

유한영역에서 안전을 위한 여러 형태의 균열 해석용 적분방정식 적용연구

An Integral Equation of Various Cracks for Safety in Finite Plane Bodies

서 옥 환*

Uk-Hwan Sur

(1998년 4월 29일 접수, 1999년 2월 27일 채택)

ABSTRACT

An integral equation representation of cracks was presented, which differs from well-known "dislocation layer" representation. In this new representation, the integral equation representation of cracks was developed and coupled to the direct boundary-element method for treatment of cracks in finite plane bodies. The method was developed for in-plane(mode I and II) loadings only. In this paper, the method is formulated and applied to various crack problems involving multiple and branch cracks in finite region. The results are compared to exact solutions where available and the method is shown to be very accurate despite of its simplicity.

1. 서 론

파괴(fracture)는 경고 없이 대변형을 일으키면서 일어난다. 안전을 위해 개시 시점을 알아내는 것은 아주 중요하다. 최근에 유한영역에서의 균열문제의 해결을 위하여 잘 알려진 경계적분방정식과 연합할 균열의 적분방정식 개발에 관심이 고조되고 있다¹⁾. 참고문헌 2), 3)에서는 균열적분방정식이 균열표면 traction의 향으로 되어있는데 이 표현에서 미지수는 균열선에 따른 dislocation density들이다. 그러나 이 표현

방정식이 curved 균열 문제해결에는 효과적이나 꺾임(kink)을 포함하고 있는 경우는 적합하지 못하다. 또 참고문헌 4), 5)에서는 균열적분방정식의 표현이 균열선을 따른 resultant force들의 향으로 표현되었는데 이 표현방식은 꺾인균열문제를 해결할 수 있으나 아직도 미지수는 dislocation density들이다. 이 density들이 crack tip에서의 singular와 꺾인 부분에서 weakly-singular를 내재하고 있어 간단하고 간편한 수치해석이 요구된다.

참고문헌 6)에서 이미 개발된 균열적분방정식

* 한라대학교 기계공학부

표현은 미지수로서 균열선을 따라 displacement discontinuity들을 포함한다. 이 값들이 crack tip에서 영(0)이고 꺾임에서 연속이기 때문에 이 표현방식의 수치해석은 경계적분방정식 취급보다 복잡하지 않다.

이 논문에서는 참고문헌 6)에서 개발된 균열 적분방정식이 직접 경계적분방정식 방법과 연합하여 유한영역의 꺾임을 포함하는 여러 가지 균열문제의 해결에 응용되었다. 사용된 수치해석 모델은 아주 간단하며 결과 값도 아주 정확하였다.

2. 이론전개(Theoretical Development)

Fig. 1 및 2에서와 같이 외부경계선 Γ_b 및 내부의 여러 가지 모양의 균열을 포함하는 piece-wise smooth crack line Γ_{c1} 및 Γ_{c2} 를 갖는 어떤 탄성구역 Ω 가 외부경계선의 일부분 위에 traction t_j 및 나머지 경계선 위에 변위(displacement) u_j 를 내재하고 있다고 가정하자. 그때 직접경계적분방정식(direct boundary integral equation) 및 참고문헌 6)에서 개발된 적분방정식이 다음과 같이 연합된다.

$$\begin{aligned}
 c_{ij}(x)u_j(x) &= \oint_{\Gamma_b} (uR)_{ij}(x, \bar{x})t_j(\bar{x})ds(\bar{x}) \\
 &- \oint_{\Gamma_b} (uc)_{ij}(x, \bar{x})u_j(\bar{x})ds(\bar{x}) \\
 &+ \sum_{k=1}^2 \int_{\Gamma_{ck}} (uc)_{ij}(x, \bar{x})\Delta u_j(\bar{x})ds(\bar{x}) \\
 x \text{ on } \Gamma_b &\dots\dots\dots (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \pi_i(x) &= \oint_{\Gamma_b} (\pi R)_{ij}(x, \bar{x})t_j(\bar{x})ds(\bar{x}) \\
 &- \oint_{\Gamma_b} (\pi c)_{ij}(x, \bar{x})u_j(\bar{x})ds(\bar{x}) \\
 &+ \sum_{k=1}^2 \int_{\Gamma_{ck}} (\pi c)_{33}(x, \bar{x})\Delta u_3(\bar{x})ds(\bar{x}) \\
 x \text{ on } \Gamma_{c1} &\dots\dots\dots (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \pi_i(x) &= \oint_{\Gamma_b} (\pi R)_{ij}(x, \bar{x})t_j(\bar{x})ds(\bar{x}) \\
 &- \oint_{\Gamma_b} (\pi c)_{ij}(x, \bar{x})u_j(\bar{x})ds(\bar{x}) \\
 &+ \sum_{k=1}^2 \int_{\Gamma_{ck}} (\pi c)_{33}(x, \bar{x})\Delta u_3(\bar{x})ds(\bar{x})
 \end{aligned}$$

$$x \text{ on } \Gamma_{c2} \dots\dots\dots (3)$$

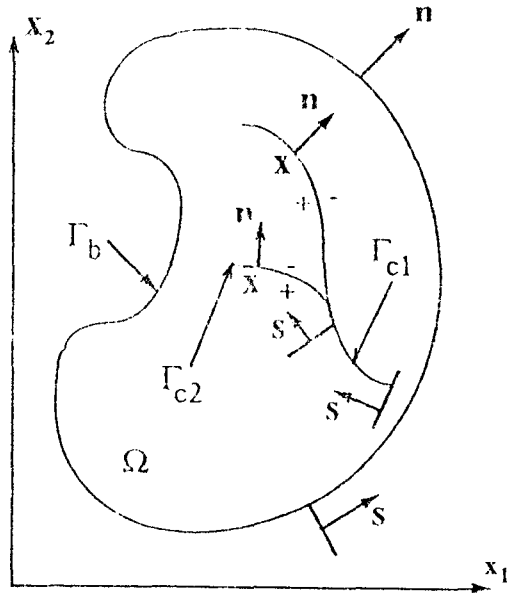


Fig. 1 Plane elastic region containing a branch crack

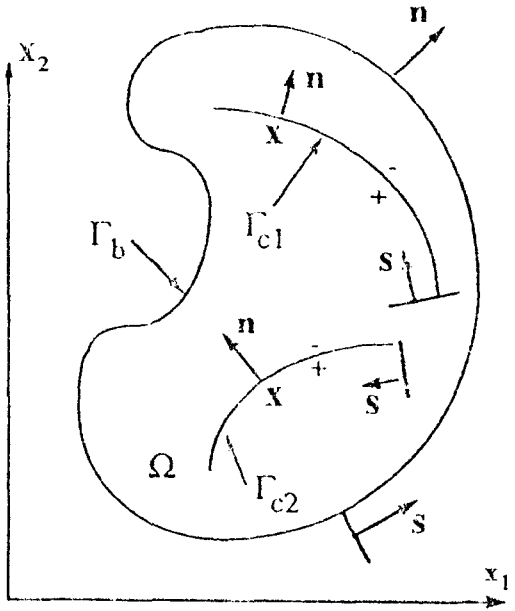


Fig. 2 Plane elastic region containing multiple cracks

여기서 $i=1, 2, j=1, 2$ 및 $\Delta u_j = u_j - u_j^+$ 는

상대적인 균열면 변위를 나타내며 $(uR)_{ij}(x, \bar{x})$, $(uc)_{ij}(x, \bar{x})$, $(\pi R)_{ij}(x, \bar{x})$ 및 $(\pi c)_{ij}(x, \bar{x})$ 는 잘 알려진 영향함수(influence function)¹⁾들이다.

3. 수치해법(Numerical Treatment)

Fig. 3 및 4에서와 같이 외부의 경계선 위에 M_b 개 및 균열 위 각각 M_{c1} 개 및 M_{c2} 개의 직선으로 나타내어진 식(1), (2) 및 (3)의 수치해법이 다음과 같이 표현된다.

$$c_{ij}(x)u_j(x) = \sum_{m=1}^{M_b} \int_m [(uR)_{ij}(x, \bar{x})t_j(\bar{x}) - (uc)_{ij}(x, \bar{x})u_j(\bar{x})]ds(\bar{x}) + \sum_{m=M_b+1}^{M_b+M_{c1}} \int_m (uc)_{ij}(x, \bar{x})\Delta u_j(\bar{x})ds(\bar{x}) + \sum_{m=M_b+M_{c1}+2}^{M_b+M_{c1}+M_{c2}+1} \int_m (uc)_{ij}(x, \bar{x})\Delta u_j(\bar{x})ds(\bar{x})$$

x on Γ_b (4)

$$\pi_i(x) = \sum_{m=1}^{M_b} \int_m [(\pi R)_{ij}(x, \bar{x})t_j(\bar{x}) - (\pi c)_{ij}(x, \bar{x})u_j(\bar{x})]ds(\bar{x}) + \sum_{m=M_b+1}^{M_b+M_{c1}} \int_m (\pi c)_{ij}(x, \bar{x})\Delta u_j(\bar{x})ds(\bar{x}) + \sum_{m=M_b+M_{c1}+2}^{M_b+M_{c1}+M_{c2}+1} \int_m (\pi c)_{ij}(x, \bar{x})\Delta u_j(\bar{x})ds(\bar{x})$$

x on Γ_{c1} (5)

$$\pi_i(x) = \sum_{m=1}^{M_b} \int_m [(\pi R)_{ij}(x, \bar{x})t_j(\bar{x}) - (\pi c)_{ij}(x, \bar{x})u_j(\bar{x})]ds(\bar{x}) + \sum_{m=M_b+1}^{M_b+M_{c1}} \int_m (\pi c)_{ij}(x, \bar{x})\Delta u_j(\bar{x})ds(\bar{x}) + \sum_{m=M_b+M_{c1}+2}^{M_b+M_{c1}+M_{c2}+1} \int_m (\pi c)_{ij}(x, \bar{x})\Delta u_j(\bar{x})ds(\bar{x})$$

x on Γ_{c2} (6)

각 요소에서의 변위, traction 및 displacement discontinuity가 선형적으로 다음과 같이 개략된다.

$$u_j(\bar{x}) = N_1(\xi)u_j^{(m-1)} + N_2(\xi)u_j^{(m)}$$

\bar{x} on element m of Γ_b

$$t_j(\bar{x}) = N_1(\xi)t_j^{(2m-1)} + N_2(\xi)t_j^{(2m)}$$

\bar{x} on element m of Γ_b

$$\Delta u_j(\bar{x}) = N_1(\xi)\Delta u_j^{(m)} + N_2(\xi)\Delta u_j^{(m+1)}$$

\bar{x} on element m of Γ_{c1} and Γ_{c2}

..... (7)

여기서 $u_j^{(m-1)}$, $u_j^{(m)}$, $t_j^{(2m-1)}$, $t_j^{(2m)}$ 은 외부경계선의 노드점(node point) $m(m=1, \dots, M_b)$ 이고, $\Delta u_j^{(m)}$ 은 균열의 노드점 $m(m=M_b+2, \dots, M_b+M_{c1}, M_b+M_{c1}+3, \dots, M_b+M_{c1}+M_{c2}+1$ 및 $m=M_b+2, \dots, M_b+M_{c1}, M_b+M_{c1}+2, \dots, M_b+M_{c1}+M_{c2}+1$)의 값들이며

$$N_1(\xi) = (1 - \xi)/2, \quad N_2(\xi) = (1 + \xi)/2,$$

$$-1 \leq \xi \leq 1.$$

..... (8)

더 나아가

$$\bar{x} = \begin{cases} N_1(\xi)x^{(m-1)} + N_2(\xi)x^{(m)} \\ \bar{x} \text{ on element m of } \Gamma_b \\ N_1(\xi)x^{(m)} + N_2(\xi)x^{(m+1)} \\ \bar{x} \text{ on element m of } \Gamma_{c1} \text{ and } \Gamma_{c2} \end{cases}$$

..... (9)

$$ds(\bar{x}) = \begin{cases} [(s_b^{(m)} - s_b^{(m-1)})/2]d\xi = [\Delta s_b^m/2]d\xi \\ \bar{x} \text{ on element m of } \Gamma_b \\ [(s_c^{(m+1)} - s_c^{(m)})/2]d\xi = [\Delta s_c^m/2]d\xi \\ \bar{x} \text{ on element m of } \Gamma_{c1} \text{ and } \Gamma_{c2} \end{cases}$$

..... (10)

여기서 Δs_b^m 은 외부경계선의 요소 m의 길이이며 Δs_c^m 은 균열선의 요소 m의 길이이다. 식(7)로부터 식(10)까지를 식(5) 및 (6)에 대입하면 다음과 같다.

$$c_{ij}^{(n)}u_j^{(n)} = \sum_{m=1}^{M_b} \Delta s_b/4 \left[\int_m (1 - \xi)(uR)_{ij}(x^{(n)}, \xi)d\xi \right] t_j^{(2m-1)} + \sum_{m=1}^{M_b} \Delta s_b/4 \left[\int_m (1 + \xi)(uR)_{ij}(x^{(n)}, \xi)d\xi \right] t_j^{(2m)} - \sum_{m=1}^{M_b} \Delta s_b/4 \left[\int_m (1 - \xi)(uc)_{ij}(x^{(n)}, \xi)d\xi \right] u_j^{(m-1)} - \sum_{m=1}^{M_b} \Delta s_b/4 \left[\int_m (1 + \xi)(uc)_{ij}(x^{(n)}, \xi)d\xi \right] u_j^{(m)} + \sum_{m=M_b+2}^{M_b+M_{c1}} \Delta s_c/4 \left[\int_m (1 - \xi)(uc)_{ij}(x^{(n)}, \xi)d\xi \right] \Delta u_j^{(m)} + \sum_{m=M_b+1}^{M_b+M_{c1}-1} \Delta s_c/4 \left[\int_m (1 + \xi)(uc)_{ij}(x^{(n)}, \xi)d\xi \right] \Delta u_j^{(m+1)} + \sum_{m=M_b+M_{c1}+2}^{M_b+M_{c1}+M_{c2}+1} \Delta s_c/4 \left[\int_m (1 - \xi)(uc)_{ij}(x^{(n)}, \xi)d\xi \right] \Delta u_j^{(m)} + \sum_{m=M_b+M_{c1}+1}^{M_b+M_{c1}+M_{c2}} \Delta s_c/4 \left[\int_m (1 + \xi)(uc)_{ij}(x^{(n)}, \xi)d\xi \right] \Delta u_j^{(m+1)}$$

..... (11)

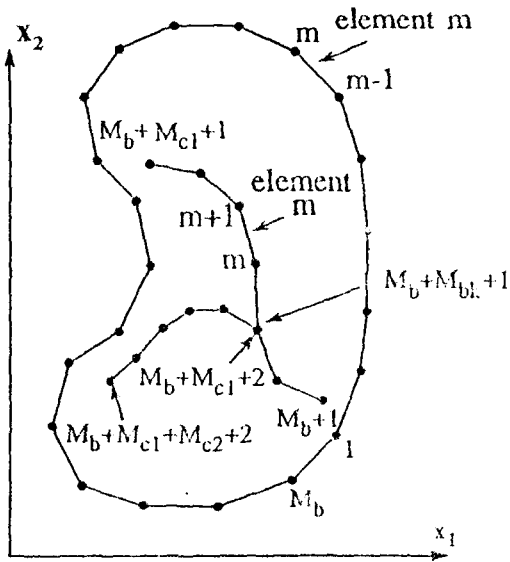


Fig. 3 Discretized plane region containing a discretized branch crack

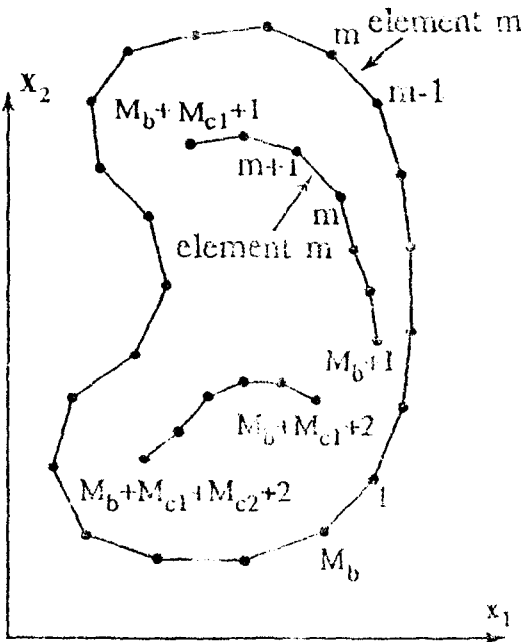


Fig. 4 Discretized plane region containing discretized multiple cracks

$$\begin{aligned} \pi_j^{(n)} = & \sum_{m=1}^{M_j} \Delta S_b / 4 \left[\int_m (1 - \xi)(\pi R)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi \right] t_i^{(2m-1)} \\ & + \sum_{m=1}^{M_j} \Delta S_b / 4 \left[\int_m (1 + \xi)(\pi R)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi \right] t_i^{(2m)} \\ & - \sum_{m=1}^{M_j} \Delta S_b / 4 \left[\int_m (1 - \xi)(\pi c)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi \right] u_j^{(m-1)} \\ & - \sum_{m=1}^{M_j} \Delta S_b / 4 \left[\int_m (1 + \xi)(\pi c)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi \right] u_j^{(m)} \\ & + \sum_{m=M_{j+1}}^{M_j+M_{j+2}} \Delta S_c / 4 \left[\int_m (1 - \xi)(\pi c)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi \right] \Delta u_j^{(m)} \\ & + \sum_{m=M_{j+1}}^{M_j+M_{j+2}} \Delta S_c / 4 \left[\int_m (1 + \xi)(\pi c)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi \right] \Delta u_j^{(m+1)} \\ & + \sum_{m=M_{j+1}}^{M_j+M_{j+2}} \Delta S_c / 4 \left[\int_m (1 - \xi)(\pi c)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi \right] \Delta u_j^{(m)} \\ & + \sum_{m=M_{j+1}}^{M_j+M_{j+2}} \Delta S_c / 4 \left[\int_m (1 + \xi)(\pi c)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi \right] \Delta u_j^{(m+1)} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \pi_i^{(n)} = & \sum_{m=1}^{M_i} \Delta S_b / 4 \left[\int_m (1 - \xi)(\pi R)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi \right] t_j^{(2m-1)} \\ & + \sum_{m=1}^{M_i} \Delta S_b / 4 \left[\int_m (1 + \xi)(\pi R)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi \right] t_j^{(2m)} \\ & - \sum_{m=1}^{M_i} \Delta S_b / 4 \left[\int_m (1 - \xi)(\pi c)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi \right] u_j^{(m-1)} \\ & - \sum_{m=1}^{M_i} \Delta S_b / 4 \left[\int_m (1 + \xi)(\pi c)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi \right] u_j^{(m)} \\ & + \sum_{m=M_{j+1}}^{M_i+M_{j+2}} \Delta S_c / 4 \left[\int_m (1 - \xi)(\pi c)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi \right] \Delta u_j^{(m)} \\ & + \sum_{m=M_{j+1}}^{M_i+M_{j+2}} \Delta S_c / 4 \left[\int_m (1 + \xi)(\pi c)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi \right] \Delta u_j^{(m+1)} \\ & + \sum_{m=M_{j+1}}^{M_i+M_{j+2}} \Delta S_c / 4 \left[\int_m (1 - \xi)(\pi c)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi \right] \Delta u_j^{(m)} \\ & + \sum_{m=M_{j+1}}^{M_i+M_{j+2}} \Delta S_c / 4 \left[\int_m (1 + \xi)(\pi c)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi \right] \Delta u_j^{(m+1)} \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 $u_j^{(n)} = u_j(x^{(n)})$ 인데 $x^{(n)}$ 은 외부경계선 노드점 n 의 위치이며 $\pi_i^{(n)} = \pi_i(x^{(n)})$ 이고 $x^{(n)}$ 은 균열의 요소 중간 점의 위치이다. 식(11), (12) 및 (13)은 다음과 같은 matrix form으로 나타내어진다. 즉

$$[UC]\{u\} - [Q]\{\Delta u^1\} [Q_1]\{\Delta u^2\} = [UR]\{t\} \quad (14)$$

$$[PC]\{u\} - [X]\{\Delta u^1\} - [X_{12}]\{\Delta u^2\} = [PR]\{t\} - \{\pi^1\} \quad (15)$$

$$[PC_1]\{u\} - [X_{21}]\{\Delta u^1\} - [X_2]\{\Delta u^2\} = [PR_1]\{t\} - \{\pi^2\} \quad (16)$$

다시 쓰면,

$$\begin{bmatrix} [UC] & -[Q] & -[Q_1] \\ [\Gamma_2][PC] & -[\Gamma_2][X] & -[\Gamma_2][X_{12}] \\ [\Gamma_{21}][PC_1] & -[\Gamma_{21}][X_{21}] & -[\Gamma_{21}][X_2] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \Delta u^1 \\ \Delta u^2 \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} [UR] & [0] & [0] \\ [\Gamma_2][PR] & [I] & [0] \\ [\Gamma_{21}][PR_1] & [0] & [I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t \\ T^1 \\ T^2 \end{Bmatrix} \dots\dots (17)$$

여기서 참고문헌 6)에서와 같이 균열에서의 nodal force matrix는 다음과 같이 정의한다.

$$\{T^1\} = [\Gamma_2]\{\pi^1\}, \quad \{T^2\} = [\Gamma_{21}]\{\pi^2\} \dots\dots (18)$$

$$[\Gamma_2] = [\Gamma_{21}] = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots (19)$$

여기서 [I]는 2×2 matrix이며 [Γ₂]는 2(M_{c1}-1)×2M_{c1}, [Γ₂₁]은 2(M_{c2}-1)×2M_{c2}이다.

연속 및 평행조건을 가지균열에 적용하면, 즉

$$\Delta u_j^{(M_b+M_{tk}+1)} = \Delta u_j^{(M_b+M_{c1}+2)}$$

$$T_j^{(M_b+M_{tk}+1)} = T_j^{(M_b+M_{tk}+1)} + T_j^{(M_b+M_{c1}+2)}$$

또한 식(17)을 재배열하면 다음 식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} [UC] & -[Q_0] \\ [PC_0] & -[X_0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \Delta u \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [UR] & [0] \\ [PR_0] & -[I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t \\ T \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (20)$$

무차원 응력세기계수는 다음 식으로부터 얻어진다.

$$K_{I} |_{s=0} = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \epsilon G(1+\nu) [\Delta u_1(\epsilon)n_1 + \Delta u_2(\epsilon)n_2] / \sigma \sqrt{\pi a}$$

$$K_{II} |_{s=0} = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \epsilon G(1+\nu) [\Delta u_2(\epsilon)n_1 + \Delta u_1(\epsilon)n_2] / \sigma \sqrt{\pi a}$$

$$K_{I} |_{s=1} = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \epsilon G(1+\nu) [\Delta u_1(1-\epsilon)n_1 + \Delta u_2(1-\epsilon)n_2] / \sigma \sqrt{\pi a}$$

$$K_{II} |_{s=1} = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \epsilon G(1+\nu) [\Delta u_2(1-\epsilon)n_1 + \Delta u_1(1-\epsilon)n_2] / \sigma \sqrt{\pi a} \dots\dots\dots (21)$$

여기서 ε→0이며 G, ν 및 l은 전단계수(shear modulus), 포아송(poisson)의 비 및 균열의 길이를 나타낸다.

4. 결 과

어떤 유한영역에서의 균열문제해결을 위하여 여기서 개발된 모델을 사용하여 다음과 같은 예제를 검토하였다. 이 모델링에서는 요소의 수를 마음대로 조정할 수 있으며 요소의 수가 많을수록 더 정확한 결과치를 예측하였다.

4.1 다중균열(Multiple Crack)

다중균열에 대하여 식(21)에 보여준 σ√πa에 관하여 normalized된 응력세기계수를 다음 표들에 표기하였다.

- 1) 높이 2h 및 넓이 2b를 갖는 직사각형의 판에 균열의 길이가 2a인 equal length collinear crack을 갖으며 Fig. 5와 같이 일정일방응력(uniform uniaxial stress)인 균열 면에 직각으로 판의 끝 면에 작용한다. 예로서 균열은 9요소, 외부경계선은 40요소가 되게 모델링하였다. Table 1은 응력세기계수를 2a/b 및 a/h의 여러 가지 비율에 대하여 참고문헌 7), 8), 9)와 비교하였다.

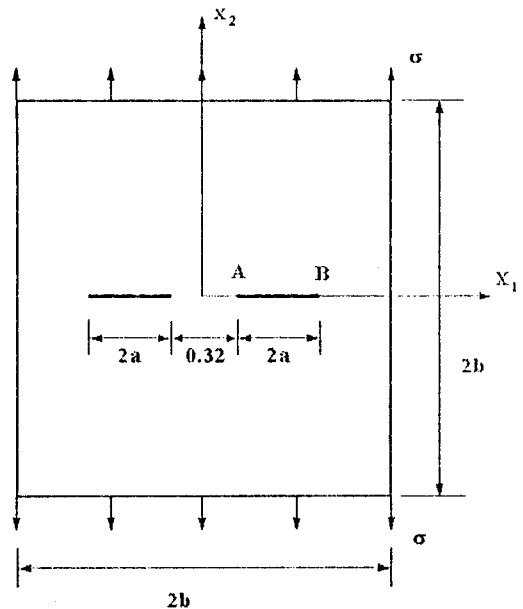


Fig. 5 Geometry and loading for two equal length collinear cracks in a finite plate

Table 1 Stress intensity factors for two equal length collinear cracks in a finite plate

2a/b	Present		Ref. [7]		Ref. [8]		Ref. [9]	
	K _{IA}	K _{IB}	K _{IA}	K _{IB}	K _{IA}	K _{IB}	K _{IA}	K _{IB}
0.1	1.0049	1.0049	1.0054	1.0053	1.0051	1.0044	1.006	1.005
0.2	1.0219	1.0200	1.0223	1.0215	1.0223	1.0188	1.023	1.021
0.3	1.0540	1.0480	1.0524	1.0497	1.0548	1.0458	1.056	1.048
0.4	1.0999	1.0900	1.0989	1.0919	1.1066	1.0885	1.106	1.088
0.5	1.1780	1.1500	1.1679	1.1521	1.1825	1.1508	1.181	1.142
0.6	1.2800	1.2339	1.2699	1.2368	1.2871	1.2361	1.290	1.220
0.7	1.4270	1.3500	1.4269	1.3603	1.4274	1.3488	1.450	1.340
0.8	1.6779	1.5600	1.6926	1.5663	1.6244	1.5052	1.680	1.560
0.9	2.2694	2.1102	2.2777	2.1195	-	-	-	-

2) 높이 15.0 및 넓이 4.5를 갖는 직사각형의 판에 균열의 길이가 2a=0.8인 2개의 등방 offset 균열을 갖으며 일정일방응력(uniform uniaxial stress)이 면의 끝에서 작용한다. Fig. 6은 균열의 방향에 각을 갖는 경우를 보여준다. 균열은 9요소로, 외부경계선은 24요소가

되게 모델링하였다. 이 경우의 응력세기계수는 여러 가지 각 α 의 경우들에 대하여 Table 2에서 참고문헌 10)과 비교하였다.

3) 높이 15.0 및 넓이 4.5를 갖는 직사각형의 판에 균열의 길이가 2a=0.8인 2개의 등방 offset 균열을 갖으며 일정일방응력(uniform uniaxial stress)이 면의 끝에서 작용한다. Fig. 7은 균열의 방향에 각을 갖는 경우를 보여준다. 균열은 5요소로 되어 있으며 외부경계선은 24요소가 되게 모델링하였다. 이 경우의 응력세기계수는 여러 가지 거리 h의 경우들에 대하여 Table 3에서 참고문헌과 비교하였다.

4.2 가지균열(Branch Crack)

가지균열에 대하여 식(21)에 보여준 $\sigma\sqrt{\pi a}$ 에 관하여 normalized된 응력세기계수를 참고문헌 11)과 비교하여 다음 표들에 표기하였다. 균열은 6요소로 외부경계선은 40요소로 모델링하

Table 2 Stress intensity factors for two equal length offset cracks in a finite plate

α°	Tip A							Tip B						
	Present		Ref.[10]					Present		Ref.[10]				
	K _I	K _{II}	K _I [*]	K _{II} [*]	K _I ^o	K _{II} ^o	K _I	K _{II}	K _I [*]	K _{II} [*]	K _I ^o	K _{II} ^o		
0	1.30	0.03	1.22	0.04	1.35	0.02	1.40	0.20	1.47	0.16	1.39	0.22		
15	1.20	0.21	1.18	0.31	1.31	0.15	1.18	0.25	1.19	0.17	1.18	0.30		
30	0.97	0.50	0.94	0.49	0.95	0.52	1.02	0.50	1.10	0.44	0.95	0.52		
45	0.70	0.60	0.64	0.59	0.79	0.65	0.65	0.60	0.70	0.58	0.64	0.61		
60	0.42	0.60	0.36	0.56	0.43	0.68	0.36	0.60	0.38	0.68	0.34	0.56		
75	0.13	0.51	0.14	0.45	0.11	0.54	0.10	0.40	0.10	0.58	0.11	0.39		
90	0.09	0.25	-	-	0.09	0.28	0.01	0.20	0.06	0.33	0.00	0.13		
α°	Tip C							Tip D						
	Present		Ref.[10]					Present		Ref.[10]				
	K _I	K _{II}	K _I [*]	K _{II} [*]	K _I ^o	K _{II} ^o	K _I	K _{II}	K _I [*]	K _{II} [*]	K _I ^o	K _{II} ^o		
0	1.40	0.20	1.42	0.21	1.39	0.22	1.30	0.03	1.28	0.00	1.35	0.02		
15	1.27	0.21	1.30	0.20	1.27	0.22	1.27	0.01	1.28	0.00	1.25	0.00		
30	1.25	0.19	1.27	0.19	1.22	0.19	1.20	0.01	1.18	0.01	1.21	0.01		
45	1.16	0.14	1.14	0.14	1.18	0.14	1.16	0.01	1.16	0.04	1.18	0.01		
60	1.14	0.10	1.14	0.08	1.14	0.10	1.164	0.01	1.15	0.06	1.14	0.01		
75	1.10	0.05	1.08	0.05	1.11	0.05	1.10	0.00	1.06	0.02	1.12	0.01		
90	1.06	0.03	1.05	0.08	1.08	0.02	1.00	0.00	1.10	0.02	1.09	0.01		

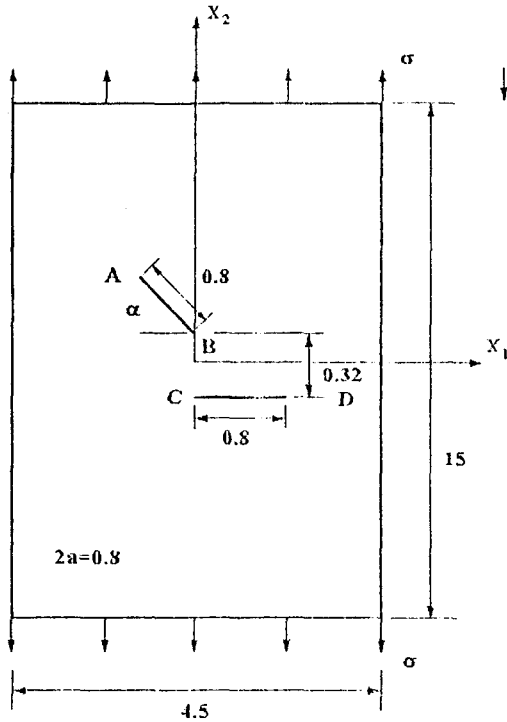


Fig. 6 Geometry and loading for two equal length offset cracks in a finite plate

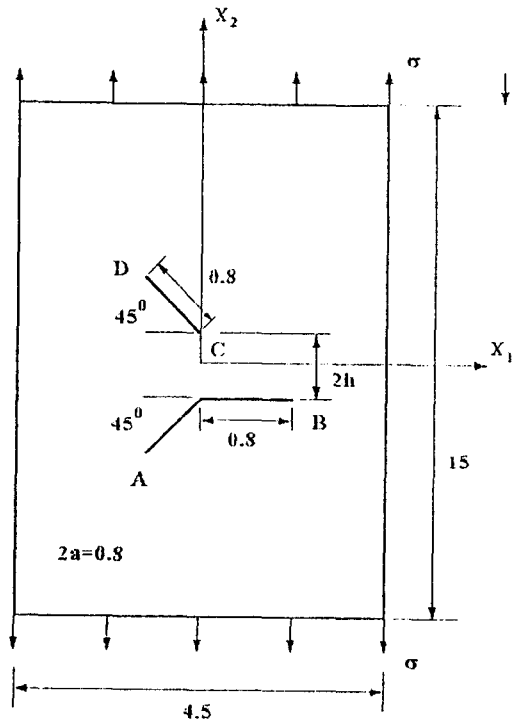


Fig. 7 Geometry and loading for a straight crack and a kinked crack in a finite plate

Table 3 Stress intensity factors for a straight crack and a kinked crack in a finite plate

h	K_{IA}	K_{DA}	K_{IB}	K_{DB}	K_{IC}	K_{DC}	K_{ID}	K_{DD}
0.02	1.1099	0.9021	2.0836	0.0114	0.8068	2.2328	0.0536	0.1832
0.04	1.1176	0.9140	2.0811	0.0148	0.7997	2.0923	0.0614	0.1764
0.06	1.1250	0.9241	2.0784	0.0169	0.7948	1.9731	0.0681	0.1704
0.08	1.1321	0.9330	2.0756	0.0183	0.7901	1.8756	0.0736	0.1652
0.10	1.1386	0.9407	2.0727	0.0191	0.7852	1.7973	0.0779	0.1607
0.12	1.1447	0.9475	2.0696	0.0196	0.7800	1.7351	0.0811	0.1568
0.14	1.1504	0.9534	2.0664	0.0198	0.7745	1.6862	0.0834	0.1535
0.16	1.1556	0.9586	2.0630	0.0197	0.7689	1.6486	0.0849	0.1508

였다.

- 1) Fig. 8에 보여준 높이 2h 및 넓이 2w를 갖는 직사각형의 판에 일정일방응력(uniform uniaxial stress)이 면의 끝에서 작용한다. 이 경우의 응력세기계수는 여러 가지 각 α 의 경우들에 대하여 Table 4에서 참고문헌과 비교하였다. 또한, 여러 가지 거리 h/w의 경우들

에 대하여 Table 4에서 참고문헌과 비교하였다.

- 2) Fig. 8에 보여준 장방향의 판에 일정일방응력(uniform uniaxial stress)이 면의 끝에서 작용한다. 여러 가지 거리 h/w의 경우들에 대하여 응력세기계수는 Table 4에서 참고문헌과 비교하였다.

5. 결 론

참고문헌 1), 6) 등에서 개발된 균열을 위한 적분방정식이 잘 알려진 경계요소법(boundary element method)과 연합되어 유한영역에서의 꺾인균열을 갖는 문제를 이 연합기술(coupled technique)을 이용하여 모드 I 및 II에 대하여 해결하였다. 이 논문에서는 참고문헌 6)에서 개발된 균열적분방정식이 직접 경계적분방정식 방법과 연합하여 유한영역의 꺾음을 포함하는 여러 가지 즉 다중 및 가지 균열문제의 해결에 용

Table 4 Stress intensity factors for a branch crack in a finite plate

$2a/w=0.5, h/w=1.0$ α°	Present			Ref.[11]		
	K_{IA}	K_{IB}	K_{IIB}	K_{IA}	K_{IB}	K_{IIB}
10	0.87	0.61	0.12	0.87	0.62	0.12
20	0.92	0.58	0.24	0.92	0.58	0.24
30	0.90	0.49	0.35	0.91	0.50	0.35
45	0.87	0.33	0.50	0.87	0.33	0.50
60	0.82	0.12	0.52	0.81	0.12	0.52
70	0.77	-0.08	0.50	0.77	-0.08	0.50
$h/w=1.0, \alpha=45^\circ$ $2a/w$	present			Ref.[11]		
	K_{IA}	K_{IB}	K_{IIB}	K_{IA}	K_{IB}	K_{IIB}
0.10	0.69	0.31	0.32	0.69	0.31	0.32
0.25	0.73	0.32	0.34	0.74	0.31	0.34
0.40	0.81	0.32	0.41	0.81	0.32	0.41
0.50	0.87	0.33	0.50	0.87	0.33	0.50
0.60	0.93	0.35	0.60	0.93	0.35	0.60
$2a/w=0.5, \alpha=45^\circ$ h/w	Present			Ref.[11]		
	K_{IA}	K_{IB}	K_{IIB}	K_{IA}	K_{IB}	K_{IIB}
0.8	0.99	0.38	0.55	1.00	0.38	0.55
1.0	0.87	0.33	0.50	0.87	0.33	0.50
1.2	0.80	0.31	0.43	0.80	0.31	0.43
1.6	0.74	0.30	0.40	0.74	0.30	0.40
2.0	0.71	0.30	0.38	0.71	0.30	0.38
2.4	0.70	0.30	0.37	0.70	0.30	0.37

용되었다. 사용된 수치해석모델은 직선균열 문제 및 특히 꺾인균열 문제에 적용되어 아주 간단하며 참고문헌과 비교하여 대체적으로 약 3% 이내의 정확한 결과 값을 얻을 수 있었다.

참 고 문 헌

- 1) N. Liu and N.J. Altiero and U. Sur, An alternative integral equation approach applied to kinked cracks in finite plane bodies, *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng* 84, pp. 211~226, 1990.
- 2) C.F. Sheng, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 54, pp. 105~109, 1987.
- 3) W.L. Zang and P. Gudmundson, *Int. J. Fracture*, Vol. 38, pp. 275~294, 1988.

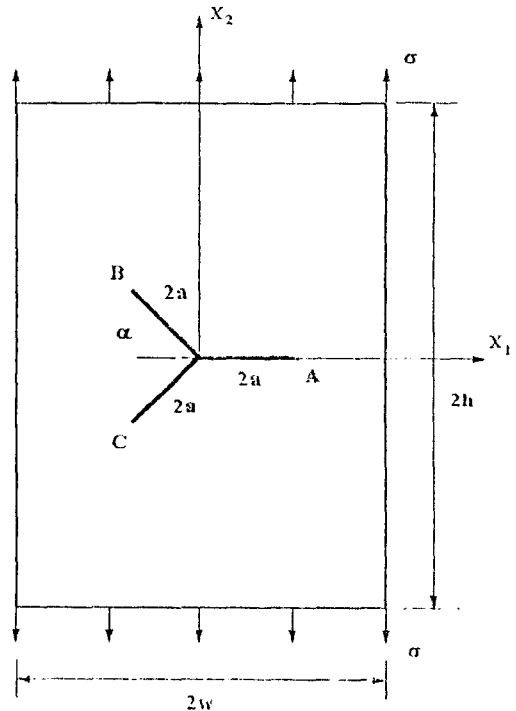


Fig. 8 Geometry and loading for branch crack in a finite plate

- 4) Y.K. Chueng and Y.Z. Chen, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 7, pp. 177~185, 1987.
- 5) W.L. Zang and P. Gudmundson, *Advances in Fracture Research* Vol. 3, ed. by K. Salama, et al., Pergamon Press, pp. 2124~2134, 1989.
- 6) U. Sur and N.J. Altiero, An alternative integral equation approach for curved and kinked cracks, *Int. J. Fracture*, Vol. 38, pp. 24~41, 1988.
- 7) Y.Z. Chen, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 31, p. 289, 1988.
- 8) W.A. Xie, *Shanghai Mechanics*, Vol. 5, p. 48, 1984.
- 9) H. Terata and T. Yixita, Report of Aviation Institute TR-436, 1975.
- 10) A. Mehdi-soozan, C.P. Burger and T.J.

서옥환

Rudolphi, *Engineering Fracture Mechanics*
Vol. 27, p. 345, 1987.

E.E. Theotokoglou, *Engineering Fracture*
Mechanics, Vol. 20, p. 583, 1984.

11) P.S. Theocaris, G. Tsamasphyros and
