

論文99-36S-6-7

이득계획제어에 의한 자기부상시스템의 부상제어기 설계

(A Design of Suspension Controller for Magnetic Levitation System Using Gain Scheduling Control)

邊 允 燮 *, 趙 泰 信 **, 金 永 喆 **

(Yeun Sub Byun, Tae Shin Cho, and Young Chol Kim)

요 약

본 논문에서는 자기부상시스템의 부상제어기 설계방법을 제시한다. 국내에서는 여러 이점을 갖는 상전도 부상방식에 관한 연구가 주로 수행되고 있다. 그러나 이 상전도 부상시스템은 높은 비선형성과 불안정성을 갖기 때문에 여러 외부조건에 대해서 견실한 안정도와 높은 정밀도를 유지하는 부상제어기 설계는 매우 어려운 문제이다. 본 논문에서는 극배치방식에 근거한 이득계획제어 설계기법과 LQG방식에 근거한 이득계획 제어 설계기법을 제시하고 제어성능을 모의실험을 통하여 보인다.

Abstract

In this paper, we propose design methods of suspension controller for magnetically levitated system(MAGLEV). In the interior, the study of Electromagnetic Suspension(EMS) which has several advantages is chiefly achieved but, because the EMS has highly nonlinear and unstable property it is difficult to design the suspension controller maintaining stability and high performance. Here a Gain Scheduling Control(GSC) based on pole-placement scheme and on linear quadratic gaussian(LQG) design is separately presented. The several control performance is shown by simulation.

I. 서 론

국내에서 연구되고 있는 상전도 자기부상 시스템은 본질적으로 높은 비선형성과 불안정 특성을 갖기 때문에, 여러 가지 외부조건에 대해 견실한 안정도와 높은

정밀성을 유지하도록 부상제어기를 설계하는 것은 매우 어려운 문제이다. 이 부분은 자기부상열차의 핵심 기술로서 여러 가지 제어방식이 제시되었으며, 주로 한 동작점에 대해 선형근사화한 모델에 근거하여 설계된 선형제어기 구조를 갖는다. 그런데 이러한 방식은 수행시 일어나는 각종 외란과 자체의 비선형성으로 인해 안정도 보장이 어렵고 제어성능 또한 만족시키기 어렵다. 최근 DSP 기술을 적용한 적응제어^[1]와 비선형제어기^[2]가 제시되어 강인성 문제를 크게 개선시켰다. 본 논문은 자기부상시스템의 핵심 기술로써 보다 강인하고 안정한 부상제어기를 설계하는 것이 목적이다. 본 논문에서는 이득계획제어(Gain Scheduling Control :GSC)방식^[5]에 근거하여 두 가지 부상제어방식을 제시한다. 첫 번째로 전상태 피드백에 의한 극배치(pole placement)방식을 이용하여 이득제

* 正會員, 韓國鐵道技術研究院

(Korea Railroad Research Institute)

** 正會員, 忠北大學校 工科大学 電氣電子工學部

(School of Electrical and Electronics Engineering, Chungbuk National Univ.)

* 본 연구는 과학기술부 특정연구개발사업(과제번호 : 97-I-01-03-A-101)의 지원으로 이루어졌음.

接受日字:1999年1月4日, 수정완료일:1999年4月30日

획제어기를 설계한다^[3]. 우선 제어기를 포함하는 페루프 선형화 시스템의 특성 방정식과 원하는 조건을 갖도록 설계된 특성 방정식과의 관계에 의해서 계획변수를 포함하는 선형이득을 구하고 최종적으로 이를 포함하는 극배치 이득계획제어기를 얻는다. 두 번째로 LQG구조에 의한 이득계획제어기 설계방식을 제시한다^[6]. LQG보상기는 모델 기준 보상기(Model Based Compensator:MBC)의 구조를 갖는데, 외란 및 센서잡음이 실제 혹은 가상적인 확률입력으로 주어진다. 여기서 선형화 모델에 대해 연속칼만필터(continuous Kalman filter)가 설계되고 LQ최적제어 문제를 해결함으로써 시스템의 공칭 안정도와 수학적으로 정의된 가격함수를 최적화하는 동적 피드백 제어시스템을 설계한다. 여기서 연속칼만필터가 사용되는 이유는 임의의 빠른 파라미터(계획변수)의 변화에 안정하도록 하기 때문이다^[7]. 본 논문에서 제시된 두가지 제어방식의 제어성능을 실험하기 위해 부상무게의 변화와 주행중 받을 수 있는 다양한 외란을 고려한 동 조건하에서 시뮬레이션 하였다.

II. 이득계획제어에 의한 자기부상제어

1. 단일자석 자기부상시스템의 모델링

SMLS(Single Magnet Levitation Systems)는 자기부상열차의 가장 기본적인 시스템으로 비제어시 불안정성 특성을 갖는다. 그림 1은 단일자석 부상시스템을 표현한 것이다.

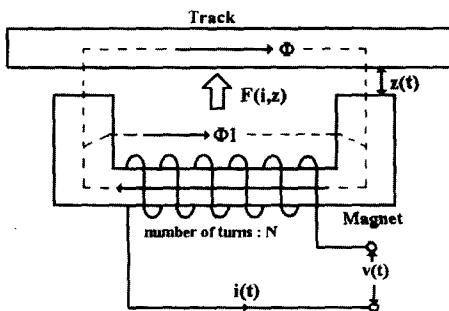


그림 1. 단일자석 부상시스템
Fig. 1. Single Magnet Levitation Systems(SMLS).

그림 1의 SMLS에서 누설자속과 자심(magnet core)의 리턴스(reluctance)를 무시하면 전기적, 기계적 운동의 평형관계로부터 다음의 비선형 동특성 모

델식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{z} = -\frac{1}{m} F(i, z) + g + \frac{1}{m} f_d(t) \tag{1}$$

$$\dot{i}(t) = \frac{\dot{z}(t)\dot{i}(t)}{z(t)} + \frac{2z(t)}{\mu_0 N^2 A} (V(t) - Ri(t)) \tag{2}$$

여기서, $f_d(t)$ 는 외란 입력, R 은 전자석 회로의 전저항, g 는 중력 가속도, m 은 자석의 무게, $F(i, z) = \frac{\mu_0 N^2 A i^2}{4 z^2}$ 는 전자석의 흡인력, $z(t)$ 는 전자석과 트랙사이의 공극, μ_0 는 유전율, N 은 코일의 회전수, A 는 자석의 단면적, i 는 코일에 흐르는 전류, V 는 코일에 가해진 전압이다.

식(1)에서 부상시스템에 미치는 외란 $f_d(t)$ 는 부상무게(m)에만 영향을 주는 것으로 가정한다.

수식의 단순화를 위해 식(1), (2)를 비선형 상태방정식으로 다음과 같이 표현한다.

$$\dot{x}(t) = f[x(t), u(t), f_d(t)] \tag{3}$$

$$y(t) = h[x(t)]$$

여기서,

$$x^T(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t)] = [z(t) \ \dot{z}(t) \ i(t)]$$

$$u(t) = V(t)$$

위와 같이 상태변수로는 공극 $z(t)$, 공극속도 $\dot{z}(t)$, 전류 $i(t)$ 를 선정하였다.

2. 이득계획제어방식의 구성

이득계획제어방식은 항공제어분야 및 화학공정과 같은 높은 비선형 시스템에 대해 적용되어온 방식으로 특별한 형태의 비선형 피드백 제어인데 시스템의 동특성이 동작영역에 따라 변하는 비선형에 특히 유용한 방식이다. 이 방식은 동작조건이 “계획변수(scheduling variable)”라는 외부 신호 또는 변수에 의해 정의된다. 이득계획제어방식은 다음과 같이 요약된다. 첫 번째 단계는 몇 개의 동작 점에 대해서 비선형 모델을 선형화 하는 것이다. 두 번째 단계로 선형화 모델에 대해 원하는 페루프 동작특성을 갖도록 선형제어기 설계방법이 적용된다. 마지막 단계에서는 선형제어기의 이득계수를 실시간 감지되는 동작조건에 따라 보정되도록 계획함수로 나타내는 일이다. 이 방식을 SMLS 적용하기에 앞서 요하는 가정 및 동작점

관계는 다음과 같다.

먼저 식(1)에서 시스템에 미치는 외란 $f_d(t)$ 를 유한 입력으로 가정한다.

$$F_d := \{ f_d(t) \mid f_d(t) \in [f_d^-, f_d^+], t \geq 0 \} \quad (4)$$

그리고 동작점 벡터 $\bar{x}(\bar{f}_d)$ 군을 상태변수 형태로 표현하면

$$\bar{x}(\bar{f}_d) = [z_0 \quad 0 \quad i_0] \quad (5)$$

여기서, $i_0 = z_0 \sqrt{\frac{4(mg + \bar{f}_d)}{\mu_0 N^2 A}}$, $\bar{f}_d \in F_d$,

위의 동작점 벡터를 동특성식(1), (2)에 적용하면 일정한 외란 \bar{f}_d 와 동작점 (i_0, z_0) 에서 동적모델의 평형식은 다음과 같다.

$$F(i_0, z_0) = \frac{\mu_0 N^2 A}{4} \frac{i_0^2}{z_0^2} = mg + \bar{f}_d \quad (6)$$

$$V_0 = R i_0$$

동작 조건이 외부 외란 \bar{f}_d 의 함수로 표현되므로 $f_d(t)$ 를 계획변수로 선택한다.

이득 계획제어법칙을 다음 식으로 놓는다.

$$u(t) = K(x(t), f_d(t)) \quad (7)$$

여기서 $K(\cdot, \cdot)$ 는 각 일정한 \bar{f}_d 에 대해서 페루프 시스템이 일정한 $\bar{x}(\bar{f}_d)$ 를 갖도록 하는 것과 선형화된 페루프 시스템이 근사적 안정이 되도록 하는 평활함수(smooth function)이다. $\bar{f}_d \in F_d$ 에 대해 페루프 시스템의 동작점 $\bar{x}(\bar{f}_d)$ 의 존재는 평활함수 $\bar{x}(\bar{f}_d)$ 와 $\bar{u}(\bar{f}_d)$ 가 다음을 만족한다는 것을 의미한다.

$$f(\bar{x}(\bar{f}_d), \bar{u}(\bar{f}_d), \bar{f}_d) = 0 \quad (8)$$

$$\bar{u}(\bar{f}_d) = K(\bar{x}(\bar{f}_d), \bar{f}_d) = R z_0 \sqrt{\frac{4(mg + \bar{f}_d)}{c}} \quad (9)$$

$$y(\bar{f}_d) = z_0, \quad c = \mu_0 N^2 A \quad (10)$$

위의 가정과 조건하에서 이득계획방식을 적용하기 위한 첫 단계로 우선 식(3)으로 주어진 비선형 상태방정식을 계획변수 $\bar{f}_d \in F_d$ 에 대해 선형 근사화된 페루프 시스템을 다음 같이 구한다.

$$\Delta \dot{x}(t) = A(\bar{f}_d) \cdot \Delta x(t) + B \cdot \Delta u(t) + D \cdot \Delta f_d(t) \quad (11)$$

$$\Delta u(t) = K_1^T(\bar{f}_d) \cdot \Delta x(t) + K_2^T(\bar{f}_d) \cdot \Delta f_d(t) \quad (12)$$

$$\Delta y(t) = C \cdot \Delta x(t) \quad (13)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \Delta x(t) &= x(t) - \bar{x}(\bar{f}_d), \quad \Delta u(t) = u(t) - \bar{u}(\bar{f}_d), \\ \Delta f_d(t) &= f_d(t) - \bar{f}_d \end{aligned} \quad (14)$$

$$A(\bar{f}_d) = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{\bar{x}(\bar{f}_d), \bar{u}(\bar{f}_d), \bar{f}_d} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{2(mg + \bar{f}_d)}{mz_0} & 0 & -\frac{\sqrt{c(mg + \bar{f}_d)}}{mz_0} \\ 0 & \sqrt{\frac{4(mg + \bar{f}_d)}{c}} & -\frac{2Rz_0}{c} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$B^T = \frac{\partial f}{\partial u} \Big|_{\bar{x}(\bar{f}_d), \bar{u}(\bar{f}_d), \bar{f}_d} = [0 \quad 0 \quad \frac{2z_0}{c}]$$

$$D^T = \frac{\partial f}{\partial f_d} \Big|_{\bar{x}(\bar{f}_d), \bar{u}(\bar{f}_d), \bar{f}_d} = [0 \quad \frac{1}{m} \quad 0]$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0]$$

$$i_0 = z_0 \sqrt{\frac{4(mg + \bar{f}_d)}{c}}$$

선형화된 제어기 계수는 아래와 같이 주어진다.

$$K_1^T(\bar{f}_d) = \frac{\partial K}{\partial x} \Big|_{\bar{x}(\bar{f}_d), \bar{f}_d} = [K_{11}(\bar{f}_d) \quad K_{12}(\bar{f}_d) \quad K_{13}(\bar{f}_d)] \quad (16)$$

$$K_2^T(\bar{f}_d) = \frac{\partial K}{\partial f_d} \Big|_{\bar{x}(\bar{f}_d), \bar{f}_d}$$

Rugh의 방식^[5]을 이용하여, $\bar{f}_d = f_d(t)$ 로 놓고 식(12), (14)로부터 이득계획제어칙을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$u(t) = K_1^T(f_d(t)) [x(t) - \bar{x}(f_d(t))] + \bar{u}(f_d(t)) \quad (17)$$

제어기 이득 $K_1^T(\bar{f}_d)$ 은 다양한 선형제어기법을 이용하여 설계할 수 있지만 본 논문에서는 극배치 방식에 의한 이득계획제어기법과 LQG구조에 의한 이득계획제어기를 설계한다. 우선 설계하는 과정에서 승객 수에 따라 변하는 부상무게의 불확실성을 고려하기 위해서, 무게 $m \in [m^-, m^+]$ 로 나타내고(여기서, m^- 와 m^+ 은 각각 m 의 최소, 최대값을 표시함), m_0 는 부상무게의 공칭값을 나타내기로 한다. 그러나 계획변수

로 선택한 외란신호 $f_d(t)$ 는 실제로 측정할 수 없기 때문에 김 영철등^[3]은 시스템의 동특성식으로 부터 유도된 다음의 외란추정자를 이용하였다.

$$\hat{f}_d(t) = m_0 \ddot{z}(t) + \frac{c}{4} \left(\frac{\dot{z}(t)}{z(t)} \right)^2 - m_0 g \quad (18)$$

자기부상 시스템에서는 통상 $[\ddot{z}, z, i]$ 를 측정하기 때문에 추정자(식(18))를 구성하기 위하여 변수를 추가로 측정해야할 필요는 없다.

III. 극배치 방식에 의한 이득계획제어

전 상태 피드백에 의한 극배치(Pole Placement) 방식의 이득계획제어기 구조는 그림 2와 같이 표현된다.

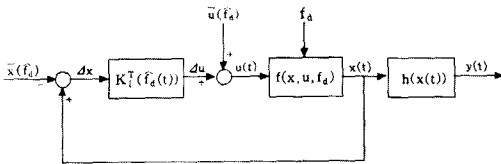


그림 2. 극배치 기법에 의한 이득계획제어구조
Fig. 2. Structure of Pole Placement-GSC.

식(11), (12)에서 페루프선형화 시스템의 특성방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\Delta(s) = \det[sI - (A + BK_1^T(\hat{f}_d))] = s^3 + \delta_2 s^2 + \delta_1 s + \delta_0 \quad (19)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \delta_0 &= 2K_{11} \sqrt{\frac{mg + \hat{f}_d}{cm^2}} - \frac{4}{cm} (R - K_{13})(mg + \hat{f}_d) \\ \delta_1 &= 2K_{12} \sqrt{\frac{mg + \hat{f}_d}{cm^2}} \\ \delta_2 &= \frac{2z_0}{c} (R - K_{13}) \end{aligned} \quad (20)$$

그리고 원하는 특성방정식을 다음과 같이 놓는다.

$$\Delta^*(s) = (s + a)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) = s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0 \quad (21)$$

여기서,

$$d_0 = a\omega_n^2, \quad d_1 = 2a\zeta\omega_n + \omega_n^2, \quad d_2 = a + 2\zeta\omega_n \quad (22)$$

식(20)에서 \bar{f}_d 와 m 을 $\hat{f}_d(t)$ 와 m_0 로 대치하고 극배치방식을 적용하면 선형이득 $K_1^T(\hat{f}_d(t)) = [K_{11}(\hat{f}_d(t)) \ K_{12}(\hat{f}_d(t)) \ K_{13}(\hat{f}_d(t))]$ 는 식(19)~(22)로부터 다음과 같이 주어진다.

$$K_{11}(\hat{f}_d(t)) = \frac{d_0}{2} \sqrt{\frac{cm_0^2}{m_0g + \hat{f}_d(t)}} + \frac{d_2}{z_0} \sqrt{c(m_0g + \hat{f}_d(t))} \quad (23)$$

$$K_{12}(\hat{f}_d(t)) = \frac{d_1}{2} \sqrt{\frac{cm_0^2}{m_0g + \hat{f}_d(t)}}$$

$$K_{13}(\hat{f}_d(t)) = R - \frac{cd_2}{2z_0}$$

결과적으로 극배치 이득계획제어기는 다음과 같이 주어진다.

$$u(t) = K_1^T(\hat{f}_d(t)) [x(t) - \bar{x}(\hat{f}_d(t))] + \bar{u}(\hat{f}_d(t)) \quad (24)$$

여기서,

$$\bar{x}(\hat{f}_d(t)) = [z_0 \ 0 \ z_0 \sqrt{4(m_0g + \hat{f}_d(t))/c}]^T$$

$$\bar{u}(\hat{f}_d(t)) = R z_0 \sqrt{4(m_0g + \hat{f}_d(t))/c}$$

IV. LQG구조에 의한 이득계획제어

1. LQG-이득계획제어기의 구조

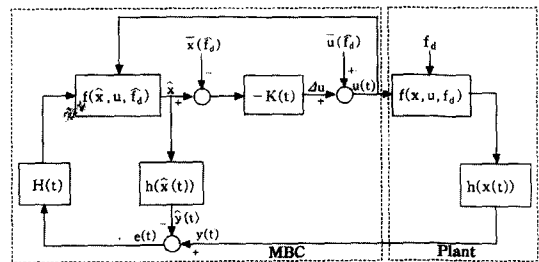


그림 3. LQG-이득계획제어의 구조
Fig. 3. Structure of LQG-GSC.

LQG 구조를 이용하는 목적은 우선 그 구조가 출력을 피드백함으로써 시스템의 상태변수를 모두 측정할 필요가 없으며 제어칙 $u(t)$ 가 칼만필터(Kalman Filter)에 의해 추정된 상태변수 $\hat{x}(t)$ 를 사용함으로써 측정잡음의 영향을 줄일 수 있다. 또한 모델기준 보상

기(Model Based Compensator ; MBC)는 연속칼만 필터(continuous Kalman filter)를 사용하여 시스템의 상태추정을 원활히 하며 파라미터(계획변수 또는 외란)의 빠른 변화에도 안정할 수 있게 하는데 있다^[7].

우선 비선형 상태방정식(식(3))에 대한 선형 근사화 개루프 시스템의 상태공간 모델식을 다시 쓰면 다음과 같다. 다음 식들의 각 표기의 정의는 식(14)이하의 정의와 동일하다.

$$\Delta \dot{x}(t) = A(\bar{f}_d) \cdot \Delta x(t) + B \cdot \Delta u(t) + D \cdot \Delta f_d(t) \quad (25)$$

$$\Delta y(t) = C \cdot \Delta x(t) + n(t) \quad (26)$$

여기서, 외란 $\Delta f_d(t) : E[\Delta f_{d1} \Delta f_{d2}^T] = VS(T - \tau), V = V^T > 0$

센서잡음 $n(t) : E[n(t)] = 0$
 $E[n(t)n^T(\tau)] = U\delta(t - \tau),$
 $U = U^T > 0$

MBC의 동적특성을 얻기 위하여, 플랜트 상태벡터 $x(t)$ 와 같은 차원의 보상기 상태벡터를 $\hat{x}(t) \in R^3$ 로 놓으면 MBC의 상태공간 모델식을 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t), \hat{f}_d(t)) + H(t)[y(t) - \hat{y}(t)] \quad (27)$$

$$\hat{y}(t) = h(\hat{x}(t))$$

식(27)에서 각 일정한 외란 \bar{f}_d 에 대한 선형화된 보상기는 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$\Delta \dot{\hat{x}}(t) = [A(\bar{f}_d) - BK(\bar{f}_d) - H(\bar{f}_d)C] \Delta \hat{x}(t) + H(\bar{f}_d) \Delta y(t) \quad (28)$$

$$\Delta u(t) = -K(\bar{f}_d) \Delta \hat{x}(t) \quad (29)$$

여기서, 플랜트의 선형화된 상태방정식과 보상기의 선형화 상태방정식을 결합하여 행렬로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x}(t) \\ \Delta \dot{\hat{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(\bar{f}_d) & -BK(\bar{f}_d) \\ H(\bar{f}_d)C & A(\bar{f}_d) - BK(\bar{f}_d) - H(\bar{f}_d)C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x(t) \\ \Delta \hat{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} \Delta f_d(t) \quad (30)$$

MBC를 이용한 선형화 페루프 제어시스템의 공칭

안정도가 보장되기 위해서는 식(30)으로 표현되는 $2n$ 차 시스템의 고유값의 실수부가 음수이어야 한다. 즉,

$$Re \lambda_i[A_{CL}] < 0, \quad i=1, 2, \dots, 2n \quad (31)$$

여기서,

$$A_{CL} = \begin{bmatrix} A(\bar{f}_d) & -BK(\bar{f}_d) \\ H(\bar{f}_d)C & A(\bar{f}_d) - BK(\bar{f}_d) - H(\bar{f}_d)C \end{bmatrix}$$

위 식에서 시스템을 안정하게 하는 설계파라미터 $H(\bar{f}_d)$ 와 $K(\bar{f}_d)$ 의 선정 관계를 명료하게 하기 위해 새로운 상태벡터 $\Delta w(t)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\Delta w(t) = \Delta x(t) - \Delta \hat{x}(t) \quad (32)$$

이때 식(30)으로부터 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\Delta \dot{w}(t) = [A(\bar{f}_d) - H(\bar{f}_d)C] \Delta w(t) + D \cdot \Delta f_d(t) \quad (33)$$

위 식으로부터 벡터 $\Delta w(t)$ 의 동역학은 상태벡터 $\Delta x(t)$ 의 동역학에 전혀 영향을 받지 않는다는 것을 알 수 있다. 또한 식(30)과 식(32)으로부터 상태벡터의 동적특성을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta \dot{x}(t) = [A(\bar{f}_d) - BK(\bar{f}_d)] \Delta x(t) + B \cdot K(\bar{f}_d) \Delta w(t) + D \cdot \Delta f_d(t) \quad (34)$$

이때 상태벡터 $\Delta x(t)$ 와 $\Delta w(t)$ 로 표시되는 선형화 페루프 시스템의 상태공간 모델식의 제차항만을 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x}(t) \\ \Delta \dot{w}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(\bar{f}_d) - BK(\bar{f}_d) & BK(\bar{f}_d) \\ 0 & A(\bar{f}_d) - H(\bar{f}_d)C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x(t) \\ \Delta w(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} \Delta f_d(t) \quad (35)$$

식(35)의 페루프 시스템의 고유값은 다음 특성 방정식의 근으로부터 구할 수 있다.

$$\det \begin{bmatrix} A(\bar{f}_d) - BK(\bar{f}_d) & BK(\bar{f}_d) \\ 0 & A(\bar{f}_d) - H(\bar{f}_d)C \end{bmatrix} = \det(\lambda I - A(\bar{f}_d) + BK(\bar{f}_d)) \cdot \det(\lambda I - A(\bar{f}_d) + H(\bar{f}_d)C) = 0 \quad (36)$$

위 식(36)으로부터 선형화된 페루프 시스템의 공칭 안정도가 보장되기 위해서는 다음 두 조건이 성립되도록 $K(\bar{f}_d)$, $H(\bar{f}_d)$ 를 선정해야만 한다.

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \lambda_i [A(\bar{f}_d) - BK(\bar{f}_d)] < 0, \quad i=1, 2, \dots, n \\ \operatorname{Re} \lambda_i [A(\bar{f}_d) - H(\bar{f}_d)C] < 0, \quad i=n+1, n+2, \dots, 2n \end{aligned} \quad (37)$$

선형화된 식(25), (26)에서 $[A, B]$ 가 안정가능하고 $[A, C]$ 가 검출가능하다면 최적추정(Kalman 필터 문제)과 최적제어 이론(LQ상태 피드백 문제)을 이용한 MBC 제어시스템은 공칭 안정도를 보장할 뿐만 아니라 시스템의 성능과 안정도-강인성 문제도 어느 정도 보장할 수 있다^[8].

LQG 제어방법은 최적추정 및 최적제어이론을 이용한 모델 기준 보상을 설계하여 출력 피드백제어시스템을 구성하는 것이다. 따라서 LQG 제어시스템 설계는 LQ제어문제가 포함되어 있는 제어계인행렬 K 와 칼만필터문제가 포함되어 있는 필터계인행렬 H 를 적당히 선정하는 문제이다.

2. LQ알고리즘을 이용한 제어계인행렬 K 의 설계

LQ 레귤레이터의 제어 계인행렬 K 를 계산하는 절차는 다음과 같다. 우선 선형화 시스템 식(11)에서 $[A, B]$ 가 안정가능하다고 가정한다. 가격함수는 다음과 같이 놓는다.

$$J = \int_t^{\infty} \frac{1}{2} (\Delta x^T Q \Delta x + \Delta u^T R \Delta u) dt \quad (38)$$

여기서 R 은 양의 한정 대칭행렬($R = R^T > 0$)인 제어가중행렬이고 $Q = C^T C$ 는 양의 반한정 대칭 행렬($Q = Q^T \geq 0$)인 제어가중행렬이다.

이때 최적제어 문제는 상태방정식(식(25))의 구속조건 아래서 가격함수를 최소화하는 제어법칙을 찾는 문제이므로, 최적제어가 유일하게 존재할 뿐 아니라 실시간에서 모든 상태를 추정할 수 있다면 최적제어 법칙 $u(t)$ 를 다음과 같이 피드백형태로 실현시킬 수 있다.

$$\Delta u(t) = -K(\hat{f}_d(t)) \Delta x(t) = -K(\hat{f}_d(t)) [\hat{x}(t) - \bar{x}(\hat{f}_d(t))] \quad (39)$$

여기서 제어 계인 행렬 K 는

$$K(\hat{f}_d(t)) = R^{-1} B^T T(\hat{f}_d(t)) \quad (40)$$

그리고 T 는 양의 반한정 대칭행렬로서 다음과 같은 제어대수 리카티식의 유일한 해이다.

$$\begin{aligned} T(\hat{f}_d(t)) A(\hat{f}_d(t)) + A(\hat{f}_d(t))^T T(\hat{f}_d(t)) \\ + Q - T(\hat{f}_d(t)) B R^{-1} B^T T(\hat{f}_d(t)) = 0 \end{aligned} \quad (41)$$

3. 연속칼만필터를 이용한 칼만계인 H 의 설계

칼만 필터의 본 기능은 확정 제어입력 $u(t)$ 와 측정된 출력 $y(t)$ 를 칼만필터의 입력으로 하여 상태벡터 $x(t)$ 를 추정한 상태추정벡터 $\hat{x}(t)$ 를 실시간에 만드는 것인데, 여기서 시변 칼만계인을 쓰는 중요한 이유는 시변 칼만필터가 임의 빠른 파라미터 변화에 안정하도록 하기 때문이다^[5]. 우선 선형화된 시스템(11), (13)에서 $[A, C]$ 가 검출가능하다고 가정한다. 이때 설계 파라미터 H 의 계산절차는 다음과 같다. 임의 양의 한정 대칭행렬 U 를 선정한다.

$$U = U^T > 0$$

$[A, M]$ 이 안정가능인 임의 행렬 M 을 선정하면 가중행렬 $V = M^T M$ 의 값을 갖는다. 이때 V 는 양의 반한정 대칭 행렬이다. 즉,

$$V = V^T \geq 0$$

필터 대수리카티식에서 유일한 양의 반한정 대칭행렬 F 를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{F}(t) = A(\hat{f}_d(t)) F(t) + F(t) A(\hat{f}_d(t))^T \\ + D V D^T - F(t) C^T U^{-1} C F(t) \end{aligned} \quad (42)$$

필터 대수리카티식의 해로부터 필터계인행렬 H 를 선정한다.

$$H(t) = F(t) C^T U^{-1} \quad (43)$$

위 가정 아래서 칼만 필터의 특성에 따라 다음 식이 보장된다.

$$\operatorname{Re} \lambda_i [A(\hat{f}_d(t)) - H(t)C] < 0, \quad i=1, 2, 3, \dots, n \quad (44)$$

결과적으로 식(9), 식(18)과 식(39)를 이용하여 SMLS를 위한 LQG-GSC의 제어칙은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u(t) &= \bar{u}(\hat{f}_d(t)) + \Delta u(t) \\ &= \bar{u}(\hat{f}_d(t)) - K(\hat{f}_d(t)) [\hat{x}(t) - \bar{x}(\hat{f}_d(t))] \end{aligned} \quad (45)$$

V. 시뮬레이션 및 검토

시뮬레이션은 잘 알려진 Sinha의 실험실 모델^[10]에 대해서 실행되었으며 모델의 데이터는 다음과 같다.

$$i_0 = 2 [A] , \quad z_0 = 1.5 [mm] ,$$

$$m_0g = 44 [N] \quad (g : \text{중력}) ,$$

$$c = \mu_0 N^2 A = 9.9 \times 10^{-5}$$

첫째로 SMLS를 위한 극배치방식에 의한 이득계획 제어의 설계 조건은 다음을 만족하는 것으로 고려한다.

- (i) 제동비 ≥ 0.707
- (ii) 부상 고유 주파수 ≈ 10 Hz

식(21)에서 위 설계조건을 만족하도록 원하는 특성 다항식의 파라미터를 $\alpha = 150, \zeta = 0.707, \omega_n = 70/0.707$ (즉, $d_0 = 1470 \times 10^3, d_1 = 30800, d_2 = 290$)로 선택함으로써 선형제어이득(식(23))과 이득계획제어치(식(24))을 구할 수 있다.

둘째로 LQG 구조에 의한 이득계획제어에서 대수 리카티방정식의 해를 구하기 위해 사용 된 가중행렬은 다음과 같다.

LQ 알고리즘을 이용한 제어게인행렬 K 설계를 위해 식(38)에서 필요한 가중행렬은 $Q = 100I_3, R = 100I_3$ (I_3 :3차 단위행렬)로 사용하였다.

또한 연속 칼만필터를 이용한 칼만게인 H의 설계를 위해 식(42)에서 필요한 가중행렬은 $U = 0.01, V = 1$ 로 사용하였다.

두 방식에서 불확실한 무게의 범위는 공칭값에서 70%와 150%로 변했을 경우와 측정잡음이 첨가될 경우 등에 대해서 실행하였다. 또한 외란으로는 사인파, 스텝, 일반함수등 3가지 형태에 대해 시험되었다. 전체 모의실험 시간은 0.5초 동안 시행하였다.

시험외란의 주 형태는 다음과 같으며 이 외의 다른 외란이 취해져 제어성능이 평가되었다.

$$\text{Type 1. (스텝): } f_d(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq 0.3 \\ 22[N] & 0.3 < t \leq 0.5 \end{cases}$$

Type 2. (일반함수):

$$f_d(t) = 22 \sin(2500e^t) \quad (0 \leq t \leq 0.5)$$

Type 3. (일반함수):

$$f_d(t) = 500t^3 \sin(2000e^t) + 20 \quad (0 \leq t \leq 0.5)$$

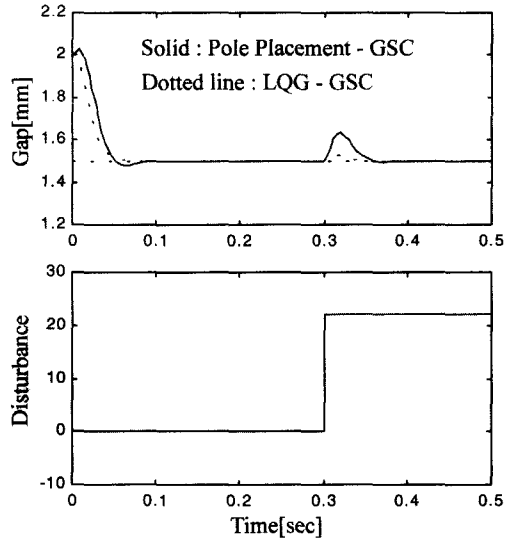


그림 4. LQG-이득계획제어기와 극배치 이득계획제어기의 성능

Fig. 4. Performances of LQG-GSC and Pole Placement-GSC (Disturbance Type 1).

그림 4는 부상무게의 50%에 해당하는 스텝 외란 (22 [N])을 0.3초에 인가했을 경우이다. 초기 2mm에서 시작하여 기준공극 1.5mm에 0.1초내에 도달하는 것과 스텝외란이 있는 0.3초 이하에서 기준 공극으로 수렴함을 보여주고 있다.

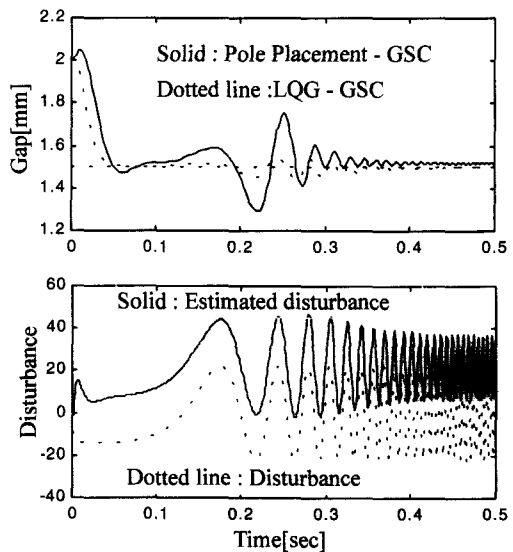


그림 5. LQG-이득계획제어기와 극배치 이득계획제어기의 성능

Fig. 5. Performances of LQG-GSC and Pole Placement-GSC (Disturbance Type 2, $m = 1.5m_0$).

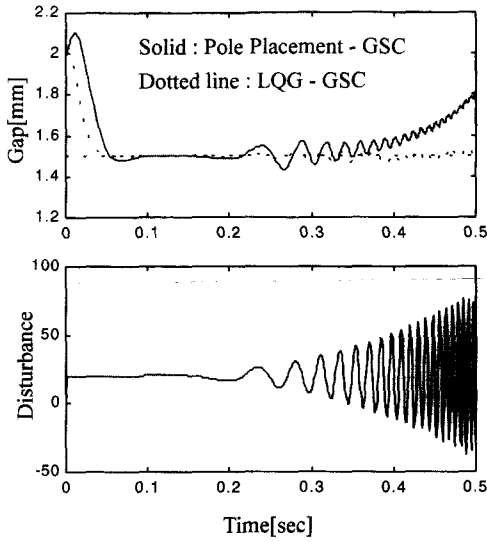


그림 6. LQG-이득계획제어기와 극배치 이득계획제어기의 성능
 Fig. 6. Performances of LQG-GSC and Pole Placement-GSC (Disturbance Type 3).

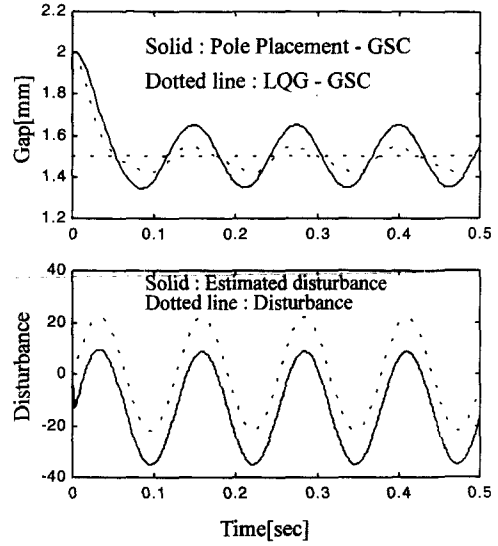


그림 8. LQG-이득계획제어기와 극배치 이득계획제어기의 성능
 Fig. 8. Performances of LQG-GSC and Pole Placement-GSC ($f_d(t) = 22 \sin(50t)$, $m = 0.7m_0$).

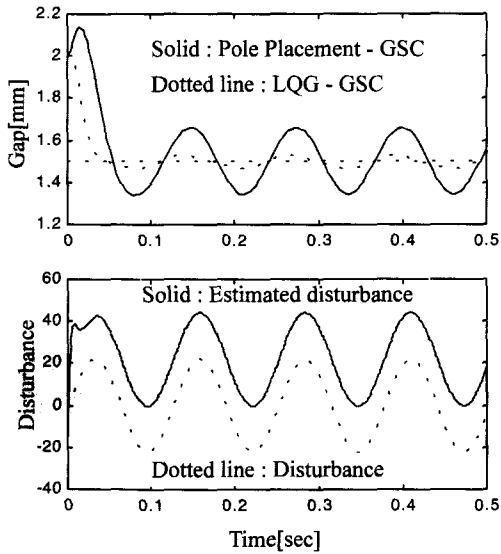


그림 7. LQG-이득계획제어기와 극배치 이득계획제어기의 성능
 Fig. 7. Performances of LQG-GSC and Pole Placement-GSC ($f_d(t) = 22 \sin(50t)$, $m = 1.5m_0$).

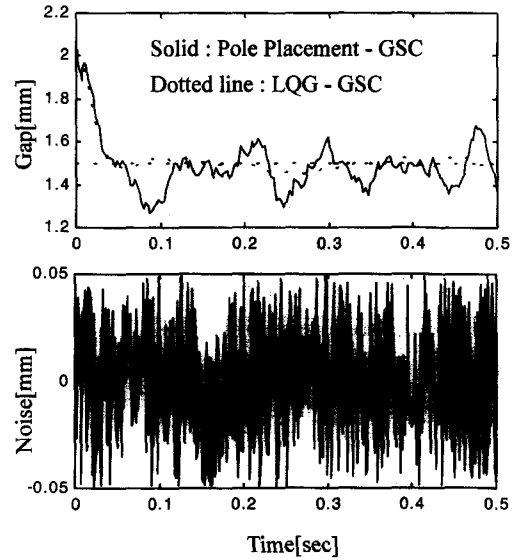


그림 9. LQG-이득계획제어기와 극배치 이득계획제어기의 성능
 Fig. 9. Performances of LQG-GSC and Pole Placement-GSC (measurement noise).

그림 5는 부상무게의 불확실성을 고려($m_g = m_0g \times 1.5$)한 경우이다. 외란은 진폭 $-22 \sim +22$ (공칭 부상무게의 $-50\% \sim +50\%$)를 갖고 주파수가 점차 증가되는 경우에 대하여 각 제어기의 모의실험 결과이다. 두 제어기는 높은 주파수대의 외란 보다 낮은 주파수대의 외란에 대해서 영향을 더 많은 영향을 받는다는 것을 알 수 있다.

그림 6은 외란이 진폭과 주파수가 점차 증가하는 경우의 모의실험결과이다. 극배치 이득제어기는 진폭이 커짐에 따라 기준 공극에서 벗어남을 알 수 있다.

그림 7은 부상무게가 공칭무게의 150% 증가시 외란 $f_d(t) = 22 \sin(50t)$ 이 작용한 경우로 앞의 모의실험에서 부상시스템이 가장 영향을 많이 받는 주파수의 외란을 작용시켜 두 방식의 제어성능을 보였다. 이 결과에서 보듯이 LQG-GSC가 더 좋은 성능을 보였다.

그림 8은 부상무게가 70%로 감소한 경우 위와 같은 외란 $f_d(t) = 22 \sin(50t)$ 이 작용했을 경우에 대한 결과이다. 부상무게가 감소함에 따라 오히려 제어성능이 두 제어기 모두 나빠짐을 알 수 있다.

그림 9은 외란이 없는 상태로 측정잡음(mean=0, peak to peak: $-0.05\text{mm} \sim +0.05\text{mm}$)이 두 제어기의 공극측정 쪽에만 첨가된 경우이다. 극배치 이득제어기는 심하게 진동하지만 LQG-GSC는 측정잡음이 있음에도 기준공극 유지함을 알 수 있다.

위 모의실험결과 LQG-GSC가 극배치 이득제어기 보다 훨씬 좋은 성능을 보였다. 특히 외란의 크기를 경우나 측정잡음에 대해서 기준공극을 유지함을 보였다.

VI. 결 론

상전도 자기부상시스템에서 가장 중요한 문제중의 하나는 실제적인 외란과 불확실성에 대해 강인한 제어기를 설계하는 것이다. 이러한 문제를 해결하기 위해 본 논문에서는 자기 부상제어시스템의 부상제어기 설계기법중 이득계획제어기 구조를 갖는 두 가지 방식을 제시하였다. 첫번째로 전상태 피드백에 의한 극배치방식을 이용하여 이득계획제어기를 설계하였다. 제어기를 포함하는 페루프 선형화 시스템의 특성 방정식과 원하는 조건을 갖도록 설계된 특성 방정식과의 관계에 의해서 계획변수를 포함하는 선형이득을 구하고 최종적으로 이를 포함하는 극배치 이득계획제어기를 얻었다.

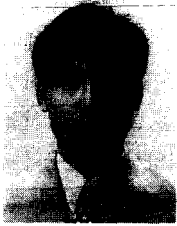
둘째로 안정도 및 제어성능 개선을 위한 방법은 출력 피드백에 의한 LQG 구조를 갖는데, 동작 조건이 외란에 따라 변함으로 이 외란을 이득계획 제어기의 이득계획 변수로 선정했다. 이 방식에서 LQG보상기는 모델 기준 보상기(MBC)의 구조를 갖는다. 여기서 외란 및 센서잡음이 실제 혹은 가상적인 확률입력으로 주어지고 이에 대해 임의의 빠른 파라미터(계획변수; 외란)의 변화에 안정하도록 연속칼만필터를 설계했다. 또한 LQ최적제어 문제를 해결함으로써 시스템을 수학적으로 정의된 가격함수를 최적화하는 동적 피드백 제어 시스템을 구성했다. 이렇게 설계된 제어기들의 제어성능 및 안정도 강인성을 보이기 위해 동 조건하에 시물레이션을 하였다. 이상의 결과들은 다양하게 연구되고 있는 자기부상열차의 부상제어기 설계에 유용하게 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

- [1] P. K. Sinha, "Real-time control of a nonlinear MAGLEV system using concurrent processing techniques," *Proc. Int. Conf. MAGLEV '89*, pp.417-422, 1989.
- [2] 진 주화의 2인, "비선형계환 선형화기법을 사용한 단일자석 부상제어기 개발," 전기학회 논문지, 41권 3호, pp. 292-299, 1992
- [3] Young-Chol Kim and K. H. Kim, "Gain scheduled Control of Magnetic Suspension System," *Proc. of ACC*, vol.3, pp.3127-3131, 1994.
- [4] B. V. Jayawant, et al.3, "Control and Dynamics of magnetically Suspended Vehicles," *The 7th IFAC World Congress*, pp.1325-1232, 1978.
- [5] W. J. Rugh, "Analytical framework for gain scheduling," *IEEE control systems*, vol.11, no.1, pp. 79-84, 1991.
- [6] 변 윤섭, 구 창설, 김 영철, "LQG구조를 갖는 이득계획제어 자기부상 시스템의 강인안정화," 한국자동제어학술회의 논문집, pp.1113-1116, 1995
- [7] J. S. Shamma, "Analysis and Design of Gain Scheduled Control Systems," *Doctoral Thesis, Dept. of Mechanical*

- Engineering*, MIT, 1988.
- [8] M. G. Safonov and M. Athans, "Gain and Phase Margins for Multivariable LQG Regulators," *IEEE Trans. on AC*, vol.AC-23, pp.717-725, 1977.
- [9] 진주화의 1인 "선형 이차형식 최적 제어 이론의 확장" 1991. 5
- [10] P. K. Sinha, *Electromagnetic Suspension : Dynamics and Control*, Peter Pergrinus, 1987.

 저 자 소 개



邊允變(正會員)

1967년 8월 17일생. 1994년 2월 대전산업대 전자공학과 졸업. 1996년 2월 충북대 전자공학과 졸업(석사). 1996년 ~ 현재 한국철도기술연구원 주임연구원



金永喆(正會員)

1954년 12월 29일생. 1981년 고려대 전기공학과 졸업. 1983년 서울대 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1987년 동대학원 전기공학과 졸업(공학박사). 1992년 ~ 1993년 미국 Texas A&M Univ. Post-Doctoral Fellow. 1988년 ~ 현재 충북대 전기전자공학부 교수. 1996년 ~ 1998년 전기공학회 편집위원



趙泰信(正會員)

1971년 2월 13일생. 1993년 2월 충북대 공대 전자공학과 졸업. 1995년 2월 충북대 전자공학과 졸업(석사). 1998년 3월 ~ 현재 충북대 전자공학과 박사과정