

# 에너지보존법칙을 이용한 전력계통 안정도 직접 해석법에서의 응용

論 文
48A - 10 - 5

## Direct Energy Method of Power System Stability Analysis and its Application by using Energy Conservation Law

李 庸 薰\* · 趙 炳 勳\*\* · 柳 憲 秀\*\* · 文 永 鉉\*\*\*  
(Yong-Hoon Lee · Byoung-Hoon Cho · Heon-Su Ryu · Young-Hyun Moon)

**Abstract** -Many papers have recently been presented to develop energy functions for power systems. However, earlier studies adopted case-by-case approaches, which failed to give a general approach to deal with various kinds of generator models. In this paper, two useful theorems are developed regarding the integral relationships of the generator power versus its phasor current and voltage. By using the proposed theorems, an exact energy conservation law can be derived from the complex integral. The proposed energy conservation law, which is free of the generator model, can be utilized to develop energy functions for various kinds of generator models including the speed governors and exciters. An illustrative example is given for a multimachine system with the Eq' model of generator. This thesis also shows a possibility of more accurate and fast stability analysis by using the proposed Energy Conservation Law.

**Key Words** : power system stability; direct energy method; multimachine system energy function; complex integral approach; energy integral; energy conservation law

### 1. 서 론

안정도 판별에서 최근 관심을 끌고 있는 방법은 에너지함수에 의한 직접해석법이다. 지금까지의 에너지함수에 관한 논문에서는 대부분이 저항이 없는 전력계통을 이용한 고전적인 발전기 모델을 사용하였다는 한계가 있었다. 구조보존 에너지개념[1,6]과 질량중심에너지분석[4]의 연구로 무효전력과 전송선로 저항[12-15]을 고려할 수 있어서 상당한 에너지함수의 발전을 가져왔다. 최근의 에너지함수의 성과들 중 하나는 전송선로에서 일정한 R/X비를 가진다는 가정 하에 다기계통에 대한 선로저항을 고려한 에너지함수이다.

그러나 이러한 접근법 역시 고전적인 발전기 모델에 근거하며 자속감쇄효과 고려에 있어서 문제점이 있다. 이것은 Sasaki[17]에 의하여 지적되어 졌으며 많은 사람들이 세부발전기모델[2-3,7-9]에 연관된 에너지함수 개발과, 조속기와 여자기를 고려한 에너지함수[11] 개발의 시도가 있었다. 그러나 이러한 방법들도 각각의 해당된 경우의 발전기모델에 근거한 접근법이어서 다양한 발전기모델이 적용되는 전력계통에 대한 체계적 에너지함수를 제공하는데 문제가 있다. 본 논문에서는 이러한 문제점 해결을 위해 전압과 페이저 전류를 유추한 발전기 전력의 적분관계에 관한 두 가지 유용한 정리가 개발되어 있다. 복소적분은 모션전압에 대한

모션전류방정식을 적분함으로써 얻어지며 여기서 유도된 에너지보존법칙으로 다기계통에서의 다양한 종류의 발전기 모델에 대한 일반적 에너지함수를 유도할 수 있다. 에너지보존법칙을 이용하여 유도된 에너지함수는 기존의 에너지함수와 비교 시에 보다 더 간략화 된 형태로 나타나며 이것은 정확하고 빠른 안정도판별에 이용될 수 있다.

### 2. 에너지보존법칙 및 에너지함수 유도

#### 2.1 발전기 입출력 관련 경로적분 정리

다기계통에서 각각의 발전기 페이저에 대한 표현은 다음과 같다.

$$E'_{Gi} = (E'_{di} + jE'_{qi}) e^{j(\delta_i - \omega t)} \quad (1.a)$$

$$V_{Gi} = (V_{di} + jV_{qi}) e^{j(\delta_i - \omega t)} \quad (1.b)$$

$$V_i = V_i e^{j\theta_i} \quad (1.c)$$

$$I_{Gi} = (I_{di} + jI_{qi}) e^{j(\delta_i - \omega t)} \quad (1.d)$$

$$\Psi_{Gi} = (\Psi_{di} + j\Psi_{qi}) e^{j(\delta_i - \pi/2)} \quad (1.e)$$

$$E'_{Gi} = (E'_{di} + jE'_{qi}) e^{j\omega t} \quad I_{Gi} = (I_{di} + jI_{qi}) e^{j\omega t}$$

$$V_{Gi} = (V_{di} + jV_{qi}) e^{j\omega t} \quad \Psi_{Gi} = (\Psi_{di} + j\Psi_{qi}) e^{j\omega t} \quad (2)$$

$$V_i = \sqrt{V_{di}^2 + V_{qi}^2} \quad (3)$$

\* 正 會 員 : 延世大 電氣工學科 碩士  
 \*\* 正 會 員 : 延世大 電氣工學科 博士課程  
 \*\*\* 正 會 員 : 延世大 電氣工學科 教授 · 工博  
 接受日字 : 1999年 1月 22日  
 最終完了 : 1999年 7月 16日

$V, E, \Psi$  : 각각의 발전기 단자전압, 유도전압과 내부 자속페이저이며 복소수 형태

$\sigma_i$  : 발전기와 계통기준과의 차이

대문자 : 계통기준,

소문자 : 발전기기준

여기서 발전기출력의 적분은 전류와 전압 페이저에 의한 복소선적분에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$\int_{\sigma_0}^{\sigma_i} (P_{Gi} d\theta_i + \frac{Q_{Gi}}{V_i} dV_i) = \int_{V_{G0}}^{V_{Gi}} \text{Im} \{ I_{Gi}^* dV_{Gi} \} \quad (\text{정리1})$$

$P_{Gi}, Q_{Gi}$  : 유효, 무효 발전기 출력

증명)

$$\begin{aligned} \int_{\sigma_0}^{\sigma_i} (P_{Gi} d\theta_i + \frac{Q_{Gi}}{V_i} dV_i) &= \int_{\sigma_0}^{\sigma_i} \text{Re} \left[ \frac{P_{Gi} + jQ_{Gi}}{V_i} (V_i d\theta_i - jdV_i) \right] \\ &= \int_{\sigma_0}^{\sigma_i} \text{Re} \left[ \frac{P_{Gi} + jQ_{Gi}}{V_i e^{j\theta_i}} d \left( \frac{V_i e^{j\theta_i}}{j} \right) \right] \\ &= \int_{V_{G0}}^{V_{Gi}} \text{Re} \left[ \frac{P_{Gi} + jQ_{Gi}}{V_{Gi}} \frac{dV_{Gi}}{j} \right] \\ &= \int_{V_{G0}}^{V_{Gi}} \text{Im} \{ I_{Gi}^* dV_{Gi} \} \end{aligned}$$

만약  $i$ 번째 발전기에 대한 발전기 고정자/계통망 과도 천이의 영향을 무시한다면, 다음과 같이 정리된다.

$$\int_{\sigma_0}^{\sigma_i} (P_{Gi} d\theta_i + \frac{Q_{Gi}}{V_i} dV_i) = \int_{\sigma_0}^{\sigma_i} P_{ei} d\delta_i + \int_{V_{G0}}^{V_{Gi}} (I_{di} dV_{qi} - I_{qi} dV_{di}) \quad (\text{정리2})$$

단 
$$P_{ei} = \frac{\omega^*}{\omega_s} (I_{qi} \Psi_{di} - I_{di} \Psi_{qi})$$

(정리2의 증명은 부록 참조)

발전기의 전력관계를 나타낸 식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_{ei} = P_{mi} - M_i \dot{\omega}_i - D_i \omega_i \quad (4)$$

단  $D_i$  : 발전기 댐핑계수

(정리 2)에 식(4)를 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \int_{\sigma_0}^{\sigma_i} (P_{Gi} d\theta_i + \frac{Q_{Gi}}{V_i} dV_i) \\ = \int_{\sigma_0}^{\sigma_i} P_{mi} d\delta_i - \frac{1}{2} M_i (\omega_i^2 - \omega_0^2) - \int D_i \omega_i^2 dt + \int_{V_{G0}}^{V_{Gi}} (I_{di} dV_{qi} - I_{qi} dV_{di}) \end{aligned} \quad (5)$$

## 2.2 에너지보존법칙

전력계통의 에너지함수는 등가역학모델(EMM)에서 축적된 에너지를 고려함으로써 구할 수 있다.

그런데 발전기 완전모델에서는 초기과도상태, 과도상태, 정상상태에 대하여 각각 두개의 리액턴스 성분을 가지고 있어서 발전기모델에 대한 실제 등가역학모델(EMM)을 개발하는데 난해하다. 본 논문에서는 에너지함수는 모션전류방정식의 적분관계를 고려함으로써 유도된다.

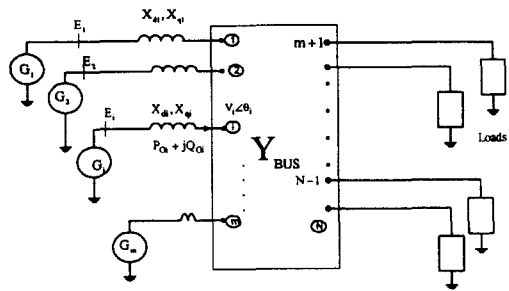


그림 1 다기모선 계통도

Fig. 1 Network representation of multibus system

다기모선계통의 회로에서 모션전류 및 전압은 다음과 같이 표현 가능하다.

$$I_{BUS} = Y_{BUS} V_{BUS} \quad (6)$$

$$V_{BUS} = \begin{bmatrix} V_G \\ V_{NG} \end{bmatrix} = [V_1 \ V_2 \ \Lambda \ V_N]^T \quad (7)$$

단  $V_G$  : 발전기의 페이저 전압벡터 (  $m$  차원)

$V_{NG}$  : 발전기가 없는 모선의 전압벡터 (  $n-m$  차원)

모선에 주입되는 전류벡터  $I_{BUS}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$I_{BUS} = I_G - I_L \quad (8)$$

$$Y_{BUS} V_{BUS} - I_G + I_L = 0 \quad (9)$$

(9)식은 복소적분 취하면

$$W = \int_{V_{BUS0}}^{V_{BUS}} [Y_{BUS} V_{BUS} - I_G + I_L]^* dV_{BUS} = 0 \quad (10)$$

$$W = \int_{V_{BUS0}}^{V_{BUS}} \left[ \sum_{i=1}^N \left( \sum_{j=1}^N Y_{ij}^* v_j \right) dv_i - \sum_{i=1}^m I_{Gi}^* dv_i + \sum_{i=1}^N I_{Li}^* dv_i \right] = 0 \quad (11)$$

여기서 적분경로  $c$  는 계통경로에 의한.

한편, 다음과 같은 일반적인 식이 성립한다.

$$V_i = V_i e^{j\theta_i} \quad (12.a)$$

$$I_{Gi}^* = \frac{P_{Gi} + jQ_{Gi}}{V_i} = \frac{P_{Gi} + jQ_{Gi}}{V_i} e^{-j\theta_i} \quad (12.b)$$

$$I_{Li}^* = \frac{P_{Li} + j(Q_{Li} - Q_{Ci})}{V_i} = \frac{P_{Li} + j(Q_{Li} - Q_{Ci})}{V_i} e^{-j\theta_i} \quad (12.c)$$

$$Y_{BUS} = [G_{ij} + jB_{ij}] \quad (12.d)$$

$$dV_i = e^{j\theta_i} dV_i + jV_i e^{j\theta_i} d\theta_i \quad (12.e)$$

여기서  $V_i$  :  $V_i$  의 최대모션전압

식(12)를 식(11)에 대입하여 풀면 허수부분이 다음과 같이 구해진다.

$$W_{IMAG} = \text{Im}[W]$$

$$= \int_{V_0, \theta_0}^{(V, \theta)} \left[ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left[ G_{ij} (V_j \sin \theta_j dV_i + V_i V_j \cos \theta_j d\theta_j) - B_{ij} (V_j \cos \theta_j dV_i - V_i V_j \sin \theta_j d\theta_j) \right] - \sum_{i=1}^m \left( P_{Gi} d\theta_i + \frac{Q_{Gi}}{V_i} dV_i \right) + \sum_{i=1}^N \left( P_{Li} d\theta_i + \frac{Q_{Li} - Q_{Ci}}{V_i} dV_i \right) \right] = 0$$

여기서  $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$  (13)

이  $B_{ij}$ -항들은 Double Summation의 성질을 이용하고 발전기 출력  $P_{Gi}$ 와  $Q_{Gi}$ 는  $P_{mi}$ 와 연관된 에너지항으로 바꿀 수 있으므로 다음과 같은 에너지보존법칙을 유도 할 수 있다.

$$\sum_{i=1}^m \frac{1}{2} M_i \omega_i^2 + \sum_{i=1}^N \left[ -\frac{1}{2} B_{ii} V_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N V_i V_j B_{ij} \cos \theta_{ij} \right] + \sum_{i=1}^N \int_{\theta_0}^{\theta} G_{ii} V_i^2 d\theta_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N G_{ij} \int_{(V_0, \theta_0)}^{(V, \theta)} (V_i V_j \cos \theta_{ij} d\theta_i + V_j \sin \theta_{ij} dV_j) - \sum_{i=1}^m \left[ \int_{\delta_{0i}}^{\delta_i} P_{mi} d\delta_i + \int_{V_{0i}}^{V_i} (I_{di} dV_{qi} - I_{qi} dV_{di}) \right] + \sum_{i=1}^N \left[ \int_{\theta_0}^{\theta} P_{Li} d\theta_i + \int_{V_0}^V \left( \frac{Q_{Li} - Q_{Ci}}{V_i} \right) dV_i \right] + \sum_{i=1}^m \left[ \int_{\omega_0}^{\omega_i} D_i \omega_i^2 dt \right] = C$$
 (14)

### 2.3 에너지함수

식(14)에서 시간적분항을 무시하면, 다음과 같은 에너지함수가 전력계통에서 구해진다.

$$E = \sum_{i=1}^m \frac{1}{2} M_i \omega_i^2 + \sum_{i=1}^N \left[ -\frac{1}{2} B_{ii} V_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N V_i V_j B_{ij} \cos \theta_{ij} \right] + \sum_{i=1}^N \int_{\theta_0}^{\theta} G_{ii} V_i^2 d\theta_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N G_{ij} \int_{(V_0, \theta_0)}^{(V, \theta)} (V_i V_j \cos \theta_{ij} d\theta_i + V_j \sin \theta_{ij} dV_j) - \sum_{i=1}^m \left[ \int_{\delta_{0i}}^{\delta_i} P_{mi} d\delta_i + \int_{V_{0i}}^{V_i} (I_{di} dV_{qi} - I_{qi} dV_{di}) \right] + \sum_{i=1}^N \left[ \int_{\theta_0}^{\theta} P_{Li} d\theta_i + \int_{V_0}^V \left[ \frac{Q_{Li} - Q_{Ci}}{V_i} \right] dV_i \right]$$
 (15)

### 에너지함수에 대한 시간도함수의 반부침성(Semi-negativeness)의 증명

에너지함수는 반부침성을 가져야하는데 증명방법은 다음과 같다. 식 (14)로 에너지함수 식(15)는 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$E = C - \sum_{i=1}^m \int D_i \omega_i^2 dt$$
 (16)

여기서,  $C = E(t_0) = E(\omega_0, \delta_0, V_0, \theta_0)$

시간에 대한 도함수는 다음과 같다.

$$\frac{dE}{dt} = - \sum_{i=1}^m D_i \omega_i^2 \leq 0$$
 (17)

위의 부등식은 다음과 미분연쇄법칙을 이용한 일반적인 방법을 통하여 확인할 수 있다.

$$\frac{dE}{dt} = \sum_i \frac{\partial E}{\partial \omega_i} \frac{d\omega_i}{dt} + \frac{\partial E}{\partial \delta_i} \frac{d\delta_i}{dt} + \frac{\partial E}{\partial V_i} \frac{dV_i}{dt} + \frac{\partial E}{\partial \theta_i} \frac{d\theta_i}{dt} + \frac{\partial E}{\partial V_{di}} \frac{dV_{di}}{dt} + \frac{\partial E}{\partial V_{qi}} \frac{dV_{qi}}{dt} = - \sum_i D_i \omega_i^2$$
 (18)

식(18)는 에너지함수의 시간에 대한 도함수를 구하는 유일한 방법인데 복잡한 편미분 계산과정을 필요로 한다. 여기서 중요한 사실은 위와 같은 복잡한 과정을 거치지 않고도 제안된 에너지법칙의 시간도함수는 반부침성을 가지고 있다는 것을 직관적으로 쉽게 유추 할 수 있다. 그러므로 제안된 법칙을 안정도 판별에 적용 시 빠르고 명확한 판별 기준이 될 수 있다는 것과 다양한 발전기모델의 안정도 판별에 강력한 도구로 이용 할 수 있다는 것을 보여준다.

위의 사실로부터, 에너지함수 식(15)은 전력계통에서 구조보존에너지함수(Preserved Structure Energy Function)와 같은 반부침성을 가지고 있으며, 따라서 에너지보존법칙(14)는 다양한 에너지함수를 유도하는 일반적인 접근법을 제공 하는데 적용할 수 있다.

### 3. 에너지함수 응용

제안된 에너지보존법칙은 일반적으로 사용되는 Eq-방법, 2축-방법, 4축-방법과 같은 일반적인 발전기 모델의 에너지함수를 유도하는데 적용될 수 있다. 위의 에너지보존법칙은 기계적입력  $P_{mi}$ , 발전기 단자전압  $V_{di}$ 와  $V_{qi}$ 의 변화에 영향을 받는 경로의존적분 항을 포함하고 있어서 조속기나 AVR( 자동 전압 조절기)에 의한 제어효과가 반영된 에너지함수의 개발에도 효과적으로 이용될 수 있다.

#### Eq-모델에 대한 에너지함수

Eq'-모델을 가진 다기계통에서 에너지적분의 유도를 고려해보자. 이 경우에는 발전기 전류분석을 쉽게 하기 위해서 발전기저항은 무시된다. 그러면 모든 발전기가 다음과 같은 형태로 표현 가능하다.

$$T_{di} \frac{dE'_{qi}}{dt} = -E'_{qi} - (X_{di} - X'_{di}) I_{di} + E_{fdi}$$
 (19)

$$M_i \frac{d\omega_i}{dt} = T_{mi} - E'_{qi} I_{qi} - (X_{qi} - X'_{qi}) I_{di} I_{qi} - D_i \omega_i$$
 (20)

$$I_{di} = \frac{(E'_{qi} - V_i \cos \delta_{Li})}{X'_{di}}$$
 (21.a)

$$I_{qi} = V_i \sin \delta_{Li} / X_{qi}$$
 (21.b)

$$P_{di} = E'_{qi} I_{qi} + (X_{qi} - X'_{di}) I_{di} I_{qi}$$
 (21.c)

여기서,  $\delta_{Li} = \delta_i - \theta_i = \text{Ang } E'_{qi} - \text{Ang } V_i$  : Load Angle

발전기 단자 전압은 다음과 같이 주어진다.

$$V_{qi} = E'_{qi} - X'_{di} I_{di}$$

$$V_{di} = X_{qi} I_{qi}$$
 (22)

식 (22)를 이용함으로써 다음 식을 쉽게 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & \int_{V_{q0}}^{V_{qi}} (I_{di} dV_{qi} - I_{qi} dV_{di}) \\
 & = \int_{E_{q0}}^{E_{qi}} I_{di} dE_{qi}' - \frac{1}{2} X_{di}' (I_{di}^2 - I_{di0}^2) - \frac{1}{2} X_{qi} (I_{qi}^2 - I_{qi0}^2) \quad (23)
 \end{aligned}$$

식 (23)에서 첫 번째 항은 식(19)에 대입하여 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & \int_{E_{q0}}^{E_{qi}} I_{di} dE_{qi}' = \int_{E_{q0}}^{E_{qi}'} \frac{1}{(X_{di} - X_{di}')} \left( -T_{doi}' \frac{dE_{qi}'}{dt} - E_{qi}' + E_{fdi}' \right) dE_{qi}' \\
 & = \frac{1}{(X_{di} - X_{di}')} \left[ -T_{doi}' \int \left( \frac{dE_{qi}'}{dt} \right)^2 dt - \frac{1}{2} (E_{qi}'^2 - E_{qi0}^2) + \int_{E_{q0}}^{E_{qi}'} E_{fdi}' dE_{qi}' \right] \quad (24)
 \end{aligned}$$

(23)식과 (24)식을 에너지보존법칙(14)식에 대입해서 풀면 다음과 같은 식이 된다.

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m M_i \omega_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left( X_{di}' I_{di}^2 + X_{qi} I_{qi}^2 + \frac{1}{(X_{di} - X_{di}')} E_{qi}'^2 \right) \\
 & + \sum_{i=1}^N \left[ -\frac{1}{2} B_{ii} V_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} V_j V_j B_{ij} \cos \theta_{ij} \right] + \sum_{i=1}^N \int_{\theta_{i0}}^{\theta_i} G_{ii} V_i^2 d\theta_i \\
 & + \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i} G_{ij} \int_{(\theta_{i0}, \theta_{j0})}^{(\theta_i, \theta_j)} (V_j V_j \cos \theta_{ij} d\theta_j + V_j \sin \theta_{ij} dV_j) \\
 & - \sum_{i=1}^m \left[ \int_{\delta_{i0}}^{\delta_i} P_{mi} d\delta_i - \frac{T_{doi}}{(X_{di} - X_{di}')} \int \left( \frac{dE_{qi}'}{dt} \right)^2 dt - \frac{1}{(X_{di} - X_{di}')} \int_{E_{q0}}^{E_{qi}'} E_{fdi}' dE_{qi}' \right] \\
 & + \sum_{i=1}^N \left[ \int_{\theta_{i0}}^{\theta_i} P_{Li} d\theta_i + \int_{V_{i0}}^{V_i} \left[ \frac{Q_{Li}(V_i) - Q_{Ci}(V_i)}{V_i} \right] dV_i \right] + \sum_{i=1}^m \int D_i \omega_i^2 dt \equiv C_i \quad (25)
 \end{aligned}$$

여기서 경로의존에너지함수를 구하기 위한 다음과 같은 가정이 필요하다.

- i) 모든 선로저항은 무시 가능
- ii) 모든 조속기와 여자기는 고정되어 있다. 모든  $P_{mi}$  와  $E_{fdi}$  는 상수이다.
- iii) 유효전력부하는 상수, 무효전력부하는 모션전압에 의존한다.

위의 가정으로 에너지함수를 구하면

$$\begin{aligned}
 E_i & = \sum_{i=1}^m \frac{1}{2} M_i \omega_i^2 - \sum_{i=1}^N \left[ \frac{1}{2} B_{ii} V_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} V_j V_j B_{ij} \cos \theta_{ij} \right] \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left[ X_{di}' I_{di}^2 + X_{qi} I_{qi}^2 + \frac{E_{qi}'^2}{(X_{di} - X_{di}')} \right] - \sum_{i=1}^m \frac{E_{fdi}' (E_{qi}' - E_{qi0})}{(X_{di} - X_{di}')} \\
 & + \sum_{i=1}^N \left[ -P_{mi} (\delta_i - \delta_{i0}) + P_{Li} (\theta_i - \theta_{i0}) + \int_{V_{i0}}^{V_i} \left( \frac{Q_{Li}(V_i) - Q_{Ci}(V_i)}{V_i} \right) dV_i \right] \quad (26)
 \end{aligned}$$

위의 에너지함수에서 발전기 전류  $I_{di}, I_{qi}$  는 (21.a)식과 (21.b)식에 대입하여 소거할 수 있다. 소거한 후 에너지함수는 Padiyar[3,4]에 의하여 발표된 에너지함수와 일치한다. 식(26)의 시간도함수의 반부칙성(semi-negativeness)도 다음과 같이 쉽게 증명된다.

$$\frac{dE_i}{dt} = - \sum_{i=1}^m \left[ D_i \omega_i^2 + \frac{T_{doi}}{(X_{di} - X_{di}')} \left( \frac{dE_{qi}'}{dt} \right)^2 \right] \leq 0 \quad (27)$$

선로저항이 고려된 경우에는, 식(26)에서 선로의 컨덕턴스와 결합된 경로의존적분 항으로서 에너지함수를 쉽게 얻을 수 있다. 또한 여기서 2축 발전기 모델에 대한 에너지함수도 쉽게 유도해 낼 수 있다는 것도 위의 식들을 확인해 보면 알 수 있다.

**조속기를 고려한 에너지함수**

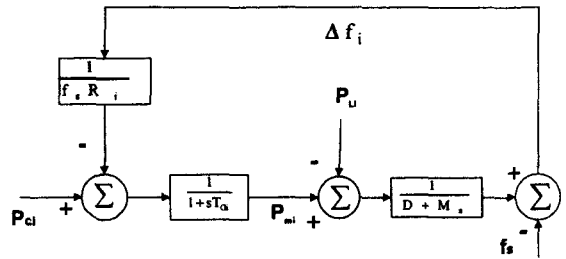


그림 2 1차 감쇄주파수제어계통  
Fig. 2 First-order reduced frequency control system

에너지함수의 또 다른 적용의 예로 조속기를 고려한 경우의 에너지함수에 대해 살펴보겠다. 그림 2에 조속기-터빈계통이 간략화 된 1차의 전달함수로 표현된 블록선도가 있다. 위의 블록선도에서 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{P}_{mi} = -\frac{1}{T_{Gi}} P_{mi} - \frac{1}{\omega_s R_i T_{Gi}} \omega_i + \frac{P_{ci}}{T_{Gi}} \quad (28)$$

여기서  $\omega_s = 2\pi f_s$ ,  $\omega_i = 2\pi(f_i - f_s)$

미소변화를 적용하면,

$$\begin{aligned}
 \Delta \dot{P}_{mi} & = -\frac{1}{T_{Gi}} \Delta P_{mi} - \frac{1}{\omega_s R_i T_{Gi}} \omega_i \\
 \text{단) } \Delta P_{mi} & = P_{mi} - P_{ci} \quad (29)
 \end{aligned}$$

$P_{mi}$  관계된 적분 항은 다음과 같이 구해진다.

$$\int_{\delta_{i0}}^{\delta_i} P_{mi} d\delta_i = P_{ci} (\delta_i - \delta_{i0}) + \int_{\delta_{i0}}^{\delta_i} \Delta P_{mi} d\delta_i \quad (30)$$

그리고

$$\begin{aligned}
 \int_{\theta_{i0}}^{\theta_i} \Delta P_{mi} d\theta_i & = \int_{\theta_{i0}}^{\theta_i} \Delta P_{mi} \omega_i dt \\
 & = \int_{\theta_{i0}}^{\theta_i} \Delta P_{mi} (-\omega_s R_i T_{Gi} \Delta \dot{P}_{mi} dt - \omega_s R_i \Delta P_{mi}) dt \\
 & = -\frac{1}{2} \omega_s R_i T_{Gi} (\Delta P_{mi}^2 - \Delta P_{i0}^2) - \int_{\theta_{i0}}^{\theta_i} \omega_s R_i \Delta P_{mi}^2 dt \quad (31)
 \end{aligned}$$

(31) 식을 (30)에 대입하면

$$c \int_{\delta_0}^{\delta_i} P_{mi} d\delta_i = P_{ci}(\delta_i - \delta_{i0}) - \frac{1}{2} \omega_s R_i T_{Gi} (\Delta P_{mi}^2 - \Delta P_{i0}^2) - \int_0^t \omega_s R_i \Delta P_{mi}^2 dt \quad (32)$$

이식을 쉽게 정리하기 위해  $P_{ci}$ 는 고정되었고  $P_{Li}$ 는 상수로 가정한다. 모든 모선전압과 발전기 내부전압  $E'_{qi}$  또한 상수로 취급한다. 발전기의 돌극성은  $X'_{qi} \equiv X'_{di}$ 라고 가정함으로써 무시한다. 위와 같은 가정은 일반적으로 과도안정도 해석에서 허용된 가정들이다. (32)식을 이러한 가정하에 에너지보존법칙(25)식에 대입하면 다음과 같은 에너지함수와 시간도함수를 유도해 낼 수 있다.

$$E_2 = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j B_{ij} V_i V_j \cos \theta_{ij} + \sum_{i=1}^m \left( \frac{1}{2} M_i \omega_i^2 - \frac{E'_{qi} V_{Li}}{x_{di}} \cos \delta_{Li} + \frac{1}{2} \omega_s R_i T_{Gi} \Delta P_{mi}^2 - P_{ci}(\delta_i - \delta_{i0}) \right) + \sum_{i=1}^N \int_{\delta_{i0}}^{\theta_i} P_{Li} d\theta_i \quad (33)$$

$$\frac{dE_2}{dt} = -\sum_i \left[ \omega_s R_i \Delta P_{mi}^2 + D_i \omega_i^2 \right] \leq 0 \quad (\text{for all } t) \quad (34)$$

위의 시간도함수에서 반부칙성(semi-negativeness)은 에너지보존이나 미분연쇄법칙을 하면 구할 수 있다.

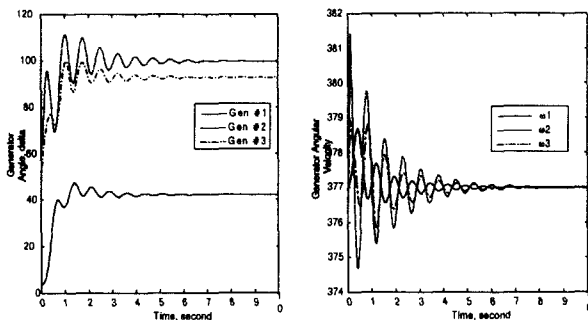
#### 4. 시뮬레이션 결과 고찰

에너지보존이 에너지함수에 관한 식(14)와 (15)을 통하여 증명되어진다. 다양한 경우의 고장과 고장시간에 대해서 실험을 했으며 계통의 에너지는 두 가지 방법에 의하여 구해졌다. 계통의 궤적을 따라 경로적분으로 구한 것이 Energy1 즉 식 (15)에 의해 구해진 값이고 Energy2는 계통의 손실을 적분해 가면서 구한 식 (16) 값이다.

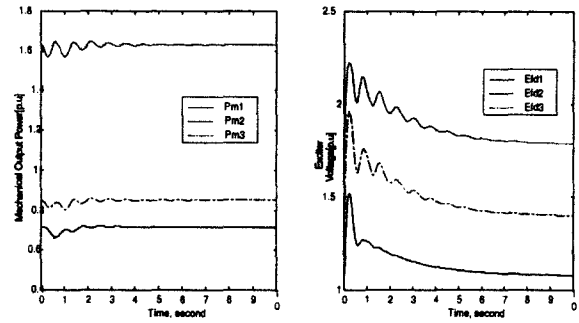
샘플계통으로 WSCC 3-Generator 계통과 New England 10-Generator 계통이 적용되었다. 여자기와 조속기 데이터는 [17,18]을 참고하였다.

##### WSCC 3-Generator 계통의 적용

고장발생 조건은 우연한 경우 7번 모선이 0초에서 고장났고 0.1초에서 7번과 5번 모선을 차단한 상태로 고장이 제거되었다고 가정한 상태에서 10초간 모의실험을 했다.



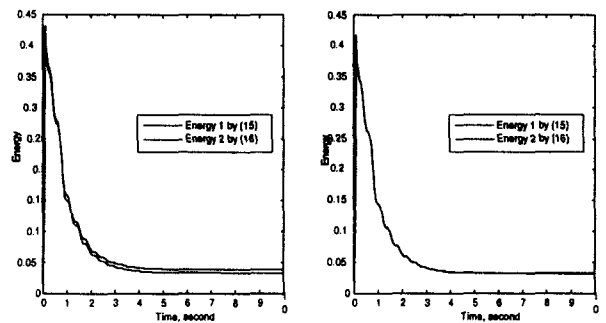
(a) 발전기 각 (b) 각 속도



(c) 기계적 출력 (d) 여자기 전압

그림 3 발전기 상태 결과

Fig. 3 Simulation results of generator states



(a) 시간간격 0.01초 (b) 시간간격 0.001 초

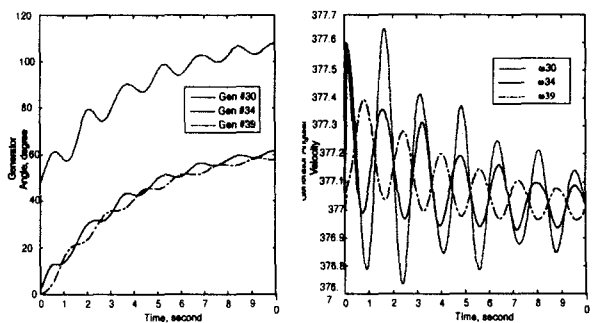
그림 4 에너지 값

Fig. 4 Energy evaluations

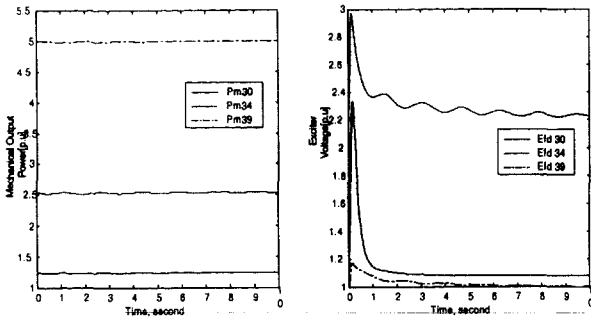
경로적분 방법으로 trapezoidal 방법이 사용되었는데 그림4에서는 시간간격을 0.01초와 0.001초의 두 가지 방법으로 실험했을 경우의 에너지 값의 차이를 알아본 그래프이다. 이것으로 시간간격을 줄이면 보다 더 정확한 에너지 값이 구해짐을 알 수 있다.

##### New England 10-Generator 계통의 적용

제안된 에너지보존법칙의 적합성을 39모선에 적용하여 다양한 고장 발생시 에너지함수의 변화 추이를 살펴 보겠다. 여기서는 시간간격 0.001초의 시간간격으로 10초 동안 수행되었다 첫 번째 경우는 그림 5에서는 30번 모선에 고장이 발생했을 경우 30번 모선과 34번 39번 모선의 발전기상태에 관한 그림이다.



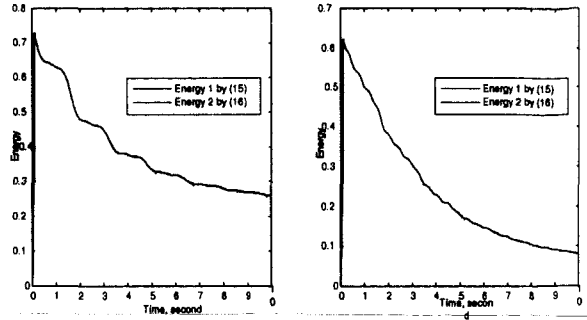
(a) 발전기 각 (b) 각 속도



(c) 기계적 출력 (d) 여자기 전압

그림 5 발전기 상태 결과

Fig. 5 Simulation results of generator states



(a)14번 모선고장 시 (b)25번 모선고장 시

그림 8 다른 모선고장시의 에너지 계산

Fig. 8 Energy evaluations for different fault buses

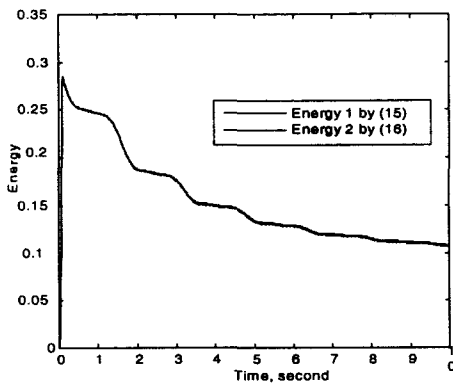


그림 6 에너지 값

Fig. 6 Energy evaluations

그림 6에서 구해진 두 개의 에너지곡선은 거의 일치함을 알 수 있고 이것으로 제안된 에너지보존법칙이 샘플계통에 대해 모두 성립되는 것을 확인 할 수 있다.

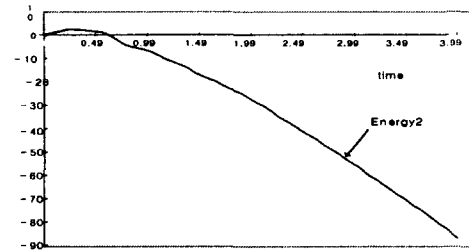


그림 9 불안정한 경우의 에너지그래프

Fig. 9 Energy evaluation for unstable case

그림9에는 고장제거시간을 0.25초로 주었을 경우 즉CCT 이후의 Energy2의 그래프이다. 그래프를 보면 에너지가 안정평형점(SEP)에서 불안정평형점(UEP)를 지나게 되어 시스템이 불안정하게 되므로 에너지도 발산을 하게 된다.

### 5. 결 론

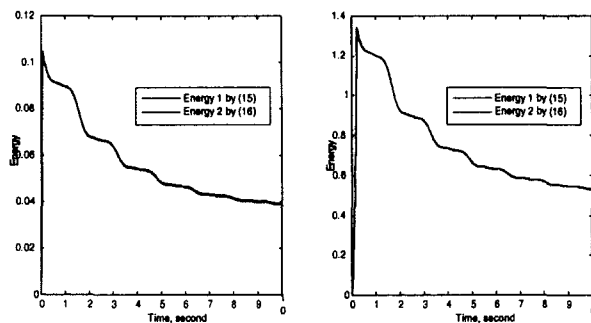
전력계통 상태해석에서 일반적으로 쓰이는 에너지함수의 직접법은 무손실 전력계통에 대한 고전 모델을 적용하였으므로 자속감쇄효과나 조속기 여자기의 영향을 고려할 수 없다.

이러한 문제를 해결하기 위해 본 논문은 모선페이지 전압에 대한 모선전류방정식의 복소선적분을 바탕으로 전송선로의 저항과 자속감쇄효과를 고려한 에너지적분을 유도하는 새로운 접근법을 보였다. 또한 발전기 전력의 페이저 전류와 전압을 유추에 의한 에너지적분의 관계 나타낸 유용한 몇 가지 정리가 개발되었다.

제안된 함수를 9모선(WSCC 3-Generator)과 39 모선(New England 10-Generator) 계통에 적용 다양한 조건하에서 결과를 비교했고 제안된 에너지함수 식이 정확히 성립함을 확인했다.

### 참 고 문 헌

[1] A. R. Bergen and D. J. Hill, "A Structure Preserving Model for Power System Stability Analysis," IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS-100, NO.1, p.25-33, January 1981.



(a)고장제거 0.06초 (b)고장제거 0.22초

그림 7 다른 고장구간에서 에너지

Fig. 7 Energy evaluations for different fault periods

그림 7 은 고장제거 시간에 에너지함수가 어떤 영향을 받는지 알아보기 위해 같은 고장모선에 대해 0.06초와 0.22초에 대한 결과를 확인해 본 결과 여기서도 역시 에너지함수가 성립되는 것을 확인할 수 있다. 그림 8은 서로 다른 고장모선에 대한 결과의 에너지함수 그래프이다.

[2] K. R. Padiyar and K. K. Ghosh, " A Novel Structure Preserving Energy Function for Direct Stability Evaluation of Power Systems with Known Modes of Instability," *Electric Machines and Power Systems*, Vol.13, p.135-148, 1987.

[3] K. R. Padiyar and K. K. Ghosh, " Direct stability evaluation of power systems with detailed generator models using structure preserving energy functions," *International Journal of Electric Energy and Power Systems*, Vol.13, p.135-148, 1987.

[4] Th. Van Cutsem and M. Ribbens-Pavella, "Structure Preserving Direct Methods for Transient Stability Analysis," *Proc. 24th IEEE Conference on Design & Control*, Ft. Lauderdale, FL, p.70-76, December 1985.

[5] P. W. Sauer, S. Ahmed-Zaid and M. A. Pai, " Systematic Inclusion of Stator Transients in Reduced Order Synchronous Machine Models," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, Vol. PAS-103, NO.6, p.1348-1355, June 1984.

[6] N. A. Tsolas, A. Arapostathis and P. P. Varaiya, " A Structure Preserving Energy Function for Power System Transient Stability Analysis," *IEEE Trans. on Circuit and Systems*, Vol. CAS-32, NO.10, p.1041-1049, October 1985.

[7] A. R. Bergen, D. J. Hill and C. L. DeMarco, " A Lyapunov function for multimachine power systems with generator flux decay and voltage dependent loads," *International Journal of Electric Power and Energy Systems*, Vol.8, No.1, p.2-10, 1986

[8] T. R. Athay, R. Podmore and S. Virmany, " A practical method for direct analysis of transient stability," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, Vol. PAS-98, NO.2, p.573-584, March/April 1979.

[9] P. W. Sauer, et al. "A direct method for transient stability analysis of power systems with detailed models," *Electric Machines and Power Systems*, Vol.15, No.1, p.1-16, 1988

[10] A. A. Fouad, et al., "Direct transient stability assessment with excitation control," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol.4, NO.1, p.75-81, FEB. 1989

[11] Y.-H. Moon, T.-H. Roh, E.-H. Lee, "Temptive Lyapunov Direct Method to Reflect Speed Governor Effects", *Proc. of the IASTED International conference*, pp. 146-149, 1996. 6

[12] Y.H. Moon, E.H. Lee, T.H. Roh, " Development of an Energy function Reflecting the Transfer Conductances for Direct Stability Analysis in Power Systems", *IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution.*, Vol. 144, No. 5, pp. 503-509, 1997. 9

[13] PAI. M.A., and MURTHY, P.G.: On Lyapunov functions for power systems with transfer conductances, *IEEE Trans. Autom. Control*. 1973, AC-18, (2), pp. 181-183

[14] GUDARU, U.: A general Lyapunov functions for power systems with transfer conductances, *Int. J. Control. Autom. Control*. 1973, AC-18, (2), pp. 181-183

[15] HENNER, V.E.: Comment on On Lyapunov function for power systems with transfer conductances, *IEEE Trans. Autom. Control*, 1974, AC-19, (5), pp.621-623

[16] M. A. Pai, *Energy Function Analysis for Power System Stability*, Kluwer Academic Publishers, 1989.

[17] Peter W.Sauer and M.A.Pai, *Power System Dynamics and Stability*, Prentice Hall, Inc., 1998.

[18] M.A.Pai, *Energy Function Analysis for Power System Stability*, Kluwer Academic Publishers, 1989.

[19] Y.-H. Moon, H.-S. Hong, H.-J. Kuk, J.-G. Lee, "Energy Based Power System Analysis by Using Energy Integral", submitted to CDC98.

[20] 문영현, 노태훈, 김백, 이용혁, 최병곤, 부하전압의존성을 고려한 에너지함수 직접법 안정도 해석, *대한전기학회 논문지*, 제 46권,5호, pp.641-647, May 1997

부 록

A. 정리 2 의 증명

발전기 완전모델은 고정자 권선의 저항을 무시하면 다음과 같은 단자 전압방정식이 구해진다.

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\Psi_{di}}{dt} = \frac{\omega_s^*}{\omega_s} \Psi_{di} + V_{di} \tag{A.1}$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\Psi_{qi}}{dt} = -\frac{\omega_s^*}{\omega_s} \Psi_{qi} + V_{qi} \tag{A.2}$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\Psi_{oi}}{dt} = V_{oi} \tag{A.3}$$

여기서  $\omega_s^* = \omega_s + \omega_r$ ,  $\omega_s$ : 정격 각속도

일반적으로 고정자/계통의 전기적인 동력을 신속히 유추할 수 있어서, 모든 자속감쇄 변화를 고장기간동안 알 수 있다. 이러한 가정을 이용하면 식 (A.1)- (A.3)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\omega_s^*}{\omega_s} \Psi_{di} + V_{di} \cong 0 \tag{A.4}$$

$$-\frac{\omega_s^*}{\omega_s} \Psi_{qi} + V_{qi} \cong 0 \tag{A.5}$$

$$V_{oi} \cong 0 \tag{A.6}$$

식 (1.b),(1.d)와 (2)로부터 다음과 같은 기준변화 관계를 얻는다.

$$I_{oi} = (I_{di} + jI_{qi}) e^{j(\delta_i - \frac{\pi}{2})} \tag{A.7}$$

$$V_{Gi} = (V_{di} + jV_{qi})e^{j(\delta_i - \frac{\pi}{2})} \quad (A.8)$$

$V_{Gi}$ 의 미분은 다음과 같다.

$$dV_{Gi} = e^{j(\delta_i - \frac{\pi}{2})} (dV_{di} + j dV_{qi}) + (V_{di} + jV_{qi}) j e^{j(\delta_i - \frac{\pi}{2})} d\delta_i \quad (A.9)$$

(A.9)식을 이용해서 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} \int_{V_{G10}}^{V_{Gi}} \text{Im} [I_{Gi}^* dV_{Gi}] &= \int_{\delta_0}^{\delta} (I_{di} V_{di} + I_{qi} V_{qi}) d\delta_i + \int_{V_{G10}}^{V_{Gi}} (I_{di} dV_{qi} - I_{qi} dV_{di}) \\ &\equiv \int_{\delta_0}^{\delta} \frac{\omega^*}{\omega_s} (I_{qi} \Psi_{di} - I_{di} \Psi_{qi}) d\delta_i + \int_{V_{G10}}^{V_{Gi}} (I_{di} dV_{qi} - I_{qi} dV_{di}) \end{aligned} \quad (A.10)$$

여기서  $V_{Gi} = (V_{di} + jV_{qi})e^{-j\pi/2}$

$$P_{di} = \frac{\omega^*}{\omega_s} (I_{qi} \Psi_{di} - I_{di} \Psi_{qi}) \quad (A.11)$$

(A.10)에서 두 번째 단계는 식 (A.4)와 (A.5)를 사용함으로써 얻어진다.

정리1와(A.11) 을 (A.10)에 대입하면 다음과 같이 구해진다.

$$\int_{(V_0, \theta_0)}^{(V_i, \theta)} \left( P_{Gi} d\theta_i + \frac{Q_{Gi}}{V_i} dV_i \right) = \int_{\delta_0}^{\delta} P_{di} d\delta_i + \int_{V_{G10}}^{V_{Gi}} (I_{di} dV_{qi} - I_{qi} dV_{di}) \quad (A.12)$$

## 저 자 소 개



**이 용 훈 (李 庸 薰)**

1971년 3월 25일 생. 1997년 성균관대 전기공학과 졸업. 1999년 연세대학교 전기공학과 석사졸업  
Tel : 361-2771  
E-mail : yong@twin.yonsei.ac.kr



**류 헌 수 (柳 憲 秀)**

1969년 6월 3일 1992년 연세대전기공학과 졸업, 동 대학교 전기공학과 석사 졸업, 현재 동 대학교 박사과정  
Tel : 361-2771  
E-mail : ryu@twin.yonsei.ac.kr



**조 병 훈 (趙 炳 勳)**

1970년 1월 17일 생. 1992년 연세대 전기공학과 졸업. 1995년 동 대학원 전기공학과 석사졸업. 현재 동 대학원 박사과정  
Tel : 361-2771  
E-mail : hr@twin.yonsei.ac.kr



**문 영 현 (朴 文 鉉)**

1952년 3월 11일 생. 1975년 서울대 전기공학과 졸업. 1998년 동 대학교 대표학과 석사졸업, 1983년 오레곤주립대 졸업(공학박사) 현 연세대학교 전기공학과 교수  
Tel. 361-2771  
E-mail : moon@bubble.yonsei.ac.kr