

케이블 횡진동을 고려한 3차원 사장교의 동적거동

Dynamic Response of 3-D Cable-Stayed Bridge Considering the Sway Vibrational Effect of Stays

성 익 현*

Sung, Ik-Hyun*

Abstract

The basic idea of cable-stayed girder bridges is the utilization of high strength cables to provide intermediate supports for the bridge girder so that the girder can span a much longer distance. In the cable-stayed bridge, the cables exhibit nonlinear behavior because of the change in sag, due to the dead weight of the cable, which occurs with changing tension in the cable resulting from the movement of the end points of the cable as the bridge is loaded.

Techniques required for the static analysis of cable-stayed bridges has been developed by many researchers. However, little work has been done on the dynamic analysis of such structures. To investigate the characteristics of the dynamic response of long-span cable-stayed bridges due to various dynamic loadings like moving traffic loads, two different 3-D cable-stayed bridge models are considered in this study. Two models are exactly the same in structural configurations but different in finite element discretization. Modal analysis is conducted using the deformed dead-load tangent stiffness matrix. A new concept was presented by using divided a cable into several elements in order to study the effect of the cable vibration (both in-plane and swinging) on the overall bridge dynamics. The result of this study demonstrates the importance of cable vibration on the overall bridge dynamics.

Keywords : 3D cable-stayed bridge(3차원사장교), effect of the cable vibration(케이블 진동영향), nonlinear(비선형), dynamic loading(동적하중)

1. 서론

현대에 와서 교통의 수요 증가와 더불어 도시의 발달로 인하여 정해진 공간에 이동범위를 다양화 시키는 교량의 건설이 증가되고 있는 추세이다. 그중에는 도로, 철도 복합교량과 같이 대규모 장지간에 대한 관심이 증가되고 있다. 그중에서 특히 도심을 가까이 한 교량의 타입은 주

로 초장대 교량인 현수교보다는 중,장지간을 갖고 미적으로도 수려한 사장교에 대한 장점이 부각되고 있다. 그러나 이러한 사장교는 거동이 매우 유연한 거동을 갖는 특성을 감안해서 생각되어야 한다. 특히 현대의 사장교는 시공기술의 발달로 교량의 시간길이를 증가하므로써 진동의 고유주기를 길게 하고 구조감쇠를 저하시킨다. 한편, 바닥판을 더욱 얇고 미려하게 구성함으로써 구조의 관성력에 대한 외부 동적하중이 크게 되어 동적하중의 영향이 증폭되게 된다. 따라서

* 정희원, 한서대학교 토목공학과, 전임강사

설계 및 해석시 동적영향으로 예상치 못한 거동을 유발할 수 있다. 일반적으로 사장교의 구조적인 면에서 볼 때 그 구성부재는 크게 상판과 주탑, 그리고 이들을 연결한 케이블 부분으로 나눌 수 있다. 이중 상판과 주탑은 그 단면이 상대적으로 크고 그 중 실질적인 하중이 재하되는 부분이 상판이 된다. 케이블을 이러한 상판의 하중을 축력으로 주탑에 분배하고 또, 상판의 탄성지지점 역할을 함으로써 모멘트의 분포를 균일화시키는 역할을 하게 된다. 그러나 단면이 상대적으로 작고 감쇠비가 0.05%~4%의 범위에 있는 고강도 케이블 강선의 경우 진동의 취약부가 될 수 있다. 이는 케이블의 anchor부근에 상대적으로 강한 조인트에서 활하중에 의해 유발된 휨응력은 때로 축응력과 거의 같은 정도의 크기로 될 수 있으며 이로 인해 더욱 큰 케이블 진동을 유발할 수 있게 된다. 이는 비록 국부적인 문제이나 케이블이 전체구조의 평형에 미치는 효과를 감안하면 중요성을 갖는다고 할 수 있다. 이러한 케이블의 진동 문제는 주로 비바람이 동반되는 악천후나 차량의 이동이 심할때 혹은 지진과 같은 경우에 주로 발생되며 특히 상판의 수직진동이 발생하는 경우 쉽게 볼 수 있는 현상으로 지금까지는 주로 풍동시험때 에서나 발생의 경우에 대한 보고가 있을 뿐이다. 그러나 특히 일본의 Meiko-Nishi 사장교의 건설중에 이러한 케이블 진동의 문제점이 관측된 후를 기점으로 근간에 외국에서 건설되고 있거나 건설된 사장교에서도 특이할 만큼의 케이블 진동이 관찰된 바 있다[1]. 따라서 이러한 케이블의 진동영향을 파악함으로써 보다 정확한 사장교의 동적응답을 얻을 수 있다고 생각된다. 또한 케이블의 효과가 전체 사장교 구조에 미치는 영향은 향후 케이블의 보수 및 교량의 전체 보강에 있어서도 많은 정보를 줄 수 있으며, 국부부재의 조정에도 참고 될 수 있을 것이다. 현재까지의 대부분 사장교의 해석은 몇몇 연구자를 제외하면 평면문제로 간주하였다. 그러나 평면문제는 바닥판의 비틀림과 횡방향 휨에 대하여 고려할 수 없으며, 특히 케이블의 횡방향 진동에 따른 상호연계

(couple)된 거동을 파악할 수 없다. 또한 3차원 사장교를 해석할 시에도 케이블을 단일요소로 보아 케이블의 횡진동 영향을 해석에 포함하지 않았다. 비록 케이블을 여러 개의 요소로 분할하게 되면 해석의 자유도가 증가하여 비경제적이거나, 자유진동의 모드에서 볼 때 최저차 2-3 모드내에 구조의 비틀림 진동이 나타나고 이때 반드시 케이블의 진동이 함께 나타나는데 이러한 진동의 영향은 추가의 거동을 유발할 수 있어 영향에 대한 평가가 필요하다. 따라서 본 연구에서는 사장교의 전체 동적거동에서 미치는 각 부재의 동적인자중에서 케이블의 진동영향을 파악해 보기 위하여 케이블의 거동을 고려할 수 있도록, 케이블이 수직방향력과 비틀력을 부담하는 케이블을 2열로 배치한 경우를 고려함으로써 실질적인 거동을 확인해 보고자 한다. 그리고 3차원 해석을 통한 거동의 휨과 비틀에 대한 케이블의 역할에 대하여도 판단하여 보고자 한다.

2. 정적해석

사장교는 전 구조체계가 유연성을 갖고, 면내 확장거동을 하는 주형이 경사케이블에 의해 길이방향에 대하여 탄성지지된 형태를 갖춘다. 그러나 유연체계는 상시자중(설계하중)이나 활하중에 대하여 대변형을 유발하기가 쉽다. 사장교는 케이블 sag(새그)의 현수작용 및 부재의 압축력으로 인하여 기하학적 비선형 문제로 되어 선형해석법만으로는 이의 영향을 고려할 수 없게 된다. 이러한 비선형성을 갖는 요인으로, 주요한 3가지 특징으로 분류하면 다음과 같다.

- ① 경사케이블의 사하중 상태하에서 새그(sag)로써 유발되는 축하중-신장관계의 비선형성.
- ② 주탑부와 거더에서 휨과 축력의 동시 작용에 인한 축력-휨모멘트-변위거동의 비선형성.
- ③ 단면의 강성이 경간에 비해 상대적으로 작기 때문에 기하학적인 대변형 유발.

일반적으로 다양한 교량의 기하학적 처리에는 서로 다른 비선형해석 절차가 요구된다. 그중 가장 보편적인 방법으로 컴퓨터 활용에 적용이 편

리한 장점이 있는 Stiffness Method(강도법)이 사용되며[2, 3, 4], 이러한 강도법은 다양한 구조적인 요소에 어떠한 구조체계에도 적용도가 높아 많은 해석자 및 연구자들이 사장교의 정적 비선형 해석에 강도법을 적용하여 이미 연구 발표한 예가 있다[2, 3, 4, 5].

일반적인 비선형구조계에서는 강성행렬[K]의 향이 하중의 적용에 따라 변하게 된다. 이 경우 강도행렬[K]는 절점변위[D]의 함수로써 미지항이 되어 비선형 강성방정식은 바로 풀 수 없다. 따라서 이러한 변위벡터[D]의 비선형 방정식을 풀기 위하여 수치해석기법을 도입하게 된다. 정적 비선형 해석 절차의 개요는 다음과 같다.

$$[K_T(D^n)] \{ \Delta D^n \} = \{ P \} - \{ W^n \} \quad (2.1)$$

여기서,

n : 반복 cycle 수

$K_T(D^n)$: 절점변위 D^n 에서의 접선강도행렬

ΔD^n : 증분변위벡터

P : 외력

W^n : 절점변위 D^n 에서의 불평형 하중벡터

따라서 식(2.1)에서 하중증분치에 대한 $\{p\}-\{W^n\}$ 의 D^{final} 을 구한다.

본 연구에서는 이와 같은 사장교의 비선형성을 고려하기 위하여 비선형 정적해석에 관한 프로그램을 작성하여 사하중 상태하에서 접선강도행렬을 구하여 이를 동적해석의 기준점으로 사용하도록 하였다. 또한 연구에서는 Cable을 두가지 관점에서 다룬다. 이는 케이블의 자체적인 거동을 파악하기 위한 비선형 케이블 요소와 케이블의 비선형성만을 고려한 등가 케이블 탄성계수를 사용하는 케이블 모델을 각각 적용하여 구조거동의 차이를 검토하였다. 이 중에서 케이블의 재료는 선형탄성으로 가정하고 부재는 주축을 따라 휘다고 가정한다. 따라서 비선형성은 재료보다는 변위에 의하여 지배된다. 케이블의 인장력하에서 실제 거동은 비선형성을 갖는다. 케이블 부재를 직선부재로 가정하고, 곡선부재의 신장과 같은 기하학적 영향을 호환(대체)할 수 있는 대체 직선부재를 정의할 수 있는데, 이 개념

이 식(2.2)에 주어진 등가탄성계수[6, 7]의 사용이다.

$$E_{eq} = \frac{E}{\left\{ 1 + \left[\frac{(wL_0)^2(T_f + T_0)}{24T_0^2T_f^2} \right] AE \right\}} \quad (2.2)$$

2.1 케이블의 기하강도행렬

자유롭게 매달린 케이블은 그 길이를 따라서 초기인장을 갖는다. 이런 축력의 작용을 무시하면 일반적인 초기인장의 정의가 없는 bar요소를 사용하여 탄성강도행렬 K_E 를 사용하면 된다. 그러나 현수곡선으로 매달린 케이블은 탄성강도행렬 이외의 축력에의 영향이 강성식에 포함되어야 한다. 초기인장에 의해 생기는 케이블 강성의 변화는 기하강도(geometrical stiffness)로써 표현할 수 있다. 이는 탄성력의 향이 단지 부재의 길이변화에 의해 만들어지는데 반해 기하력은 부재의 rotation(회전)에 의해 발생되므로 서로 독립적으로 된다. 3개의 자유도를 갖고 요소에 부착되어진 국소좌표계의 탄성강도행렬과 기하강도행렬 식(2.3)과 같다.

$$[K_E] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$[K_G] = \frac{F}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

여기서, $[K_E]$ 는 축력을 받는 부재의 선형탄성 강도행렬을 나타내며, $[K_G]$ 는 부재내의 축력에 대하여 그 부호의 영향을 받는 기하강도행렬을 표시한다.

2.2 기하변화에 따른 보요소의 비선형 강도행렬

보의 기하학적 비선형성은 변형형상에 대한 평형방정식과 안정(stability)문제로 나타내어져야 하는 대변형이론으로 간주한다. 이것은 평형방정식에 고차항의 변형-변위 관계 방정식을 추가한 탄성론으로 풀 수 있다. 앞에서와 같이 사장교의 주탑부와 거더부에서의 대변형이 발생하는데 이들 부재간에 큰 휨모멘트와 축력이 부재의 축과 휨강성에 강한 상호작용(coupling)을 유발하므로 이들의 영향이 합성되어 발생한다. 이런 상호작용은 안정함수의 개념을 도입하여 이 안정함수를 휨과 축강성에 계수로 작용시켜 비선형 해석에 적용한다. 보-기둥요소의 할선 및 접선강도행렬은 각각 식(2.4) 및 (2.5)와 같다.

$$[K_m]_b = \begin{bmatrix} k(1,1) & k(1,2) & \cdot & \cdot & \cdot & k(1,12) \\ k(2,1) & k(2,2) & \cdot & \cdot & \cdot & k(2,12) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ k(12,1) & k(12,2) & \cdot & \cdot & \cdot & k(12,12) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

- 여기서,
- $k(1,1)=k(7,7)=-k(1,7)=-k(7,1)=S5(AE/L)$
 - $k(2,2)=k(8,8)=-k(2,8)=-k(8,2)=S1z(12EIz/L^3)$
 - $k(3,3)=k(9,9)=-k(3,9)=-k(9,3)=S1y(12EIy/L^3)$
 - $k(2,6)=k(6,2)=k(2,12)=k(12,2)=-k(6,8)=-k(8,6)$
 $=-k(8,12)=-k(12,8)=S2z(6EIz/L^2)$
 - $k(3,5)=k(5,3)=k(3,11)=k(11,3)=-k(5,9)=-k(9,5)$
 $=-k(9,11)=-k(11,9)=S2y(6EIy/L^2)$
 - $k(4,4)=k(10,10)=-k(4,10)=-k(10,4)=GKt/L$
 - $k(5,5) = k(11,11) = S3y(4EIy/L)$
 - $k(6,6) = k(12,12) = S3z(4EIz/L)$
 - $k(5,11) = k(11,5) = S4y(2EIy/L)$
 - $k(6,12) = k(12,6) = S4z(2EIz/L)$

여기서, E는 부재의 탄성계수, A는 단면적, L은 부재길이, Iy, Iz 는 국부 y 및 z축에 대한 단면2차모멘트이고, Ix는 단면에 대한 비틀림모멘트, G는 부재재료 전단계수이다. 또한, S는 안정함수이며, S1y - S4y는 국부 y축에 대한 부재의 휨강성을 변형하였고, S1z - S4z는 국부 z축에 대한 부재의 휨강성을 변형한 것이며, S5는 축강성

을 변형한 것이다.

$$[K_G]_b = \frac{P}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & L & 0 & -6 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{10} \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 6 & 0 & -\frac{L}{10} & 0 & 0 & 0 & -6 & 0 & -\frac{L}{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -L & 0 & \frac{2L^2}{10} & 0 & 0 & 0 & L & 0 & -\frac{L^2}{30} & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 & 0 & 0 & 2L^2 & 0 & -L & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{L^2}{30} \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 30 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 0 & 0 & 0 & -L & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{L}{10} \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & -6 & 0 & \frac{L}{10} & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{L}{10} & 0 & -\frac{L^2}{30} & 0 & 0 & 0 & L & 0 & \frac{2L^2}{10} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{L^2}{30} & 0 & -\frac{L}{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

2.3 정적해석 프로그램

- 정적 비선형 해석을 간편화하기 위하여 다음과 같이 기본 가정하였다.
- (1) 교량의 모든 부재내 응력은 탄성범위내에 있으며 따라서 Hooke 법칙을 따른다.
 - (2) 주탑과 상판에 지지된 케이블은 그 접점이 fixed 되어있다.
 - (3) 모든 케이블은 부재축을 따라 단면은 일정하며 각 부재는 직선으로 되어있다.
 - (4) 케이블은 완전유연성을 갖는다. 따라서 부재내의 휨강성은 무시한다.
 - (5) 처짐에 있어, 전단변형의 영향은 무시한다.
 - (6) 전체적으로 휨과 변위는 비선형 관계를 가지지만, 각 증분 구간에서의 응력 및 변위의 증분관계는 선형으로 가정한다.
- 따라서 정적해석 순서는 아래 Fig. 1과 같다.

2.4 해석 모델

해석모델의 구성은 보, 트러스 요소로 구성되

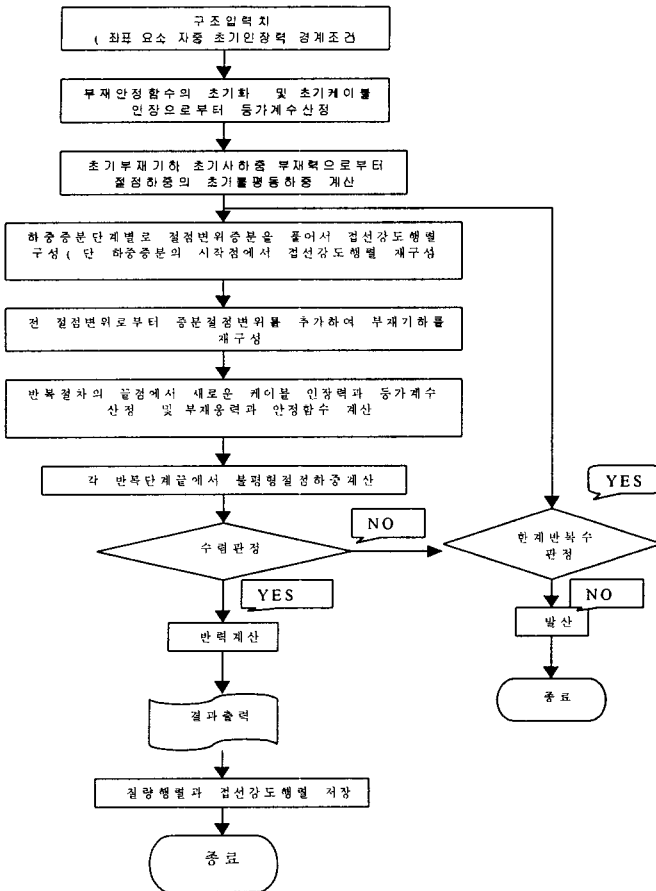


Fig. 1 Flow Chart of Static Analysis

있으며, 동적 하중에 의한 상판의 불필요한 변위를 막기 위하여 elastic link로 상판과 주탑을 연결하였다. 따라서 모델은 상판이 주탑에 완전 고정되지 않은 경우로 이는 지진의 영향에 감쇠를 주고 온도나 주탑 하단부에 발생하는 영향에 대하여 줄여주는 역할을 한다. 또한, 주탑을 A형태로 함으로써 휨 강성이 강하고 장시간 사장교에 이상적 형태를 갖춘다. 해석모델은 Fig. 2에서와 같이 같은 제원을 갖는 사장교 모델을 각각 케이블을 등가 탄성계수를 갖는 부재와 비선형 트러스 요소의 연속으로 본 두 가지 모델로 각각 모델링하였으며 편의상 등가탄성 케이블 모델을 SEC(Single Element Cable Model)모델, 비선형 케이블 요소 모델을 MEC(Multi Element Cable Model)로 표시하기로 한다. 따라서 MEC 모델의 경우 총 절점수 431개의 비선형 케이블 요소 수 384개, 비선형 보 요소 수 83개로 구성되었으며, SEC 모델의 경우는 총 절점수 95개의 비선형 등가 케이블 요소 수 48개 및 비선형 보 요소 수 83개로 구성하였다.

3. 동적해석

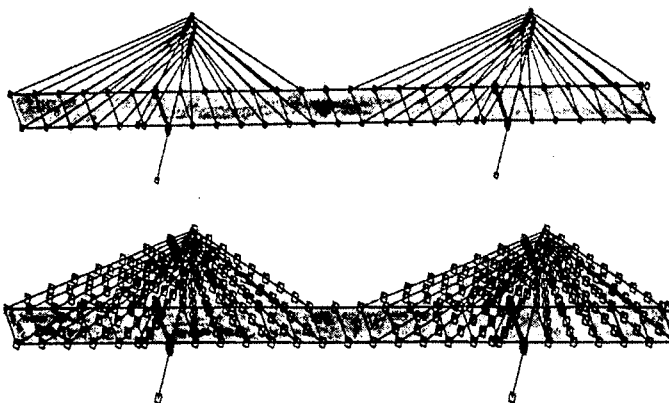


Fig. 2 SEC and MEC Models

사장교는 자중(사하중)하에서 소기의 케이블 인장이 도입된 후는 구조물의 처짐이 제한되어 변위가 크게 발생하지 않고 정적 비선형해석에서 언급한 비선형 요인이 무시할 수 있을 정도로 되어 선형과 비선형 해석간의 차가 거의 없는 것으로 이미 연구된 바 있다[8, 9].

사장교의 진동은 구조계 혹은 구조부재 특히 cable과 같은 부재의 고유진동수 근처의 주요한 진동이 발생될 때는 위험하게 된다. 이 경우는 상판

및 주탑이 함께 진동하게 되거나 따로 독립되어 진동하게 된다. 따라서, 특히 작은 감쇠비를 갖는 구조인 사장교의 경우는 바람, 비, 교통하중, 지진 등의 넓은 대역의 excitation을 갖는 하중에는 전체 구조는 물론 연결부재에도 동적응답이 크게 유발될 수 있으므로 동적해석은 구조설계 부분에 중요한 인자가 된다. 특히, 본 연구는 사장교의 동적문제에서 stay cable의 진동영향을 포함하고 있다. 이런 케이블 진동은 구조적 형상이 다양하고 복잡하며 교량의 상판 및 주탑의 거동과 강한 연성을 유발하는 경향이 있다. 그러나, 과거의 사장교에 대한 동적연구를 수행하였던 많은 연구자들은 3차원 해석시에도 이러한 현상을 간과하거나 혹은 케이블의 진동을 독립적으로 간주함으로써 케이블-주탑-상판의 상호연성효과(Coupling Effect)에 대한 어떠한 고려나 평가없이 수행되어져 왔던 것이 사실이다. 한편 각 stay cable 을 몇개의 요소로 분할하면 그 결과 많은 새로운 순수 케이블 진동모드가 출현하며 이의 형상은 대단히 복잡하게 나타난다. 또한 추가적인 상판-주탑의 상호연성을 갖는 모우드를 나타내는데 이는 수치적으로 그 많은 형상 및 거동을 판별하기는 매우 어려운 문제이다. 본 연구는 이런 경사케이블의 mode를 강도법을 이용한 유한요소법을 적용하여 다수의 케이블 요소로 비교하여 보았다.

사하중 상태하의 변형후 교량의 기하로부터 얻어진 접선강도 행렬 $[K_T]$ 를 기초로 하여 자유진동해석을 수행하였다. 따라서, 고유치 해석은 정적 비선형 해석후 얻어진 접선강도행렬을 기본으로 한 Restart개념의 해석을 수행하였다(Fig. 3 참조).

또한, 각 모델의 질량행렬은 대각집중질량을 이용하였고, 온도의 영향은 무시하였다. 일반적으로 고유치 문제의 해는 다음과 같은 식으로 풀 수 있다.

$$[-\omega_n^2[M]+[K_T]]\{\phi_n\}=\{0\} \quad (n=1,2,3, \dots) \quad (3.1)$$

여기서, $[M]$: 대각집중질량행렬

$[K_T]$: 접선강도행렬

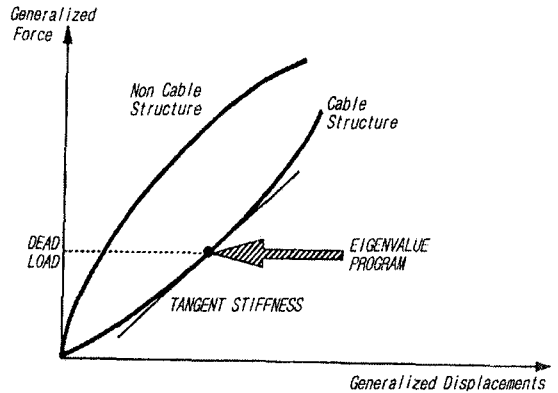


Fig. 3 Starting Point of Dynamic Analysis

ω_n : 고유각 진동수

ϕ_n : 고유벡터(모우드 형상)

여기서, 통상 일련의 최저차의 고유진동수들이 동적응답해석에서 주요 요인이 된다.

식(3.1)의 일반화된 고유진동 문제에서 사장교와 같은 다자유도를 갖는 구조계는 정확한 해석이 어려우며 때문에 수치해석방법과 유한요소법에 의한 근사해법을 이용하는 것이 효율적임은 앞에서 언급한 바 있다. 또한 각각 단일 케이블의 진동을 독립적으로 고려하게 되면 주탑 혹은 상판과 케이블간의 상호연관된 연성거동의 효과를 전혀 고려할 수 없게 되며 이런 연성거동이 구조에 미치는 동적증폭 효과가 오히려 전체구조의 동적응답에는 더욱 중요한 요인이 됨을 고려하면 본 연구의 모델과 같이 부재 상호간의 연결된 케이블의 거동파악이 필요함을 알 수 있다.

3.1 사장교의 고유진동해석

연구에서 모델 MEC 및 SEC 에 대하여 각각의 고유진동 해석을 수행하였다. 특히 MEC 모델의 경우 해석결과가 매우 복잡하므로 두 모델에 대한 결과의 분류를 ①MEC 모델에 대한 케이블 진동 형태의 분류와 ②MEC 모델의 케이블과 교량의 상호연관된 모우드의 분류로 나누었

으며 이를 SEC 모델과 비교함으로써 두 모델간의 유사성과 상이성을 함께 구분할 수 있도록 하였다. 자유진동해석에서 먼저 MEC와 SEC 모델에서 각각 100개와 25개의 모우드를 구하였으며 이 중에서 MEC의 100개 모우드(0.19 Hz - 0.62 Hz)와 SEC의 14개 모우드(0.19 Hz - 0.616 Hz)의 진동수 대역이 근사함을 알 수 있다. 따라서 두 모델의 동적거동을 비교하는데 있어 위의 진동수 대역을 기준하여 해석하였다. 케이블의 진동을 포함한 경우 추가로 발생하는 케이블-상판, 케이블-주탑의 상호연성을 나타내는 모우드에 관하여 표 1에 나타내었다. 그리고 Fig. 4에서는 MEC 모델의 추가연성 모우드 형상에 대한 부분을 정리하였다.

Table 1 Additional Coupled Modes of MEC Model

모우드	주기	상판 거동	주탑 거동	케이블 거동
4	3.287190	-	L	SW
8	3.177929	-	L	SW
12	3.093801	V	-	V
15	3.041316	L	-	SW
19	2.994175	V	-	V
20	2.865411	-	L	SW
23	2.802596	T	-	SW
24	2.795773	-	L	SW
25	2.793878	T	-	SW
26	2.786428	T	-	SW
29	2.728041	T	-	V
37	2.548342	-	L	SW
38	2.478868	L	-	SW
41	2.419252	-	L	SW
43	2.402275	T	-	V-SW
49	2.369830	V	-	V
51	2.341394	T	-	V
67	2.007625	T	-	V-SW
68	2.007045	T	-	V-SW
69	1.996346	-	L	SW
71	1.993578	T	-	V-SW
72	1.979859	T	-	V-SW

여기서, T : torsional, V : vertical, L : lateral.
SW : swing, V-SW : vertical-swingings

또한 같은 고유진동수 대역의 MEC와 SEC 모델에 대한 주기-모우드 관계를 Fig. 5로 도식화하였다. 여기서 볼 때 사장교는 최저차 진동수가 0.2 Hz 정도인 대단히 유연한 구조임을 알 수

있다.

그리고, 같은 진동대역에서 케이블을 다중요소로 분할한 경우 약 86개의 추가 모우드를 가지며, 이중 78개의 모우드는 순수케이블 모우드이거나 상호연성이 미약한 진동으로 분류 가능하게 반하여, 약 8-10개의 모우드에서는 상판-주탑과의 강한 상호연성(Coupling)을 갖는 전혀 새로운 모우드가 발생함을 확인할 수 있었다.

또한, 케이블의 진동형상을 정리한 결과 기본 진동형태를 Fig. 6에 나타내었다.

그리고, 고유벡터를 이용한 modal 해법을 적용하여 전체 절점변위를 계산하여 고유 모우드형상의 직교성의 장점과 정해진 고유진동수를 이용하여 변위벡터 {u}를 계산하면,

$$\{U\} = \sum_{n=1}^m \{\phi_n\}q_n(t) \quad (3.4)$$

여기서, n : 자유도수

m : 해석에 필요한 mode의 갯수.

{φ_n} : n번째의 모우드 형상

q_n(t) : n번째 일반 좌표계

식(3.4)를 미분하면 전 절점속도 벡터 (\dot{u})와 가속도 벡터 (\ddot{u})을 구할 수 있으며 이를 운동방정식에 대입후 풀면 지배방정식을 얻는다.

$$\ddot{q}_n(t) + 2\xi_n\omega_n\dot{q}_n(t) + \omega_n^2q_n(t) = Q_n \quad (3.5)$$

여기서, ξ_n : 감쇄비

ω_n : 고유각 진동수

Q_n : 하중벡터

$$= \frac{\{\phi_n\}^T \{F\}}{\{\phi_n\}^T [M] \{\phi_n\}} \quad (3.6)$$

여기서, 식(3.6)은 참여계수(participation factor)로 케이블 요소에 영향을 주는 부분이 된다. 동적해석에서 교량 자체 모우드와 추가된 케이블 모우드로 부터 발생된 참여계수는 Fig. 7, 8, 9에서 각각 x, y, z방향의 변위 부분을 나타내었다.

사장교와 같은 연성이 큰 구조의 경우는 사용하중하에서도 동적응답이 매우 민감하며 이를 이상화하여 해석할 경우에 있어 해석의 목적에 부합될 수 있도록 신중하게 조건을 고려하여야

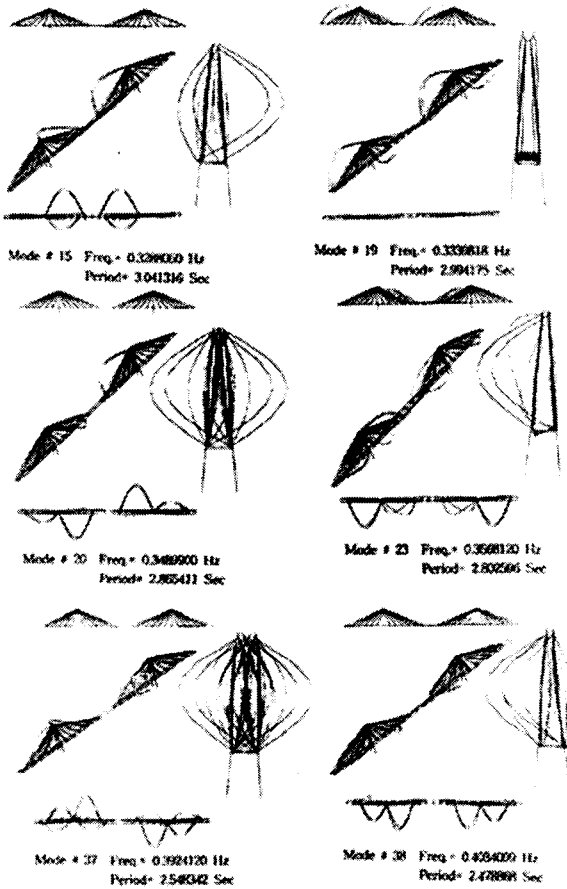


Fig. 4 Additional Coupled Modes of MEC Model

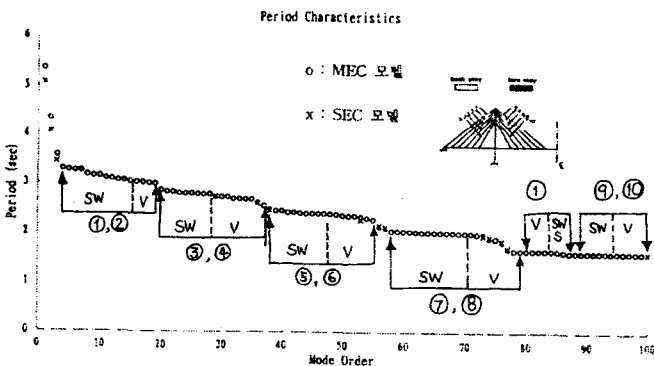


Fig. 5 Relationship between Additional Modes of MEC and SEC Models

할 것이다.

예로써 케이블의 정착부 설계를 위하여 해석 할 경우는 케이블의 진동이 고려된 해석이 필수적이다. 이는 케이블의 진동에 의해 발생하는 추가의 진동 축응력이 인접부재의 휨응력과 함께 작용하여 국부부재에 있어서 때로는 심각한 손상을 유발할 수 있기 때문이다. 이와 같은 문제는 부재에 있어 피로를 누적시키게 되며 이런 요인이 케이블 종류, 앵커방법, 케이블 부식, 교통하중의 밀도 등 많은 인자가 복합적으로 작용하는 관계로 자세한 연구가 있어야 할 것이다.

4. 결론

이상과 같이 본연구에서 수행한 케이블의 진동을 고려한 사장교의 동적응답에 대한 연구의 결과를 검토하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

1) 일반적으로 사장교의 감쇠비는 각 모드마다 다른 값을 가지며 이를 산정하기는 매우 어렵다. 그러나 본연구에서 동적 응답치가 감쇠비에 따라 매우 민감함을 알 수 있었다. 또한 적용한 감쇠비(0.1% - 5.0%)는 응답에 대하여 선형을 나타내었다.

2) 케이블을 작은 여러 개의 요소집합으로 본 다중 케이블 요소를 적용하였을 때 확실히 많은 새로운 순수 케이블의 횡 및 수직 모우드를 나타냄을 볼 수 있었다. 또한, 상판-케이블의 횡방향 휨과 상판-주탑간의 비

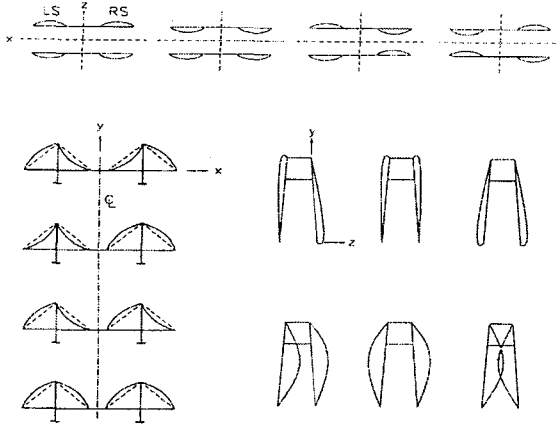


Fig. 6 Basic Modes of Cable Vibration

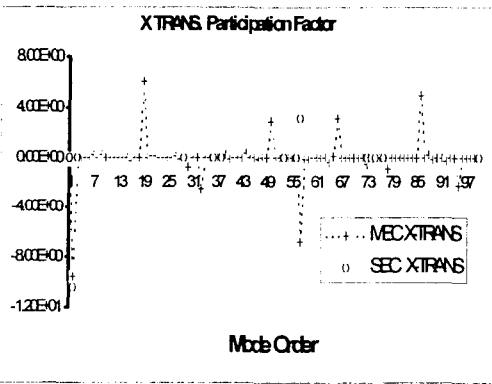


Fig. 7 Mode Participation Factors in x-Direction

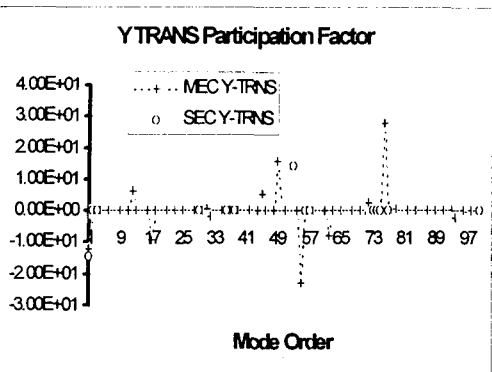


Fig. 8 Mode Participation Factors in y-Direction

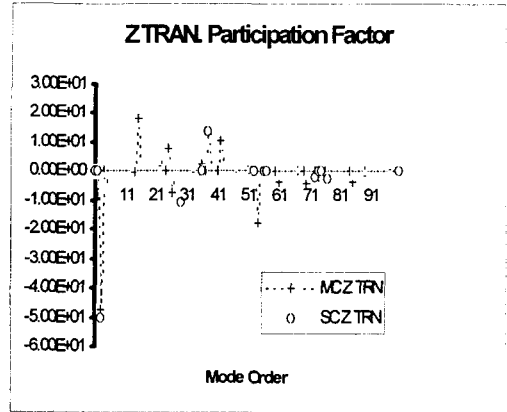


Fig. 9 Mode Participation Factors in z-Direction

틀현상이 서로 연성(Couple)작용을 하는 모우드가 나옴을 볼 수 있다. 이는 하나의 요소로 케이블을 모델링한 경우에는 얻을 수 없는 형상이다.

3) 단일 케이블의 거동을 구하는 방법이 일반적으로 알려져 있으나 사장교와 같이 복잡하고도 많은 케이블을 각각의 케이블 진동으로 선형화시켜 재구성하기란 광범위하고 많은 작업을 요구하게 되어 실용적이지 못하다. 따라서 케이블을 고려한 해석에서는 본 연구와 같이 전체 모델을 통합하여 적용함이 바람직하다고 사료된다.

4) 설계상태에서부터 가능한 한 비틀응력을 고려하여야 한다 이런 응력은 휨응력과 축응력을 늘여서 상대적으로 최종응력을 크게 유발할 수 있기 때문이다.

참고 문헌

1. Yuichi Hikami(1986), "Rain Vibration of Cables in Cable-Stayed Bridge", J. of Wind Engineering, No. 27, March
2. A. S. Vlahinos and Yang-Cheng Wang(1992), "Stability Analysis of Cable-Stayed Bridges", J. of Computer & Structures, Vol. 44, No.5, pp.1083-1089

3. J. F. Fleming, et al.(1983), "Static and Dynamic Analysis of Cable-Stayed Bridges", Research Report SETEC CE84-018. Dept. of Civil Engineering. University of Pittsburgh, December
4. A. Rajaraman, K. Loganathan and N. V. Raman(1980), "Nonlinear Analysis of Cable-Stayed Bridges", IABSE Proceedings P-37/80. pp.205-216, November
5. M. A. Khalifa(1993), "Parametric Study of Cable-Stayed Bridge Response Due to Traffic-Induced Vibration", J. of Computers & Structures, Vol. 47, No. 2, pp.321-339
6. H. J. Ernst(1965), "The E-Modulus of Cables Considering the Deflection", Der Bauingenieur, Vol. 40, No.2(February)
7. Max Irvine(1981), "Cable Structures", The MIT Press
8. H. Adeli, J. M. Gere and W. Weaver(1978), "Algorithms for Nonlinear Structural Dynamics", Journal of the Structural Division. ASCE, Vol. 104. No. ST2, pp.263-280, February
9. K. J. Bathe(1982), "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ