

차륜/레일간의 접촉력 계산을 위한 접촉점 해석 알고리즘

Contact Point Analysis for Wheel/Rail Contact Force Calculation

박정훈*¹, 임진수*², 황요하*³, 김창호*⁴

Park, J. H., Lim, J. S., Hwang, Y. and Kim, C. H.

ABSTRACT

In this paper, described was the derived algorithm for calculating contact point between wheel and rail and the developed method for rail modeling. The proposed methods use travelling distance to represent rail center line position vector and rail orientation with respect to Newtonian reference frame. The methods can be easily used in multibody dynamic analysis. Two numerical examples are shown to verify the validity of the proposed methods.

Keywords : Contact Point(접촉점), Contact Force(접촉력), Irregularity(불규칙도), Train Dynamics(열차동역학)

1. 서론

열차시스템에서 열차의 차륜/레일간 상호작용력은 열차의 동적거동에 큰 영향을 미친다. 차륜/레일간의 상호작용력은 축하중, 차륜/레일의 단면형상, 레일의 특성에 큰 영향을 받는다. 열차의 동적해석을 위해서 차륜/레일의 단면형상과 차축과 레일의 위치 및 자세에 의거한 접촉점의 정확한 계산이 필요하다. Burton[1]은 직선레일에 대해 미소한 불, 요 각변위가 발생할 경우 차륜/레일간의 접촉점을 찾는 해석방법을 제시하였다. 이 방법은 실제 열차시스템이 거동할 경우 차축의 피치각을 고려할 수 없고, 곡선주행 해석에 사용될 수 없는 단점을 지닌다. 열차시스템의 동적해석용 프로그램인 Vampire[2]에서는

실제와는 달리 정지한 열차 아래의 궤도가 실제 열차 운동방향의 반대로 움직이는 것으로 간주한다. 따라서 Vampire를 이용한 동적해석은 열차의 가감속 또는 레일의 높이 변화에 따른 열차의 관성효과를 고려할 수 없다. ADAMS/Rail[3]의 경우 Vampire와는 달리 실제 열차시스템의 거동과 같이 레일상을 실제와 같이 열차가 움직이는 것으로 간주한다. 그러나 ADAMS/Rail에서 사용되는 solver는 차륜/레일의 접촉문제와 같은 곡면과 곡선간의 접촉해석을 수행할 수 없고 레일을 모델링할 때 레일의 게이지 불규칙도를 고려할 수 없는 단점을 지니고 있다.

본 논문에서는 직선뿐 아니라 곡선주행에도 사용될 수 있고 기존의 해석 프로그램에서 고려할 수 없는 레일의 높이 변화, 게이지 불규칙도를 고려할 수 있는 기하학 해석방법을 제안한다. 또한, 제안된 해석방법은 곡면과 곡선간의 접촉문제를 처리할 수 있고, 다물체 동역학에의 적용

*1 정희원, 한양대학교 기계설계학과, 박사과정

*2 정희원, 아주대학교 기계공학부 교수

*3 정희원, KIST 트라이블로지 연구센터, 선임연구원

*4 정희원, KIST 트라이블로지 연구센터, 책임연구원

이 용이하도록 되어 있다. 그리고, 제시된 해석 방법의 효용성을 검증하기 위해 한국형 TGV에 사용된 NF 01-112 차륜과 UIC 60 레일을 이용한 수치해석을 수행하였다.

2. 본론

2.1 레일 모델링

열차가 레일을 따라 움직일 때 열차를 구성하는 차체, 대차와 같은 강체에 작용하는 외력은 1차 및 2차 현가요소에 의한 작용력, 중력 및 열차의 차륜과 접촉하는 레일 사이에서 발생하는 크리프 작용력으로 구분된다. 현가요소에 의한 작용력과 중력은 열차차량 자체만의 모델링에서 다루어질 수 있는 반면 차륜과 레일간의 접촉에 의한 작용력은 차륜과 레일의 형상뿐 아니라 레일의 위치 및 자세, 상하 불규칙성, 좌우 불규칙성 및 캔트각 등과 같은 레일에 관련된 전반적인 정보를 이용하여야 한다. 따라서 열차동역학 해석에 있어서 차륜과 레일간의 접촉력 계산을 위해서는 레일에 대한 모델링이 선행되어야 한다.

Fig. 1은 레일 기준선(rail center line)상의 임의의 점 p 에서의 레일의 위치와 자세를 보여준다. Fig. 1에서 $r_{ci}(i=L, R)$ 는 뉴턴 좌표계로부터 기준선상의 점 p 까지의 위치벡터를 나타내고, s_i 는 레일의 진행방향 거리를 나타내고, 두 번째 하첨자 L 과 R 은 각각 좌측과 우측을 의미한다. α_i 는 레일의 기준선을 $x-y$ 평면에 투영된 점 p 에서의 x 축과 접선방향 벡터가 이루는 각을 의미하고, $x_{\alpha_i}-y_{\alpha_i}$ 는 z 축을 중심으로 각 α_i 만큼 회전된 좌표계를 의미한다. β_i 는 레일의 기준선을 $x_{\alpha_i}-z_{\alpha_i}$ 평면에 투영된 점 p 에서의 x_{α_i} 축과 접선방향 벡터가 이루는 각을 의미하고, $x_{\beta_i}-z_{\beta_i}$ 는 y_{α_i} 축을 중심으로 각 β_i 만큼 회전된 좌표계를 의미한다. γ_i 는 레일의 기준선을 $y_{\beta_i}-z_{\beta_i}$ 평면에 투영된 점 p 에서의 레일

의 캔트량을 의미한다. g_i , g_{si} 및 g_{ei} 는 각각 레일 기준선상의 점 p 에서의 레일의 게이지, 기준 게이지 및 레일 게이지와 기준 게이지와의 차를 나타낸다.

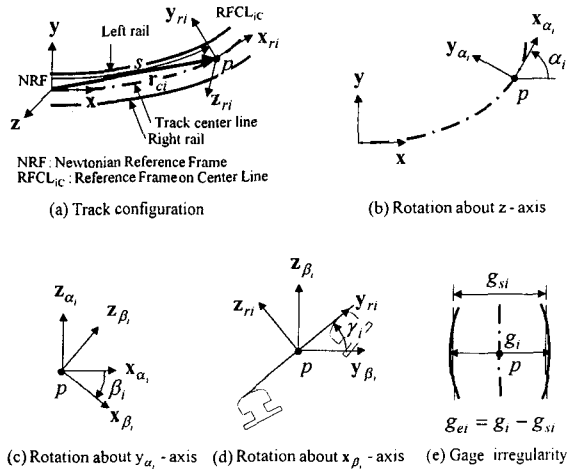


Fig. 1 Track Position and Orientation

레일에 관련한 정보는 일반적으로 함수 형태의 정보를 사용하기보다는 실측된 정보를 이용하므로 일정간격에 대한 이산적인 정보를 사용하게 된다. 예로 차륜/레일간의 접촉점해석에 사용되는 정보들이 길이 1km의 레일에 대해 길이 방향으로 0.25m마다 측정된다면 레일에 대한 정보는 4001점에 대한 정보를 가지게 된다. k 번째 레일 기준선상 측정점의 위치벡터 r_{ci}^k 는 다음과 같이 표현된다.

$$r_{ci}^k = [x_{ci}^k \ y_{ci}^k \ z_{ci}^k]^T \quad (1)$$

이와 같이 실측된 점에 대한 위치정보로부터 임의의 점에서의 레일 좌표계의 위치를 근사화하기 위해 본 연구에서는 cubic spline[4]을 사용하였다. 실측된 이산적인 위치정보로부터 k 번째 레일 기준선상의 측정위치까지의 거리 s_i^k 를 계산하기 위해 y_{ci} 와 z_{ci} 를 x_{ci} 에 대해서 다음과

같이 표현한다.

$$y_{ci} = y_{ci}(x_{ci}), \quad z_{ci} = z_{ci}(x_{ci}) \quad (2)$$

위 식을 이용하면 k 번째 측정 위치까지의 진행방향 거리 s_i^k 는 다음과 같이 계산된다.

$$s_i^k = s_i^{k-1} + \int_{x_{ci}^{k-1}}^{x_{ci}^k} \sqrt{1 + \left(\frac{dy_{ci}}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz_{ci}}{dx}\right)^2} dx \quad (3)$$

위 식으로부터 구한 측정점의 거리 s_i^k 로부터 cubic spline을 이용하면 임의의 점에서의 레일 기준선상의 임의의 점의 위치벡터 r_{ci} 는 s_i 에 대한 함수로 다음과 같이 표현된다.

$$r_{ci}(s_i) = [x_{ci}(s_i) \ y_{ci}(s_i) \ z_{ci}(s_i)]^T \quad (4)$$

레일의 좌우 불규칙도는 승객이 느끼는 승차감 및 차량의 안정성을 저해하는 요인이 되고, 곡선궤도의 캔트각은 차륜의 탈선계수에 큰 영향을 미친다. 따라서, 승차감 및 안정성 및 곡선주행에 대한 해석을 수행하기 위해서는 레일의 불규칙도 및 캔트각에 대한 모델링을 필요로 한다. 레일의 게이지 불규칙도와 캔트각은 레일 기준선의 모델링과 동일한 방법을 사용하면 다음과 같이 모델링될 수 있다.

$$g_{ci} = g_{ci}(s_i) \quad (5)$$

$$\gamma_i = \gamma_i(s_i) \quad (6)$$

열차의 차륜/레일간의 접촉점을 찾기 위해서는 레일 좌표계 원점의 위치뿐 아니라 레일 좌표계의 자세를 알아야 한다. 뉴턴 좌표계에 대한 레일의 자세를 표현하기 위해 본 연구에서는 Body 3-2-1 회전[5]을 사용하였다. Fig. 1에서 레일의 기준선을 뉴턴 좌표계의 $x-y$ 평면에 투영시켰을 때 레일 기준선상 임의의 점 p 에서 레일의 길이방향의 접선방향 벡터와 관성 좌표계의 x 방향 벡터와 이루는 각 α_i 는 다음과 같이 구해진다.

$$\alpha_i = \tan^{-1} \left(\frac{dy_{ci}}{ds_i} \middle| \frac{dx_{ci}}{ds_i} \right) \quad (7)$$

임의의 점에서 레일의 기준선을 $x_{a_i} - z_{a_i}$ 평면에 투영시켰을 때 투영된 기준선 접선방향 벡터와 x_{a_i} 축이 이루는 각 β_i 는 다음과 같이 계산된다.

$$\beta_i = -\tan^{-1} \left(\frac{dz_{ci}}{ds_i} \middle| \sqrt{\left(\frac{dx_{ci}}{ds_i}\right)^2 + \left(\frac{dy_{ci}}{ds_i}\right)^2} \right) \quad (8)$$

식(6), 식(7) 및 식(8)로부터 레일 기준선상의 임의의 점에서의 뉴턴 좌표계에 대한 레일의 자세행렬 A_{ci} 는 다음과 같이 표현된다.

$$A_{ci} \equiv A(\alpha_i)A(\beta_i)A(\gamma_i) \quad (9)$$

여기서,

$$A(\alpha_i) \equiv \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$A(\beta_i) \equiv \begin{bmatrix} \cos \beta_i & 0 & \sin \beta_i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta_i & 0 & \cos \beta_i \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$A(\gamma_i) \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma_i & -\sin \gamma_i \\ 0 & \sin \gamma_i & \cos \gamma_i \end{bmatrix} \quad (12)$$

2.2 차륜/레일간 접촉점의 계산

공간상에서 차륜과 레일이 접촉하기 위해서는 다음과 같은 세 가지의 구속조건을 만족해야 한다. 첫째, 차륜과 레일상의 접촉점의 위치는 일치해야 한다. 둘째, 차륜과 레일상의 접촉점에서 접평면에 수직인 벡터들은 서로 평행해야 한다. 셋째, 접촉점 이외의 차륜과 레일상의 다른 부분에서 간섭이 발생하지 않는다. 본 연구에서는 세 번째 구속조건은 항상 만족한다는 가정하에서 연구를 수행하였다.

레일과 차륜의 좌·우측은 서로 대칭성을 지니므로, 본 논문에서는 좌측 차륜/레일간의 접촉

에 대해서만 기술하고, 우측에 대해서는 좌측과 동일한 방법이 적용될 수 있다.

Fig. 2는 레일과 접촉하는 차륜을 보여준다. Fig. 2에서 r_w , r_{wL} 및 p_{wL} 은 각각 NRF 원점으로부터 WRF 원점까지의 위치벡터, WRF 원점으로부터 WRF_{LC} 원점까지의 위치벡터 및 WRF_{LC} 원점으로부터 좌측 차륜상의 접촉점까지의 위치벡터를 나타낸다. 그리고, r_{cL} , r_{rL} , p_{rL} 은 각각 NRF 원점으로부터 RFCL_{LC} 원점까지의 위치벡터, RFCL_{LC} 원점으로부터 RRF_{LC} 원점까지의 위치벡터, RRF_{LC} 원점으로부터 좌측 레일상의 접촉점까지의 위치벡터를 나타낸다.

차륜/레일간의 우측 접촉점 해석을 위해 사용되는 기준 좌표계 RFCL_{RC}, RRF_{RC}, WRF_{RC}와 위치벡터 r_{wR} , p_{wR} , r_{cR} , r_{rR} , p_{rR} 은 좌측의 경우와 동일한 방법으로 정의된다. L_w 는 WRF의 원점으로부터 WRF_{LC}의 원점까지의 거리를 나타내고, L_r 은 RFCL_{LC}의 원점으로부터 RRF_{LC} 원점까지의 횡방향 거리를 나타낸다.

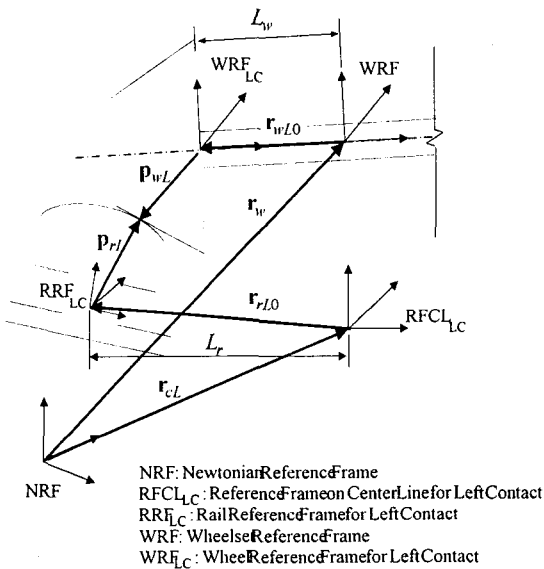


Fig. 2 Wheel Contacting with Rail

Fig. 3은 좌측 레일에서 RRF_{LC}의 원점으로부터 레일상의 접촉점까지의 위치벡터 p_{rL} 를 보여준다. Fig. 3에서 v_{rL} 와 ρ_{rL} 는 각각 RRF_{LC}에 대한 RRF_{LC} 원점으로부터 레일상의 좌측 접촉점까지의 위치벡터의 y_{rL} , z_{rL} 방향 성분을 의미하고 ρ_{rL} 은 레일의 단면형상 정보로부터 v_{rL} 의 함수로 표현된다.

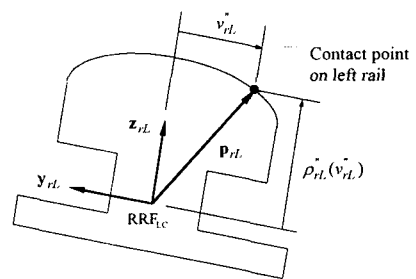


Fig. 3 Contact Points on Left Rail

Fig. 4는 좌측 차륜에서 WRF_{LC}의 원점으로부터 차륜상의 접촉점까지의 위치벡터 p_{wL} 을 보여준다. Fig. 4에서 x_{wL} , y_{wL} , z_{wL} 는 WRF에 대해 표현된 WRF_{LC} 원점으로부터 레일상의 좌측 접촉점까지의 위치벡터 성분들을 의미하고, R_L 은 접촉점이 위치한 $z_{wL} - x_{wL}$ 평면에서의 차륜의 접촉반경으로 차륜의 단면형상 정보로부터 접촉점의 횡방향 변위 y_{wL} 의 함수로 표현된다.

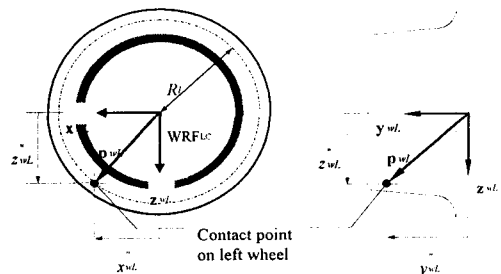


Fig. 4 Contact Points on Left Wheel

좌·우측 차륜과 레일상의 접촉점을 계산하기 위해 사용된 일반좌표(generalized coordinate) q 는 다음과 같이 정의된다.

$$q = [r_{w}^T \ e_w^T \ \ddot{p}_{wL}^T \ \ddot{p}_{wR}^T \ v_{rL} \ v_{rR} \ s_L \ s_R]^T \quad (13)$$

위 식에서 e_w 는 NRF에 대한 WRF의 자세를 표현하기 위해 사용된 오일러 파라미터(Euler parameters)[6]를 의미하고, r_w , e_w , \ddot{p}_{wL} 및 \ddot{p}_{wR} 은 다음과 같이 정의된다.

$$r_w = [x_w \ y_w \ z_w]^T \quad (14)$$

$$e_w = [e_{w0} \ e_{w1} \ e_{w2} \ e_{w3}]^T \quad (15)$$

$$\ddot{p}_{wL} = [x_{wL} \ y_{wL} \ z_{wL}]^T \quad (16)$$

$$\ddot{p}_{wR} = [x_{wR} \ y_{wR} \ z_{wR}]^T \quad (17)$$

차륜상의 접촉점과 레일상의 접촉점의 위치는 같다는 첫 번째 구속조건으로부터 아래와 같은 6개의 구속방정식을 구할 수 있다.

$$\Phi_{1,2,3} = r_w + A_w r_{wL} - r_{cL} - A_{cL} r_{rL0} - A_{cL} A_{rL0} \ddot{p}_{rL} \quad (18)$$

$$\Phi_{4,5,6} = r_w + A_w r_{wR} - r_{cR} - A_{cR} r_{rR0} - A_{cR} A_{rR0} \ddot{p}_{rR} \quad (19)$$

식(18)과 식(19)에서 A_w , A_{cL} 및 A_{cR} 은 각각 NRF에 대한 WRF, RFCL_{LC} 및 RFCL_{RC}의 자세행렬을 나타내고, A_{rL0} , A_{rR0} 는 각각 RFCL_{LC}에 대한 RRF_{LC}의 자세행렬과 RFCL_{RC}에 대한 RRF_{RC}의 자세행렬을 의미한다. \ddot{p}_{rL} 과 \ddot{p}_{rR} 은 각각 위치벡터 p_{rL} 과 p_{rR} 의 RRF_{LC}와 RRF_{RC}에 대한 계수로 표현된 위치벡터를 나타낸다. 그리고, 위 식들에서 사용된 벡터 r_{wL} , r_{wR} , r_{rL0} , r_{rR0} 는 다음과 같이 정의된다.

$$r_{wL} = [x_{wL} \ L_w + y_{wL} \ z_{wL}]^T \quad (20)$$

$$r_{wR} = [x_{wR} \ -L_w + y_{wR} \ z_{wR}]^T \quad (21)$$

$$r_{rL0} = [0 \ L_r + \frac{1}{2} g_{eL} \ 0]^T \quad (22)$$

$$r_{rR0} = [0 \ -L_r - \frac{1}{2} g_{eR} \ 0]^T \quad (23)$$

차륜상의 접촉점에서 접촉면에 수직한 벡터와 레일상의 접촉점에서 접촉면에 수직한 벡터는 서로 평행해야 한다는 구속조건으로부터 아래와 같은 구속방정식을 구할 수 있다.

$$\Phi_{7,8,9} = (\widetilde{A_{wL}} n_{wL}) A_{cL} A_{rL0} n_{rL} \quad (24)$$

$$\Phi_{10,11,12} = (\widetilde{A_{wR}} n_{wR}) A_{cR} A_{rR0} n_{rR} \quad (25)$$

위 식들에서 n_{wL} , n_{wR} 은 각각 WRF에 대해 표시된 좌·우측 차륜상의 접촉점에서 접촉면에 수직인 벡터를 의미하고, n_{rL} , n_{rR} 은 각각 RRF_{LC}와 RRF_{RC}에 대해 표현된 좌·우측 레일상의 접촉점에서 접촉면에 수직인 벡터를 의미한다.

식(24)와 식(25)는 수직벡터들의 크기와는 무관하므로 각각 3개의 구속조건중 2개만이 독립이다. 차륜단면형상은 $x_{wi} - z_{wi}$ 평면에서 원형을 형성하고, 원의 반경 R_i 은 y_{wi} 에 의해 결정될 수 있으므로 아래와 같은 두 개의 구속방정식을 구할 수 있다.

$$\Phi_{13} = x_{wL}^2 + z_{wL}^2 - R_L^2(y_{wL}) \quad (26)$$

$$\Phi_{14} = x_{wR}^2 + z_{wR}^2 - R_R^2(y_{wR}) \quad (27)$$

$\Phi_1 \sim \Phi_{14}$ 로 표현된 14개의 구속조건외에 차륜의 자세를 표현하기 위한 오일러 매개변수에 의한 구속조건이 필요하다. 오일러 매개변수들간의 구속조건[6]은 아래의 식으로 표현된다.

$$\Phi_{15} = 1 - e_w^T e_w \quad (28)$$

식(13)에서 정의된 좌표의 개수는 17개이고, 식(18)~ 식(28)에서 독립적인 구속방정식은 13개

이므로, 차축의 자유도는 4가 되고, 차륜/레일간의 접촉에 의해 2개의 자유도가 줄어들을 수 있다.

3. 수치 예제

본 연구를 통하여 제안된 해석방법의 효용성을 검증하기 위해 한국형 TGV 차륜에 사용되는 NF 01-112 차륜과 UIC 60레일의 접촉 문제를 해석하였다. Fig. 5와 Fig. 6은 해석에 사용된 NF 01-112 차륜과 UIC 60 레일의 단면형상을 보여준다.

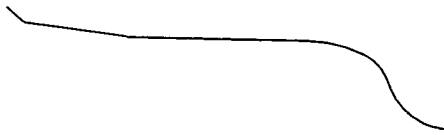


Fig. 5 NF 01-112 Wheel Profile



Fig. 6 UIC 60 Rail Profile

Fig. 7은 불규칙도가 없는 경우 차축의 횡방향 변위에 대한 좌·우측 차륜과 레일상 접촉점의 횡방향 변화량을 보여주고, Fig. 7에서 y_{wL0} , y_{wR0} , v_{rL0} , v_{rR0} 는 각각 중립상태 ($y_w=0$)에서의 y_{wL} , y_{wR} , v_{rL} , v_{rR} 의 값들을 의미한다. 해석 결과로부터 차륜상 접촉점의 횡방향 변화량이 레일상 접촉점의 횡방향 변화량에 비해 크게 나타남을 알 수 있다.

Fig. 8은 차축의 횡방향 변화에 따른 차축 질량중심의 수직방향 변화량과 좌·우측 차륜/레일상 접촉점들의 수직방향 변화량을 보여주고, Fig. 8에서 z_{w0} , z_{wL0} , z_{wR0} , ρ_{rL0} , ρ_{rR0} 는 각각

중립상태에서의 값들을 의미한다. 해석 결과로부터 차륜상 접촉점들의 횡방향 변화량에 비해 수직방향 변화량이 미소하게 나타나고, 특히 차축의 수직방향 변화량과 레일상 접촉점의 수직방향 변화량은 거의 나타나지 않음을 알 수 있다.

Fig. 9는 해석에 사용된 레일의 기준선을 보여 주고, Fig. 10은 레일의 캔트 및 게이지 불규칙도를 보여준다. 차륜/레일의 접촉점을 찾기 위해 자유도 수만개의 좌표값이 주어져야 한다. 해석을 위한 독립좌표로 차축의 질량중심의 x_w , y_w 성분 및 차축의 요회전과 피치 회전을 독립성분으로 선정하였다.

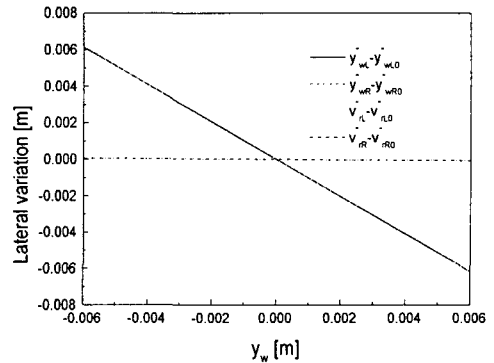


Fig. 7 Lateral Variation According to y_w

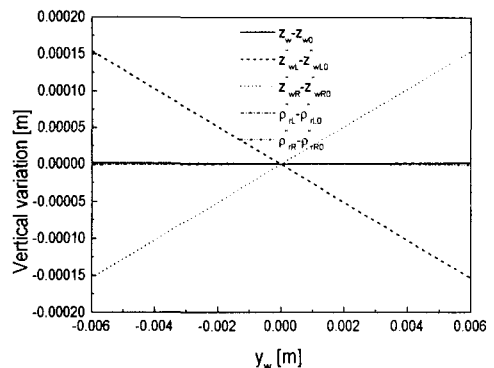


Fig. 8 Vertical Variation According to y_w

Table 1은 허용오차 10^{-5} 에 대한 세 경우의 수치해석 결과를 보여준다. Table 1에서 q^0 , q^s , θ 는 각각 해석에 사용된 일반 좌표의 초기

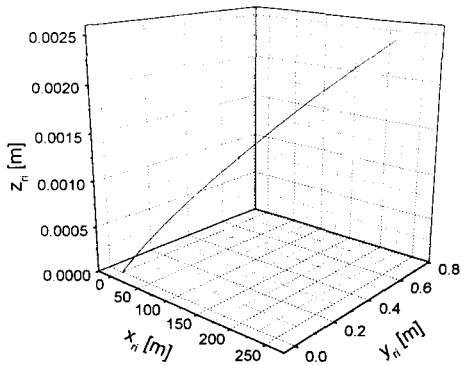


Fig. 9 Contour of Track Center Line

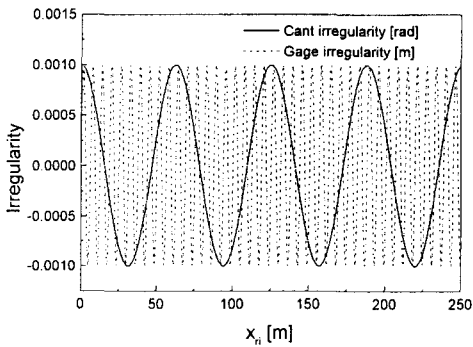


Fig. 10 Cant and gage irregularity

치, 위치해석을 통하여 구해진 일반좌표 및 구해진 일반좌표에 의한 구속조건 위반량을 나타낸다. 첫 번째 경우는 차축의 피치 회전이 없고, $x_w=3.250\text{ m}$, 두 번째 경우는 피치각이 약 140° 이고, $x_w=103.250\text{ m}$, 세 번째 경우는 피치각이 약 -70° 이고, $x_w=203.250\text{ m}$ 인 경우의 해석 결과들을 나타내고 해석 결과들로부터 주어진 허용오차 내에서 구속방정식을 잘 만족하고 있음을 알 수 있다.

4. 결론

본 연구를 통하여 차륜/레일간의 크리프 힘과 같은 접촉작용력의 계산에 필요한 접촉상태 해석방법을 제시하였다. 기존의 해석방법이 큰 각변위를 고려할 수 없으나, 본 연구에서 제시된 해석방법은 큰 각변위도 취급 가능하다. 또한 기존의 해석 프로그램들이 고려치 못하는 레일의 고저변화 및 게이시 불규칙도를 고려할 수 있으며, 본 연구를 통해 제안된 해석방법은 열차의 다물체 동역학 해석에 적용이 용이하다.

Table 1 Analysis Results of Wheel/Rail Contact for Three Cases

case I			case II			case III		
q^0	q^s	ϕ	q^0	q^s	ϕ	q^0	q^s	ϕ
3.250	3.250	3.314E-16	103.250	103.250	4.573E-13	203.250	203.250	3.044E-10
0.000	0.000	1.549E-12	1.039E-1	1.039E-1	-1.575E-10	4.088E-1	4.088E-1	8.585E-10
6.230E-1	6.321E-1	-3.800E-09	6.330E-1	6.330E-1	-2.366E-7	6.340E-1	6.340E-1	-7.210E-6
0.000	4.833E-4	5.168E-16	-9.565E-4	-9.499E-4	-6.817E-13	1.128E-3	1.170E-3	-2.357E-10
0.000	0.000	-3.790E-12	9.491E-1	9.491E-1	-7.394E-11	-5.740E-1	-5.740E-1	3.765E-10
0.000	0.000	-1.558E-11	-7.156E-4	-6.956E-4	4.768E-10	-1.607E-3	-1.636E-3	2.735E-8
1.000	1.000	-1.768E-14	-3.148E-1	-3.148E-1	3.487E-11	-8.188E-1	-8.188E-1	6.520E-10
0.000	1.076E-5	5.283E-13	-2.679E-1	-2.748E-1	6.578E-10	4.239E-1	4.322E-1	1.292E-7
0.000	1.079E-3	-1.076E-16	5.146E-3	4.960E-3	-6.882E-14	6.329E-3	6.383E-3	-1.664E-11
-4.600E-1	-4.599E-1	-8.741E-13	3.737E-1	3.687E-1	-8.111E-10	-1.780E-1	-1.567E-1	-1.294E-7
0.000	1.218E-5	-2.137E-14	-2.680E-1	-2.749E-1	-6.205E-9	4.240E-1	4.324E-1	-3.186E-7
0.000	-2.085E-3	-2.791E-12	1.129E-3	1.276E-3	-6.217E-9	2.070E-3	2.289E-3	-3.192E-7
-4.600E-1	-4.599E-1	-2.220E-16	3.738E-1	3.688E-1	-8.326E-17	-1.780E-1	-1.568E-1	0.000
0.000	7.483E-3		7.519E-3	7.519E-3		0.000	7.529E-3	
0.000	-7.493E-3		-7.457E-3	-7.457E-3		0.000	-7.446E-3	
3.250			103.250	103.250		203.250	203.250	
3.250	3.249		103.250	103.250		203.250	203.251	

후기

본 논문의 연구는 건설교통부, 산업자원부, 과학기술부 공동주관 아래 선도기술개발사업으로 시행되는 고속전철기술개발사업에 의해 지원을 받아 수행되었으며, 이에 관계자에게 감사드립니다.

참고문헌

1. Burton, T. D. and Whitman, A. M., 1978, "Nonlinear Kinematics of Wheel-Rail Contact", J. of Applied Mechanics, vol. 45, pp.664-668
2. BR research, 1997, "VAMPIRE User manual"
3. Mechanical Dynamics, 1995, "ADAMS/Rail Reference Manual", ver. 8.2
4. Atkinson, Kendall E., 1987, "An Introduction to Numerical Analysis", John Wiley & Sons, pp.177-182
5. Kane, T. R., Likins, P. W. and Levinson, D. A., 1983, "Spacecraft Dynamics", McGraw-Hill Book Co.
6. Nikravesh, Parviz E., 1988, "Computer-Aided Analysis of Mechanical Systems", Prentice-Hall International, Inc., pp.153-180