

굴곡진 보강섬유가 복합재료의 기계적 특성에 미치는 영향과 일정한 보강섬유의 굴곡비를 가지는 복합재료의 성형방법에 관한 연구

전흥재*, 신재윤**, 최흥섭***

Effects of Fiber Waviness on Elastic Properties of Composites and New Fabrication Method for Composites with Uniform Fiber Waviness

H.- J. Chun*, J. Y. Shin**, H. S. Choi***

ABSTRACT

A constitutive model was proposed to study the effects of fiber waviness on the elastic properties of unidirectional composite materials. The predictions showed that the degree of fiber waviness significantly affected the elastic properties of composite materials. A special fabrication technique was developed for thick composite materials with various fiber waviness ratios. Tensile, compressive and flexural tests were conducted to obtain the elastic properties of composite materials with fiber waviness experimentally. The experimental results were in good agreement with the predictions.

Key Words : fabrication (제작방법), thick composites (두꺼운 복합재료), fiber waviness (보강섬유 굴곡), mechanical characterization (기계적 특성 평가)

1. 서론

보강섬유의 굴곡은 두꺼운 복합재료의 성형과정 중에 생성되는 초기결함의 한 종류로 그 생성 원인으로는 프리프레그(prepreg)의 국부좌굴, 복합재료 적층판 사이의 잔류응력, 필라멘트 와인딩 과정(filament winding process)에서 위쪽에 갇히는 적층부 때문에 안쪽 적층부에 가해지는 압력으로 인한 원주방향 보강섬유의 굴곡현상⁽¹⁻⁶⁾ 등이 있다. 이런 보강섬유의 굴곡은 두꺼운 복합재료의 기계적 특성에 큰 영향을 미치며 이에 관한 연구는 근래에

들어 활발히 이루어져왔다.

보강섬유의 굴곡이 두꺼운 복합재료에 미치는 영향을 이해하기 위해서는 보강섬유 굴곡에 의한 두꺼운 복합재료의 기계적 특성 변화를 예측할 수 있는 해석모델이 필요하며 또한 잘 조절된 보강섬유 굴곡을 가지는 두꺼운 복합재료의 기계적 특성 실험(mechanical characterization)을 여러 가지 보강섬유의 굴곡정도에서 수행하여 실제 보강섬유의 굴곡이 두꺼운 복합재료의 기계적 특성에 미치는 영향을 실험적으로 고찰할 필요가 있다. 그러나 기존의 연구⁽⁶⁾에서 사용된 굴곡진 보강섬유를 가진 두

* 연세대학교 기계전자공학부

** 연세대학교 대학원 기계설계학과

*** 대한항공, 한국항공기술연구원

거운 복합재료 시편의 제작 방법은 여러 원형의 굴곡대(mandrel)를 몰드(mold)의 상, 하면에 대고 그 위에 프리프레그 테이프(prepreg tape)를 감아서 굴곡진 모양의 볼트를 만들고 이 안에 프리프레그를 적층(layerup)한 뒤 오토클레이브(autoclave)에서 성형하는 방법으로 보강섬유 굴곡의 진폭과 주기길이를 조절하여 길이 및 두께 방향으로 일정한 보강섬유의 굴곡을 가지는 두꺼운 복합재료를 제작하는데 어려움이 있었으며 이로 인해 보강섬유 굴곡에 의한 두꺼운 복합재료의 기계적 특성 변화를 실험을 통하여 정확히 고찰하기 어려웠다.

본 연구에서는 보강섬유의 굴곡정도에 따른 인장, 압축 및 굽힘에서의 기계적 특성의 변화를 예측하는 해석모델과 함께 일정한 보강섬유 굴곡을 가지는 두꺼운 복합재료 시편을 보강섬유 굴곡의 진폭과 주기길이를 조절하여 길이 및 두께방향을 일정한 굴곡을 가지도록 제작하는 새로운 방법을 제시하였다. 그리고 본 연구에서 제시된 방법으로 굴곡진 보강섬유를 가지는 두꺼운 복합재료의 시편을 여러 굴곡정도에서 제작하고 이를 가지고 인장, 압축 및 굽힘 실험을 수행하여 그 실험 결과와 해석모델을 통한 예측 결과를 비교하였다.

2. 해석모델

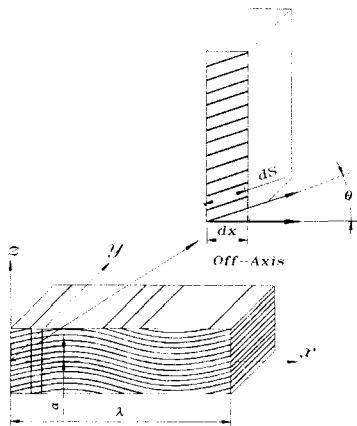


Fig. 1 Schematic drawing of a representative volume for composites with uniform fiber waviness

Fig. 1에 도시된 바와 같이 보강섬유 굴곡은 사인함수(sine function)로 가정할 수 있으며 이때 x 축과 보강섬유 사이의 각은 다음 식과 같다.

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{2\pi a}{\lambda} \cos \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right) \right) \quad (1)$$

여기에서 θ 는 보강섬유와 x 축의 사이 각, λ 는 보강섬유 굴곡의 주기길이, a 는 보강섬유 굴곡의 진폭이다. 결국 x 축 방향의 미소길이(dx) 안에서 보강섬유각이 일정한 비직축(off-axis) 상태에 있다고 볼 수 있으며 이런 비직축 상태 복합재료의 변형률($[\epsilon]_{x,y,z}$)-응력($[\sigma]_{x,y,z}$)관계는 변환행렬(transformation matrix)⁽⁸⁾을 이용하여 다음 식에 따라 나타낼 수 있다.

$$[\epsilon]_{x,y,z} = [R][T]^{-1}[R]^{-1}[S]_{1,2,3}[T][\sigma]_{x,y,z} = [S^*]_{x,y,z}[\sigma]_{x,y,z} \quad (2)$$

여기에서

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$[T] = \begin{bmatrix} m^2 & 0 & n^2 & 0 & 2mn & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ n^2 & 0 & m^2 & 0 & -2mn & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & 0 & -n \\ -mn & 0 & mn & 0 & m^2 - n^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n & 0 & m \end{bmatrix}$$

$$m = \cos \theta, \quad n = \sin \theta$$

여기에서 $[S]_{1,2,3}$ 는 정축 순응도 행렬(on-axis compliance matrix), $[S^*]_{x,y,z}$ 는 비직축 순응도 행렬, $[R]$ 은 루터 행렬(Reuter matrix) 그리고 $[T]$ 는 변환행렬이다. 보강섬유의 굴곡이 계속 반복된다고 가정하면 보강섬유의 굴곡을 가지는 두꺼운 복합재료의 기계적 특성은 보강섬유 굴곡의 한 주기에 대한 평균적인 변형률($[\epsilon]$)-응력($[\sigma]$) 관계로부터 알 수 있다. 이는 식(2)의 비직축 변형률-응력 관계를 보강섬유 굴곡의 한 주기에 대해 적분하여 다음과 같이 계산된다.

$$[\epsilon] = [\overline{S^*}][\sigma] \quad (3)$$

여기에서 $\overline{S_{ij}^*} = \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda S_{ij}^* dx$

굴곡진 보강섬유를 가지는 복합재료의 인장 및 압축에서의 기계적 특성 값은 순응도와 기계적 특성 값의 관계를 이용하여 식(3)의 평균 순응도를 가지고 다음과 같이 계산된다.⁽⁸⁾

$$\begin{aligned}
 E_x &= \frac{1}{S_{11}I_1 + (2S_{13} + S_{55})I_3 + S_{33}I_5} \\
 E_y &= \frac{1}{S_{22}}, \quad E_z = \frac{1}{S_{33}I_1 + (2S_{13} + S_{55})I_3 + S_{11}I_5} \\
 G_{xy} &= \frac{1}{S_{66}I_6 + S_{44}I_8}, \quad G_{yz} = \frac{1}{S_{44}I_6 + S_{66}I_8} \\
 G_{xz} &= \frac{1}{(4S_{11} + 4S_{33} - 8S_{13} - 2S_{55})I_3 + S_{55}I_2} \\
 \nu_{xy} &= -\frac{S_{12}I_6 + S_{23}I_8}{S_{11}I_1 + (2S_{13} + S_{55})I_3 + S_{33}I_5} \\
 \nu_{xz} &= -\frac{(S_{11} + S_{33} - S_{55})I_3 + S_{13}I_2}{S_{11}I_1 + (2S_{13} + S_{55})I_3 + S_{33}I_5} \\
 \nu_{yz} &= -\frac{S_{23}I_6 + S_{12}I_8}{S_{22}} \tag{4}
 \end{aligned}$$

여기에서

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \frac{1 + \frac{c}{2}}{(c+1)^{\frac{3}{2}}}, \quad I_2 = 1 - \frac{c}{(c+1)^{\frac{3}{2}}} \\
 I_3 &= \frac{\frac{c}{2}}{(c+1)^{\frac{3}{2}}}, \quad I_5 = 1 - \frac{1 + \frac{3}{2}c}{(c+1)^{\frac{3}{2}}} \\
 I_6 &= \frac{1}{(c+1)^{\frac{1}{2}}}, \quad I_8 = 1 - \frac{1}{(c+1)^{\frac{1}{2}}} \\
 c &= \left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^2
 \end{aligned}$$

위 식(4)에서 S_{ij} 는 정축 순응도이다.

보강섬유의 굴곡을 가지는 두꺼운 복합재료의 굽힘 특성은 적층판이론(lamination theory)⁽⁸⁾을 이용하여 구한다. 복합재료를 평면응력(plane stress)상태로 가정한 경우 미소길이(dx)안에서 비깎축 2차원 강성도 행렬은 식(1)의 보강섬유각의 함수로 표현되며 이를 이용하여 미소길이(dx)안에서의 굽힘강

성도를 구할 수 있다. 보강섬유 굴곡의 한 주기에 대한 평균 굽힘강성도는 다음 식과 같이 dx 안의 굽힘강성도를 보강섬유 굴곡의 한 주기에 대하여 적분하여 구한다.

$$\overline{D_{ij}} = \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^2 Q_{ij}(\theta) dz dx \tag{5}$$

여기에서 $Q_{ij}(\theta)$ 는 평면응력 상태의 2차원 강성도이며, h 는 복합재료의 두께이다. 식(5)는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned}
 \overline{D_{xx}} &= \frac{h^3}{12\lambda} \int_0^\lambda [J_1 \cos^4\theta + J_2 \cos^2\theta \sin^2\theta \\
 &\quad + J_3 \sin^4\theta - (J_4 + J_5 \cos 2\theta \\
 &\quad + J_6 \cos 4\theta + J_7 \cos 6\theta + J_8 \cos 8\theta \\
 &\quad + J_9 \cos 12\theta)/64 Q_{den}] dx \\
 \overline{D_{yy}} &= \frac{h^3}{12\lambda} \int_0^\lambda [J_{16} - (J_{17} + J_{18} \cos 2\theta \\
 &\quad + J_{19} \cos 4\theta + J_{20} \cos 6\theta \\
 &\quad + J_{21} \cos 8\theta)/4 Q_{den}] dx \\
 \overline{D_{xy}} &= \frac{h^3}{12\lambda} \int_0^\lambda [J_{10} \cos^2\theta + J_{11} \sin^2\theta \\
 &\quad - (J_{12} + J_{13} \cos 2\theta + J_{14} \cos 4\theta \\
 &\quad + J_{15} \cos 6\theta)/4 Q_{den}] dx \\
 \overline{D_{zz}} &= \frac{h^3}{12\lambda} \int_0^\lambda \frac{J_{22}}{(J_{23} \cos^2\theta + J_{24} \sin^2\theta)} dx \tag{6}
 \end{aligned}$$

여기에서

$$Q_{den} = J_{25} + J_{26} \cos 2\theta + J_{27} \cos 4\theta$$

위 식(6)에서 J_i 는 상수로 3차원 정축 강성도(on-axis stiffness)의 함수로 부록에 수록하였다.

3. 굴곡진 보강섬유를 가지는 두꺼운 복합재료 시편의 제작

본 연구에서는 실험재료로 Hexcel사의 DMS 2224 graphite/epoxy를 사용하였다. 굴곡진 보강섬유를 가진 두꺼운 복합재료는 Fig. 2에서 보여지는 CNC로 가공된 사인함수 형태의 표면을 가지는 한 쌍의 알루미늄 볼드를 이용하여 제작하였다.

복합재료의 제작은 다음과 같은 순서로 이루어진다. 먼저 프리프레그를 적층하고 이를 필 프라이

(peel ply)로 감싼다. 그리고 적층된 프리프레그 수에 비례하여 브리디(bleeder cloth)로 다시 싸 뒤 이형필름(release film)을 간 굴곡진 표면을 가지는 볼드 사이에 적층한 프리프레그를 넣고 진공백 필름(vacuum bag film)으로 봉합제(sealant)를 이용하여 볼드 전체를 밀폐시킨다. 그리고 볼드를 오토크레이브에서 Fig. 3에 도시된 경화 사이클에 따라 경화시킨다. 적층 순서는 Fig. 4에 도시되어 있다.

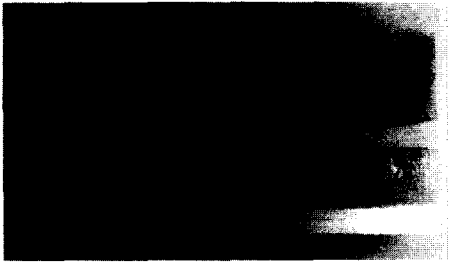


Fig. 2 Picture showing a set of two half molds with sinusoidal shape waviness

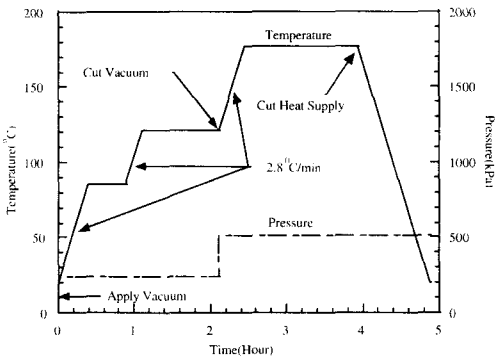


Fig. 3 Curing cycle for fabrication of thick composites

두꺼운 복합재료의 경화 시 합성수지의 낮은 열전도도 및 수지의 발열반응으로 인하여 재료 내부의 온도가 일정하지 않게 된다. 이는 복합재료의 불균일한 경화를 유발하여 재료 내부에 잔류응력, 섬유체적 함유율의 불규칙적 변화 그리고 불균일한 기계적 특성을 가져오게 된다. 그러므로 두꺼운 복합재료의 경화 시에는 기존의 얇은 복합재료의 경화 사이클과는 다른 Fig. 3에 도시된 바와 같이 합성수지의 경화온도 이하에서 재료의 온도를 높인 뒤 일정시간 유지하여 재료내의 온도를 균일하게 하는 과정을 거친 후 경화온도까지 온도를 높여 합

성수지를 완전히 경화시키는 경화 사이클을 사용한다. Fig. 3의 경화 사이클의 첫 번째 단계에서는 수지가 겔화(gelation)하는 최저 온도인 85.0°C로 온도를 높여 30분간 유지한다. 이때 진공상태를 유지하여 재료내의 기공을 제거한다. 그리고 두 번째 단계에서 온도를 121.1°C로 다시 높인 뒤 1시간 동안 유지하여 재료 내부의 온도를 균일하게 하는 과정 후에 진공을 끊고 세 번째 단계에서 경화온도까지 온도를 높인다. 이때 수지에서는 빠르게 크로스링킹(crosslinking)이 일어나며 176.7°C에서 1시간 30분 가량 지나면 복합재료는 완전히 경화된다.

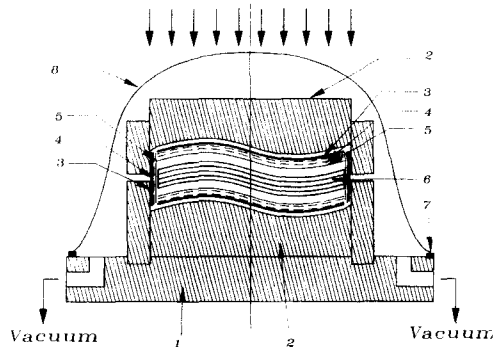


Fig. 4 Schematic drawing of fabrication for thick composites with fiber waviness.

- (1. Bottom plate 2. Mold, 3. Release film, 4. Bleeder cloth
- 5. Peel ply 6. Specimen layup 7. Sealant 8. Vacuum bag)

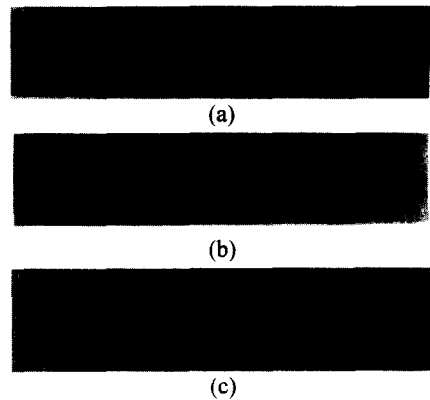


Fig. 5 Picture showing specimens with various fiber waviness ratios (a) $a/\lambda=0.011$ (b) $a/\lambda=0.034$ (c) $a/\lambda=0.059$

두꺼운 복합재료의 시편은 Fig. 5에서 보여지는

바와 같이 앞에서 설명된 방법을 이용하여 제작된 0.011, 0.034, 0.059의 일정한 보강섬유 굴곡비(a/λ)를 가지는 두꺼운 복합재료 판 상, 하면의 굴곡진 부분을 다이아몬드 톱으로 제거하고 인장/압축 시험용의 경우 길이 148 mm, 폭 10, 두께 5 mm로 가공하고 시편의 표면을 사포(500grit, silicon carbide)로 처리한 후 65 mm의 glass/epoxy 탭(Tab)을 EA-9330 접착제(Hysol, Inc.)로 부착하여 제작하였으며, 굽힘 시험용의 경우에는 길이 150 mm, 폭 10 mm 그리고 두께 5.2 mm로 가공 제작하였다.

4. 실험과정

굴곡진 보강섬유를 가진 두꺼운 복합재료의 인장, 압축 및 굽힘 시험은 MTS 810.23 만능 인장/압축 시험기를 사용하여 수행하였다. 인장 시험은 시편을 직접 MTS의 그립(grip)에 물려서 시험하였으며, 압축 시험은 IITRI 압축 시험 장치(IITRI compression test fixture)에 시편을 물리고 이를 MTS의 그립에 고정하여 시험하였다. 인장 및 압축 시험 모두 시편에 1.5 mm/min의 일정 스트로크(stroke)를 주는 방법으로 하중을 가하였으며, 각 시편에는 양면에 스트레인 게이지(EA and CA gage; Measurement Group, Inc.)를 하중방향과 이에 직교하는 방향으로 2개씩 M-Bond 200(Measurement Group, Inc.)을 사용하여 부착하였다. 굽힘 시험은 자체 제작한 4점 굽힘 시험장치를 MTS의 그립에 고정하고 여기에 시편의 상, 하면에 길이방향과 횡방향으로 스트레인 게이지를 부착한 시편을 놓고 6.5 mm/min의 일정속도로 MTS의 헤드(head)를 움직여 하중을 가하여 실험하였다. 굽힘 시험에서 처짐은 일정 모멘트가 가해지는 하중점 간격사이에서 자체 제작한 처짐 측정 장치(deflection meter)를 이용하여 측정하였다. 지지점 간격(support span)은 140 mm, 하중점 간격(load span)은 70 mm로 하였다. 각 실험에서 스트레인 게이지의 신호는 브리지 컨디셔너와 증폭기(bridge conditioner/amplifier; Shinkoh, Inc.)로 처리하여 MTS의 Test Star II 제어 시스템의 Data Acquisition 기능을 이용하여 PC의 하드디스크(hard disk)에 MTS 로드셀(load cell)의 하중 신호와 함께 일정 시간 간격으로 저장하였다.

5. 결과 및 고찰

보강섬유의 굴곡을 가지는 두꺼운 복합재료의 제작방법을 사용하여 보강섬유 굴곡의 주기길이 및 진폭을 조절하여 원하는 굴곡비를 가지는 복합재료를 제작할 수 있었으며, 제작된 시편은 보강섬유 굴곡이 그 길이 및 두께방향으로 일정하게 제작되었다. 굴곡비의 변화에 따른 기계적 특성 값의 변화는 보강섬유 굴곡이 없는 복합재료의 기계적 특성 값으로 표준화(normalization)하여 도시하였다. 굴곡이 없는 복합재료의 기계적 특성 값은 얇은 복합재료의 표준 시편을 가지고 실험을 통하여 얻었으며, 그 값은 Table 1에 수록하였다.

Table 1 Mechanical properties of DMS 2224 graphite/epoxy composite material

Properties	Values
Tensile Longitudinal Modulus, E_{1c} , GPa	120
Tensile Transverse Modulus, E_{2c} , GPa	9.07
In-Plane Shear Modulus, G_{12} , GPa	4.73
Tensile Major Poisson's Ratio, ν_{12t}	0.286
Tensile Minor Poisson's Ratio, ν_{21t}	0.022
Compressive Longitudinal Modulus, E_{1c} , GPa	122
Compressive Transverse Modulus, E_{2c} , GPa	9.11
Compressive Major Poisson's Ratio, ν_{12c}	0.293
Compressive Minor Poisson's Ratio, ν_{21c}	0.022

Fig. 6은 굴곡비의 변화에 따른 탄성계수 변화의 예측 결과와 실험 결과를 보여준다. 해석모델에서 E_y 의 값은 y방향에 대한 보강섬유각이 보강섬유의 굴곡과 상관없이 일정하므로 굴곡비에 관계없이 일정하다. E_x 는 굴곡비가 0.05이하에서 약 60% 가량의 큰 감소를 보인다. 그러나 굴곡비가 0.1이상에서는 점차 감소율이 작아진다. 이런 예측 결과는 실험 결과와 잘 일치한다. E_z 는 E_x 와 달리 점차 증가하며 굴곡비가 커질수록 큰 증가율을 보인다. Fig. 7은 굴곡비에 따른 전단탄성계수 변화의 예측 결과를 보여준다. G_{yz} 는 조금씩 감소하며 이에 반해 G_{xz} 는 조금씩 증가한다. 변화 폭은 둘 다 작으며 굴곡비가 0.1인 곳에서 약 8%이하의 변화를 보일 뿐이다. 그러나 G_{xz} 는 큰 폭으로 증가하여 굴곡비가 0.1인 곳에서 약 25%이상 증가하며 굴곡비가 커지면서 증가율은 점차 감소한다. Fig. 8은 굴곡비의 변화에 따른 포아송비(poisson's ratio) 변화의 예

수 결과와 실험 결과를 보여준다. ν_{xy} 는 굴곡비가 작은 범위에서는 감소하다가 굴곡비가 0.1이상 되면 서서히 증가한다. 이런 예측 결과는 실험 결과와 잘 일치한다. ν_{xz} 는 조금씩 감소하며 ν_{yz} 는 굴곡비가 작은 범위에서는 큰 폭으로 증가하나 굴곡비가 0.1이상부터는 점차 감소한다. Fig. 9는 굴곡비의 변화에 따른 굽힘 강성 변화의 예측 결과와 실험 결과를 보여준다. 굴곡비가 증가함에 따라 D_{xx} 는 급격히 감소한다. 그러나 굴곡비가 0.1이상 이 되면 감소율이 점차 작아진다. D_{xy} 는 약간의 감소를 보이다 굴곡비가 0.07이상부터는 점차 증가한다. 이런 예측 결과는 실험 결과와 잘 일치한다. D_{yy} 는 약간의 증가를 보이며 반대로 D_{zz} 는 약간의 감소만을 보인다.

예측 및 실험 결과에서 보여지듯이 보강섬유의 굴곡이 존재하는 경우 그 기계적 특성 값은 굴곡비에 따라 크게 변화한다. 특히 보강섬유 굴곡이 굴곡비 0.05이하의 작은 경우에도 큰 영향을 미치므로 두꺼운 복합재료의 사용시 보강섬유 굴곡의 영향이 반드시 고려되어야함을 알 수 있다.

6. 결론

본 논문에서는 굴곡진 보강섬유를 가지는 두꺼운 복합재료의 기계적 특성 값을 구하는 해석모델을 제시하였으며 이를 이용하여 굴곡비(a/λ)의 변화에 따른 인장, 압축 및 굽힘에서의 기계적 특성 값의 변화를 예측하였다. 그리고 보강섬유의 굴곡을 잘 조절하여 두꺼운 복합재료를 제작하는 방법을 제시하였으며, 이 방법으로 여러 가지 굴곡비의 시편을 제작하여 인장, 압축 및 굽힘 실험을 수행하였다.

제시된 제작 방법으로 제작된 복합재료는 그 길이 및 두께 방향으로 일정한 보강섬유의 굴곡을 가지도록 성형되었다. 그리고 예측 결과에서 굴곡진 보강섬유를 가지는 두꺼운 복합재료의 기계적 특성 값중 굴곡비에 따라 E_x , ν_{xz} , G_{xz} 및 D_{xx} 가 큰 영향을 받음을 알 수 있었다. 여러 가지 굴곡비에서 제작한 굴곡진 보강섬유를 가지는 두꺼운 복합재료의 인장, 압축 및 굽힘 실험에서 얻은 E_x , ν_{xy} , D_{xx} , D_{xy} 는 예측 결과와 잘 일치함을 보였다.

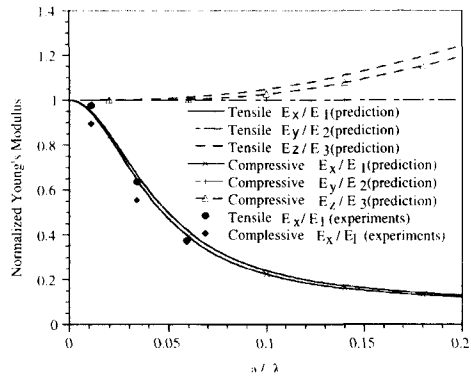


Fig. 6 Predicted and experimentally obtained normalized Young's moduli as a function of fiber waviness ratio(a/λ) for composites with uniform fiber waviness

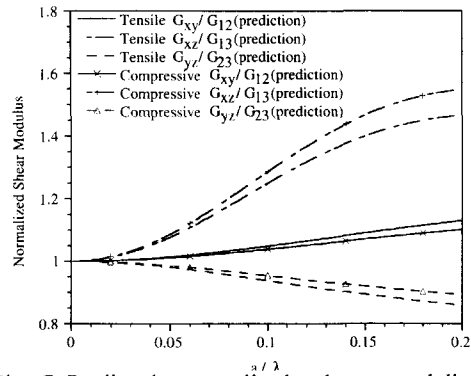


Fig. 7 Predicted normalized shear moduli as a function of fiber waviness ratio(a/λ) for composites with uniform fiber waviness

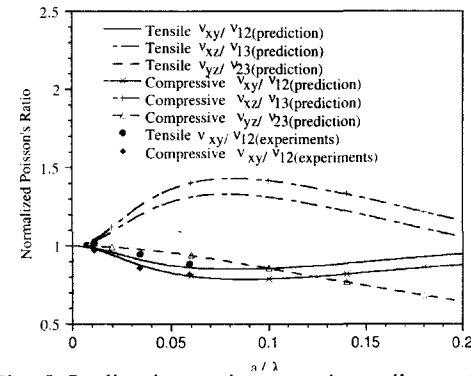


Fig. 8 Predicted and experimentally obtained normalized Poisson's ratios as a function of fiber waviness ratio(a/λ) for composites with uniform fiber waviness

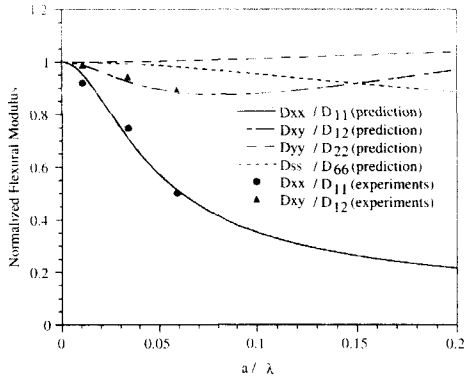


Fig. 9 Predicted and experimentally obtained normalized flexural moduli as a function of fiber waviness ratio(a/λ) for composites with uniform fiber waviness

참고문헌

1. Rosen, B. W., "Mechanics of Composite Strengthening," Fiber Composite Materials, American Society of Metals, Metals Park, OH, Chapter 3., 1965.
2. Garala, H. J., "Structural Evaluation of 8-inch Diameter Graphite-Epoxy Composite Cylinders Subjected to External Hydrostatic Compressive Loading," David Taylor Research Center Report DTRC-89/106, Bethesda, MD, 1989.
3. Shuart, M. J., "Failure of Compression-Loaded Multi-Directional Composite Laminates," AIAA Journal, Vol. 27, No. 9, pp. 1274-1279., 1989.
4. Telegadas, H. K., and Hyer, M. W., "The Influence of Layer Waviness on the Stress State in Hydrostatically Loaded Cylinders: Failure Prediction," Journal of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 11, No. 2, pp. 127-145., 1992.
5. Hyer, M. W., and Brown, T. L., "The Influence of Layer Waviness on Failure of Hydrostatically Loaded Thick Composite Cylinders," Proceedings, First Joint Mechanics Meeting of ASME, ASCE, and SES, Mechanics of Thick Composites, AMD-Vol. 162, pp.183-196., 1993.
6. Hsiao, H. M., Wooh, S. C. and Daniel, I. M., "Fabrication Methods for Unidirectional and

Crossply Composites with Fiber Waviness," Journal of Advanced Materials, Vol. 26, pp. 19-26., 1995.

7. Daniel, I. M., Hsiao, H.-M., Wooh, S. C. and Vittoser, J., "Processing and Compressive Behavior of Thick Composites," ASME AMD-Vol. 162, pp. 107-126., 1993.
8. Daniel, I. M. and Ishai, O., "Engineering Mechanics of Composite Materials," Oxford University Press., 1994.

부 록

$$J_1 = C_{11}, J_2 = 2C_{13} + 4C_{55}, J_3 = C_{33}$$

$$J_4 = -10C_{11}^3 - 36C_{11}^2 C_{13} - 20C_{11} C_{13}^2 + 72C_{13}^3 - 2C_{11}^2 C_{33} + 64C_{11} C_{13} C_{33} - 20C_{13}^2 C_{33} - 2C_{11} C_{33}^2 - 36C_{13} C_{33}^2 - 10C_{33}^3 + 12C_{11}^2 C_{55} - 32C_{11} C_{13} C_{55} - 256C_{13}^2 C_{55} + 40C_{11} C_{33} C_{55} - 32C_{13} C_{33} C_{55} + 12C_{33}^2 C_{55} + 16C_{11} C_{55}^2 + 160C_{13} C_{55}^2 + 16C_{33} C_{55}^2 - 128C_{55}^3$$

$$J_5 = 16(-C_{11}^2 C_{33} - C_{13}^2 C_{33} - 4C_{13} C_{33} C_{55} - 4C_{33} C_{55}^2 + C_{11} C_{13}^2 + C_{11} C_{33}^2 + 4C_{11} C_{13} C_{55} + 4C_{11} C_{55}^2)$$

$$J_6 = 15C_{11}^3 + 38C_{11}^2 C_{13} - 28C_{11} C_{13}^2 - 24C_{13}^3 - 3C_{11}^2 C_{33} - 20C_{11} C_{13} C_{33} - 28C_{13}^2 C_{33} - 3C_{11} C_{33}^2 + 38C_{13} C_{33}^2 + 15C_{33}^3 - 36C_{11}^2 C_{55} - 48C_{11} C_{13} C_{55} - 80C_{13}^2 C_{55} - 8C_{11} C_{33} C_{55} - 48C_{13} C_{33} C_{55} - 36C_{33}^2 C_{55} + 16C_{11} C_{55}^2 - 32C_{13} C_{55}^2 + 16C_{33} C_{55}^2 + 64C_{55}^3$$

$$J_7 = 16(-C_{11} C_{13}^2 + C_{11}^2 C_{33} + C_{13}^2 C_{33} - C_{11} C_{33}^2 - 4C_{11} C_{13} C_{55} + 4C_{13} C_{33} C_{55} - 4C_{11} C_{55}^2 + 4C_{33} C_{55}^2)$$

$$J_8 = -6C_{11}^3 + 4C_{11}^2 C_{13} + 36C_{11} C_{13}^2 - 40C_{13}^3 + 2C_{11}^2 C_{33} - 32C_{11} C_{13} C_{33} + 36C_{13}^2 C_{33} + 2C_{11} C_{33}^2 + 4C_{13} C_{33}^2 - 6C_{33}^3 + 36C_{11}^2 C_{55} + 32C_{11} C_{13} C_{55} - 128C_{13}^2 C_{55} - 8C_{11} C_{33} C_{55} + 32C_{13} C_{33} C_{55} + 36C_{33}^2 C_{55} - 80C_{11} C_{55}^2 - 32C_{13} C_{55}^2 - 80C_{33} C_{55}^2 + 128C_{55}^3$$

$$\begin{aligned}
 J_9 = & C_{11}^3 - 6C_{11}^2 C_{13} - 12C_{11} C_{13}^2 - 8C_{13}^3 \\
 & + 3C_{11}^2 C_{33} - 12C_{11} C_{13} C_{33} + 12C_{13}^2 C_{33} \\
 & + 3C_{11} C_{33}^2 - 6C_{13} C_{33}^2 + C_{33}^3 - 12C_{11}^2 C_{55} \\
 & + 48C_{11} C_{13} C_{55} - 48C_{13}^2 C_{55} - 24C_{11} C_{33} C_{55} \\
 & + 48C_{13} C_{33} C_{55} - 12C_{33}^2 C_{55} + 48C_{11} C_{55}^2 \\
 & - 96C_{13} C_{55}^2 + 48C_{33} C_{55}^2 - 64C_{55}^3
 \end{aligned}$$

$$J_{10} = C_{12}, \quad J_{11} = C_{23}$$

$$\begin{aligned}
 J_{12} = & 2C_{12} C_{13}^2 + 2C_{13}^2 C_{23} - 2C_{11} C_{12} C_{33} \\
 & - 2C_{11} C_{23} C_{33} - 2C_{11} C_{12} C_{55} - 12C_{12} C_{13} C_{55} \\
 & + 6C_{11} C_{23} C_{55} - 12C_{13} C_{23} C_{55} + 6C_{12} C_{33} C_{55} \\
 & - 2C_{23} C_{33} C_{55}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{13} = & C_{12} C_{13}^2 - C_{12} C_{11} C_{33} + C_{12} C_{11} C_{55} \\
 & + 18C_{12} C_{13} C_{55} + C_{12} C_{33} C_{55} - C_{23} C_{13}^2 \\
 & + C_{23} C_{11} C_{33} - C_{23} C_{11} C_{55} - 18C_{23} C_{13} C_{55} \\
 & - C_{23} C_{33} C_{55}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{14} = & 2(-C_{12} C_{13}^2 - C_{13}^2 C_{23} + C_{11} C_{12} C_{33} \\
 & + C_{11} C_{23} C_{33} + C_{11} C_{12} C_{55} - 2C_{12} C_{13} C_{55} \\
 & - 3C_{11} C_{23} C_{55} - 2C_{13} C_{23} C_{55} - 3C_{12} C_{33} C_{55} \\
 & + C_{23} C_{33} C_{55})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{15} = & -C_{12} C_{13}^2 + C_{13}^2 C_{23} + C_{11} C_{12} C_{33} \\
 & + C_{11} C_{23} C_{33} - C_{11} C_{12} C_{55} - 2C_{12} C_{13} C_{55} \\
 & + C_{11} C_{23} C_{55} + 2C_{13} C_{23} C_{55} - C_{12} C_{33} C_{55} \\
 & + C_{23} C_{33} C_{55}
 \end{aligned}$$

$$J_{16} = C_{22}$$

$$\begin{aligned}
 J_{17} = & -5C_{11} C_{12}^2 + 2C_{12}^2 C_{13} + 2C_{11} C_{12} C_{23} \\
 & + 4C_{12} C_{13} C_{23} - C_{11} C_{23}^2 + 2C_{13} C_{23}^2 \\
 & - C_{12}^2 C_{33} + 2C_{12} C_{23} C_{33} - 5C_{23}^2 C_{33} \\
 & - 8C_{12}^2 C_{55} - 8C_{23}^2 C_{55}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{18} = & 4(C_{12}^2 C_{11} - C_{12}^2 C_{13} - C_{12} C_{13} C_{23} \\
 & + C_{12} C_{23} C_{33} + 2C_{12}^2 C_{55} + 2C_{12} C_{23} C_{55} \\
 & - C_{11} C_{12} C_{23} + C_{12} C_{13} C_{23} + C_{13} C_{23}^2 \\
 & - C_{23}^2 C_{33} - 2C_{12} C_{23} C_{55} - 2C_{23}^2 C_{55})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{19} = & 4(C_{11} C_{12}^2 - 2C_{12} C_{13} C_{23} + C_{23}^2 C_{33} \\
 & - C_{12}^2 C_{55} - 2C_{12} C_{23} C_{55} - C_{23}^2 C_{55})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{20} = & 4(C_{11} C_{12}^2 + C_{12}^2 C_{13} + C_{11} C_{12} C_{23} \\
 & - C_{13} C_{23}^2 - C_{12} C_{23} C_{33} + C_{23}^2 C_{33} \\
 & + 2C_{12}^2 C_{55} - 2C_{23}^2 C_{55}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{21} = & C_{11} C_{12}^2 - 2C_{12}^2 C_{13} - 2C_{11} C_{12} C_{23} \\
 & + 4C_{12} C_{13} C_{23} + C_{11} C_{23}^2 - 2C_{13} C_{23}^2 \\
 & + C_{12}^2 C_{33} - 2C_{12} C_{23} C_{33} + C_{23}^2 C_{33} \\
 & - 4C_{12}^2 C_{55} + 8C_{12} C_{23} C_{55} - 4C_{23}^2 C_{55}
 \end{aligned}$$

$$J_{22} = C_{44} C_{66}, \quad J_{23} = C_{44}, \quad J_{24} = C_{66}$$

$$\begin{aligned}
 J_{25} = & -C_{13}^2 + C_{11} C_{33} + 3C_{11} C_{55} \\
 & - 2C_{13} C_{55} + 3C_{33} C_{55}
 \end{aligned}$$

$$J_{26} = -4C_{11} C_{55} + 4C_{33} C_{55}$$

$$\begin{aligned}
 J_{27} = & C_{13}^2 - C_{11} C_{33} + C_{11} C_{55} \\
 & + 2C_{13} C_{55} + C_{33} C_{55}
 \end{aligned}$$

여기에서 C_{ij} 는 3차원 정축 강성도(on-axis stiffness)이다.