

트로코이드 형상의 머리를 가진 봉의 압출/단조에 관한 UBET해석

김명훈*, 홍승진*, 김호윤*, 배원병**

A UBET Analysis of the Extrusion/Forging Process of Trochoidally Headed Bars

Myung Hun Kim*, Seung Jin Hong*, Ho Yoon Kim*, and Won Byong Bae**

ABSTRACT

A kinematically admissible velocity field is derived to analyze the forming load and the extruded length in the extrusion/forging process of trochoidally headed bars from round billets. The forming load and the extruded length are obtained by minimizing the total energy-consumption rate. Experiments are carried out with lead billets at room temperature using trochoidally shaped punches. The theoretical predictions of forming load and extruded length are in good agreement with the experimental results.

Key Words : Kinematically Admissible Velocity Field (동적가용속도장), Forming load (성형하중), Extruded length (압출길이), Trochoidal shape (트로코이드 형상), UBET (상계요소법)

기호설명

a, b = half lengths of major and minor axes in the cross-section of a trochoidal shape
 H_0 = initial height of the billet
 H_f = extruded length
 m = friction constant
 N = number of axes of symmetry
 R_b = orifice radius of the die
 R_n = neutral radius
 R_t = radius of the trochoidal contour in the cavity
 R, θ, Z = cylindrical coordinates

T = height of the trochoidal head
 U_0 = velocity of the punch
 U_r, U_θ, U_z = velocity components in cylindrical coordinates
 $|\Delta V|$ = magnitude of velocity discontinuity
 V_D = extrusion velocity
 $\dot{W}_i, \dot{W}_s, \dot{W}_f$ = power consumptions due to internal deformation, shear, and friction
 α = angle between symmetric axes
 β = angle between the fully filled boundary and symmetric axis (Fig. 2)
 $\bar{\epsilon}$ = effective strain rate

* 부산대학교 대학원 정밀기계공학과

** 부산대학교 기계기술연구소

σ_{ii} = yield stress of material in compression
 $\omega(\theta)$ = function to satisfy velocity boundary conditions on the axis of symmetry in the cross-section

1. 서론

압출/단조성형 공정은 재료를 금형의 캐비티에 채우기 위해 다이와 펀치 사이에서 업셋팅에 의한 측면 피집과 동시에 다이에 있는 구멍을 통하여 압출이 진행되므로 유동이 한 방향 이상으로 이루어지는 압출과 단조의 복합공정이다. 압출/단조 가공은 높은 강성이 요구되는 항공기, 자동차 등의 체결용 부품이나, 밸브 리테이너(valve retainer)의 성형에 많이 이용되고 있다. 압출/단조 가공으로 성형하면 절삭 가공에 비교하여 재료 및 제조원가 절감과 강도 증가 등을 기대할 수 있다.

압출/단조에 관한 연구를 살펴보면, Rowe^[1]는 평면 변형률과 축대칭 조건에 관한 다양한 유동체계를 제안하였고, Kudo^[2]는 평면 변형상태의 압출/단조 공정에 대한 연구와 단조압력비의 계산에 대한 상계해법을 제안하였다. Jain^[3]은 변형시 재료유동에 대한 마찰조건의 영향을 고려하였으며, Monaghan과 Brayden^[4,5]은 개방형과 밀폐형 다이의 압출/단조 공정에서의 복합 유동과정을 연구하였다. Monaghan과 Vickery^[6]는 상계해석을 사용하여 축대칭 제품의 압출/단조 공정을 3단계로 나누어 해석하였다.

앞에서 언급한 연구들은 대체로 축대칭 제품에 한정되었고, 실제 사용되는 비축대칭 압출/단조 제품에 대한 해석은 매우 미흡한 형편이다.

따라서 본 연구에서는 트로코이드 형상의 머리를 가진 제품을 압출/단조 공정으로 생산할 때의 가공하중과 압출길이를 UBET해석으로 예측하고 납을 사용한 모델실험결과와 비교·검토하고자 한다.

2. 이론 해석

2.1 해석 모델 및 속도장

트로코이드 형상의 머리를 가진 비축대칭 제품의 압출/단조공정의 UBET해석을 위해 변형양상은 3단계로 가정하여 수행하였고^[1], 속도장의 가정은

단거리 삼기 위하여 모델재료인 플라스틱신을 이용한 실험을 하였다. 플라스틱신을 이용한 실험에서는 유동을 관찰하기 위해 재료를 적층시켜야 한다. 플라스틱신은 상온특성이 고온강의 특성과 유사성이 있다는 것을 이용하여 소성가공 공정에서 모델재료로 널리 사용되어 왔다.

매 단계에서 요소II의 속도장은 변형이 끝난 준강체(pseudo rigid body)로 가정하여 랜드부와의 마찰만을 고려하며, Z방향 속도는 선형적이라 가정한다. 각 단계에 관한 해석모델과 좌표계 및 요소분할은 Fig. 1~3과 같다.

2.1.1 1단계 동적가용속도장

1단계는 머리부에서 소재가 다이의 측면에 내집할 때까지의 단계로서 소재는 캐비티 내에서 업셋팅 되면서 압출이 일어난다. 요소I, III은 축대칭 변형으로 회전방향의 속도성분은 없으며, 각 영역의 속도성분은 다음의 속도경계조건을 만족시켜야 한다.

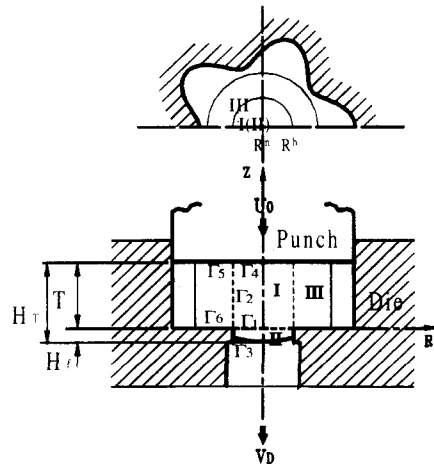


Fig. 1 A general scheme for Stage I in the extrusion-forging process of trochoidally headed bars

(a) 요소I의 속도경계조건

- i) $Z = T$ 에서 $U_z = -U_0$
- ii) $Z = 0$ 에서 $U_z = V_D$
- iii) $R = 0$ 에서 $U_R = 0$ (1)

여기서, $-U_0$ 는 펀치의 속도이며, V_D 는 압출봉

Table 1 The kinematically-admissible velocity fields for Stage I

	U_z	U_r	U_θ
Element I	$-\frac{U_0 + V_D}{T} Z + V_D$	$\frac{U_0 + V_D}{2T} R$	0
Element III	$-\frac{U_0}{T} Z$	$\frac{U_0}{2T} R \left[1 + \frac{V_D}{U_0} \left(\frac{R_b}{R} \right)^2 \right]$	0

Pseudo-independent parameter : V_D

의 유출속도이다.

(b) 요소III의 속도경계조건

- i) $Z = T$ 에서 $U_z = -U_0$
- ii) $Z = 0$ 에서 $U_z = 0$
- iii) $R = R_b$ 에서 $U_R = U_{R1}$ (2)

여기서, R_b 는 오리피스외의 반경이다.

이상과 같은 속도경계조건과 비압축성조건을 만족시키는 1단계 동적가용속도장을 Table 1에 나타내었다.

비압축성조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial U_r}{\partial R} + \frac{U_r}{R} + \frac{\partial U_\theta}{R \partial \theta} + \frac{\partial U_z}{\partial Z} = 0 \quad (3)$$

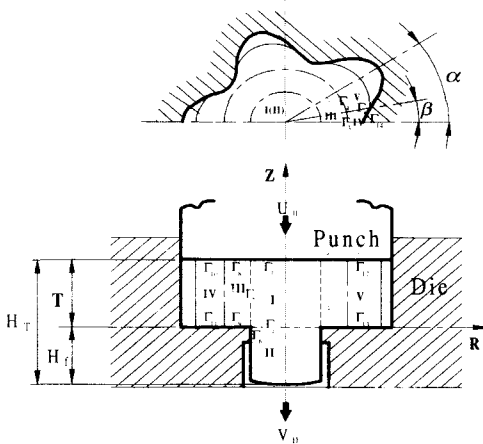


Fig. 2 A general scheme for Stage II in the extrusion-forging process of trochoidally headed bars

2.1.2 2단계 동적가용속도장

2단계는 머리부가 완전히 충만될 때까지의 단계로서 플라스틱신을 이용한 유동실험에서 압출과 단조공정이 동시에 일어나는 것을 관찰할 수 있다. 재료 유동을 관찰하면, 축대칭 변형영역을 관찰할 수 있으며, 축대칭 변형영역은 단조 진행시에 크게 변화하지 않는 것으로 관찰된다.

2단계에서의 요소I, III은 축대칭 변형으로 회전 방향의 속도성분은 없으며^[7], 속도경계조건은 아래와 같다.

(a) 요소I의 속도경계조건

- i) $Z = T$ 에서 $U_z = -U_0$
- ii) $Z = 0$ 에서 $U_z = V_D$
- iii) $R = 0$ 에서 $U_R = 0$ (4)

(b) 요소III의 속도경계조건

- i) $Z = T$ 에서 $U_z = -U_0$
- ii) $Z = 0$ 에서 $U_z = 0$
- iii) $R = R_b$ 에서 $U_R = U_{R1}$
- iv) $R = R_n$ 에서 $U_R = 0$ (5)

여기서, R_n 은 중립면을 나타내며, 중립면에서의 수직속도성분은 없다

(c) 요소IV의 속도경계조건

- i) $Z = T$ 에서 $U_z = -U_0$
- ii) $Z = 0$ 에서 $U_z = 0$
- iii) $R = R_n$ 에서 $U_R = 0$
- iv) $R = R_t$ 에서 $U_R = \frac{U_0}{R_t} R_t'$
- v) $\theta = 0$ 에서 $U_\theta = 0$
- vi) $R = R_n$ 에서 $U_\theta = 0$ (6)

여기서, R_t 는 트로코이드 형상 함수이다.

Table 2 The kinematically-admissible velocity fields for Stage II

	U_z	U_r	U_θ
Element I	$-\frac{U_0 + V_D}{T} Z + V_D$	$\frac{U_0 + V_D}{2T} R$	0
Element III	$-\frac{U_0}{T} Z$	$\frac{U_0 R^2 + V_D R_b^2}{2TR}$	0
Element IV	$-\frac{U_0}{T} Z$	$\frac{U_0}{2T} R \left[1 - \left(\frac{R_n}{R} \right)^2 \right] + \frac{C_2}{R}$	$-\frac{U_0}{T} (R - R_n) \omega_1(\theta)$
Element V	$-\frac{U_0}{T} Z$	$\frac{U_0}{2T} R \left[1 - \left(\frac{R_n}{R} \right)^2 \right] + \frac{C_3}{R}$	$-\frac{U_0}{T} (R - R_n) \omega_1(\theta) \frac{\alpha - \theta}{\alpha - \beta}$

Pseudo-independent parameter : V_D, P_2, A_2

$$\omega_1(\theta) = R_i^{P_2}(\theta) A_2 \sin(N\theta), \quad R_i(\theta) = \frac{1}{2} [(a+b) - (a-b) \cos N\theta]$$

$$C_2 = -\frac{U_0}{2T} \left[(R - R_n)^2 \left(\frac{2\omega_1(\theta) R_i + R_i + R_n}{R_i - R_n} \right) \right], \quad R_n^2 = -\frac{V_D R_b^2}{U_0}$$

$$C_3 = \frac{U_0}{2T} \left[\frac{(R - R_n)^2}{\alpha - \beta} \left(\frac{d\omega_1}{d\theta} (\alpha - \theta) - \omega_1(\theta) \right) \right]$$

(d) 요소V의 속도경계조건

- i) $Z=T$ 에서 $U_Z = -U_0$
- ii) $Z=0$ 에서 $U_Z = 0$
- iii) $R=R_n$ 에서 $U_R = 0$
- iv) $\theta = \beta$ 에서 $U_\theta = U_{\theta\beta}$
- v) $\theta = \alpha$ 에서 $U_\theta = 0$
- vi) $R=R_n$ 에서 $U_\theta = 0$ (7)

여기서, α 는 횡단면에서 두 대칭면이 이루는 각도이며, β 는 대칭면과 머리부가 차 들어가는 순간순간에 접하는 면사이의 각도이다. 그리고 ω_1 은 요소경계면에서의 속도경계조건을 만족시키기 위한 함수이다.

요소I에서 속도경계조건을 만족하는 축방향의 속도성분 U_Z 를 다음과 같이 가정한다.

$$U_Z = -\frac{U_0 + V_D}{T} Z + V_D \quad (8)$$

접선방향 속도성분 U_θ 는 축대칭이므로 0이다.

$$U_\theta = 0 \quad (9)$$

식 (8)과 (9)를 식 (3)에 대입하여 비압축성조건을 적분하면, 반경방향 속도성분 U_R 은 다음과 같다.

$$RU_r = \frac{U_0 + V_D}{2T} R^2 + C_1 \quad (10)$$

C_1 을 구하기 위해 원점에서 속도경계조건을 적용한다. 즉,

$$R=0 \quad \text{에서} \quad U_R = 0 \quad (11)$$

식 (11)을 식 (10)에 대입하면 $C_1 = 0$ 이 된다.

그러므로 반경방향 속도성분 U_R 다음과 같이 구해진다.

$$U_r = \frac{U_0 + V_D}{2T} R \quad (12)$$

요소III은 요소I과 같은 방법으로 구할 수 있고, 요소IV에서는 편치의 기하학적 형상의 복잡성을 고려해 접선방향 속도성분 U_θ 는 다음과 같이 주어질 수 있다.

$$U_\theta = -\frac{U_0}{T} (R - R_n) \omega_1(\theta) \quad (13)$$

요소V에서는 접선방향 속도성분 U_θ 를 회전각도에 선형적으로 비례한다고 가정하여 다음과 같이 가정한다.

$$U_\theta = -\frac{U_0}{T} (R - R_n) \omega_1(\theta) \frac{\alpha - \theta}{\alpha - \beta} \quad (14)$$

Table 3 The kinematically-admissible velocity fields for Stage III

	U_z	U_r	U_θ
Element I	$-\frac{U_0 + V_D}{T} Z + V_D$	$\frac{U_0 + V_D}{2T} R$	0
Element III	$-\frac{U_0}{T} Z$	$\frac{U_0}{2T} R \left[1 - \left(\frac{R_t}{R} \right)^2 \right] + \frac{C_4}{R}$	$-\frac{U_0}{T} (R - R_n) \omega_2(\theta)$

Pseudo-independent parameter : P_3, A_3

$$\omega_2(\theta) = R_t^{P_3}(\theta) A_3 \sin(N\theta) \quad , \quad R_t(\theta) = \frac{1}{2} [(a+b) - (a-b) \cos N\theta]$$

$$V_D = \frac{U_0}{R_b^2} \left[(2R_b R_t - R_b^2) \frac{d\omega_2(\theta)}{d\theta} + R_b^2 - R_t^2 - 2(R_t - R_b) \omega_2(\theta) R_t \right] - U_0$$

$$C_4 = \frac{U_0}{2T} \left[(R^2 - R_t^2 - 2R R_b + 2R_t R_b) \frac{d\omega_2(\theta)}{d\theta} - 2(R_t - R_b) \omega_2(\theta) R_t \right]$$

이상과 같은 접선방향 속도성분 U_θ 와 z에 선형적으로 비례하는 축방향 속도성분 U_z 를 비압축성조건(3)에 대입하여 속도경계조건을 만족하는 2단계 동적가용속도장을 Table 2에 나타내었다.

변형 중에 있으며, 요소II는 변형이 끝난 강체로 가정한다. 그리고 요소I은 축대칭변형으로 회전방향의 속도성분은 없으며 속도장은 2단계의 요소I과 같고, 요소III의 접선방향의 속도성분 U_θ 를 다음과 같이 가정한다.

$$U_\theta = -\frac{U_0}{T} (R - R_n) \omega_2(\theta) \quad (15)$$

여기서, ω_2 은 요소경계면에서의 속도경계조건을 만족시키기 위한 함수이다. U_z 를 z에 선형적으로 비례한다고 가정하여 아래의 속도경계조건과 비압축성조건을 만족시키는 동적가용속도장을 Table 3에 나타내었다.

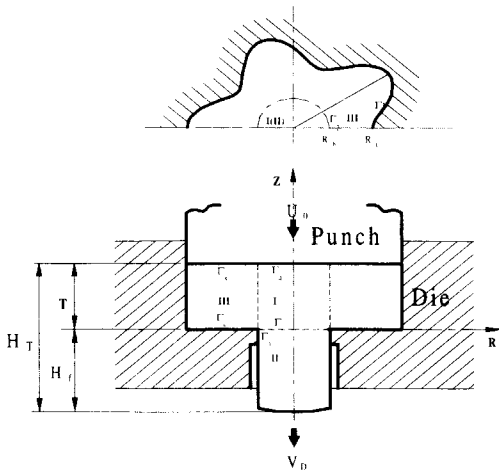


Fig. 3 A general scheme for Stage III in the extrusion-forging process of trochoidally headed bars

2.1.3 3단계 동적가용속도장

3단계에서는 머리부의 충만이 끝나고 압출공정이 일어나는 단계로 하였고, 요소I 과 III은 소성

(a) 요소I의 속도경계조건

- i) $Z = T$ 에서 $U_z = -U_0$
- ii) $Z = 0$ 에서 $U_z = V_D$
- iii) $R = R_b$ 에서 $U_r = U_{Rb}$
- iv) $R = 0$ 에서 $U_r = 0$ (16)

(b) 요소III의 속도경계조건

- i) $Z = T$ 에서 $U_z = -U_0$
- ii) $Z = 0$ 에서 $U_z = 0$
- iii) $R = R_n$ 에서 $U_\theta = 0$
- iv) $R = R_t$ 에서 $U_r = \frac{U_0}{R_t} R_t$
- v) $\theta = 0$ 에서 $U_\theta = 0$
- vi) $\theta = \alpha$ 에서 $U_\theta = 0$ (17)

2.2 상계해

상계이론은 원전 강소성체의 변형에 관한 모든 동적 가용속도장 중에서 실제의 공정에 필요한 에너지울인 J^* 값을 최소화하는 것이다.

$$J^* = \sum \dot{W}_i + \sum \dot{W}_s + \sum \dot{W}_f \quad (18)$$

여기서, J^* 는 실제 공정에 필요한 에너지울의 상계이다.

내부변형에너지 \dot{W}_i 는 다음 식으로 주어진다

$$\dot{W}_i = \sigma_0 \int_r \bar{\epsilon} dV \quad (19)$$

여기서,

σ_0 는 압축실험을 통해 얻은 재료의 항복응력이며,

$$\bar{\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{\epsilon_r^2 + \epsilon_\theta^2 + \epsilon_z^2}{2} + \epsilon_r \epsilon_\theta + \epsilon_\theta \epsilon_z + \epsilon_r \epsilon_z \right)^{1/2} \quad (20)$$

이다.

전단에너지소비율 \dot{W}_s 는 다음 식으로 주어진다.

$$\dot{W}_s = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \int_s |\Delta V_s| dS \quad (21)$$

여기서, $|\Delta V_s|$ 는 전단 경계면에서의 속도불연속속양이다.

마찰에너지소비율 \dot{W}_f 는 다음 식으로 주어진다.

$$\dot{W}_f = m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \int_f |\Delta V_f| dS_f \quad (22)$$

여기서, $|\Delta V_f|$ 는 마찰경계면에서의 속도불연속속이고, m 은 다이(또는 펀치)와 재료사이의 마찰상수이다.

성형하중은 다음 식으로 구해진다.

$$L = \frac{J^*}{U_0} \quad (23)$$

3. 실험

3.1 실험장치

실험장치는 50ton유압프레스에 금형을 설치하고 스트로크에 따른 하중을 측정하기 위하여 변위 측정기(최대측정길이 100mm)와 로드셀(최대 용량 5ton)을 사용하였다. 펀치와 다이의 재질은 기계구

조용탄소강(S45C)를 사용하였다.

3.2 실험소재 및 실험방법

실험소재로는 납을 사용하였으며, 납의 기계적 성질은 Table 4에 나타내었다.

Table 4 The properties of lead billets

Tensile strength (kgf/mm ²)	1.2~1.4
Yield strength (kgf/mm ²)	0.6
Elongation (%)	30

그리고, 실험은 부유평상태에서 하였으며, 마찰 상수값은 링압축시험을 통하여 0.38의 값을 얻었다.

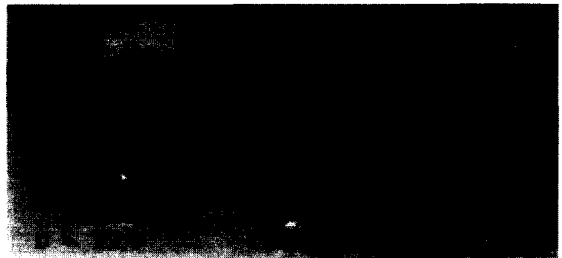


Fig. 4 configurations of final products
[D - orifice diameter(mm)]

실험에서는 오리피스의 크기를 10.0mm로 고정하고 트로코이드의 대칭축의 수에 따른 성형하중과 압출길이를 파악하였으며, 대칭축의 수가 5일 때에 대해서는 오리피스의 크기(10.0mm, 12.5mm, 15.0mm)에 따른 성형하중과 압출길이의 변화를 파악하였다. 성형된 제품은 Fig. 4와 같다.

4. 결과 및 고찰

4.1 성형하중

이론 해석의 타당성을 검토하기 위하여 펀치 스트로크 변화에 따른 성형하중 변화를 Fig. 5에 나타내었다. 펀치 스트로크 변위에 대한 하중 변화의 실험결과와 해석결과는 초기 단계에서부터 소재가 하중에 대하여 연속적으로 변형을 하여 다이의 측면으로부터 구속되기 시작한 시점부터 소재가 다이

에 중면이 끝나고 압출만 진행되는 최종 단계까지 해석결과와 좋은 근사를 보인다. 최대 가공하중은 소재가 다이 측면에 완전히 구속되어 중면이 완료되는 2단계에서 3단계로 진행되는 변환점에서 나타난다.

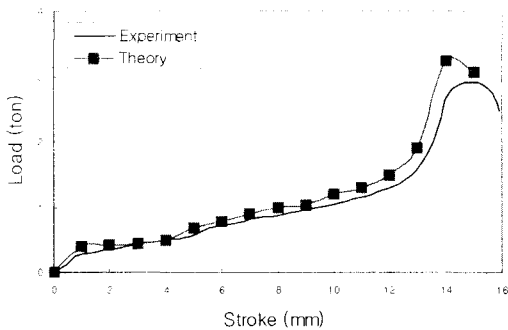


Fig. 5 The diagram of Load-Stroke curve for extrusion-forging process (Orifice diameter is 10mm, No. of axi-symmetry axis is 5)

Fig. 6은 최대성형하중에 대한 대칭축의 수의 영향을 보여준다. 정해진 마찰상수, 형상비, 단면감소율의 조건에서 대칭축의 수가 증가할수록 소재내부의 유동이 복잡해져 최대성형하중이 증가하게 된다^[8]. 이론치와 실험치가 대체로 잘 일치하고 있다.

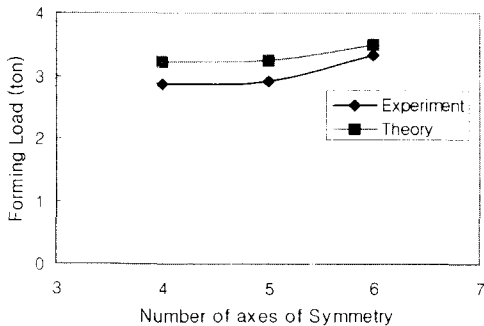


Fig. 6 Comparison between theoretical and experimental forming loads for various number of axes of symmetry

오리피스 직경 변화에 따른 성형하중 변화를 Fig. 7에 나타내었다. 오리피스 직경변화에 대한 하중변화 곡선도 이론해석 결과와 실험 결과가 잘 일

치하며, 오리피스의 크기가 7.5mm일 때는 최대성형하중이 크게 나타났으나, 10mm이상일 경우는 그리 큰 변화 없이 최대성형하중이 작아짐을 알 수 있다. 이는 오리피스의 크기가 어느 한계이상을 지나면 오리피스를 통과하는 재료의 유동이 원활해져 하중변화에는 큰 영향을 미치지 않는 것으로 판단된다

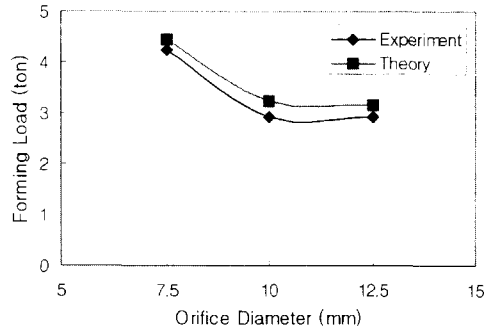


Fig. 7 Comparison between theoretical and experimental forming loads for various orifice diameters

4.2 압출길이

대칭축의 수와 오리피스의 크기에 따른 압출길이의 변화를 Fig. 8, 9에 나타내었다.

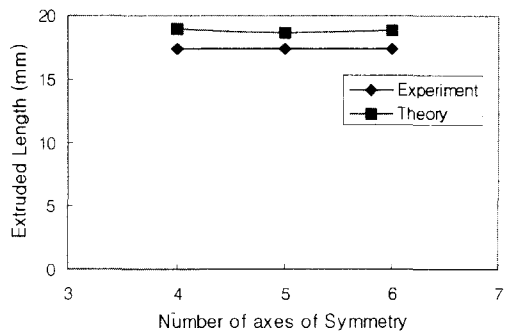


Fig. 8 Comparison between theoretical and experimental extruded lengths for various number of axes of symmetry

Fig. 8에서 보면 오리피스의 크기를 고정하면 단면감소율이 일정해지므로 대칭축의 수에 따른 압출길이의 변화가 거의 없는 것을 알 수 있다. Fig. 9

는 이론해석에 의한 압출길이의 결과와 성형된 재
 속의 압출길이를 비교한 것으로 이론치와 실험치가
 잘 일치하며, 오리피스 크기가 증가함에 따라 압
 출길이가 짧아지는 것을 알 수 있다. 이것은 동일
 한 압출제적에 대해 압출면적을 크게 하면 압출길
 이가 짧아지기 때문이다.

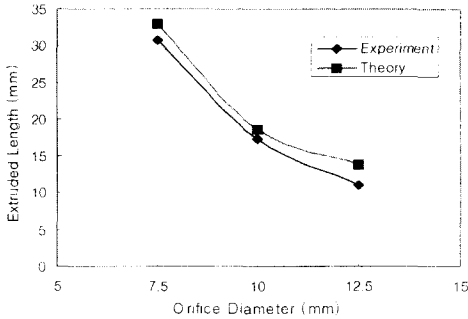


Fig. 9 Comparison between theoretical and experimental extruded lengths for various orifice diameters

5. 결론

트로코이드 형상의 머리를 가진 봉의 압출/단조
 공정의 UBET 해석을 위한 동적 가용 속도장을 유
 도하였고, 유도된 동적 가용 속도장을 이용하여 대
 칭축의 수와 오리피스 직경에 대한 성형하중, 압출
 길이를 구하고, 남의 실험을 통하여 비교한 결과,
 이론치와 실험치가 잘 일치하였다.

따라서, 본 논문에서 제시된 속도장은 트로코이
 드 형상에 대한 압출/단조공정에서의 성형하중과
 압출길이를 예측하는 데 간편하게 사용할 수 있다.

참고문헌

1. Rowe, G.W., Principles of Industrial Metalworking Processes, Edward Arnold, London, 1977.
2. Kudo, H., "An upper-bound approach to plane strain forging and extrusion-I, II, III," Int. J. Mech. Sci., 57(1), pp. 229-366, 1960.
3. Jain, S.C., Bramley, A., Lee, C.H., and Kobayashi, S., "Theory and experiments in extrusion/forging,"

- Proc. 11th MTDR Conf. Birmingham, Sept. 1970. Pergamon, Oxford, pp. 1097-1115, 1971.
4. Monaghan, J., and Brayden, L., "An analysis of an open and closed-die extrusion/forging process," Proc. IMG-5, Queens Univ., Belfast, pp. 273-287, 1988.
5. Monaghan, J., and Brayden, L., "An analysis of an open and closed die extrusion/forging process," Proc. IMG-5, Dublin City University, pp. 310-332, 1989.
6. Vickery, J., and Monaghan, J., "An upper-bound analysis of a forging/extrusion process," Journal of Materials Processing technology 55, pp. 103-110, 1995.
7. Kiuchi, M., and Shigeta, S., "Application of Upper Bound Elemental Technique(UBET) to Asymmetric Forging Process," 塑性と加工, vol. 22 no. 251, pp. 1208-1214, 1981.
8. Kim, D.K., Cho, J.R., Bae, W.B., Kim, Y.H., and Bramley, A.N., "An upper bound analysis of square-die extrusion of non-axisymmetric sections," Journal of Materials Processing Technology, 71, pp. 477-486, 1997.