韓國經營科學會誌
第24卷 第1號
1999年 3月

세분화 시장에서의 제품 및 가격경쟁에 대한 모형

임호순* · 김성호*

A Two Stage Model for Product and Price Competition in a Multi-Segmented Market

Hosun Rhim* · Jonathan Sungho Kim*

■ Abstract ■

This paper presents a model of competitive positioning and pricing of new products in a multi-segmented market. The segments in the market are located on a multi-dimensional discrete attribute space with fixed demands. Firms launch products sequentially on the attribute space, incurring fixed and variable costs, and then decide on their product prices. Each firm acts to maximize its profit. Market share of a firm is determined by the position and price of its product. We provide sufficient conditions for the existence and uniqueness of Nash equilibrium. Another equilibrium concept is introduced and related to the Nash equilibrium. A heuristic algorithm based on genetic algorithms is designed to obtain the Nash equilibrium.

1. 서 론

제품의 위치선정 문제(product positioning)는 multidimensional scaling(MDS) 등과 같은 계량 심리학적 모형(Green & Srinivasan[16][17], Green & Krieger[15] 참고)의 발전과 함께 개발되고 다양한 분야에 적용되어져 왔고, 경쟁 상황하에서의 제품 위치선정 문제는 특히 경제학 분야에서 엄격한 가정하에 많은 연구가 이루어져 왔다. 그러나 지나치게 엄격한 가정은 모형을 실제 의사결정의 도구로 사용하기에는 제약으로 작용할 수밖에 없는 것이 사실이다. 이에 대하여 본 논문에서는 경쟁이 존재하는 세분화 시장에서의 제품 위치선정 문제를 보다 실용적인 관점에서 다루도록 한다. 즉, 실제 의사결정의 도구로 활용될 수 있는 모형을 개발하는 데에 초점을 맞추도록 한다. 제품을 도입하는 각

* 한양대학교 경영학부

기업이 이윤을 극대화 한다고 할 때 의사결정 기업의 이윤에 영향을 미칠 수 있는 요인은 제품속성 공간상의 제품위치로 표현되는 제품의 특성 뿐만 아니라, 가격, 광고, 유통 등과 같은 다양한 변수가 존재할 것이다. 이중 본 논문에서는 가격을 의사결정 하나의 요소로 포함한다. 이러한 본 모형의 의도는 시장이 안정화 될 수록 소비자들이 가격에 민감해 진다는 일련의 연구 결과 들(Parker[27], Mela et al.[24])에 의해 간접적으로 정당화 될 수 있을 것이다.

본 논문에서 개발된 모형의 구조 전체는 다음과 같다. 제품 및 가격경쟁을 다루기 위하여 2 단계의 게임모형을 수립한다([그림 1] 참고). 제품의 위치 선정과 가격결정은 상호 밀접한 관련이 있으나 그 성격에 있어서는 상당히 다른 점을 발견할 수 있다. 즉 제품의 위치선정은 의사결정의 계층구조상 중장기의 전략적 의사결정 사항인데 반하여 가격결정은 단기적이며 기술적인 의사결정 사항이다. 따라서 이들 각각의 단계를 분리하여 2단계 모형을 설정한다. 각 단계에서 기업들은 자신의 이윤을 극대화 하기 위한 전략을 수립하며, 내쉬균형(Nash equilibrium)이 구해진다.

첫 단계(이하 위치선정 게임)에서 기업이 시장에 진입하면 제품의 위치를 선정하게 되고, 아니면 진입을 포기한다. 따라서 이 단계에서는 시장 진입과 위치선정이 동시에 이루어지게 되는데 이 결정에는 여러 가지 비용들에 대한 고려가 이루어진다. 이 비용들은 크게 고정비와 변동비로 나누어 볼 수 있다. 고정비는 제품의 도입과 관련한 비용으로 제품 개발에 따른 R&D 비용, 생산 설비 비용 등을 들 수 있으며, 변동비는 시장점유율과 관련된 비용, 즉 제품의 생산량에 비례하는 비용이라고 정의할 수 있다.[1] 이 비용 들은 개별 기업 별로는 다르지 않지만, 제품이 어느 지점에 위치하는 가에 따라서는 달라 질 수 있다고 가정한다. 이는 모형의 단순화를 위하여 설정하였으나, 제품의 위치 선정 문제의 중요성을 부각시킨다는 취지에는 어긋나지 않는 가정이라고 볼 수 있다. 예컨대, 세제 (detergent) 또는 비누(soap) 등과 같이 각 기업이 제품을 생산할 때 기업간에 별다른 기술적 차이가 존재하지 않고 생산되는 제품의 속성에 따라 비용이 달라지는 경우가 이에 해당한다고 볼 수 있다.[2] 제품 생산에 위치선정은 다수의 세분화 시장이 존재하고 있는 다차원의 이산형(discrete) 제품 속성(attribute) 공간상에서 이루어지며, 각 기업은 주어진 공간에 단 하나의 제품을 도입한다고 가정한다. 따라서 각 기업이 다수의 제품군을 도입하는 경우 각 제품을 생산하는 사업부(SKU)는 서로 독립적이라는 가정을 내포하게 된다.

위치선정 게임을 시간적인 면에서 살펴보면, 각 기업은 순차적으로 진입(sequential entry) 또는 제품을 도입한다는 가정을 한다. 이때, 기업은 양의 이윤이 존재할 때에만 진입하여 위치선정을 한다는 자유진입(free entry) 모형을 따른다. 일단 진입하여 위치를 선정한 기업은 기존에 투자한 고정비용으로 인하여 위치를 변경할 수 없다고 가정한다. 즉 제품의 위치를 선정한 기업은 위치 선정 시 발생한 비용으로 인하여 그 위치에 일종의 commitment를 하게 된다. 기업이 순차적으로 제품을 도입하는 경우 지불(payoff) 함수는 공개된 지식이며(common knowledge), 후발기업(follower)은 선행기업의 행위에 대한 완전한 정보(perfect information)를 가지고 있다고 가정한다. 따라서, 2단계의 가격결정 게임의 내쉬균형이 유일하다면, 위치선정 게임에서 각 의사결정자는 현재의 의사결정에 따른 후행 의사결정자의 반응(response)을 완전

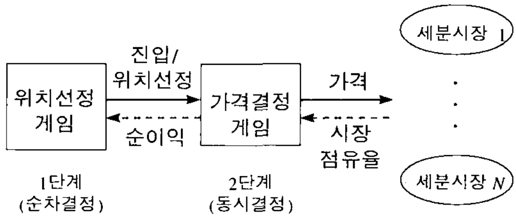
1) 변동비와 고정비를 고려한 모형 구조는 Ansari et al.[1]과 Lane[21] 등에서 찾아볼 수 있다. 소프트웨어 산업과 같은 특별한 경우는 변동비가 거의 0에 가까우나, 대부분의 산업에서는 두 비용이 모두 상당한 규모의 기여를 하게 되며, 따라서 두 비용을 분리하여 다루는 것이 일반적이다.

2) Chemical & Engineering News[4]에 의하면 세제 원료의 80% 이상을 LAB 등과 같은 surfactant가 차지하고 있으며, 이들은 대규모의 중간재 공급업자에 의해서 공급된다. 따라서 최종 제품 생산자는 서로 다른 생산 원가에 의하여 경쟁하기보다는 개발되는 제품의 속성에 의하여 이루어진다.

히 예측할 수 있게 된다. 이 경우 내쉬균형은 후방귀납법에 의하여 구해질 수 있으며, 구해진 내쉬균형의 개념은 subgame perfect 내쉬균형에 해당하게 된다.

가격결정 게임에서 각 기업은 위치선정 게임과는 달리 동시적(simultaneous)으로 결정을 하게 된다. 이는 가격결정이 상대적으로 단시간 내에 이루어짐을 반영하는 것으로, 이와 같은 순차적 진입 및 동시적 가격결정의 접근방식은 다양한 문헌에서 활용된 바 있다.(Prescott & Visscher[28], Lane[22], Moorthy[25] 참고). 이러한 접근방식에 의하여 설명할 수 있는 상황은 시장에 진입하는 모든 기업이 진입과 동시에 생산을 개시하는 경우와 그렇지 않은 경우로 나누어 볼 수 있다. 첫째, 기업이 진입과 동시에 생산을 개시하는 경우 모형을 적용할 수 있는 상황은, 선발 진입 기업에게 학습효과에 의한 비용절감, 소비자의 인지도 변화 등과 같은 변수가 작용하지 않는다는 가정하에서, 모든 기업이 진입한 이후의 안정 상태(steady state)에 대한 정보가 중요한 경우이다. 둘째, 기업이 진입과 동시에 생산을 개시하지 않는 경우 모형을 적용할 수 있는 상황은 각 기업이 제품 설명회를 통하여 제품의 속성을 발표한 이후에, 모든 발표 기업이 거의 동시에 제품을 생산하는 경우를 예로 들 수 있다.[3] 이 경우 기업이 발표한 제품의 속성과 실제 개발된 제품의 속성을 전략적으로 달리할 가능성도 존재하나, 본 논문에서는 정보의 비대칭성 등에서 발생하는 문제는 존재하지 않는다고 가정한다.

가격결정 게임에서 진입한 각 기업들이 가격을 결정하게 되면 그 결과 시장에서는 시장점유율이 결정된다. 따라서 시장점유율은 제품위치와 가격의 함수라고 볼 수 있다. 시장점유율은 확률적 모형의 하나인 Multinomial Logit(이하 MNL) 모형을 사용한다. MNL 모형은 마케팅 모형에서 시장점유율을 위한 모형으로 일반적으로 받아들여지고 있는 모형으로(Cooper[7] 참고), 소비자의 선택 과정(choice process)의 불확정성을 잘 반영하고 있고, Luce의 선택공리(choice axiom)[23]이나 Yellot[31]의 확률적 효용(random utility) 모형과 연결되는 이론적 근거를 가지고 있으며, 모수(parameter)의 추정에 있어서도 간단한 과정을 통하여 선형으로 쉽게 변환되어 질 수 있다는 장점을 가지고 있는 모형이다(Cooper & Nakanishi[8] 참고).



[그림 1] 모형의 개념적 구조

본 모형에서 고객들은 다수의 세분시장으로 분할되어 있다고 가정한다. 상당부분의 게임모형이 수학적 단순화를 위하여 하나의 시장만 이 존재한다고 가정한데 반하여(Lane[22], Carpenter[2]), 세분시장 가정은 모형의 현실성을 제고하기 위한 것이다. Cooper[7]의 연구에 의하면, 개인의 선택확률(individual choice probability)과 거시적관점의 시장점유율은 개개인의 구매확률이 이질적(heterogeneous)인 경우 일치하지 않을 수 있다는 점을 지적 하고 있는데, 이는 의사결정을 위한 모형의 개발 시 세분화 시장의 가정의 필요성을 더해주고 있는 결과로 볼 수 있다.

경쟁상황 하에서 제품위치 선정에 대한 문헌을 살펴보면, Hotelling[20]의 모형이래 경제학 분야에서 선형 시장(linear market) 등과 같은 극히 제한적인 가정 하에 다수의 논문들이 발표되어 왔다.(Eaton & Lipsey[12], D'Aspremont et al.[9], De Palma et al.[10], Eiselt & Laporte[13] 참고). 선형 시장의 가정은 현상을 이해하고 전략적 시사점을 얻는다는 점에서 그 의를 가지고 있으나, 현실을 모사하고 실제 의사결정의 도구로 쓰인다는

3) 논문의 실제상황에의 적용사례에 대한 아이디어를 제공하여 준 익명의 심사자에게 감사드림.

점에서는 한계를 가질 수밖에 없다. 따라서 모형의 현실성을 제고하기 위하여, 즉 실제 의사결정에 사용할 수 있는 모형을 개발하기 위하여는, 다차원의 공간상에서의 제품위치 선정 모형을 살펴볼 필요가 있다(Lane[22], Hauser & Shugan[19], Hauser [18], Carpenter[3], Choi et al.[5][6] 참고). 본 논문은 모형 개발에 있어서 실제 의사결정의 도구로 사용할 만한 현실성을 강조하고자 하며, 이런 점에서 후자의 경우를 따르고 있다. 앞의 다양한 문헌 중 Choi, Desarbo & Harker[5](이하 CDH)의 모형은 제한적이긴 하나 실제 의사결정 도구로 사용될 수 있을 만큼 실용적인 접근을 하고 있다. 본 논문은 CDH가 과점 상황하에서 제품 위치 선정을 위하여 2단계 모형을 제시하고 있고 2단계 모형은 MNL 모형에 근거하고 있다는 점에서 유사점을 발견할 수 있다. 그러나 CDH의 논문을 여러 가지 면에서 확장하거나 변형하고 있는데, 그 주요 차이점들을 살펴보면 다음과 같은 점들을 지적할 수 있다.

첫째, CDH는 시장 내 진입자 수가 외생적으로 주어져 있으나, 본 모형에서는 모형에서 내생적으로 정해진다. 즉 자유진입 가정에 따라 고정비 이상의 공헌이익을 얻지 못하는 기업은 시장에 진입하지 못한다는 가정을 하고 있고 따라서 모형에 주어진 모수(parameter)값에 따라 시장 내 진입 가능한 기업의 수를 구해볼 수 있다.

둘째, CDH는 모형의 1단계(위치선정)에서 관심대상이 되는 단 하나의 기업 외에는 위치 선정을 할 수 없다는 1인 의사결정 모형을 제시하고 있고, 진정한 의미의 게임은 2단계에서 이루어지게 된다. 이에 반하여 본 모형에서는 순차적으로 제품을 도입하는 기업 모두가 위치선정을 할 수 있다는 일반적인 순차적 의사결정 게임모형을 따른다.

세째, CDH의 모형의 1단계의 의사결정 공간은 연속공간인데 반하여 본 모형은 이산 공간을 가정한다. 따라서 본 모형은 제품의 속성이 5점 스케일과 같은 척도에 의하여 평가되는 경우에 적합한 모형이라고 볼 수 있다.

본 논문에서는 다음과 같은 결과를 도출하고자 한다.

- 1단계에서는 내쉬균형과 또 다른 해의 개념의 하나로 안정 해집합(stable set)의 관계를 밝힌다. 안정 해집합(stable set)은 Dobson & Karmarkar [11]의 논문에서 설비입지 문제의 해를 구하기 위하여 소개된 개념으로 제품 위치선정 문제에도 적용 가능하다. 본 논문에서는 안정 해집합(stable set)이 항상 내쉬균형을 포함하고 있음을 보인다.
- 둘째 단계에서는 내쉬균형의 존재와 유일성을 위한 충분조건을 도출한다. 존재를 위한 조건은 CDH의 경우보다 덜 제한적이며, 유일성의 증명은 CDH에서 다루지 못한 부분이다.
- 끝으로, 앞의 결과에 근거하여 해를 구하기 위한 알고리듬을 디자인하고, 예제를 통하여 모형의 특성 등을 파악하도록 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 모형을 수립하는데 2단계가 먼저 다루어지고 나서 1단계가 설정된다. 3절에서는 예제를 통하여 모형을 점검한다. 4절에서는 논문의 요약 및 결론을 도출한다.

2. 모형

2.1 2단계 : 가격결정 게임

본 절에서는 1 단계에서 도입된 제품들의 가격결정에 관한 모형을 다룬다. 내쉬균형의 존재성과 유일성을 위한 충분조건을 구하며, 해를 구하기 위한 알고리듬을 소개한다. 먼저 필요한 기호를 정의하면 다음과 같다.

N^*	: 도입된 제품 또는 진입기업의 수,
N	: 도입 가능한 제품의 수, 단 $N \geq N^*$,
Na	: 제품속성공간의 차원(dimension),
M	: 세분시장의 수,
i	: 시장에 도입된 제품에 대한 첨자, $i=1,..., N^*$,
j	: 세분시장에 대한 첨자, $j=1,..., M$,
D_j	: 세분시장 j의 수요,

MS_{ij} : 세분시장 j 에서 제품 i의 시장점유율,
$x(i)$: 제품 i 의 위치; $x(i) = (x(i)_1,...,x(i)_{Na})$; 시장에 진입하지 않으면 $x(i) = (0, ..., 0)$; $X = (x(1), ... , x(N))$,
s_j : 세분화 시장 j의 위치, $s_j = (s_{j1}, ... , s_{jNa})$; $S = (s_1, ... , s_M)$,
$p_{x(i)}$: 제품 i 의 가격, $p = (p_{x(1)},...,p_{x(N^*)})$,
$c_{x(i)}$: 제품 i 의 변동비,
$f_{x(i)}$: 제품 i 의 고정비,
$d_{x(i)j}$: 속성 공간상에 도입된 제품 i 와 분할 시장 j 의 거리,
π_i : 제품 i 의 이윤; 시장에 도입된 경우 $\pi_i = [p_{x(i)} - c_{x(i)}] \sum_j D_j MS_{ij} - f_{x(i)}$, 도입되지 않은 경우 $\pi_i = 0$,
$z(k_1,..., k_{Na})$: 제품 속성공간$(k_1,..., k_{Na})$에 위치한 제품들의 수,
Z : 모든 가능한 속성공간상의 위치$(k_1, ...k_{Na})$들에 위치한 제품수의 벡터

먼저 시장점유율은 앞에서 언급한 바와 같은 장점들을 갖고 있는 MNL 모형에 기초하여 다음과 같이 나타낸다.

$$MS_{ij} = \frac{A_i}{(\sum_{k=1}^{N^*} A_{kj})}, \quad \forall i, j \qquad (1)$$

A_{ij} 는 세분시장 j 가 제품 i 에 대하여 가지는 매력(attraction)이라고 정의되며, 다음과 같은 함수 형태를 띠고 있다고 가정한다.

$$A_{ij} = \exp[-d_{x(i)j} - \gamma p_{x(i)}]$$

(단, γ_j (>0)는 가격 민감도). $d_{x(i)j}$ 에 대하여는 여러 가지 거리 개념이 쓰일 수 있으나 차후 본 논문의 예제를 위하여 다음과 같은 가중 유클리디안 척도를 사용하도록 한다(Carroll[3] 참고).

$$d_{x(i)j} = \sum_{h=1}^{Na} \beta_{jh} [x(i)_h - s_{jh}]^2 \qquad (2)$$

(단, β_{jh} 는 속성차원 h 에서 제품 i 의 위치와 분할 시장 j 의 거리에 대한 민감도). 2단계에서는 제품 위치가 주어진 값이므로 의사결정 변수는 가격이며 이때 각 제품 도입 기업들은 다음과 같은 이윤 함수를 극대화 하고자 노력한다.

$$\pi_i = [p_{x(i)} - c_{x(i)}] \sum_j D_j MS_{ij} - f_{x(i)}$$

가격결정게임에서 내쉬균형은 어떤 기업도 독자적인 가격변동에 의하여 이득을 볼 수 없을 때 달성되므로 내쉬균형은 다음의 조건들을 만족시키는 값이어야 한다. 즉, $\partial \pi_i / \partial p_{x(i)} = 0$ ($\forall$ i), 또는

$$P_{x(i)} = c_{x(i)} + \frac{\sum_{j=1}^{M} D_j MS_{ij}}{\sum_{j=1}^{M} D_j(-\partial MS_{ij}/\partial p_{x(i)})}, \quad \forall i \qquad (3)$$

이때 가격을 $p_{x(i)}$ 와 같이 선정위치의 함수로만 나타낼 수 있는 이유는, 비용(변동비 및 고정비)이 위치의 함수라는 가정 하에서는 같은 위치를 선정한 제품간에 가격 차별이 생성될 이유가 존재하지 않기 때문이다. 정의에 의하여 $0 \le MS_{ij} < 1$이고,

$$\partial MS_{ij} / \partial p_{x(i)} = -\gamma_j MS_{ij} [1 - MS_{ij}] \le 0.$$

따라서, 가격은 변동비에 일정의 이윤(margin)을 더한 형태로 얻어지며, 이때 이윤은 세분시장 들과의 거리, 가격 민감도, 경쟁사의 가격 등에 의하여 영향을 받음을 알 수 있다. 가격의 결정에 있어서는 고정비는 단지 간접적인 영향만을 미치게 된다. 즉 고정비에 의하여 시장 내 진입 가능한 업체의 수가 영향을 받게 되고, 이것이 시장점유율에 영향을 미침으로 가격의 결정에 간접적인 영향을 미치게 되는 것이다. 이러한 결과는 비용을 고정비와 간접비로 분리한 이윤 함수의 형태에 의하여 초래된 결과이다.

식 (3)을 다른 각도에서 보면 가격 $p_{x(i)}$는 변동비 $c_{x(i)}$를 하한값으로 취하게 됨을 의미한다. 한편, CDH는 가격이 비 세분화 시장에서 상한을 가짐을 증명하였는데, 이와 유사한 방법으로 다음의 결과를 증명할 수 있다.(이하 모든 증명은 부록을 참조)

Lemma 1 : $p_{x(i)} < \infty$.

Lemma 1은 시장에 reservation price가 존재함을 시사한다. 따라서, 기업의 제품 i에 대한 reservation price를 $rp_{x(i)}$라고 하면, 제품가격은 폐구간 $[c_{x(i)}, rp_{x(i)}]$ 내에서 설정된다고 가정할 수 있다.

Pure strategy 내쉬균형은 다음의 조건이 만족되면 존재한다(Fudenberg & Tirole[14] 참고). 첫째, 가격의 전략공간이 nonempty compact convex 집합이고, 둘째 지불(payoff) 함수 π_i가 연속이고 quasi-concave이여야 한다. 전략공간이 nonempty compact convex이고, 지불(payoff) 함수가 연속인 것은 자명하나, 항상 quasi-concavity가 성립하는 것은 아니다. 그러나 다음의 정리에서 제시하는 바와 같은 조건이 만족되면, 이윤함수는 quasi- concavity를 만족시키고, 따라서 Pure strategy 내쉬균형이 존재한다.

정리 1 : 모든 제품 i와 세분시장 j에 대하여 $\gamma_j \le 2/(rp_{x(i)} - c_{x(i)})$이면, 가격결정 게임의 pure strategy 내쉬균형이 존재한다.

정리 1은 균형점은 시장의 소비자들이 가격에 극도로 민감하지 않을 때에만 존재함을 시사한다. 만약, 소비자가 가격에 극단적으로 민감하다면, 소비자는 가장 가격이 싼 제품만을 구입할 것이며, 이 경우 확률적 시장점유율 모형에 의한 수요 분할은 적합하지 않을 것이다. CDH의 논문에서는 정리 1과 유사한 조건을 구하였으나, 그 조건이 2배로 제한적이며, 또 유일성에 대한 조건은 구하지 못하였다. 이에 대하여 정리 2에서는 구해진 내쉬균형의 유일성을 보장하는 충분조건을 제시한다.

정리 2 : 모든 제품 i와 세분시장 j에 대하여 $\gamma_j \le 1/(rp_{x(i)} - c_{x(i)})$이면, 구해진 pure strategy 내쉬균형은 유일하다.

2단계 게임에서 구해진 내쉬균형의 유일성에 대한 보장은 앞에서 언급한 바와 같이 후방귀납법의 수행을 위한 전제조건이 된다. 또 한편 이것은 다음의 variational inequality 기법에서 알고리듬의 수렴을 위한 중요한 조건이 된다. 2단계의 내쉬 균형해를 구하기 위하여 CDH에서 제시된 바와 같이 variational inequality 기법 중 대각화(diagonalization) 알고리듬을 이용한다. CDH에 의하면 대각화 알고리듬으로 문제를 해결하는 것이 다음의 문제를 해결하는 것과 동일함을 보일 수 있다.

$$\max_{p^k_{x(i)}} \pi(p^k_{x(i)} \mid p^{k-1}_{-x(i)}), \forall\ i,$$

(단, $p^k_{x(i)}$는 k번째 반복연산에서 제품 i의 가격). 이 방법은 그 형태가 내쉬균형의 정의와 상당히 부합될 뿐만 아니라, 수렴성은 Pang & Chan[26]에서 잘 밝혀진 바 있다. 이 식을 이용하여 가격결정 게임의 내쉬균형을 구하기 위한 알고리듬을 구현하면 다음과 같다.

A1 : 가격결정게임의 내쉬균형을 위한 알고리듬

단계 0 : $p_{x(i)}{}^0 \leftarrow c_{x(i)},\ \forall i.$

단계 1 : $k \leftarrow k+1$;

식 (3)을 이용하여 $\max_{p^k_{x(i)}} \pi(p^k_{x(i)} \mid p^{k-1}_{-x(i)})$

단계 2 : 만약 모든 i 에 대하여 $|\, p_{x(i)}{}^k - p_{x(i)}{}^{k-1} | <$ ε 이면 stop(단 ε 은 오차한계);

그렇지 않으면, 단계 1로 돌아감.

2.2 1단계 : 위치선정 게임

본 절에서는 Dobson & Karmarkar[11]에 의해서 도입된 안정 해집합*(stable set)*의 개념을 소개하고 본 모형에서 구해지는 내쉬균형과의 관계를 설명한다. 이 단계에서 각 기업은 제품의 도입 및 그 위치 선정에 대한 결정을 하게 된다. 제품의 위치는 다차원의 망(grid)으로 표현되는 이산형의 공간상에서 정해진다. 비용은 제품 위치에 의해서만 차별화되며, 기업에 의존적이지 않다. 이것은 각 기업간의 기술에는 차이가 없고, 도입된 제품의 특성은 단지 선정된 위치에 의해서만 결정된다는 사실을 함축하

는 가정이다. 따라서, 기업체들의 진입 순서를 주어진 첨자 i를 따라 이루어진다고 해도 일반성에 문제가 되지 않는다. 이때 각 기업들은 이윤 극대화를 추구하게 되며, 2단계에서 내쉬균형의 유일성이 보장되면 이윤 함수는 다음과 같이 위치선정 변수의 함수로 축약되어질 수 있다 : $\pi_i(X) = \pi_i(X, p^*(X))$. 따라서, 본 절에서는 정리 2의 조건이 항상 만족된다는 가정하에서 논의를 전개해 나가도록 한다.

각 기업들은 순차적 의사결정을 하고, 이윤함수는 일반적인 지식(common knowledge)이며, 완전정보(perfect information)에 대한 가정을 하였으므로, 후방귀납법(backward induction)에 의하여 1단계의 내쉬균형(이하 PNE_1)을 구할 수 있으며, 이때 구해진 내쉬균형은 subgame perfect 내쉬균형이다. 이 경우 내쉬균형의 존재성은 이미 잘 알려진 사실이다.(Kuhn[20] 참고)

경쟁상황을 모형화 하고 이의 해를 구하기 위한 개념으로 내쉬균형이 널리 쓰여져 왔지만, Dobson & Karmarkar [11]의 안정 해집합(stable set)개념도 주목할 필요가 있다. 안정 해집합(stable set)의 개념은 설비 입지 문제에 대하여 개발 되었는데, 이 개념에 의한 설비입지의 균형상태란 시장에 진입하기로 결정한 기업은 양의 이윤을 창출하고(viability), 비진입 기업은 차후에 진입하더라도 양의 이윤을 얻지 못하는(survival) 상황을 일컫는다. 이 개념은 본 논문과 같은 제품 위치선정 상황에도 원용될 수 있으며, 이 개념을 제품 위치선정 상황하에서 엄밀히 정의하면 다음과 같다.

정의 1 : 안정 해집합(stable set, 또는 SS)
시장에 도입된 제품의 집합을 E, 그렇지 아니한 집합을 NE라고 표시하면, 속성 공간상의 제품 수 벡터 Z는 다음의 조건을 만족 시킬 때 안정 해집합(stable set)의 원소라고 정의한다.

i) $\pi_i \geq 0, \ \forall \ i \in E$ (*viability*)
ii) $\pi_i < 0, \ \forall \ i \in NE$, (단 E 가 형성된 이후 진입한 경우) (*survival*).

안정 해집합(stable set)은 그 정의에 의하여 PNE_1과 다음과 같은 관계를 갖게 된다. 만약, 도입된 제품이 이윤을 내지 못하면(viability의 위배), 제품 도입 기업은 그 제품을 시장에서 제거함으로써 적어도 손실을 면한다. 또, 시장에 제품이 모두 도입되어 진입기업의 집합 E를 형성하였으나, 비진입 기업이 진입하여 이윤을 낼 수 있다면(survival의 위배), 비 진입기업은 제품도입을 시도할 것이다. 따라서 안정 해집합(stable set)의 두 가지 조건이 만족되지 못하면 기업들은 현재의 행위를 변경할 인센티브를 갖게 되므로, 이는 PNE_1이 될 수 없다. 따라서, 안정 해집합(stable set)의 개념은 다음의 정리와 같이 PNE_1의 필요조건이 된다.

정리 3 : SS $\supset$ PNE_1.
정리 3은 앞에서 살펴본 바와 같이 제품위치 선정시 내쉬균형의 의미를 파악하는 데에 도움이 될 뿐만 아니라 PNE_1을 구하기 위한 알고리듬을 고안하는 기초를 제공한다. 첫째, 안정 해집합(stable set)을 통하여 시장에 진입할 수 있는 제품의 최대값을 구할 수 있으므로 탐색(search)할 게임나무의 깊이를 미리 파악할 수 있고, 둘째, 전체 게임나무 중 안정 해집합(stable set)에 해당되는 부분만을 조사함으로써 탐색시간을 상당 부분 절감할 수 있다. 정리 3에 의하여 PNE_1을 구하기 위한 알고리듬을 요약하면 다음과 같다.

A2 : PNE_1을 구하기 위한 알고리듬
단계 1 : 안정 해집합(stable set)을 구함.
단계 2 : 안정 해집합(stable set)을 이용하여 PNE_1 구함.

알고리듬 A2의 각 스텝은 다양한 방법을 통하여 구현될 수 있는데 특히 단계1의 계산은 상당한 시간을 요하므로[4] 주목할 필요가 있다. 단계 1을 위하

4) Stable set을 구하는 문제는 NP 임을 증명할 수 있다(Rhim[30] 참고).

여 Rhim[30]에서는 유전 알고리듬(genetic algorithm)을 이용하였다. 이 경우 안정 해집합(stable set)을 확률적으로 조사를 하게 되므로 모든 안정 해집합(stable set)의 원소를 찾는 것은 확률적으로만 가능하다. 따라서 유전 알고리듬을 이용하여 단계 1을 구현한 경우 구해진 해는 휴리스틱일 수 밖에 없다. 이러한 개념은 게임이론에 있어서 휴리스틱 해의 개념을 이해하는 데에 도움을 줄 수 있다. 즉 최적화 문제에서의 휴리스틱 해와는 달리 게임이론의 균형점에 대한 휴리스틱 해는 게임나무의 조사에 있어서 부분적인 조사를 해서 구한 해로 이해할 수 있다.

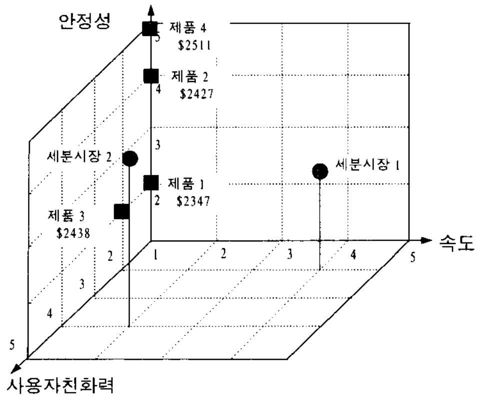
단계 2에서는 단계 1에서 구해진 안정 해집합(stable set)을 이용하여 모든 가능한 게임가지를 조사하도록 하였다. 그러나, 문제의 규모가 커질 경우, 적정한 시간 내에 계산을 마치기 위해서는, 각 기업의 의사결정 node에서 조사하는 대안의 수를 제한 할 필요가 있을 것이다. 이때에도 역시 안정 해집합(stable set)은 중요한 정보를 제공할 수 있다. 즉, 안정 해집합(stable set)에서 구해진 가지끝(leaf)에서의 지불(payoff) 값을 탐색대안의 축소시 선택기준으로 활용할 수 있다. Rhim[30]에서 구현된 알고리듬의 성과를 요약하면 제품의 입지가능 지역이 5~8인 경우 PNE_1의 발견 확률이 50~60%로 아직 제한적이며 개선을 요하나, 실제 후방귀납법의 계산 규모를 생각할 때 잠재력이 있는 휴리스틱 접근법이라고 여겨진다.

3. 예 제

본 절에서는 다음의 예제를 통하여 앞에서 개발된 모형을 점검하도록 한다. 컴퓨터시장에서의 주요 제품 속성은 속도(speed), 사용자 친화력(user-friendliness), 안정성(reliability)이라고 하자. 각 속성은 5점 척도로 표현된다. 예컨대 속도에 있어서 1점은 가장 느린 속도이며, 5점은 가장 빠를 속도를 의미하며, 다른 척도에서도 유사하게 점수가 높을 수록 좋은 성능을 나타낸다고 가정한다. 시장에는 2개의 세분시장이 존재하며 이들의 수요와 속성 공간상에서의 위치는 [그림 2]와 같이 주어져 있다. 즉 세분시장 1은 컴퓨터의 구매 시 속도를 중요시하는 집단이며, 세분시장 2는 반대로 사용자 친화력과 안정성을 추구하는 집단이라고 파악할 수 있다. 각 세분시장에 대한 모수(parameter)는 <표 1>에 나타난 바와 같다. 변동비의 경우 $600에서 $1200까지 균일하게 증가하는데 척도가 한 차원상에서 한 단계 증가함에 따라 $50씩 균일하게 증가하도록 하였다. reservation price는 각 변동비에 $2000을 더하여 구하였고, 고정비는 변동비와 달리 속도와 사용자 친화력에 증가함에 따라 마찬가지로 $9000만 에서 $1억3000만 까지 $5백만씩 증가하도록 하였다.

〈표 1〉 세분시장에 대한 파라메타

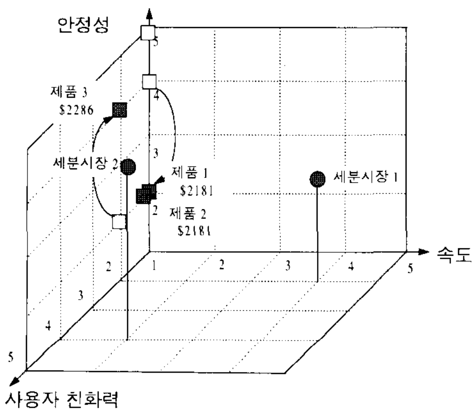
	수요량	거리민감도			가격민감도
		$\beta_{\cdot 1}$	$\beta_{\cdot 2}$	$\beta_{\cdot 3}$	λ
세분시장 1	100000	0.005	0.009	0.009	0.0005
세분시장 2	150000	0.009	0.005	0.007	0.00099



[그림 2] 균형상태에서의 제품위치

균형 상태에서 제품의 위치는 [그림 2]에 나타난 바와 같다. 시장에 도입 가능한 제품의 수는 4개이며, 제품 1, 2, 4는 속도와 사용자 친화력에서 같은 장소를 선택하였고 제품 1은 이중 신뢰도가 가장 떨어지나 가장 저렴한 사양을 선택하였다. 반면 제품 3은 다른 제품과는 달리 사용자 친화력에 집중

하는 제품임을 알 수 있다. 제품 1,2, 3, 4의 이윤은 ($21.8 mil., $14.7mil., $6.2 mil., $2.5 mil.)이며, 가격은 ($2347, $2427, $2438, $2511)로 드러난다. 따라서 상대적으로 고급제품인 제품 3, 4가 높은 가격을 유지하는 반면, 이윤은 오히려 제품 1과 같은 비교적 저성능 제품이 높음을 알 수 있다.



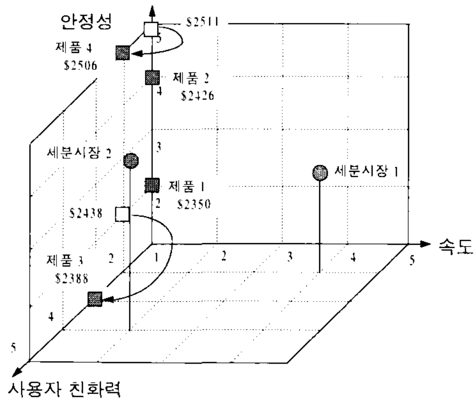
[그림 3] 가격민감도가 변한 경우

[그림 3]은 세분시장 2의 가격 민감도가 0.0005에서 0.00099로 증가한 경우에 대한 경우이다. 이 경우 도입제품 수는 3으로 줄었고, 제품 2, 3의 위치가 변하였음을 알 수 있다. 즉, 가격 민감도의 증가로 인하여 제품2 역시 저성능 제품을 추구하며 이때 제품 3은 제품 2의 이동으로 인한 공간을 채우게 됨을 볼 수 있다.

〈표 2〉 [그림 4]의 경우에 대한 새로운 파라메타

	수 요 단 위	거리 민감도			가격민감도
		$\beta_{\cdot 1}$	$\beta_{\cdot 2}$	$\beta_{\cdot 3}$	λ
세분시장 1	100000	0.001	0.005	0.005	0.0005
세분시장 2	150000	0.005	0.001	0.003	0.00099

끝으로 [그림 4]는 [그림 2]의 경우에서 가격 민감도는 변하지 않은 채, 거리 민감도는 전체적으로 감소되었으나 사용자 친화력이 상대적으로 중요해진 경우이다. 중요한 변화는 전반적인 거리 민감도의 감소에도 불구하고 제품 3, 4가 사용자 친화력을 추구하는 세분시장 2에 더 가까이 위치한 점을 들 수 있을 것이다.



[그림 4] 거리 민감도가 변한 경우

4. 요약 및 결론

본 논문에서는 가격결정 및 제품의 위치선정을 위한 모형을 제시하였다. 경쟁상황을 모형에 도입하기 위하여 게임이론적 접근법을 사용하였다. 게임이론에 기초한 모형은 대체로 매우 엄격한 가정하에서 분석적 결과를 얻기 위하여 개발되는데 반하여, 본 모형에서는 실제 의사결정에 적용할 수 있는 모형의 개발에 초점을 두었다. 예제에서는 시장에 어떤 진입자도 존재하지 않은 상황을 설정하였으나, 실 상황에서는 제품이 이미 시장에 존재하는 경우가 대부분이다. 이러한 경우에도 본 모형은 중요한 의사결정의 정보를 제공하여 줄 수 있다. 예컨대 기진입 제품은 단지 가격경쟁에서만 반응 하며, 제품의 위치를 바꾸지 않는다고 가정하면 모형을 통해서 얻을 수 있는 결과는 장래 진입할 제품들에 대한 기대를 가지고 제품을 도입했을 때의 최적 위치는 어디인가에 대한 해를 구할 수 있는 것이다.

모형의 실용적인 측면에도 불구하고 차후 연구에서 다루어야 할 점은 다음과 같다. 첫째, 모형에서 각 기업이 단 하나의 제품만을 도입한다고 가정하였으나, 그렇지 않은 경우 즉 한 기업이 다수의 제품군을 가지고 전략적 의사결정을 하는 경우에

대하여는 좀더 세심한 연구가 필요하다. 실제로 세제(detergent) 시장의 경우를 예로 들면 한 기업이 여러 브랜드(brand)의 제품을 속성 공간상의 여러 지점에 투망의 형태로 분포시키게 되는데 이러한 경우를 좀더 현실적으로 모형화 하기 위하여서는 본 모형의 변형이 필요하다. 둘째, 모형의 실제 적용을 위해서 각종 계수들의 추정 방법을 개발해야 할 것이고 실제 데이터를 통한 테스트가 필요할 것이다. 시장점유율과 관련한 계수 및 세분화 시장 위치의 추정을 위하여 Cooper & Nakanishi[8]는 식 (1)을 선형으로 변환하고 가중(weighted) OLS 방법을 이용하였다. 따라서 본 모형도 이와 같은 방법으로 계수의 추정이 가능하다. 단, 생산 비용 계수는 기업의 비공개 자료에 속하므로 재무제표(예컨대, 10K 자료)와 같은 공개 자료로부터 간접적으로 추정하는 방법이 바람직 할 것이다. 세째, 1단계에서 내쉬균형을 얻기 위한 알고리듬을 좀더 개선할 필요가 존재한다. 유전 알고리듬을 사용하여 실제 내쉬균형점을 찾는 확률은 아직 미흡한 상황이므로 이 분야에 대한 차후 연구가 이루어질 필요가 있을 것이다.

부 록

LEMMA 1의 증명 :

$$\lim_{p_{(x)i}\to\infty}\pi_i=\lim_{p_{(x)i}\to\infty}\left[\sum{}_j D_j\frac{(p_{x(i)}-c_{x(i)})}{MS_{ij}^{-1}}-f_{x(i)}\right]$$
$$=\sum{}_j D_j\lim_{p_{x(i)}\to\infty}\frac{(p_{x(i)}-c_{x(i)})}{MS_{ij}^{-1}}-f_{x(i)}$$

$(p_{x(i)}-c_{x(i)})\to\infty$이고, $p_{x(i)}\to\infty$ 일 때 $MS_{ij}^{-1}\to\infty$. L'Hospital's rule에 의해,

$$\lim_{p_{x(i)}\to\infty}\frac{(p_{x(i)}-c_{x(i)})}{MS_{ij}^{-1}}=\lim_{p_{x(i)}\to\infty}\frac{1}{\frac{\gamma_j MS_{ij}(1-MS_{ij})}{MS_{ij}^2}}$$
$$=\lim_{p_{x(i)}\to\infty}\frac{MS_{ij}}{\gamma_j(1-MS_{ij})}=0$$

그리고,

$$\lim_{p_{x(i)}\to\infty}\pi_i=-f_{x(i)}<0$$

따라서 기업은 가격을 무한대로 증가시킬 인센티브를 가지고 있지 않다.

정리 1의 증명 :

$p_{x(i)}\in[c_{x(i)}, rp_i]$이고, π_i's는 연속이며, concave 함수는 quasi-cohcave이므로, π_i는 concave임을 보이면 된다.

$$\frac{\partial^2\pi_i}{\partial p_{x(i)}^2}=\sum{}_j D_j\left[2\frac{\partial MS_{ij}}{\partial p_{x(i)}}+(p_{x(i)}-c_{x(i)})\frac{\partial^2 MS_{ij}}{\partial p_{x(i)}^2}\right]$$
$$=\sum D_j\gamma_j MS_{ij}(1-MS_{ij})[-2+(p_{x(i)}-c_{x(i)})\cdot\gamma_j(1-2\,MS_{ij})]$$

$D_j\gamma_j MS_{ij}(1-MS_{ij})>0$ 이므로, $-2+(p_{x(i)}-c_{x(i)})\gamma_j(1-2MS_{ij})<0$, $\forall\ j$를 증명한다.

$$-2+(p_{x(i)}-c_{x(i)})\gamma_j(1-2MS_{ij})$$
$$<-2+(p_{x(i)}-c_{x(i)})\gamma_j$$
$$\le-2+(p_{x(i)}-c_{x(i)})\left(\frac{2}{rp_{x(i)}-c_{x(i)}}\right)\le 0$$

따라서, π_i는 concave이다.

정리 2의 증명 :

π_i는 concave 이므로, $\gamma_j\le 2/(rp_{x(i)}-c_{x(i)})$ 이면, unique best-reply price $p_{x(i)}^{br}(p_{-x(i)})$가 존재한다. 단, $p_{-x(i)}=(p_{x(1)},\ \dots,\ p_{x(i-1)},\ p_{x(i+1)},\ \dots,\ p_{x(N)})$. 이때, 균형의 유일성을 위한 충분조건은 best-reply function이 contraction인 것이다.(Friedman, 1986). 즉,

$$\sum{}_{k\neq i}|\partial p_{x(i)}{}^{br}/\partial p_{x(k)}|<1\quad\forall\ i.\tag{4}$$

$\partial\pi_i/\partial p_{x(i)}=0$과 implicit function theorem으로

부터,

$$\frac{\partial^2 \pi_i}{\partial p_{x(i)} \partial p_{x(k)}} + \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial p_{x(i)}^2} \cdot \frac{\partial p_{x(i)}}{\partial p_{x(k)}} = 0$$

또는

$$\frac{\partial p_{x(i)}^{br}}{\partial p_{x(k)}} = -\left(\frac{\partial^2 \pi_i / \partial p_{x(i)} \partial p_{x(k)}}{\partial^2 \pi_i / \partial p_{x(i)}^2} \right)$$

$\gamma_j \le 1/(rp_{x(i)} - c_{x(i)})$이면, $\partial^2 \pi_i / p_{x(i)}^2 < 0$이고

$$\frac{\partial^2 \pi_i}{\partial p_{x(i)} \partial p_{x(k)}} =$$
$$\sum_j D_j \gamma_j MS_{ij} MS_{kj} [1 + (p_{x(i)} - c_{x(i)}) \gamma_j (2MS_{ij} - 1)]$$
$$> \sum_j D_j \gamma_j MS_{ij} MS_{kj} [1 - (p_{x(i)} - c_{x(i)}) \gamma_j]$$
$$\ge \sum_j D_j \gamma_j MS_{ij} MS_{kj} [1 - (rp_{x(i)} - c_{x(i)}) \cdot \frac{1}{(rp_{x(i)} - c_{x(i)})}] = 0$$

따라서, 식(4)는 다음과 동일하다.

$$\sum_{k \ne i} \frac{(\partial^2 \pi_i / \partial p_{x(i)} \partial p_{x(k)})}{(-\partial^2 \pi_i / \partial p_{x(i)}^2)} < 1 \qquad \forall\ i$$

또는

$$\sum_{k \ne i} \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial p_{x(i)} \partial p_{x(k)}} < -\frac{\partial^2 \pi_i}{\partial p_{x(i)}^2} \qquad \forall\ i \qquad (5)$$

다음의 두 식

$$\sum_{k \ne i} \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial p_{x(i)} \partial p_{x(k)}} = \sum_j D_j \gamma_j MS_{ij} \cdot [1 + (p_{x(i)} - c_{x(i)}) \gamma_j (2MS_{ij} - 1)][\sum_{k \ne i} MS_{kj}]$$

그리고

$$-\frac{\partial^2 \pi_i}{\partial p_{x(i)}^2} =$$
$$\sum_j D_j \gamma_j MS_{ij} [2 + (p_{x(i)} - c_{x(i)}) \gamma_j (2MS_{ij} - 1)] (1 - MS_{ij})$$

에 의하여 식(5)가 성립함을 알 수 있다.

정리 3의 증명:

$X^* \in$ SS와 같은 X^* 존재한다고 가정하면 다음의 두 가지 경우 즉, X^*가 viable이 아니거나, survival 조건을 만족시키지 못하는 경우를 의미한다.

경우 1 : X^*가 viable이 아닌 경우. 이 경우가 의미하는 바는 제품 i가 존재하여 $x_i^* \ne 0$이고 $\pi_i(x_i^*, x_{-i}^*) < 0$.
$\pi_i(0, x_{-i}^*) = 0 > \pi_i(x_i^*, x_{-i}^*)$ 이므로, $X^* = (x_i^*, x_{-i}^*)$는 PNE$_1$이 아니다.

경우 2 : X^*은 viable이나 survival 조건을 만족시키지 못하는 경우. 이 경우 다음을 만족시키는 제품 i 가 존재 : $x_i^* = 0$ 그리고, $\pi_i(x_i, x_{-i}^*) \ge \pi_i(x_i^*, x_{-i}^*) \ge 0$. 따라서 $X^* = (x_i^*, x_{-i}^*)$는 PNE$_1$이 아니다.

참 고 문 헌

[1] Ansari, A., N. Economides, and A. Ghosh, "Competitive Positioning in Markets with Nonuniform Preferences," *Marketing Science*, Vol.13, No.3(1994), pp.248-273.

[2] Carpenter, G. S., "Perceptual Position and Competitive Brand Strategy in a Two-Dimensional, Two-Brand Market," *Management Science*, Vol.35, No.9(1989), pp.1029-1044.

[3] Carroll, J. D, "Models and methods for multidimensional analysis of preferential choice data," E. D. Lantermann and H. Ferger ed., *Similarity and Choice : Papaers in Honour of Clyde Coombs.* Bern : Hans Huber(1980), pp.230-289.

[4] Chemical & Engineering News, "Soaps &

Detergents," *Chemical & Engineering News*, Vol.23, January(1995), pp.30-53.

[5] Choi, S. C., W. S. Desarbo and P. T. Harker. "Product Positioning under Price Competition," *Management Science*, Vol.36, No.2(1990) pp.175-199.

[6] _____. "A Numerical Approach to Deriving Long-Run Equilibrium Solutions in Spatial Positioning Models," *Management Science*, Vol.38, No.1(1992) pp.75-86.

[7] Cooper, L. G. "Market-Share Models," in *Handbooks in OR & MS*, J. Eliashberg and G. L. Lilien (eds.), 5, Elsevier Science Pub., (1993), pp.259-314.

[8] Cooper, L. G., & M. Nakanishi, "Two Logit Models for External Analysis of Preference," *Psychometrika*, Vol.48, No.4(1983) pp.607-620.

[9] D'Aspremont, C., J. G. Gabszewicz and J. -F. Thisse, "On Hotelling's Stability in Competition," *Econometrica*, Vol.47(1979) pp. 1145-1150.

[10] De Palma, A., V. Ginsberg, Y. Y. Papageorgiou and J-F. Thisse.. "The Principle of Minimum Differential Holds Under Sufficient Heterogeneity," *Econometrica*, Vol.53 (1985), pp.767-781.

[11] Dobson, G. and U. S. Karmarkar, "Competitive Location on a Network," *Operations Research*, Vol.35, (1987) pp.565-574.

[12] Eaton, B. C. and R. G. Lipsey, "The Principle of Minimum Differentiation Reconsidered : Some New Developments in the Theory of Spatial Competition," *Review of Economic Studies*, Vol.42(1975), pp.27-50.

[13] Eiselt, H. A., G. Laporte, & J. -F. Thesse, "Competitive Location Models : A Framework and Bibliography," Transportation Science, Vol.1(1993), pp.44-54.

[14] Fudenberg, D & J. Tirole, *Game Theory*, MIT Press, Cambridge, 1992.

[15] Green, P. E. and A. M. Krieger, "Recent contributions to optimal product positioning and buyer segmentation," *European Journal of Operational Research*, Vol.41(1989) pp.127-141.

[16] Green, P. E., and V. Srinivasan, "Conjoint analysis in consumer research : Issues and outlook," *Journal of Consumer Research*, Vol.5(1978), pp.103-123.

[17] _____. "Conjoint Analysis in Marketing: New Developments with Implications for Research and Practice," *Journal of Marketing*, October(1990) pp.3-18.

[18] Hauser Hauser, J. R., "Competitive Price and Positioning Strategies,". *Marketing Science*, Vol.7(1988), pp.278-288.

[19] Hauser, J. R. and S. M. Shugan., "Defensive Marketing Strategies," *Marketing Science*, Vol.2, No.4, Fall(1983) pp.319-360.

[20] Hotelling, H., "Stability in Competition", Economic Journal, Vol.39(1929), pp.41-57.

[21] Kuhn, H. W., "Extensive Games and the Problem of Information," in *Contributions to the Theory of Games II*, H.W. Kuhn and A.W. Tucker (eds.) Princeton : Princeton University Press, 1953.

[22] Lane, W. J. "Product Differentiation in a Market with Enodogenous Sequential Entry," *The Bell Journal of Economics*, Vol.11, No. 1(1980) pp.237-260.

[23] Luce, R. D. *Individual Choice Behavior : A Theoretical Analysis*, New York : Wiley, 1959.

[24] Mela, C. F., S. Gupta, and D. R. Lehmann, "The Long-term Impact of Promotion and

advertising on Consumer Brand Choice," Journal of Marketing Research, Vol.34, No.2 (1997), pp.248-261.

[25] Moorthy, K. S., "Product and Price Competition in a Duopoly," *Marketing Science*, Vol.7, No.2, Spring(1988), pp.141-168.

[26] Pang, J. S. and D. Chan, "Iterative Methods for Variational and Complementary Problems," *Mathematical Programming*, Vol.24 (1982), pp.284-313.

[27] Parker, P. M. "Price Elasticity Dynamics over the Adoption Life Cycle," Journal of Marketing Research, Vol.29, No.3(1992), pp. 358-367.

[28] Prescott, E. C. and M. Visscher., "Sequential Location among Firms with Foresight," *The Bell Journal of Economics*, Vol.8(1977) pp. 378-393.

[29] Rhim, H., *Spatial Competition in Facility Location and Product Positioning*, Doctoral Dissertation, UCLA, 1996.

[30] Rhim, "Genetic Algorithms for a Competitive Location Problem," 경영논집, 31권, 서울대학교 경영연구소, 1997.

[31] Yellot, J. I., "The Relationship between Luce's Choice Axiom, Thurstone's Theory of Competitive Judgment, and the Double Exponential Distribution," *Journal of Mathematical Psychology*, Vol.5(1977), pp.109-144.