

# 천장 크레인시스템의 모델링

이종규\*, 이상룡\*\*

## The Modelling of Overhead Crane System

Jong Gyu Lee\*, Sang Ryong Lee\*\*

### ABSTRACT

An overhead crane system consists of trolley, girder, rope, object, trolley motor, girder motor, and hoist motor. An analytic model which derived from the modelling of the overhead crane system is nonlinear model which includes the swing and the twist angle of the object. This model consists of the equation of motion for motors and object. If the swing angle and the acceleration of Z for the object are small, this model becomes a simple nonlinear model which doesn't include the swing and the twist angle of the object. From the results of computer simulation, the characteristics of an actual overhead crane system could be predicted by the simple nonlinear model.

**Key Words :** Overhead crane (천장크레인), Trolley (트롤리), Girder (거더), Hoist (호이스트), Swing angle (흔들림각), Twist angle (비틀림각), Modelling (모델링), Nonlinear model (비선형모델)

### 1. 서론

자동화창고, 항구 등과 같은 작업장에서 운용되는 천장 크레인시스템이 Fig. 1에서 보듯이 바와 같이 거더, 트롤리, 호이스트 운동으로 줄에 연결된 화물을 운송하므로 화물의 진자운동이 크레인의 화물운송 작업능률을 떨어뜨린다. 따라서 화물의 진자운동을 억제하는 기술을 개발하는데 천장 크레인시스템의 해석모델을 이용한다.

천장 크레인시스템의 해석모델을 라그랑지 운동방정식으로 유도하였을 때, 크레인의 위치와 화물의 진자운동을 해석적으로 동시에 제어하는 것이 어려우므로,<sup>(1),(2),(3)</sup> 천장 크레인시스템의 새로운 해석모델이 필요하다.

본 연구는 실제 천장 크레인시스템의 동특성을

기술할 수 있는 모터 및 화물의 운동방정식으로 나타나는 비선형모델을 유도하고, 이 모델에서 단순한 비선형모델을 유도한 뒤 컴퓨터 시뮬레이션으로 단순한 비선형모델의 타당성을 검증하는 것이다.

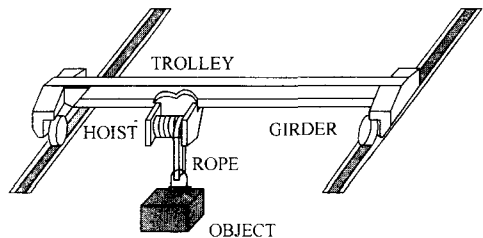


Fig. 1 Overhead crane system

\* 경북대학교 대학원  
\*\* 경북대학교 기계공학부

## 2. 천장 크레인시스템의 운동방정식

크레인시스템은 Fig. 2에서 보는바와 같이 트롤리 모터, 거디모터, 호이스트모터, 트롤리, 거디, 줄, 화물로 구성되어있다. 그리고 본 연구에서는 모터의 감쇠력을 무시하고, 트롤리와 거디를 강체로 하고, 줄의 질량과 비틀림을 무시하고, 화물을 형상이 무시된 질점(mass point)이라고 가정한다.

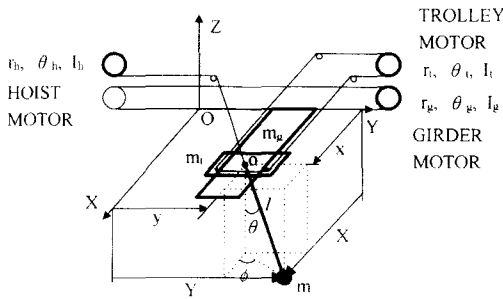


Fig. 2 Components of overhead crane system

모터의 구동으로 이송운동을 하는 크레인을 모터의 부하로 간주하면, 모터의 공급전압  $v(t)$ 와 모터의 회전각  $\theta_m(t)$ 사이의 전달함수는 다음과 같은 라플라스 변환식으로 나타낼 수 있다.<sup>(4)</sup>

$$\Theta_m(s) = \frac{K}{s(1 + s\tau)} V(s) \quad (1)$$

여기서,  $s$ 는 라플라스 인자,  $K$ 는 모터이득상수,  $\tau$ 는 모터 시상수로써 크레인이 목표상태에 도달하는데 영향을 미치는 인자여서 크레인의 등가관성모멘트  $J$ 의 영향을 고려하여야한다. 이 모멘트는 거디운동으로 거디, 트롤리, 화물이 이송되고, 트롤리운동으로 트롤리, 화물이 이송되고, 호이스트운동으로 화물이 이송되므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>(1)</sup>

$$J_g = (m + m_t + m_r)r_g^2 + I_g \quad (2)$$

$$J_t = (m + m_t)r_t^2 + I_t \quad (3)$$

$$J_h = mr_h^2 + I_h \quad (4)$$

여기서,  $m, m_g, m_t$ 는 각각 화물, 거디, 트롤리질량,  $r_g, r_t, r_h$ 는 각각 거디, 트롤리, 호이스트모터의 반지름,  $I_g, I_t, I_h$ 는 각각 거디, 트롤리, 호이스트 모터의 회전자관성모멘트,  $J_g, J_t, J_h$ 는 각각 거디, 트롤리, 호이스트모터의 등가관성모멘트를 나타낸다.

식 (1)을 미분형태로 나타내면 모터의 운동방정

식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ddot{\theta}_x = \frac{K_t}{\tau_t} v_t - \frac{1}{\tau_t} \dot{\theta}_x \quad (5)$$

$$\ddot{\theta}_y = \frac{K_g}{\tau_g} v_g - \frac{1}{\tau_g} \dot{\theta}_y \quad (6)$$

$$\ddot{\theta}_l = \frac{K_h}{\tau_h} v_h - \frac{1}{\tau_h} \dot{\theta}_l \quad (7)$$

여기서,  $K_t, K_g, K_h$ 는 각각 트롤리, 거디, 호이스트 모터의 이득상수,  $\tau_t, \tau_g, \tau_h$ 는 트롤리, 거디, 호이스트 모터의 시상수,  $v_t, v_g, v_h$ 는 각각 트롤리, 거디, 호이스트 모터의 전압,  $\dot{\theta}_x, \dot{\theta}_y, \dot{\theta}_l$ 는 각각 트롤리, 거디, 호이스트 모터의 각속도,  $\ddot{\theta}_x, \ddot{\theta}_y, \ddot{\theta}_l$ 는 각각 트롤리, 거디, 호이스트 모터의 각가속도를 나타낸다. 식 (5)~(7)에서 모터의 회전각들이 트롤리, 거디, 줄의 위치로 변환되어 다음과 같은 모터의 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{x} = \frac{r_t K_t}{\tau_t} v_t - \frac{1}{\tau_t} \dot{x} \quad (8)$$

$$\ddot{y} = \frac{r_g K_g}{\tau_g} v_g - \frac{1}{\tau_g} \dot{y} \quad (9)$$

$$\ddot{l} = \frac{r_h K_h}{\tau_h} v_h - \frac{1}{\tau_h} \dot{l} \quad (10)$$

여기서,  $x = r_t \theta_x, y = r_g \theta_y, l = r_h \theta_l$ 는 각각 트롤리, 거디, 줄의 위치,  $\theta_x, \theta_y, \theta_l$ 는 각각 트롤리, 거디, 호이스트의 회전각,  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{l}$ 는 트롤리, 거디, 줄의 속도,  $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{l}$ 는 트롤리, 거디, 줄의 가속도를 나타낸다. 식 (8)~(10)에서 전압  $v_t, v_g, v_h$ 가 선정되면 트롤리, 거디, 줄의 위치는 미분방정식을 풀어서 얻을 수 있다.

또한 크레인의 이송운동과 줄의 흔들림으로 화물의 위치는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$X = x + l \sin \theta \cos \phi \quad (11)$$

$$Y = y + l \sin \theta \sin \phi \quad (12)$$

$$Z = -l \cos \theta \quad (13)$$

여기서,  $X, Y, Z$ 는 각각 화물의  $X, Y, Z$ 방향의 위치이고,  $\theta, \phi$ 는 흔들림각과 비틀림각을 나타낸다.

질점인 화물은 모멘트 운동방정식을 고려하지 않으므로, 화물의 운동방정식은 Fig. 3에서 보는바와 같이 화물에 작용하는 힘과 관련된 뉴턴의 운동 제 2 법칙<sup>(5)</sup>을 이용하여 다음과 같이 나타낸다.

$$m\ddot{X} = -F \sin \theta \cos \phi \quad (14)$$

$$m\ddot{Y} = -F \sin \theta \sin \phi \quad (15)$$

$$m\ddot{Z} = F \cos \theta - mg \quad (16)$$

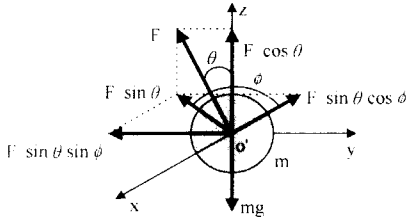


Fig. 3 Forces operating object

여기서,  $F$ 는 줄의 장력,  $g$ 는 중력가속도,  $\ddot{X}, \ddot{Y}, \ddot{Z}$ 는 각각 화물의  $X, Y, Z$ 방향의 가속도를 나타낸다. 식 (16)에서  $F$ 는 다음과 같다.

$$F = \frac{m(g + \ddot{Z})}{\cos \theta} \quad (17)$$

식 (11), (12), (17)를 식 (14), (15)에 대입하여  $F, m, \sin \theta, \cos \phi, \sin \phi$ 를 소거하고, 식 (13)을 두 번 미분하면 다음과 같은 화물의 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{X} = -\frac{(g + \ddot{Z})(X - x)}{l \cos \theta} \quad (18)$$

$$\ddot{Y} = -\frac{(g + \ddot{Z})(Y - y)}{l \cos \theta} \quad (19)$$

$$\ddot{Z} = 2\dot{\theta}\sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta - \dot{\theta} \cos \theta \quad (20)$$

여기서,  $\dot{\theta}, \dot{\theta}$ 는 각각 흔들림각의 각속도와 각가속도를 나타낸다. 진자각  $\theta, \phi$ 는 식 (11), (12)에서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{Y - y}{X - x} \right) \quad (21)$$

$$\theta = \sin^{-1} \left( \frac{X - x}{l \cos \phi} \right) \quad (22)$$

식 (21), (22)에서 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\phi} = \frac{(X - x)(\dot{Y} - \dot{y}) - (Y - y)(\dot{X} - \dot{x})}{(X - x)^2 + (Y - y)^2} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \frac{(X - x)(\dot{Y} - \dot{y}) - (Y - y)(\dot{X} - \dot{x})}{(X - x)^2 + (Y - y)^2} \\ &\quad - 2\dot{\phi} \frac{(X - x)(\dot{X} - \dot{x}) + (Y - y)(\dot{Y} - \dot{y})}{(X - x)^2 + (Y - y)^2} \quad (24) \end{aligned}$$

$$\dot{\theta} = \frac{(\dot{X} - \dot{x})l \cos \phi - (X - x)(l \cos \phi - l \dot{\phi} \sin \phi)}{(l \cos \phi)^2 \sqrt{1 - \left( \frac{X - x}{l \cos \phi} \right)^2}} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} &= \frac{(x - X)(l \cos \phi - 2l \dot{\phi} \sin \phi - l \dot{\phi}^2 \sin \phi - l \dot{\phi}^2 \cos \phi)}{(l \cos \phi)^2 \sqrt{1 - \left( \frac{X - x}{l \cos \phi} \right)^2}} \\ &\quad + \frac{(\dot{X} - \dot{x}) + (X - x)\dot{\theta}^2}{(l \cos \phi) \sqrt{1 - \left( \frac{X - x}{l \cos \phi} \right)^2}} - \frac{2(\cos \phi - l \dot{\phi} \sin \phi)}{l \cos \phi} \quad (26) \end{aligned}$$

여기서,  $\dot{\phi}, \ddot{\theta}$ 는 각각 비틀림각의 각속도와 각가속도를 나타낸다. 식 (21)~(26)에서 보는 바와 같이 진자각의 각도, 각속도, 각가속도는 트롤리, 거더, 줄, 화물의 위치, 속도, 가속도로 나타낼 수 있다.

따라서 크레인시스템의 운동방정식은 모터의 운동방정식 식 (8)~(10)과 화물의 운동방정식 식 (18)~(26)의 연립방정식으로 삼각함수가 포함된 복잡한 비선형방정식이다. 이 방정식은 실제 크레인시스템의 운동을 기술하므로 모델 I의 운동방정식으로 정의한다.

또한 흔들림각과 화물의  $Z$ 방향의 가속도가 작다는 가정을 하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\sin \theta = \theta, \quad \cos \theta = 1 \quad (27)$$

$$g + \ddot{Z} \cong g \quad (28)$$

식 (27), (28)을 이용하면 크레인시스템의 운동방정식은 식 (8)~(10), (18), (19)에서 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\ddot{x} = \frac{r_t K_t}{\tau_t} v_t - \frac{1}{\tau_t} \dot{x} \quad (29)$$

$$\ddot{y} = \frac{r_g K_g}{\tau_g} v_g - \frac{1}{\tau_g} \dot{y} \quad (30)$$

$$\ddot{z} = \frac{r_h K_h}{\tau_h} v_h - \frac{1}{\tau_h} \dot{z} \quad (31)$$

$$\ddot{X} = -\frac{g(X - x)}{l} \quad (32)$$

$$\ddot{Y} = -\frac{g(Y - y)}{l} \quad (33)$$

식 (29)~(33)는 삼각함수가 포함되지 않은 단순한 비선형방정식이므로, 이 식을 모델 II의 운동방정식으로 정의한다.

### 3. 천장 크레인시스템의 상태방정식

시불변이고 비선형 시스템인 크레인시스템은 트롤리, 거더, 호이스트 모터의 공급전압으로 트롤

리, 거다, 줄, 화물의 위치를 결정하는 다변수시스템이므로 다음과 같은 비선형 상태방정식으로 나타낼 수 있다.<sup>(6)</sup>

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)), \quad \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0) \quad (34)$$

여기서,  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_{10}(t)]^T$ 는 상태벡터,  $\mathbf{u}(t) = [u_1(t) \ u_2(t) \ u_3(t)]^T$ 는 제어벡터,  $\mathbf{x}_0$ 는 초기상태이고,  $x_1 = x, x_2 = \dot{x}, x_3 = y, x_4 = \dot{y}, x_5 = X, x_6 = \dot{X}, x_7 = Y, x_8 = \dot{Y}, x_9 = l, x_{10} = \dot{l}, u_1 = v_t, u_2 = v_g, u_3 = v_h$ 를 나타낸다. 따라서 크레인시스템에서 모델 I의 상태방정식은 식 (8)~(10), (18)~(26)에서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} x_2 \\ -\frac{1}{\tau_t} x_2 + \frac{r_t K_t}{\tau_t} u_1 \\ x_4 \\ -\frac{1}{\tau_g} x_4 + \frac{r_g K_g}{\tau_g} u_2 \\ x_6 \\ A(x_1 - x_5) \\ x_8 \\ A(x_3 - x_7) \\ x_{10} \\ -\frac{1}{\tau_h} x_{10} + \frac{r_h K_h}{\tau_h} u_3 \end{pmatrix} \quad (35)$$

여기서,

$$A = \frac{(g + Bx_9 \sin \theta + x_9 \theta^2 \cos \theta) \cos \theta}{x_9 \{ C(x_5 - x_1) + D(x_7 - x_3) \} \cos \theta \sin \theta + \cos^2 \theta}$$

$$B = B_1(x_5 - x_1) (2x_{10} \dot{\phi} \sin \phi + \dot{\phi}^2 x_9 \cos \phi + B_2 x_9 \sin \phi + x_9 \theta^2 \cos \phi - l \cos \phi) - B_1 \dot{x}_9 \cos \phi - \frac{2 \theta (x_{10} \cos \phi - x_9 \dot{\phi} \sin \phi)}{x_9 \cos \phi}$$

$$B_1 = \frac{1}{(x_9 \cos \phi)^2 \sqrt{1 - \left( \frac{x_5 - x_1}{x_9 \cos \phi} \right)^2}}$$

$$B_2 = 2B_3 \dot{\phi} [ (x_1 - x_5)(x_6 - x_2) + (x_3 - x_7)(x_8 - x_4) ] + B_3 [ (x_7 - x_3) \dot{x} - (x_5 - x_1) \dot{y} ]$$

$$B_3 = \frac{1}{(x_5 - x_1)^2 + (x_7 - x_3)^2}$$

$$C = B_1 x_9 [ \cos \phi - B_3 (x_5 - x_1) (x_7 - x_3) \sin \phi ]$$

$$D = B_1 B_3 x_9 (x_5 - x_1)^2 \sin \phi$$

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{x_7 - x_3}{x_5 - x_1} \right), \quad \theta = \sin^{-1} \left( \frac{x_5 - x_1}{x_9 \cos \phi} \right)$$

크레인시스템에서 모델 II의 상태방정식은 식 (29)~(33)에서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} x_2 \\ -\frac{1}{\tau_t} x_2 + \frac{r_t K_t}{\tau_t} u_1 \\ x_4 \\ -\frac{1}{\tau_g} x_4 + \frac{r_g K_g}{\tau_g} u_2 \\ x_6 \\ -\frac{g(x_5 - x_1)}{x_9} \\ x_8 \\ -\frac{g(x_7 - x_3)}{x_9} \\ x_{10} \\ -\frac{1}{\tau_h} x_{10} + \frac{r_h K_h}{\tau_h} u_3 \end{pmatrix} \quad (36)$$

모델 I의 상태방정식인 식 (35)에서  $\theta, \phi$  성분들은 제어변수의 제어대상이지만, 모델 II의 상태방정식인 식 (36)에서  $\theta, \phi$  성분들은 제어변수의 제어대상이 아니고 식 (36)에서 얻은 해를 식 (21)~(26)에 대입하여 얻을 수 있다.

#### 4. 컴퓨터 시뮬레이션

크레인시스템의 모델링에서 모델 I과 모델 II의 해는 초기상태  $\mathbf{x}_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 10 \ 0]^T$ 로 한 상태방정식을 Runge-Kutta방법으로 0.1초마다 구하였고, 크레인시스템의 동특성을 기술하는 시간은 초기시간  $t_0 = 0$ 초, 최종시간  $t_f = 30$ 초로 하였다.  $t_0 = 0$ 초부터  $t = 20$ 초까지는 모터들을 구동시킨 구동구간이고,  $t = 20$ 초부터  $t_f = 30$ 초까지는 모터들을 정지시킨 정지구간이다.

Table 1 Characteristics of trolley, girder, and hoist motor

Contents	Data	
Time constant of motor $\tau$ (sec)	$\tau_t$	0.62
	$\tau_g$	0.67
	$\tau_h$	0.60
Gain constant of motor K (rad/m)	$K_t$	0.27
	$K_g$	0.27
	$K_h$	0.17
Radius of motor r (m)	$r_t$	0.014
	$r_g$	0.014
	$r_h$	0.010

또한 Table 1에서 보여주는 모터의 특성값은 모터의 구동구간이 끝날 때까지 거리가 11.3m, 트롤리가 11.3m, 줄이 4.9m에 오버슈트나 언더슈트없이 원활하게 도달할 수 있도록 설정한 값이다.

Fig. 4 (a), (b)에서 보는 바와 같이 트롤리와 거더 모터의 전압은 0에서 5초까지 증가하고, 5초에서 15초까지 일정하고, 15초에서 20초까지 감소하고, 20초에서 30초까지 0으로 하였다. Fig. 4 (c)에서 보는 바와 같이 호이스트모터의 전압은 0에서 5초까지 감소하고, 5초에서 15초까지 일정하고, 15초에서 20초까지 증가하고, 20초에서 30초까지 0으로 하였다.

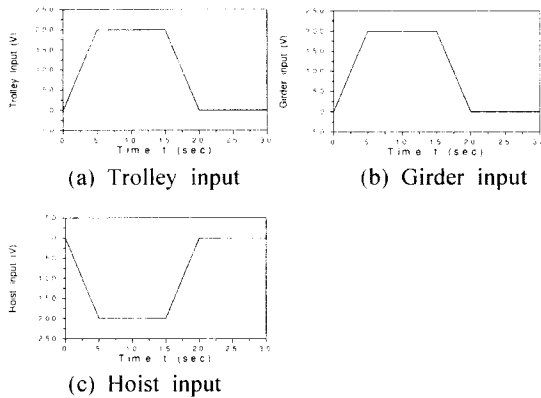


Fig. 4 Inputs of motors for overhead crane system

Fig. 4와 같은 입력의 영향을 받은 크레인시스템의 동특성은 Fig. 5에서 보는바와 같이 크레인시스템의 비선형 모델인 모델 I 과 모델 II를 대상으로 하였다. Fig. 5 (a), (b)에서 보는바와 같이 트롤리와 거더가 각각 오버슈트나 언더슈트가 발생하지 않으면서 X, Y방향으로 원활하게 이송하고 있는 것은 Fig. 4 (a), (b)와 같이 모터의 구동구간을 가속, 등속, 감속의 형태로 하였기 때문이다. 또한 모터의 정지구간은 모터의 구동구간에서 이송되고 있던 크레인시스템의 상태가 모터가 정지된 뒤의 상태변화를 보여주는 구간이다. 이 구간에서 트롤리와 거더가 일정한 상태를 유지하고 있는 것은 트롤리와 거더가 강체의 특성을 나타내는 것을 보여준다. Fig. 5 (c)에서 보는바와 같이 줄 길이가 오버슈트나 언더슈트가 발생하지 않고 원활하게 짧아지면서 이송하고 있는 것은 Fig. 4 (c)와 같이 모터의 구동구간을 감속, 등속, 가속의 형태로 하였기 때문이다. 또한 모터의 정지구간에서 줄의 질량을 무시하

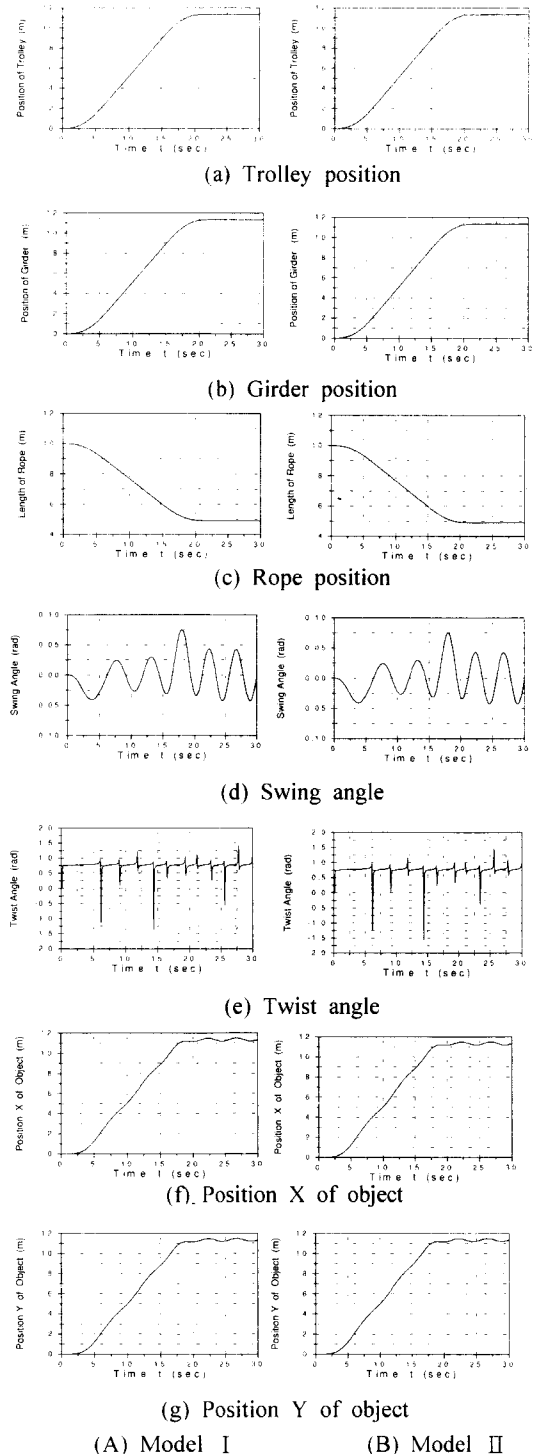


Fig. 5 Dynamic characteristics of overhead crane system

였지만 줄 길이가 일정한 상태를 유지하고 있는 것은 줄 길이의 변화가 줄의 질량에 영향을 받지 않는 것을 보여준다.

Fig. 5 (d)에서 보는바와 같이 줄이 Z축에서 벗어난 정도를 나타내는 흔들림각은 모터의 구동과 정지구간에서 발생하고 있으므로, 줄이 흔들리는 것을 나타낸다. 이것은 줄의 질량을 무시하였기 때문에 발생하는 현상으로 줄에 연결된 화물이 운송도중 뿐만 아니라 운송이 끝난 다음에도 발생하는 것을 나타낸다. 하지만 흔들림각의 최대 진폭이 구동구간에서 생기고 약 4.3°로 작으므로, 식 (27)의  $\sin\theta = \theta$ ,  $\cos\theta = 1$ 이 성립한다. 줄이 XY평면에 투영되었을 때 X축에서 벗어난 정도를 나타내는 비틀림각은 식 (21)에서 보는 바와 같이 화물, 트롤리, 거더 사이의 위치관계를 나타내고, 크레인시스템의 모델을 나타내는 상태방정식의 해인 화물, 트롤리, 거더의 위치를 식 (21)에 대입하여 얻어진다. 따라서 트롤리와 거더위치를 나타내는 교점을 기준점으로 하고, 그 점에서 나타내는 X축을 기준축으로 하였을 때, 그 기준축에서 화물이 반시계방향에 위치하면 비틀림각은 + 가 되고, 시계방향에 위치하면 비틀림각은 - 가 되므로, Fig. 5 (e)에서 비틀림각이  $0^\circ < \phi < 90^\circ$ 인 것은 화물이 기준축에서 반시계방향으로  $\phi$ 만큼 떨어진 곳에 위치하며,  $-90^\circ < \phi < 0^\circ$ 인 것은 화물이 기준축에서 시계방향으로  $\phi$ 만큼 떨어진 곳에 위치한 것을 나타낸다.

Fig. 5 (f), (g)는 각각 화물의 X, Y 위치를 나타낸 것으로 모터의 구동과 정지구간에서 화물이 흔들리고 있다는 것을 보여준다. 따라서 모터의 정지구간에서 발생하는 화물의 흔들림은 화물의 운송시간을 지연시키므로 크레인의 화물운송 작업능률을 떨어뜨리게 된다. 또한 화물의 흔들림은 Fig. 5 (a), (b)에서 나타낸 트롤리와 거더의 위치변화와 비교하면 비틀림각 보다 흔들림각에 큰 영향을 받고 있다. 이것은 Fig. 2에서 보는 바와 같이 흔들림각이 작으면 화물이 Z축 부근에 위치하므로, 비틀림각이 아무리 크더라도 화물의 흔들림에 영향을 주지 않는다는 것을 나타낸다.

또한 모델 I과 모델 II를 비교하면, Fig. 5 (a)~(g)에서 보는 바와 같이 트롤리, 거더, 줄, 흔들림각, 화물의 위치는 거의 일치하고, 비틀림각은 작은 차이를 나타낸다. 비틀림각은 흔들림각이 작으므로 거의 영향을 미치지 않는다. 따라서 화물의

가속도  $Z$ 는 화물운송에 영향을 미치지 않으므로, 식 (28)의  $g + \dot{Z} = g$ 이 성립한다.

이와 같이 모터 전압의 영향으로 기술되는 크레인시스템의 동특성에서 흔들림각과 비틀림각이 포함된 복잡한 비선형모델이 흔들림각과 화물의 가속도  $\dot{Z}$ 가 작아서 흔들림각과 비틀림각이 포함되지 않은 단순한 비선형모델로 수정될 수 있음을 보여주었다.

## 5. 결론

트롤리, 거더, 호이스트 모터의 구동으로 줄에 연결된 화물을 운송하는 크레인시스템의 모델링에서, 크레인시스템의 해석모델은 모터 및 화물의 운동방정식으로 나타나는 비선형 모델이었다. 이 모델에서 흔들림각과 화물의 가속도  $\dot{Z}$ 가 작다는 가정으로부터 단순한 비선형 모델을 유도하였다. 유도된 단순한 비선형 모델이 실제 크레인시스템의 동특성을 기술할 수 있다는 것을 컴퓨터 시뮬레이션으로 보여 주었다. 따라서 크레인시스템의 단순한 비선형모델을 이용하여 실제 크레인시스템의 운동을 예측할 수 있다.

## 참고문헌

1. 이종규, 이상룡, "부분상태 궤환제어를 이용한 비선형 천장크레인의 전자각제어," 대한기계학회논문집(A), 제21권, 제6호, pp. 907-917, 1997.
2. 이호훈, 조성근, 조재성, 정연우, "2축 천장 크레인의 부진동 제어," 한국자동제어학술회의논문집, 제2권, pp. 1428-1431, 1996.
3. Kaneshige, A., Kitaokaont, T., Munetoshi, H., and Terashima, K., "Motion Control of an Overhead Travelling Crane with Hoisting Motion and Curve Trajectory," JSME(C), Vol. 63, pp. 921-928, 1997.
4. Dorf, R., C., and Bishop, R., H., "Modern Control Systems," Addison-Wesley Publishing Company, 1995.
5. Riley, W., F., and Sturges, L., D., "Dynamics," John Wiley & Sons, Inc., 1996.
6. Brogan, W., L., "Modern Control Theory," Prentice-Hall International Editions, 1991.