *Case study research: Design and methods*. Thousand Oaks, CA: SAGE.

Sociomathematical Norms of Elementary School Classrooms: Crossnational Perspectives between Korea and U. S. on Challenges of Reform in Mathematics Teaching

Jeon, Pyung Kook

Korea National Univ. of Educ., Tarak-ri, Kangnae-myun, cheungwon-gun, Chung-Buk 363-791, Korea
e-mail: jeonpk@knuccc-sun.knue.ac.kr

David Kirshner

Louisiana State University

The case of four classrooms analyzed in this study point to many commonalities in the challenges of reforming mathematics teaching in Korea and the U. S. In both national contexts we have seen the need for a clear distinction between implementing new student-centered social practices in the classroom, and providing significant new learning opportunities for students. In particular, there is an important need to distinguish between attending to the social practices of the classroom and attending to students conceptual development within those social practices.

In both countries, teachers in the less successful student-centered classes tended to abdicate responsibility for sense making to the students. They were more inclined to attend to the literal statements of their students without analyzing their conceptual understanding (Episodes KA5 and UP 2). This is easy to do when the rhetoric of reform emphasizes student-centered social practices without sufficient attention to psychological correlates of those social practices. The more successful teachers tended to monitor the understanding of the students and to take proactive measures to ensure the development of that understanding (Episodes KO5 and UN3).

This suggests the usefulness of constructivism as a model for successful student-centered instruction. As Simon(1995) observed, constructivist teachers envision a *hypothetical learning trajectory* that constitutes their plan and expectation for students learning from the particular if the trajectory is being followed. If not, the teacher adjusts or supplements the task to obtain a more satisfactory result, or reconsider her or his assumptions concerning the hypothetical learning trajectory. In this way, the teacher acts proactively to try to ensure that students are progressing in their understanding in particular ways. Thus the more successful student-centered teacher of this study can be seen as constructivist in their orientation to student conceptual development, in comparison to the less successful student-centered teachers.

It is incumbant on the authors of reform in Korea and the U. S. to make sure that reform is not trivialized, or evaluated only on the surifice of classroom practices. The commonalities of the two reform endeavors suggest that Korea and the U. S. have much to share with each other in the challenges of reforming mathematics teaching for the new millennium.