

기호계산을 이용한 현가장치의 민감도 해석 및 설계점의 최적 설계

전형호*, 탁태오**

Sensitivity Analysis Using a Symbolic Computation Technique and Optimal Design of Suspension Hard Points

Hung-Ho Chun*, Tae-Oh Tak**

ABSTRACT

A general procedure for determining the optimum location of suspension hard points with respect to kinematic design parameters is presented. Suspensions are modeled as connection of rigid bodies by ideal kinematic joints. Constraint equations of the kinematic joints are expressed in terms of the generalized coordinates and hard points. By directly differentiating the constraint equations with respect to the hard points, kinematic sensitivity equations are obtained. In order to cope with algebraic complexity associated with the differentiation process, a symbolic computation technique is used. A performance index is defined in terms of static design parameters such as camber, caster, toe, etc.. Gradient of the performance index can be analytically computed from the kinematic sensitivity equations. Optimization results show the effectiveness and validity of the procedure, which is applicable to any type of suspension if its kinematic configurations are given.

Key words: Sensitivity Analysis(민감도 해석), Suspension System(현가 장치), Optimization(최적화), Kinematic Analysis(기구학 해석), Symbolic Computation Technique(기호 계산법)

1. 서 론

현가장치는 차량의 승차감과 조종안정성을 결정짓는 중요한 부분으로서, 차량의 초기 설계단계에서는 조종안정성을 주로 고려하여 현가장치의 설계점(hard points)을 결정하게 된다. 차량의 조종안정성은 토우, 캠버, 캐스터 등과 같은 정적설계인자(static desing factor)에 의하여 좌우되기 때문에, 현가장치 설계점은 정적설계인자를 원하는대로 구

현할 수 있도록 결정되어야 한다. 그러나 현가장치는 기구학적으로 보아 구성요소들이 3 차원적으로 결합되어 있어, 운동양상이 비선형적이므로 정적 설계인자를 설계자가 원하는 대로 구현하기가 쉽지 않다. 만약 현가장치의 정적설계인자를 설계점에 대하여 최적화할 수 있다면 경험이 적은 설계자라도 원하는 성능의 현가장치를 쉽게 설계할 수 있을 것이다. 이러한 관점에서 본 논문에서는 현가장치의 기구학적 설계점을 최적화 할 수 있는

* 강원대학교 기계공학과 대학원
** 강원대학교 기계공학과

일반적인 방법을 제시하고자 한다.

최적화를 수행하기 위해선 성능지수 (performance index)가 정의되어야 하고, 성능지수의 각 설계변수에 대한 기울기, 즉 민감도 (sensitivity)를 알아야 한다. 민감도 해석을 위한 방법으로는 변수 부가법⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾(adjoint variable method)과 직접 미분법⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾(direct differentiation method)이 있다. 변수 부가법은 설계변수의 개수에 비례하여 민감도 방정식의 개수가 늘어나지 않는 장점이 있는 반면에, 전방향 적분과 후방향 적분을 함께 수행해야 하므로 계산량이 많아지고 수치오차의 누적으로 인하여 민감도의 정확도가 떨어질 수 있다. 한편 직접 미분법은 각 설계변수에 대하여 기구학적 구속식을 직접 미분하여 민감도 방정식을 구하는 방법으로 계산량이 적고 계산의 정확성이 증대되는 장점이 있으나, 민감도 방정식의 개수가 설계변수에 비례하여 증가한다. 미분과 관련한 대수적 복잡성은 기구학적 구속식을 설계변수를 포함하는 기호를 정의하고 이를 계산기를 이용하여 미분함으로서 완화 할 수 있다.⁽⁷⁾⁽⁸⁾

최근에 최적화 이론⁽⁹⁾은 활발하게 발전되어 여러 공학 분야에 적용되고 있다. 구조해석 분야에 있어서 최적화 기술은 유한요소 해석⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾ 등에서 여러가지 설계문제를 해결하기 위해 사용되고 있다. 하지만 다물체 동역학분야에서는 최적화 기법의 무한한 잠재성에도 불구하고 이를 설계에 적용하는데 있어서는 매우 제한적이었다. 그 이유는 다물체계에 대한 민감도 해석방법이 아직 확립되지 못하였기 때문이다.

박대원⁽¹¹⁾등은 현가장치의 기구학적 특성을 반응표면 분석법에 의해 설계변수의 2 차 함수로 가정하여 현가장치의 최적화를 수행하였고, 참고문헌⁽¹²⁾에서는 현가장치 부싱의 강성을 설계변수로 하는 준정역학적 모델에 대하여 선형화된 민감도 방정식을 구하고, 이를 이용하여 참고문헌⁽⁶⁾에서는 현가장치의 스프링 및 감쇠력 그리고 기구학적 형상을 설계변수로 하여 동역학적 거동에 대하여 민감도 해석을 수행하고 이를 이용하여 최적화를 시도하였으며, 송성재⁽⁷⁾등은 직접미분법을 이용하여 현가장치의 기구학적 민감도 해석에 수반되는 계산의 어려움을 기호계산기법을 이용하여 해결하였다.

본 연구의 목적은 현가장치의 기구학적 설계인자들이 정적설계인자에 미치는 영향을 민감도

해석을 통하여 구하고 이를 이용하여 최적의 설계점을 구하는 방법을 제시하는 것이다. 현가장치의 기구학적 해석을 수행하기 위해서는 각종 조인트의 구속 조건식을 구해야 하는데, 가능한한 단순하고 적은 수의 구속 조건식을 도입하는 것이 민감도 계산을 수행하는데 효율적이다. 이러한 관점에서 구속 조건식의 개수가 많은 단순조인트 보다 적은 수의 구속 조건식이 요구되는 복합조인트를 사용하여 기구학적 해석을 수행한다. 설계변수에 대한 민감도 해석은 기호계산에 의한 직접미분법을 적용하기로 한다.

2. 최적화 문제

현가장치의 기구학적 거동은 k 개의 설계변수 $\mathbf{b} = [b_1, b_2, \dots, b_k]^T$ 와 n 개의 일반좌표 $\mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ 로 나타낼 수 있다. 설계변수는 독립적이거나 일반좌표는 기구학적 구속조건으로 인하여 독립적이지 못하고 다음과 같은 구속조건식을 가진다.

$$\Phi(\mathbf{q}(\mathbf{b}), \mathbf{b}) = 0 \quad (1)$$

Φ 는 일반적으로 비선형 방정식이며 내포함수정리(implicit function theorem)에 의해서 Φ 의 자코비안이 최대계수(full rank)를 가지면 독립적 일반좌표에 대해 풀 수 있으며 또한 속도와 가속도도 존재한다고 알려져 있다.⁽¹⁴⁾

현가장치의 최적설계를 위해서 다음과 같이 성능지수를 정의한다.

$$\psi = \int_{Z_1}^{Z_2} F(\mathbf{q}(\mathbf{b}), \mathbf{b}) dz \quad (2)$$

여기서 Z_1 과 Z_2 는 현가장치의 상하 운동시 임의의 위치를 나타내고 F 는 현가장치의 각종 성능을 나타내는 양의 값을 가지는 함수이다. 일반적으로 차량의 조종안정성과 현가장치 설계점과의 상관관계는 토우, 캠버, 캐스터 등과 같은 정적설계인자에 의해서 표시할 수 있으므로 식(2)의 F 는 정적설계인자의 함수로 간주할 수 있다. 예를 들어 바퀴의 상하 운동시에 토우각을 목표로 하는 토우각 T 와 목표로 하는 토우각 \bar{T} 의 오차의 제곱으로

정의 할 수 있다.

$$F(q, b) = [T(q, b) - \bar{T}(q, b)]^2 \quad (3)$$

만약 여러 개의 정적 설계인자를 동시에 만족시켜야 한다면 식(2)의 성능지수를 개별성능지수의 선형조합으로서 하나의 통합된 다중성능지수를 정의 할 수 있다.

$$\psi = \alpha_1 \psi_1 + \cdots + \alpha_m \psi_m \quad (4)$$

여기서 $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ 은 각 성능지수에 대한 가중치이다.

최적화를 수행하기 위해서는 식(2)의 성능지수의 설계변수에 대한 기울기(gradient)가 필요하다. 식(2)의 ψ 를 임의의 설계변수 b 에 대해 미분하면

$$\frac{d\psi}{db} = \int_{Z_i}^{Z_e} (F_q q_b + F_b) dz \quad (5)$$

이 된다. 여기서 아래 첨자는 편미분을 표시한다. 식(5)의 $d\psi/db$ 를 구하기 위해서 F_q 와 q_b , F_b 를 알아야 하는데, F_q 와 F_b 는 함수 F 의 정의로부터 직접 구할 수 있으며, 일반좌표의 설계변수에 대한 민감도 q_b 는 식(1)의 구속 조건식으로부터 구할 수 있다. 식(1)의 기구학적 구속조건식에 자유도 만큼의 구동조건(driving constraint)을 부가하면 Φ 는 q 와 동일한 차원이 된다. 구동조건이 더해진 구속조건식을 설계변수 b 에 대해 미분하면

$$\frac{d\Phi}{db} = \Phi_q q_b + \Phi_b = 0 \quad (6)$$

이 된다. 여기서 Φ_q 는 구속조건식의 자코비안이고 Φ_b 는 구속조건식의 b 에 대한 편미분이다. Φ_q 는 정방행렬이고 내포함수정리에 의해 역행렬이 존재하므로 식(6)으로부터 q_b 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$q_b = -\Phi_q^{-1} \Phi_b \quad (7)$$

따라서 q_b 를 구하기 위해서는 Φ_q 와 Φ_b 를 알아

야 하는데 Φ_q 는 여러가지 종류의 기구학적 조인트, 예를 들면 회전 조인트(revolute joint), 병진 조인트(translational joint) 등에 대해서 이미 구해져 있으나⁽¹⁴⁾, Φ_b 를 구하기가 어렵다. 첫번째 이유는 기구학 해석을 위해서 정의한 함수 Φ 에는 설계변수가 명시적으로 포함되지 않았으므로 민감도 해석을 위해서는 각 조인트마다 설계변수를 정의하고 이를 포함시켜 Φ 를 정의해야 하며, 둘째로는 Φ 에 설계변수를 포함시켜 정의하더라도 모든 설계변수에 대해서 Φ_b 를 구하기가 대수적으로 쉽지 않다. 본 논문에서는 기호 계산법을 이용하여 이러한 어려움을 해결하고자 한다.

3. 설계변수와 구속조건식

공간상에서 구속되지 않은 물체는 3 방향의 병진운동과 3 방향의 회전운동을 하게 되어 6개의 자유도를 가진다. 독립현가장치는 조향시를 제외하고는 바퀴의 상하운동에 따라, 지정된 하나의 경로를 가지므로 1 자유도의 운동을 한다. 따라서 바퀴가 차체에 대해 하나의 자유도를 갖기 위해서는 여러 종류의 조인트를 이용하여 5개의 자유도를 제거해야 한다. 현가장치를 모델링하기 위해서는 이러한 링크의 구속조건을 정의해야 하는데, 회전 조인트, 병진 조인트, 구면 조인트, 원통 조인트, 혹은 만능 조인트 등과 같은 단순 조인트를 이용하여 현가장치를 모델링하는 것이 일반적이다. 예를 들어 Fig. 5의 맥퍼슨 현가장치의 경우 타이로드, 콘트롤암, 스트럿, 그리고 바퀴를 각각 물체로 보면 물체마다 6개의 일반좌표가 필요하므로 24개의 일반좌표가 존재하고, 이를 단순 조인트를 이용하여 모델링하면 23개의 자유도를 제거해야 하므로 구동조건을 포함하는 구속조건식은 모두 24개가 된다.

본 연구에서는 휠어셈블리만을 물체로 간주하고 타이로드, 콘트롤암, 스트럿 등과 같은 현가장치의 구성요소를 물체가 아닌 하나의 복합적 구속조건으로 간주한다. 따라서 휠어셈블리에 해당하는 6개의 일반좌표만 필요하며 Table 2과 같이 타이로드, 콘트롤암, 스트럿에 해당하는 복합 조인트를 이용하여 5개의 자유도를 제거한다. 따라서 모두 6개의 일반 좌표와 5개의 기구학 구속식이 필요하므로 구속조건식의 크기가 단순 조인트를 사용한 경우에 비해 훨씬 감소함을 알 수 있다.

Table 1 Computation time of composite joints and simple joints

Type Joint	Body	Constraint	Equation	Computation time*
Simple	4	24	24×24	1.12sec
Composite	1	6	6×6	0.38sec

* Average of 1 step computation

Table 2 Composite joints

Type of joint	Constraint	Number of constraint
Tie-rod	Distance constraint	1
Control Arm	Revolute-spherical	2
Strut	Cylindrical-spherical	2

Table 3 Constraint equations

Type	Constraint equation
Tie-rod	$\Phi^{SS} = d_{ij}^T d_{ij} - C^2 = 0$ (두 점 P_i, P_j 의 거리가 C 를 유지)
Control Arm	$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi^{SS}(P_i, P_j, C) \\ \Phi^{d2}(h_i, d_{ij}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{ij}^T d_{ij} - C^2 \\ h_i^T d_{ij} \end{bmatrix} = 0$ (tie-rod 조건 + $h_i d_{ij}$ 가 수직을 유지)
Strut	$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi^{d2}(f_i, d_{ij}) \\ \Phi^{d2}(g_i, d_{ij}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_i^T d_{ij} \\ g_i^T d_{ij} \end{bmatrix} = 0$ ($h_i d_{ij}$ 가 평행을 유지)

Table 1에는 단순 조인트를 이용한 모델과 복합 조인트를 이용한 모델의 계산시간을 놓고 있다. 구속 조건식의 수, 그리고 방정식의 크기와 함께 비교하였으며, Table 2~3에는 복합 조인트의 구속조건식과 구속자유도 수가 나타나 있다. 방정식의 크기가 감소하면 기구학 해석은 물론 기구학 해석의 결과를 바탕으로 하는 민감도 해석에 있어서 계산의 복잡성이 현저히 감소된다.

기구학 해석을 위한 복합 조인트의 구속식과 자코비안은 이미 알려져 있다. 그러나 구속식과 자코비안은 설계변수를 명시적으로 포함하고 있지 않으므로 민감도해석을 수행하기 위해서는 우선 각 복합 조인트 별로 설계변수를 정의하고 이를 설계변수의 함수로서 구속식을 새로 구해야 한다.

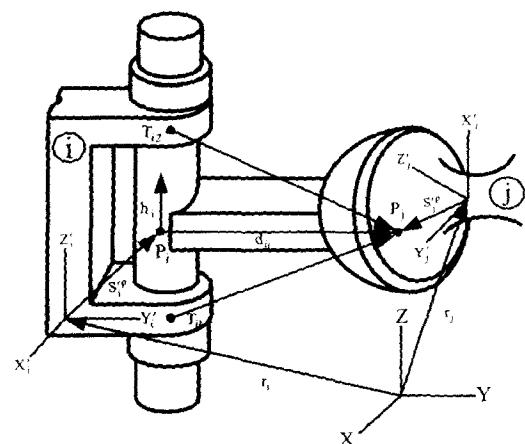


Fig. 1 Control arm composite joint

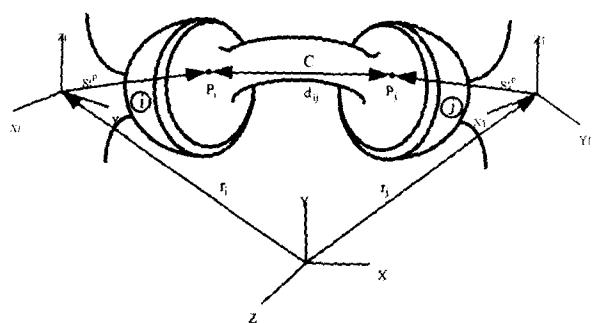


Fig. 2 Tie-rod composite joint

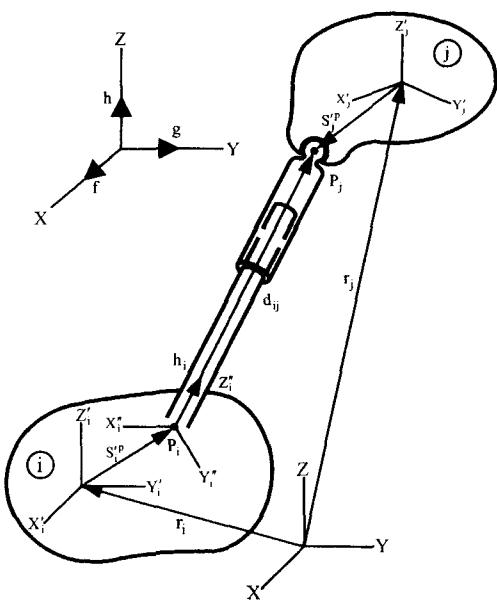


Fig. 3 Strut composite joint

Fig. 1~3 에는 각각 타이로드, 콘트롤암, 그리고 스트럿이 나타나 있다. 우선 Fig. 1 의 콘트롤암의 경우 설계점은 T_{il}, T_{i2}, P_j 의 세 점이다. 여기서 T_{il}, T_{i2} 는 각각 콘트롤암과 차체의 접합점이며 P_j 는 콘트롤암과 휠어셈블리와의 연결점이며 모두 관성좌표계에서 표시된 값이다. 콘트롤암 조인트의 구속식을 유도하기 위해서 T_{il} 과 T_{i2} 의 두 점을 연결하는 선과 P_j 와의 수직 최단거리에 위치한 P_i 를 알아야 한다. P_i 점은 T_{il} 과 T_{i2} 점의 연결선상에 존재하므로 T_{il} 점과 P_i 점을 연결하는 벡터를 V_i 라 하면 V_i 는 다음과 같다.

$$V_i = k(T_{i2} - T_{il}) \quad (8)$$

여기서 k 는 결정되어야 할 상수이다. 한편 P_i 와 P_j 사이의 벡터를 d_{ij} 라 하면 d_{ij} 는

$$d_{ij} = P_j - P_i = P_j - [T_{il} + k(T_{i2} - T_{il})] \quad (9)$$

V_i 과 d_{ij} 는 서로 수직이므로 $V_i^T d_{ij} = 0$ 의 조건을 적용하면 k 는 다음과 같이 결정된다.

$$k = \frac{(T_{i2} - T_{il})^T (P_j - T_{il})}{|T_{i2} - T_{il}|^2} \quad (10)$$

k 가 결정되면 다음과 같이 P_i 을 구할 수 있다.

$$P_i = T_{il} + k(T_{i2} - T_{il}) \quad (11)$$

물체 i 와 콘트롤암 사이의 회전조인트(revolute joint)의 회전축을 나타내는 단위벡터를 h_i 라 하면 h_i 는 다음과 같이 구해진다.

$$h_i = \frac{(T_{i2} - P_i)}{|T_{i2} - P_i|} \quad (12)$$

P_i 와 P_j 사이의 거리를 C 라 하면 C 는 다음과 같다.

$$C = \sqrt{(P_j - P_i)^T (P_j - P_i)} \quad (13)$$

P_i 와 P_j 가 구해지고, 물체 i 와 j 의 국부좌표계 중심점의 위치벡터 r_i 와 r_j 그리고 방향행렬 A_i 와 A_j 가 주어지면, 물체 i 와 j 의 국부좌표계 중심에서 P_i 와 P_j 점 까지의 위치를 나타내는 벡터 S_i^P 와 S_j^P 는 각각 다음과 같다.

$$S_i^P = P_i - r_i \quad (14)$$

$$S_j^P = P_j - r_j \quad (15)$$

여기서 물체 i 의 국부좌표의 위치를 나타내는 r_i 의 세 성분과, 방향행렬 A_i 에 포함된 4 개의 오일러 파라미터 (e_0, e_1, e_2, e_3)가 물체 i 의 일반좌표가 된다. 오일러 파라미터들 사이에는 하나의 구속조건($e_0^2 + e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 = 1$)이 더 필요하지만 오일러 파라미터로 구성된 방향행렬은 덧셈과 곱셈만으로 구성되므로 삼각함수가 포함되는 오일러각(Euler angle)이나 브라이언트각(Bryant angle)보다 미분과정 등을 포함하는 기호 계산에서 유리하다. 이때 물체 i 의 일반좌표 q_i 는 다음과 같다.

$$q_i = [r_{xi}, r_{yi}, r_{zi}, e_{0i}, e_{1i}, e_{2i}, e_{3i}]^T \quad (16)$$

S_i^P 와 S_j^P 로부터 이들의 국부좌표계의 값인 $S_i'^P$ 와 $S_j'^P$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$S_i'^P = A_i^T S_i^P \quad (17)$$

$$S_j'^P = A_j^T S_j^P \quad (18)$$

현가장치의 상하운동에 대해 r_i 와 r_j 그리고 A_i , A_j 는 변하나 $S_i'^P$ 와 $S_j'^P$ 는 상수이다. P_i 와 P_j 사이의 거리를 나타내는 벡터 d_{ij} 는

$$d_{ij} = r_j + A_j S_j'^P - r_i - A_i S_i'^P \quad (19)$$

이미 콘트롤암의 구속조건식은 점 P_i 와 P_j 의 거리가 C로서 일정하고, h_i 와 d_{ij} 가 항상 수직을 이룬다는 조건으로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} d_{ij}^T d_{ij} - C^2 \\ h_i^T d_{ij} \end{bmatrix} = 0 \quad (20)$$

위 식에서 d_{ij} 와 C, h_i 는 식(8) ~ 식(19)의 과정을 거쳐 구해지므로 일반좌표 q 와 설계점 (T_{ii} , T_{i2} , P_j)의 함수이다. 식(20)에 기호계산법을 적용하여 Φ_q 와 Φ_b 를 구할 수 있는데, Fig. 4 에 MATHEMATICA 를 이용하여 구한 식(20)의 Φ , Φ_{r_i} 그리고 $\Phi_{p_{x_i}}$ 의 기호계산 결과가 나타나 있다.

Fig. 2 의 타이로드의 경우 설계점은 P_i 와 P_j 점이 되며 거리가 C로서 일정하다는 조건식으로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi^{SS} = d_{ij}^T d_{ij} - C^2 = 0 \quad (21)$$

여기서 d_{ij} 와 C는 각각 식(19)와 (13)으로 주어진다. 또한, Fig. 3 의 스트럿의 경우 설계점은 P_i 와 P_j 점이 되며 스트럿의 운동은 P_i 와 P_j 의 연결선 상에서 발생한다. 구속조건식은 h_i 와 d_{ij} 가 항상 평행하다는 조건으로부터 다음과 같이 주어진다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} f_i^T d_{ij} \\ g_i^T d_{ij} \end{bmatrix} = 0 \quad (22)$$

여기서 f_i 와 g_i 는 h_i 에 수직한 두 벡터이다. 설계변수를 포함하는 구속조건식의 자세한 유도 과정은 참고문헌⁽⁷⁾에 나타나 있다.

$$\Phi = -(\text{pow}(-ssix + ssjx, 2) - \text{pow}(-ssiy + ssjy, 2) - \text{pow}(-ssiz + ssjz, 2) + \text{pow}(rjx - ssix + 2.*((-1.)/2. + \text{pow}(e0, 2) + \text{pow}(e1, 2))*(-issx + ssjx) + 2.*(e1*e2 - e0*e3)*(-issy + ssjy) + 2.*((e0*e2 + e1*e3)*(-issz + ssjz, 2) + \text{pow}(rjy - ssiy + 2.*((e1*e2 + e0*e3)*(-issx + ssjx) + 2.*((-1.)/2. + \text{pow}(e0, 2) + \text{pow}(e2, 2))*(-issy + ssjy) + 2.*(-(e0*e1) + e2*e3)*(-issz + ssjz, 2) + \text{pow}(rjz - ssiz + 2.*(-(e0*e2) + e1*e3)*(-issx + ssjx) + 2.*((e0*e1 + e2*e3)*(-issy + ssjy) + 2.*((-1.)/2. + \text{pow}(e0, 2) + \text{pow}(e3, 2))*(-issz + ssjz, 2)))$$

$$\Phi_q = 2.*((rjx - ssix + 2.*((-1.)/2. + \text{pow}(e0, 2) + \text{pow}(e1, 2))*(-issx + ssjx) + 2.*((e1*e2 - e0*e3)*(-issy + ssjy) + 2.*((e0*e2 + e1*e3)*(-issz + ssjz)))$$

$$\Phi_b = -(2.*(-ssix + ssjx) - 2.*((rjx - ssix + 2.*((-1.)/2. + \text{pow}(e0, 2) + \text{pow}(e1, 2))*(-issx + ssjx) + 2.*((e1*e2 - e0*e3)*(-issy + ssjy) + 2.*((e0*e2 + e1*e3)*(-issz + ssjz))))$$

Fig. 4 Symbolic computation of Φ_q and Φ_b

4. 최적화

맥퍼슨 현가장치에 대하여 최적화를 수행한다. 최적 설계를 위하여 설계변수의 범위를 포함하는 다음과 같은 최적화 문제를 정의한다.

$$\text{Minimize}_{\mathbf{b}} \psi(\mathbf{b}) \quad (23)$$

$$\text{Subject to } b_{i\text{low}} \leq b_i \leq b_{i\text{upper}} \quad i=1, 2, \dots, n$$

Fig. 5 는 맥퍼슨 현가장치의 설계점을 나타내고 있고 Table 4 는 설계변수의 초기값과 상하 범위를 나타낸다.

최적화를 수행하기 위해 성능지수를 정의해야 한다. 여기서 토우, 캠버, 캐스터, 킹핀 경사각, 를 중심높이(roll center height)을 포함하는 다중성능지수를 정의하기로 한다. Fig. 6 은 목표로 하는 정적

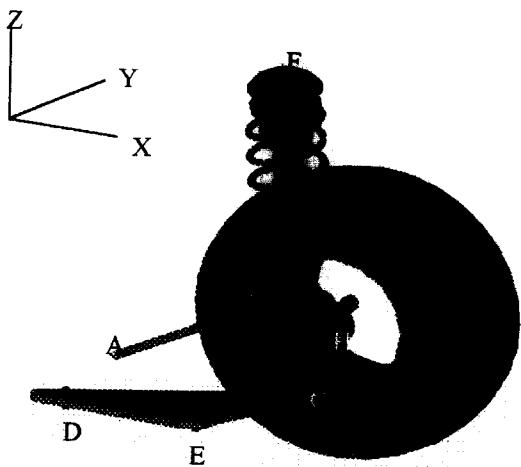


Fig. 5 Design of Macpherson suspension

Table 4 Initial values and upper-lower boundaries

좌 표 설계점		하경계	초기값	상경계
A	X	1485.75	1490.75	1495.75
	Y	-316.15	-311.15	-306.15
	Z	425.00	430.00	435.00
B	X	1486.21	1491.21	1496.21
	Y	-716.70	-711.70	-706.70
	Z	461.33	466.33	471.33
C	X	1821.50	1826.50	1831.50
	Y	-380.60	-375.60	-370.60
	Z	390.00	395.00	400.00
D	X	1582.75	1587.75	1592.75
	Y	-315.71	-310.71	-305.71
	Z	392.00	397.00	402.00
E	X	1615.95	1620.95	1625.95
	Y	-660.04	-655.04	-650.04
	Z	406.95	411.95	416.95
F	X	1651.90	1656.90	1661.90
	Y	-509.80	-504.80	-499.80
	Z	971.95	976.95	981.95
G	X	4583.41	4588.41	4593.41
	Y	-630.32	-625.32	-620.32
	Z	500.98	505.98	510.98
H	X	-	1622.93	-
	Y	-	-757.86	-
	Z	-	500	-

설계인자와 현재의 설계점에 대한 정적설계인자를 대비하여 나타내고 있다. 각 정적 설계인자에 대하여 Fig. 7 과 같이 누적제곱오차(accumulated squared error)를 이용하여 성능지수를 정의하였다.

위에서 정의한 5 가지 정적설계인자 모두를 목표치에 접근시키기 위해 각각의 성능지수에 가중치를 결정하고 각 성능지수를 선형 조합하여 식 (24)와 같이 다중성능지수를 정의한다.

$$\begin{aligned} \psi_{\text{multi}} = & 1.0 \psi_{\text{toe}} + 2.0 \psi_{\text{camber}} + 1.0 \psi_{\text{caster}} \\ & + 2.5 \psi_{\text{KPI}} + 0.0002 \psi_{\text{RCH}} \end{aligned} \quad (24)$$

여기서 다른 정적설계인자 보다 를 중심높이의 가중치가 매우 작은 것을 볼 수 있는데, 이것은 를 중심높이의 성능지수가 다른 값에 비해 매우 크기 때문에 상대적 크기를 균일하게 하기 위함이다. 또한 토우나 캐스터 보다 캠버와 킹핀 경사각에 더 큰 가중치를 주었는데, 이는 캠버와 킹핀 경사각을 다른 정적설계인자보다 우선하여 목표에 접근시키기 위함이다. 이와 같이 성능지수와 가중치를 결정하는 문제는 설계자의 주관적 판단에 의해서 정할 수 있다.

위에서 정의한 다중 성능지수에 대한 최적화를 수행한다. ADS 최적화 프로그램⁽¹⁵⁾을 사용하였으며, 확장된 라그랑지 멀티플라이어(augmented Lagrange multiplier) 방법을 이용하였고, 최적화는 BFGS(Broydon-Fletcher-Goldgarb-Shanno) 방법을 사용하였으며, 1 차원 탐색은 다항식에 의한 보간법을 사용하였다.

최적화하는 과정에서 설계변수의 수렴여부를 확인하기 위하여 각기 다른 설계변수의 초기값에 대하여 최적화를 수행해 보았다. Fig. 8 은 다중 성능지수가 최소화되어 가는 과정 보여주는데, 다른 초기값에 대해 성능지수는 동일한 값으로 최소화되는 것은 각 정적설계인자가 원하는 목표치와 일치하는 것을 의미한다. Fig. 9 ~ 12 는 각 설계점이 수렴해 가는 것을 보여주는데 초기 설계변수를 다르게 하더라도 최적화된 설계변수는 같은 점으로 수렴하는 것을 보여준다.

Fig. 13 은 목표로 하는 정적 설계인자와 최적화를 수행한 후의 정적 설계인자를 보여준다. 모든 정적 설계인자 거의 목표치에 접근한 것을 볼 수 있다.

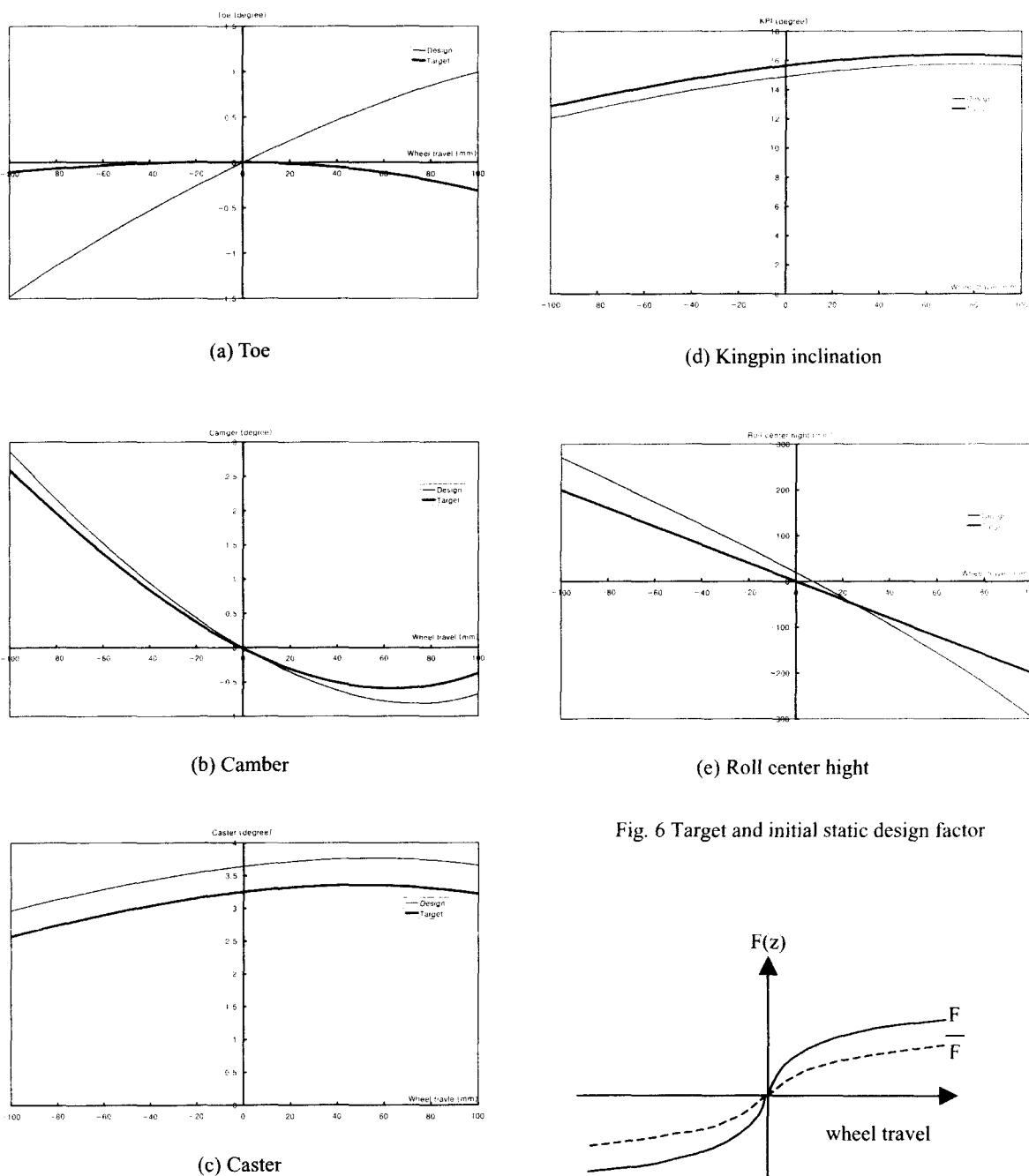


Fig. 6 Target and initial static design factor

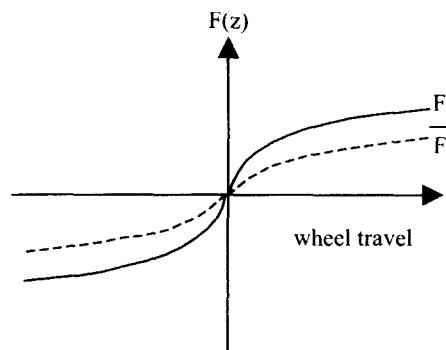


Fig. 7 Accumulated squared error

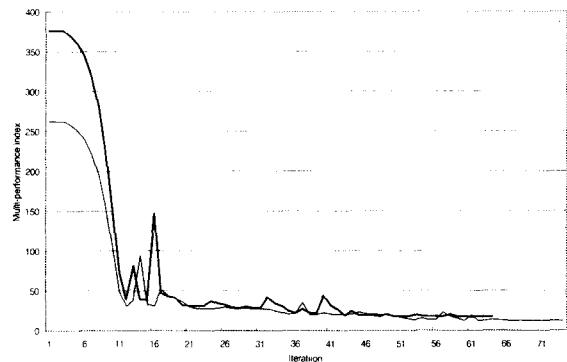


Fig. 8 History of multi-objective performance index

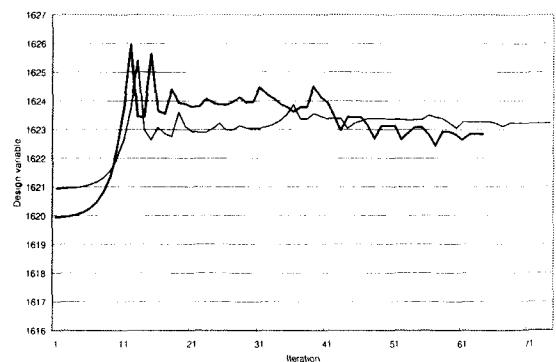


Fig. 11 History of design variable Ex

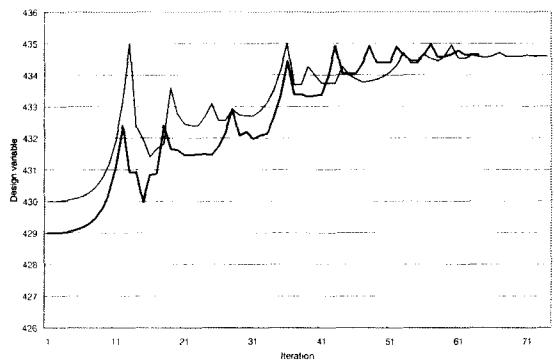


Fig. 9 History of design variable Az

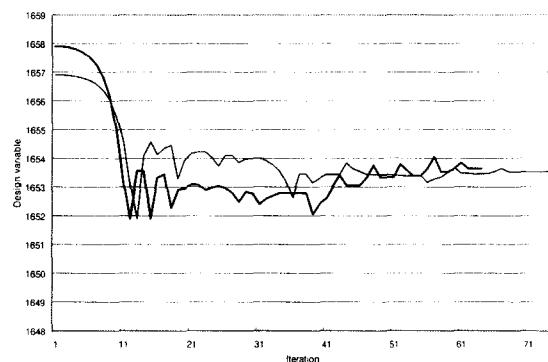


Fig. 12 History of design variable Fx

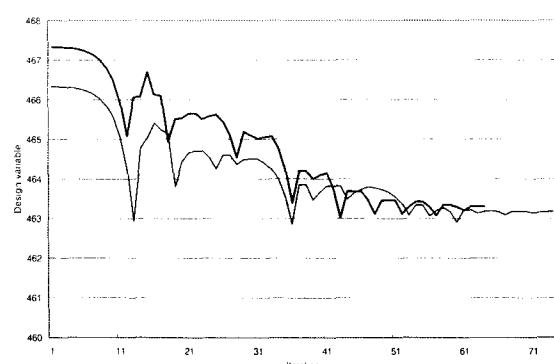
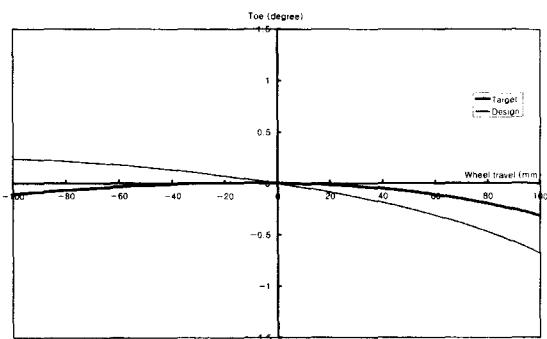
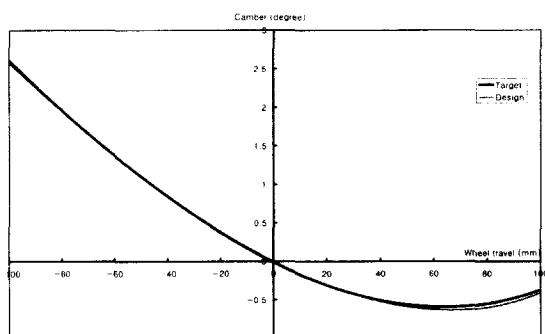


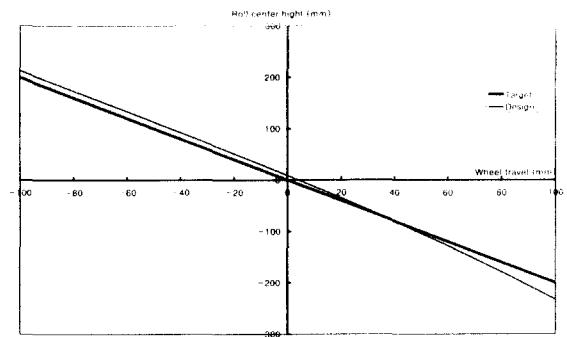
Fig. 10 History of design variable Bz



(a) Toe

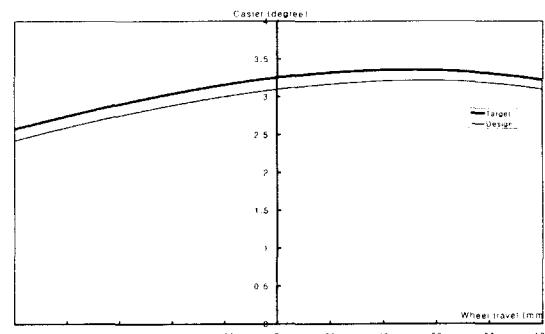


(b) Camber

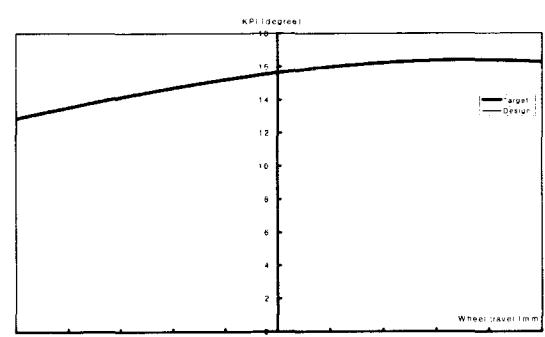


(e) Roll center hight

Fig. 13 Static design factors closed to target



(c) Caster



(d) Kingpin inclination

5. 결 론

기호계산법을 이용한 기구학적 민감도 해석을 통해 현가장치의 정적 설계인자에 대한 설계변수의 민감도를 계산하고, 이를 이용하여 최적화를 수행하였다. 단순조인트 대신 복합조인트를 사용하여 기구학적 모델을 단순화시켜, 기구학 및 민감도 해석에서 계산량을 70~80% 감소시켰다. 민감도는 기구학적 구속 조건식을 설계변수에 대해 직접 미분하여 구하였는데, 이때 구속 조건식에 대한 미분과 관련한 복잡한 계산과정을 기호계산 기법을 적용하므로 해결하였다. 예제에서 다루어진 맥퍼슨 현가장치 뿐 아니라 더블위시본, 멀티링크등 복합조인트의 구속조건식이 알려져 있으므로 본 연구와 유사한 방법으로 민감도 해석 및 최적화를 수행할 수 있다.

맥퍼슨 현가장치에 대하여 8 개의 설계점에 대하여 토우, 캠버, 캐스터, 킹핀경사각, 롤중심높이 등에 관한 5 개의 성능지수를 정의하고 이를 동시에 최소화 시키는 설계점을 구하였다. 그 결과 다중 성능지수는 Fig. 8 과 같이 370 에서 10 으로 감소하였다. 정적설계인자들도 최적화를 수행한 후 Fig. 6 에서 Fig.13 과 같이 목표치에 접근하였다. 토우과 캐스터는 목표치를 중심으로 대칭으로 이동하였으며, 캠버와 킹핀경사각은 목표치와 근접하였고, 롤중심높이는 최대 10mm 의 오차를 가지며 목표치에 접근하였다.

참고문헌

1. Haug, E.J., Wehage, R.A., and Barman, N.C., "Design Sensitivity Analysis of Planar Mechanism and Machine Dynamics," Journal of Mechanical Design, Vol. 103, No. 3, pp. 560-570, 1981.
2. Haug, E.J., and Wehage, R.A., and Mani, N.K., "Design Sensitivity Analysis of large-scale Constrained Dynamic Mechanical Systems," ASME J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 106, June, pp. 156-162, 1984.
3. Sohoni, V. and Haug, E.J., "A State Space Method for Kinematic Optimization of Mechanisms and Machines," Journal of Mechanical Design, Vol. 104, pp. 101-107, January 1982.
4. Neumann, C.P., and Murray, J.J., "Linearization and Sensitivity Functions of Dynamic Robot Models," IEEE Trans. Systems, Man, Cybernetics, Vol. SMC-14, pp. 805-818, 1984.
5. Balafoutis, C.A., Misra, P., and Patel, R.V., "Recursive Evaluation of Linearized Dynamic Robot Models," IEEE J. of Robotics and Automation, Vol. RA-2, No. 3, pp. 146-155, September 1986.
6. 탁태오, "민감도해석을 이용한 현가장치의 동역학적 최적설계," 한국자동차 공학회지, 제2권 제 3호, 1994.
7. 송성재, 탁태오, "기호 계산법을 이용한 현가장치의 기구학적 민감도 해석," 한국자동차공학회논문집, 제4권 제6호, pp. 247-259, 1996.
8. Kreuzer,E., Computerized Symbolic Manipulation in Mechanics, Springer Verlag, 1994.
9. Fletcher, R., Practical Method of Optimization, John Wiley & Sons, New York, 1987.
10. Haug, E.J. and Arora, J.S., Applied Optimal Design, John Wiley & Son, New York, 1979.
11. 박태원, 김상중, 박찬종, "실험계획법을 이용한 현가장치의 요소설계," 한국자동차공학회 1994 추계학술대회 논문집, pp. 3-9, 1994.
12. J. S. Kang, J.R. Yun, J. M. Lee, T. O. Tak, "Elastokinematic Analysis and Optimizaion of Suspension Compliance Characteristics," SAE Paper NO. 970104, 1997.
13. Wolfram,S., Mathematica, Addison Wesley, 1991.
14. Haug, E.J., Computer-Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems Vol. I: Basic Method, Allyn and Bacon, 1989.
15. G. N. Vanderplaats, Copes/ADS - A Fortran Control Program for Engineering Synthesis Using The ADS Optimization Program, Engineering Design Optimization, Inc. , 1985.
16. Haug, E.J., Choi, K.K., and Komkov, v., Design Sensitivity Analysis of Structural Systems, Academic Press, New York, 1986.
17. Bae,D.S., and Haug,E.J., "A Recursive Formulation for Constrained Mechanical System Part II-Closed Loop Systems," Mechanics of Structures and Mechanics, Vol.15, No.4, 1987.

부 록

정적설계인자의
일반좌표 및 설계변수에 의한 표시

$$\text{Toe} = \tan^{-1} \frac{\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_0 \mathbf{e}_3}{\mathbf{e}_0^2 + \mathbf{e}_1^2 - 0.5}$$

$$\text{Camber} = \tan^{-1} \frac{\mathbf{e}_2 \mathbf{e}_3 - \mathbf{e}_0 \mathbf{e}_1}{\mathbf{e}_0^2 + \mathbf{e}_3^2 - 0.5}$$

$$\text{Caster} = \tan^{-1} \frac{F_x - C_x}{F_z - C_z}$$

$$\text{KPI} = \tan^{-1} \frac{F_y - C_y}{F_z - C_z}$$

Fig. 5에서 보는 바와 같이 F는 스트럿이 차체에 연결되는 점의 좌표로 상수이고, C는 콘트롤암의 볼조인트가 휠에 연결되는 좌표로 다음과 같이 설계변수와 일반좌표의 함수로 표현된다.

$$C = r_w + A_w s'_C$$