

다공성 물질의 열 및 습도 전달에 관한 유한요소 해석

이호림*, 김영탁**, 송창섭**, 오근호**

Finite Element Analysis of Heat and Moisture Transfer in Porous Materials

H. R. Lee*, Y. T. Keum**, C. S. Song**, K. H. Auh**

ABSTRACT

Heat and moisture transfer associated with porous materials are investigated. The heat and moisture transfer in porous materials caused by the interaction of moisture gradient, temperature gradient, conduction, and evaporation are considered. The variations of temperature and moisture not only change the volume but also induce the hygro-thermal stress. The finite element formulation for solving the temperature and moisture transfer as well as the associated hygro-thermal stresses is developed. In order to verify the finite element formulation, the heat and moisture moving boundary problem in a half space and the hygro-thermo-mechanical problem in an infinite plate with a circular hole are analyzed. Temperature profile, moisture profile, and hygro-thermal stresses are compared with those of analytic solution and other investigator. Good agreements are examined

Key Words : Porous Material(다공성물질), Moisture Transfer(습도전달), Hygro-thermal Stress(습열응력), Moving Boundary Condition(이동경계 조건), Finite Element Analysis(유한요소해석)

1. 서론

다공성 물질은 모체의 크기에 비해 상대적으로 매우 작은 공동(void)을 가지는 물질을 말하며, 건조하거나 습한 환경에 노출될 때 열 및 습도 전달이 발생한다.

열 및 습도전달은 목재, 건설자재 등의 건조와 복합재의 환경침해 등과 같은 다공성 물질에서만뿐만 아니라, 석유와 가스 추출, 핵폐기물 저장등 여러 분야에 발생하기 때문에 지금까지 많은 연구가 수행되었다. 또한, 열 및 습도 전달로 인한 온도 및 습도의 변화는 물질 체적을 변화시켜 습열응력을

유발시킨다. 열 및 습도전달과 이로 인한 습열응력은 본 연구에서 다루는 열-습도-응력 연계 문제의 기본이 된다. 이러한 다공성 물질의 온도, 습도, 변형, 응력을 정량적으로 평가하기 위해서는 수치적 모사시험등이 개발되어야 한다. 열전달과 습도 전달의 상호관계는 Luikov에 의해 확립된 것으로 널리 알려져 있으며, 다공성 물질에서의 열 및 습도 전달 현상 이론은 Luikov⁽¹⁻³⁾와 Whitaker⁽⁴⁾에 의해 발전되었다. Luikov^(2,3)는 후에 엔탈피와 온도, 습도 함유량과 습도 포텐셜 관계의 유사성을 조사하여, 온도와 습도 포텐셜에 관한 지배방정식을 제안하였다. De Vris 등^(5,6)은 증류, 압력구배, 모세

* 한양대학교 대학원

** 한양대학교 세라믹공정연구센터(CPRC)

관 작용에 의한 열 및 습도 전달의 효과를 조사하여 열 및 습도전달의 복합 확산 방정식을 제안하였으며, Whitaker⁽⁴⁾는 다공성 물질에서의 열, 물질 및 운동량 전달을 해석하였다. Comini 등⁽⁷⁾은 열 및 물질전달을 포함한 2차원 문제의 수치해석을 수행하였으며, Thomas 등⁽⁸⁾은 목재건조에 유한요소법을 적용하여 열 및 물질 전달 문제를 비선형으로 해석하고 그 결과를 실험치와 비교하였다. Dhatt 등⁽⁹⁾은 콘크리트의 건조공정을 모델링 하였으며, Gong 등⁽¹⁰⁾은 콘크리트 건조공정을 유한요소법을 이용하여, 열전달 속도 및 습도 제거 속도를 조사하였다. Lewis 등⁽¹¹⁾은 벽돌의 냉각, 세라믹 애자와 목재의 건조공정에 유한요소법을 이용하여 열 및 습도 전달에 의한 응력 분포를 해석하였고, Sih 등⁽¹²⁾은 복합재에서의 열 및 습도 전달에 의한 습열응력을 해석하였다.

본 연구에서는 다공성 물질의 열 및 습도 전달과 이로 인한 습열응력을 해석하기 위한 유한요소 프로그램 개발하였다. 온도-습도장의 지배방정식은 Luikov가 제안한 복합 확산 방정식(coupled diffusion equation)을 이용하였고, 요소내에서의 상변화 발생을 효과적으로 처리하기 위하여 Steven이 제안한 불연속 요소를 적용하였다. 본 연구에서 개발된 유한요소 프로그램의 타당성을 검증하기 위하여 반평면 열-습도 이동경계 문제를 해석하고 그 결과를 이론해와 비교하였다. 또한, 무한평판의 습열응력 문제를 해석하고 그 결과를 Sih 등의 연구결과와 비교하여 본 연구의 유용성을 보였다.

2. 유한요소 수식화

2.1 온도-습도장

열 및 습도전달을 나타내는 온도-습도장의 지배방정식은 Luikov⁽¹⁻³⁾가 제안한 복합 확산 방정식을 이용하였으며, 다음과 같다.

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{j}_q + \dot{I}_q$$

$$= \nabla \cdot (\mathbf{K}^M \cdot \nabla W + \mathbf{K}^T \cdot \nabla T) + \dot{I}_q \quad (1)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{j}_m$$

$$= \nabla \cdot (\mathbf{A}^M \cdot \nabla W + \mathbf{A}^T \cdot \nabla T + \mathbf{A}^g \cdot \mathbf{W}g) \quad (2)$$

여기서, T는 온도, W는 습도, C는 단위 체적 열용량, \mathbf{j}_q 는

열 플럭스 벡터, \mathbf{j}_m 은 습도 플럭스 벡터, \dot{I}_q 는 열원,

\mathbf{K}^T 는 열전도 계수 텐서, \mathbf{K}^M 은 습도-열전도 계수 텐서, \mathbf{A}^M 은 습도 확산 텐서, \mathbf{A}^T 는 열-습도 확산 계수 텐서, \mathbf{A}^g 는 강제 플럭스 계수 텐서를 나타낸다.

또한, 경계조건은 다음과 같다.(Fig.1 참조)

$$T = T_1 \quad \text{on } S_1 \quad (3)$$

$$\mathbf{j}_q \cdot \mathbf{n} = \mathbf{j}_{q2} \quad \text{on } S_2 \quad (4)$$

$$W = W_3 \quad \text{on } S_3 \quad (5)$$

$$\mathbf{j}_m \cdot \mathbf{n} = \mathbf{j}_{m4} \quad \text{on } S_4 \quad (6)$$

$$S_1 \cup S_2 = \partial R, \quad S_1 \cap S_2 = 0 \quad (7)$$

$$S_3 \cup S_4 = \partial R, \quad S_3 \cap S_4 = 0 \quad (8)$$

식(3)과 식(5)는 표면이 일정온도 또는 일정습도로 유지되는 Dirichlet 조건을 의미하고, 식(4)와 식(6)은 표면에서 일정 열유속 또는 일정 습도유속이 존재하는 Neumann 조건을 의미한다.

여기서, T_1 은 경계 S_1 에서 설정된 온도, \mathbf{j}_{q2} 는 경계 S_2 를 통한 열 플럭스, W_3 는 경계 S_3 에서의 습도, \mathbf{j}_{m4} 는 경계 S_4 에서의 습도 플럭스, ∂R 는 영역 R의 경계, \mathbf{n} 은 경계면에서의 외향 법선 벡터를 나타낸다.

열 및 습도 전달 중에 온도가 상변화 온도에 도달하면 재료내의 습도가 액화 또는 기화하는 상변화 현상이 생기면서 동시에 2개의 상이 존재하게 된다.

이 때, 상변화 과정 중에 방출 또는 흡수되는 잠열을 효율적으로 고려하여 열 및 습도전달을 해석하기 위해서는 다음과 같이 잠열의 효과를 고려한 에너지 보존식을 도입하여야 한다.(Fig.2 참조)

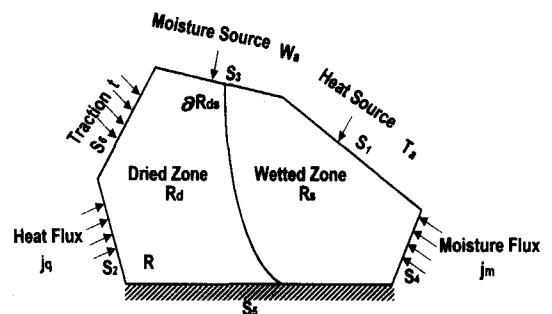


Fig. 1 Mathematical modeling of heat and moisture transfer

$$L(W_0 \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{j}_m) \cdot \mathbf{n}_{ds} = (\mathbf{j}_{qd} - \mathbf{j}_{qs}) \cdot \mathbf{n}_{ds} \quad (9)$$

여기서, \mathbf{j}_m 은 습도 플럭스 벡터, \mathbf{j}_{qd} 는 기상에서의 열 플럭스 벡터, \mathbf{j}_{qs} 는 액상에서의 열 플럭스 벡터, L 은 잠열, W_0 는 잔류 습도, \mathbf{X} 는 계면의 위치, \mathbf{n}_{ds} 는 상변화가 일어나는 이동경계 ∂R_{ds} 에서의 단위 법선 벡터를 나타낸다.

식(1)과 식(2)에 가중함수 u 와 v 를 각각 곱하고 영역 R 에 대해서 적분한 후 식(3)~식(8)의 경계 조건과 식(9)를 이용하면 다음과 같은 적분형을 얻을 수 있다.

$$\int_R C \dot{T} u dR + \int_R (\mathbf{K}^T \cdot \nabla T + \mathbf{K}^M \cdot \nabla W) \cdot \nabla u dR = - \int_{S_2} \mathbf{j}_{qd} u dS + \int_R \dot{q} u dR - \int_{R_{ds}} L(W_0 \dot{\mathbf{X}}_m + \mathbf{j}_m) \cdot \mathbf{n}_{ds} u dS \quad (10)$$

$$\int_R \dot{W} v dR + \int_R (\mathbf{A}^M \cdot \nabla W + \mathbf{A}^T \cdot \nabla T + \mathbf{A}^g \cdot W \cdot \mathbf{g}) \cdot \nabla v dR = - \int_{S_1} \mathbf{j}_m v dS \quad (11)$$

식(10)과 식(11)은 발산정리(Divergence Theorem)를 이용하여 구한 식들이다. 식(10)은 잠열성분에 의해 비선형 방정식이 되지만, 잠열항을 Fig.3과 같은 등가 비열법을 이용하여 기화열 T_e 주위의 상변화 온도 영역 ΔT_f 의 열용량 C 에 더하면 식(11)과 같은 선형방정식 형태로 변환할 수 있다. 이 때, 잔류 액체(resident liquid)의 잠열성분만 식(10)의 첫째 항에 더한다.

$$\int_R \bar{C} \dot{T} u dR + \int_R (\mathbf{K}^T \cdot \nabla T + \mathbf{K}^M \cdot \nabla W) \cdot \nabla u dR = - \int_{S_2} \mathbf{j}_{qd} u dS + \int_R \dot{q} u dR - \int_{R_{ds}} L \mathbf{j}_m \cdot \mathbf{n}_{ds} u dS \quad (12)$$

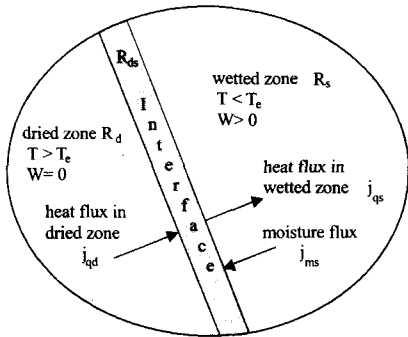


Fig. 2 Schematic diagram of heat and moisture moving boundary problems

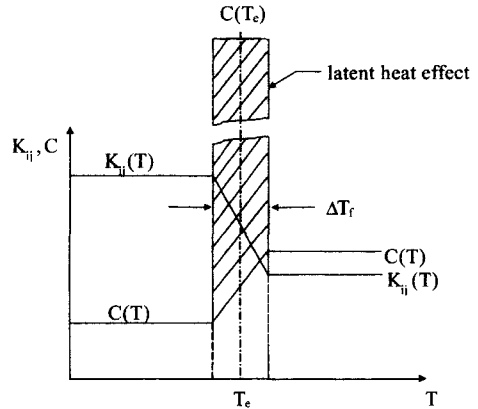


Fig. 3 Heat capacity(C) at phase transition temperature(T_e)

여기서, \bar{C} 는 변정된 열용량이다.

식(10)과 마찬가지로 식(11)도 중력성분에 의해 비선형 방정식이 되기 때문에 이를 분리하면 다음과 같은 식(13)의 선형방정식 형태로 정리할 수 있다.

$$\int_R \dot{W} v dR + \int_R (\mathbf{A}^M \cdot \nabla W + \mathbf{A}^T \cdot \nabla T) \cdot \nabla v dR = - \int_{S_1} \mathbf{j}_m v dS - \int_R \mathbf{A}^g \cdot W \mathbf{g} \cdot \nabla v dR \quad (13)$$

그러나, 식(12)와 식(13)으로부터 유도되는 비대칭 강성행렬은 메모리 용량과 계산시간을 증가시키기 때문에 본 연구에서는 \mathbf{K}^M 과 \mathbf{A}^T 가 비례한다고 가정하였다. ($\mathbf{K}^M = r_{ka} \mathbf{A}^T$)

식(12)와 식(13)을 유한요소 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\sum_{e=1}^E \left(\begin{bmatrix} C^T & 0 \\ 0 & C^M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{T} \\ \dot{W} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K^{TT} & K^{TM} \\ K^{MT} & K^{MM} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T \\ W \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} F^T \\ F^M \end{Bmatrix} \right)_e = 0 \quad (14)$$

여기서, $\langle N \rangle$ 을 형상함수 벡터, $\{N\}$ 을 형상함수 벡터의 전치, $[B]$ 를 형상함수의 미분행렬, 그리고 *는 행렬의 전치라하면 식(14)의 변수들은 각각 다음과 같다.

$$[C^T]_e = \int_{R_e} \langle N \rangle \bar{C} \{N\} dR \quad (15)$$

$$[C^M]_e = \int_{R_e} r_{ka} \langle N \rangle \{N\} dR \quad (16)$$

$$[K^{TT}]_e = \int_{R_e} [B]^* \mathbf{K}^T [B] dR \quad (17)$$

$$[K^{TM}]_e = \int_{R_e} [B]^* \mathbf{K}^M [B] dR \quad (18)$$

$$[K^{MT}]_e = [K^{TM}]_e^* \quad (19)$$

$$[K^{MM}]_e = \int_{R_e} r_{ka} [B]^* \mathbf{A}^M [B] dR \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \{F^T\}_e &= \int_{R_e} I_q dR - \int_{R_e \cap S_2} \mathbf{j}_{q2} \{N\} dS \\ &\quad - \int_{\partial R_{ab} \cap R_e} L \mathbf{j}_m \cdot \mathbf{n}_{ds} \{N\} dS \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \{F^M\}_e &= - \int_{R_e} r_{ka} [B]^* \mathbf{A}^g \cdot \mathbf{g} \{N\} dR \\ &\quad + \int_{S_e \cap S_4} \mathbf{j}_{m4} \{N\} dS \end{aligned} \quad (22)$$

요소내에서 2개의 상이 존재하는 경우에 급격한 물성치 변화, 특히 열용량 변화로 인해 수치적 발산 현상을 일으킨다. 이러한 현상을 방지하기 위하여, 본 연구에서는 Steven⁽¹³⁾이 제안한 Fig.4와 같은 불연속 요소를 도입하였다. Fig.4(a)의 경우를 살펴 보면 다음과 같다. 2차원 문제에서 4절점을 가진 사변형 요소의 온도 변화를 선형으로 가정하였기 때문에, 온도가 일정하다고 가정한 계면은 직선으로 나타낼 수 있다. 계면이 p와 q가 속한 면을 통과한다고 가정하면, 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$x_p = x_j + \frac{T_{12} - T_j}{T_k - T_j} (x_k - x_j) \quad (23)$$

$$x_q = x_k + \frac{T_{12} - T_k}{T_1 - T_k} (x_1 - x_k) \quad (24)$$

여기서, T_{12} 는 영역 1과 2를 분리하는 선이 온도이다. ($T_{12} = T_e + 0.5\Delta T_f$ 혹은 $T_e - 0.5\Delta T_f$)

이 관계를 y_p 와 y_q , s_p 와 s_q , t_p 와 t_q 에도 적용할 수 있고, 요소에서의 열용량은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$[C^T]_e = \int_{R_e} \{N\} C_1 \langle N \rangle dR + \int_{R_e} \{N\} \Delta C_{12} \langle N \rangle dR \quad (25)$$

식(25)에서는 gauss numerical integration의 적분차수를 4로 하여 정도 높은 해를 구하였다. 여기서 R_{e2} 는 요소내의 2영역, $\Delta C_{12} = C_2 - C_1$ 는 Fig.4(a)에서의 2영역과 1영역에서의 열용량 차이이다.

식(25)의 두 번째 항을 영역2의 도심(x_r, y_r)에서 적분하면 다음과 같다.

$$[C^T]_e = \int_{R_e} \{N\} C_1 \langle N \rangle dR + \Delta C_{12} A_{R_e} \begin{bmatrix} N_1 & 0 \\ 0 & N_2 \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}_{(s_r, t_r)} \quad (26)$$

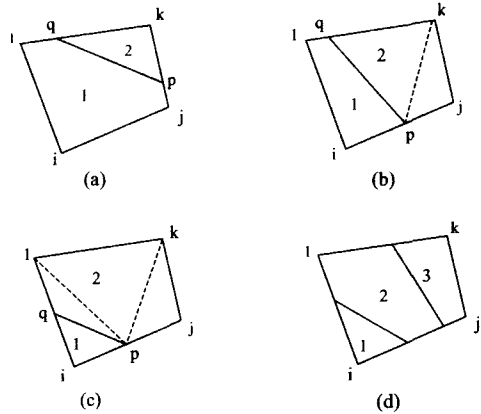


Fig. 4 Internally discontinuous, isoparametric element

여기서, A_{R_e} 는 R_{e2} 의 면적이며, 삼각형의 세 절점의 좌표, (x_p, y_p) , (x_q, y_q) , (x_k, y_k) 를 알기 때문에 간단히 계산할 수 있다. 그리고 s_r 과 t_r 은 다음과 같다.

$$s_r = \frac{s_p + s_q + s_k}{3} \quad (27)$$

$$t_r = \frac{t_p + t_q + t_k}{3} \quad (28)$$

R_{e2} 가 사변형이나 오각형인 경우에 R_{e2} 는 Fig.4(b)와 Fig.4(c) 같은 삼각형으로 나눌 수 있으며 마찬가지로 p와 q를 계산할 수 있다. Fig.4(d)처럼 상변화 영역이 한 요소인 경우는 ΔT_f 가 너무 작아서 요소에서의 최대 온도는 $T_e + 0.5\Delta T_f$ 보다 큰 반면에, 최소 온도는 $T_e - 0.5\Delta T_f$ 보다 작다. 따라서, 먼저 ΔC_{12} 를 요소내의 영역2와 영역3의 합, R_{e2+e3} 에 더하고, ΔC_{23} 를 R_{e3} 에 더한 후 열용량을 계산할 수 있다. 식(12)에서의 유입 액체의 기화 에너지는 다음과 같은 식으로부터 \mathbf{j}_m 을 구하여 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_m &= -(\mathbf{A}^M \cdot \nabla W + \mathbf{A}^T \cdot \nabla T + \mathbf{A}^g \cdot \mathbf{W} \mathbf{g}) \\ &= -(\mathbf{A}^M [B] \langle W \rangle + \mathbf{A}^T [B] \langle T \rangle + \mathbf{A}^g \cdot \mathbf{g} \langle N \rangle \langle W \rangle) \end{aligned} \quad (29)$$

$$\mathbf{j}_m \cdot \mathbf{n}_{ds} = |\mathbf{j}_m| = \sqrt{(j_{m1})^2 + (j_{m2})^2} \quad (30)$$

$$\int_{\partial R_{ab} \cap R_e} L \mathbf{j}_m \cdot \mathbf{n}_{ds} \{N\} dS = L \cdot d \cdot |\mathbf{j}_m| \{N\} \quad (31)$$

여기서, d 는 요소에서의 계면의 길이이고, $\langle N \rangle$ 는 전 시간단계에서의 온도로 정의된 계면의 중앙점에서 계산되는 값이다.

2.2 응력장

응력장에서 모델을 구성하는 단계에서 가장 기본적인 가정은 다음과 같이 스트레인 텐서가 탄성, 열 그리고 습도에 의한 스트레인의 합으로 표현된다는 것이다.

$$\mathbf{e} = \frac{1}{E} \cdot (\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}_0) + \alpha \Delta T + \beta \Delta W \quad (32)$$

여기서, \mathbf{e} 는 총변형률, E 는 탄성계수, α 는 열팽창계수, β 는 습도팽창계수, $\boldsymbol{\sigma}_0$ 는 초기응력을 각각 나타낸다. 이들은 온도와 습도에 의존하는 것으로 가정한다.

열과 습도에 의한 효과를 초기 응력값으로 처리하면 구성방정식 식(32)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\boldsymbol{\sigma} = E \cdot \mathbf{e} + \boldsymbol{\sigma}_0 \quad (33)$$

또한, 경계조건은 다음과 같다.

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_5 \quad \text{on } S_5 \quad (34)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{t}_6 \quad \text{on } S_6 \quad (35)$$

여기서, \mathbf{u}_5 는 경계 S_5 에서 설정된 변위, \mathbf{t}_6 은 경계 S_6 에서 설정된 표면력을 나타낸다. 또한, 요소에서의 변위 \mathbf{u} 와 변형률 \mathbf{e} 는 형상함수 벡터 $[N_u]$ 와 형상함수 미분행렬 $[B_u]$ 로 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{u} = [N_u]\{\mathbf{u}\} \quad (36)$$

$$\mathbf{e} = [B_u]\{\mathbf{u}\} \quad (37)$$

힘평형 방정식은 식(33)~식(37)을 이용하면 다음과 같은 유한요소 행렬식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{e=1}^E ([K]_e \{\mathbf{u}\} - \{F\})_e = 0 \quad (38)$$

여기서, $[K]_e$ 와 $\{F\}_e$ 는 각각 다음과 같다.

$$[K]_e = \int_{R_e} [B_u]^T \mathbf{E} [B_u] dR \quad (39)$$

$$\{F\}_e = \int_{S_5} [N_u] \mathbf{t} dR + \int_{R_e} [N_u] \mathbf{f} dR - \int_{R_e} [B_u]^T \boldsymbol{\sigma}_0 dR \quad (40)$$

여기서, \mathbf{f} 는 체적력을 나타낸다.

3. 수치해석

본 연구에서 개발된 유한요소 프로그램의 타당성 및 유용성을 검증하기 위하여 반평면 열-습도 이동경계 문제와 무한평판의 습열응력 문제를 해석하고 이론해 및 Sih 등⁽¹²⁾의 연구결과와 비교하였다.

3.1 반평면 열-습도 이동경계 문제

Fig.5는 반평면 열-습도 이동경계 문제의 개략도와 유한요소모델이다. $x=0$ 인 벽부(cavity wall)에 열원이 있고 나머지 다른 면은 단열되어 있다. 열원에서 열을 받아 재료 내부의 습도가 점차로 건조되는 문제이다. 해석에 사용된 유한요소 메쉬는 50개 절점과 24개의 선형 사각형 요소로 이루어져 있다.

초기에 재료는 전체적으로 온도와 습도가 각각 25°C와 150kg/m³으로 균일한 상태이며, $x=0$ 인 벽부에서 600°C의 열원으로 가열된다. 사용된 재료는 석탄으로 물성치는 Table 1과 같다⁽¹⁴⁾. Fig.6은 시간변화에 따른 재료 내부의 온도분포를 나타낸다. 상변화 온도는 170°C로서, 12시간이 지난 후 x -좌표가 약 8cm 부근에서 상변화가 발생하고 45.6시간이 지난 후 x -좌표가 약 15mm 부근에서 상변화가 발생하는 것을 볼 수 있다. 또한, 이론해(ANALYTIC)와 FEM 해석결과(FEM)가 잘 일치함을 알 수 있다. Fig.7은 재료 내부의 습도분포이다. 급격하게 습도분포가 변화하는 부분이 Fig.6에서 상변화 온도에 도달한 부분과 잘 일치한다.

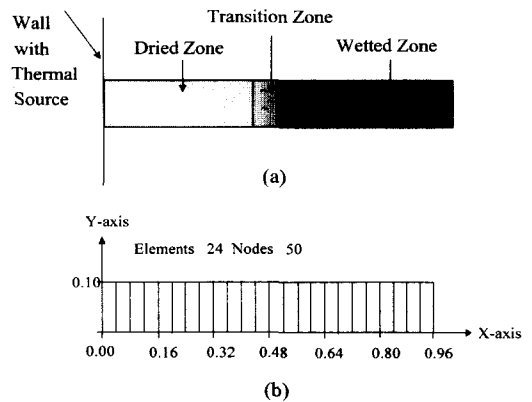


Fig. 5 (a) Schematic drawing and (b) finite element mesh for solving the heat and moisture moving boundary problem in a half space

Table 1 Material properties of coal

Material Property	Sym bol	Unit	Dried Zone	Wetted Zone
Mass Density	ρ	kg/m ³	1845	1995
Heat Capacity	C	J/m ³ °C	1.033E+6	2.394E+6
Heat Conduction	K ^T	J/m°Csec	0.22	0.89
Moisture-Heat Conduction	K ^M	Jm ² /kgsec	-	1.05E-2
Heat-Moisture Diffusion	A ^T	kg/°Csec	-	2.20E-9
Moisture Diffusion	A ^M	m ² /sec	-	1.20E-8
Evaporation Temperature	T _e	°C	170	
Latent Heat	L	J/kg	2.04E+6	

그리고, 온도분포와 마찬가지로 이론해(ANALYTIC)와 FEM 해석결과(FEM)가 잘 일치하고 있다.

3.2 무한평판의 습열응력 문제

Fig.8은 반경이 1m인 원형구멍을 가진 무한평판 문제의 개략도와 유한요소모델이다. 원형구멍 부분의 습도와 재료 내부의 습도 차이로 재료 내부의 습도 분포가 변화하여 응력을 유발하는 문제이다.

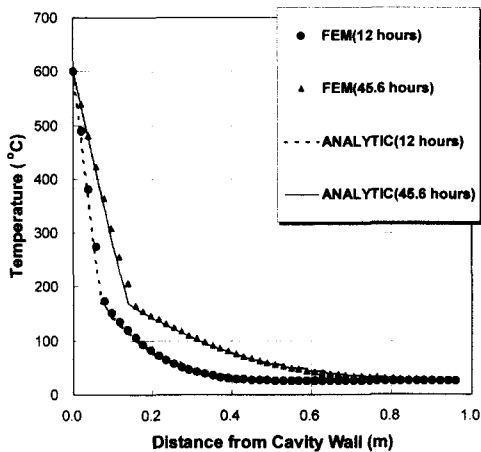


Fig. 6 Comparison of temperature profile between FEM prediction and analytic solution

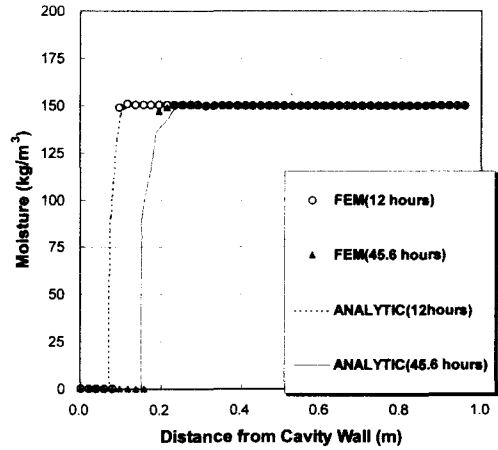


Fig. 7 Comparison of moisture profile between FEM prediction and analytic solution

해석에 사용된 유한요소 메쉬는 105개 절점과 80개의 선형 사각형 요소로 이루어져 있다.

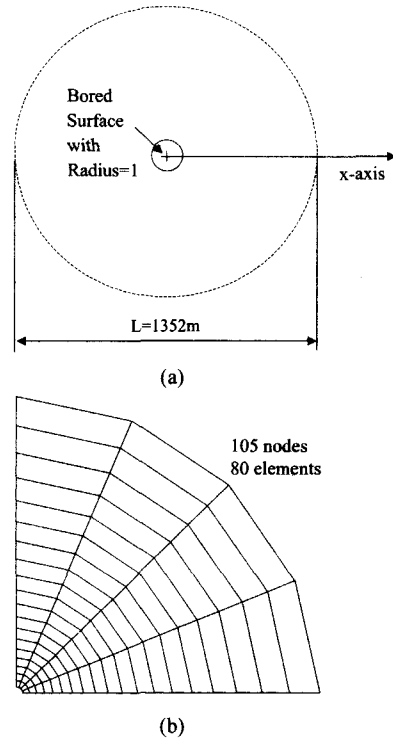


Fig. 8 (a) Schematic drawing and (b) finite element mesh for solving the hygro-thermo-mechanical problem in an infinite plate

초기에 재료는 전체적으로 온도와 습도가 각각 25°C와 10kg/m³으로 균일한 상태이며, 원형 구멍에 20kg/m³의 습도가 주어진다. 사용된 재료는 T300/5208 graphite epoxy로 물성치는 Table 2와 같다⁽¹⁵⁾.

Fig. 9는 정상상태에서의 재료 내부의 습도분포를 나타낸다. 원형구멍에서 멀어질수록 습도변화가 거의 없는 것을 볼 수 있다. 그림에서 Normalized Radial Distance는 원형구멍으로부터의 거리를 원형구멍으로부터 지름까지의 길이로 나눈 값을 의미한다.

Fig. 10과 Fig. 11은 각각 습도변화에 의해 유발되는 정상상태에서의 반경응력과 원주응력분포이다. 반경응력은 전 영역에 걸쳐 압축응력으로 나타나며, 원형구멍 근처에서는 상대적으로 큰 압축응력이 발생하는 것을 볼 수 있다. 원주응력의 경우에 원형 구멍 근처에서는 압축응력이 발생하지만, 구멍에서 멀어질수록 인장응력이 발생하는 것을 볼 수 있다. 이때, 인장응력의 크기가 압축응력의 크기에 비해 상대적으로 작은 값을 갖는 것을 볼 수 있다. FEM 해석결과(FEM)와 Sih 등의 해석결과(SIH ET AL.)⁽¹²⁾가 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 무한평판에서 열 및 습도전달로 인한 온도변화와 습도변화가 응력분포에 미치는 영향을 알아보기 위하여 온도변화, 습도변화, 온도

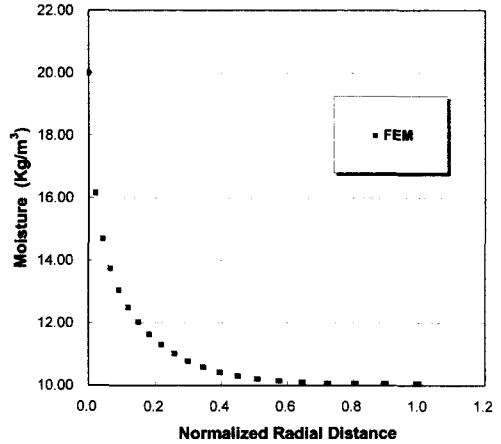


Fig. 9 Moisture profile predicted by FEM

및 습도변화에 의한 응력분포를 비교하였다.

초기에 재료는 전체적으로 온도와 습도가 각각 25°C와 10kg/m³으로 균일한 상태이며, 원형 구멍에 각각 35°C, 20kg/m³, 35°C와 20kg/m³의 온도와 습도가 주어진다. Fig. 12와 Fig. 13은 각각 온도변화, 습도변화, 온도 및 습도 변화에 의한 정상상태에서의 반경응력과 원주응력을 비교한 그림이다. 반경응력은 전 영역에 걸쳐 압축응력으로 나타나며, 온도변화에 의한 응력은 습도변화에 의한 응력에 비해 상대적으로 작은 것을 볼 수 있다.

Table 2 Material properties of T300/5208 graphite epoxy

Material Property	Sym bol	Unit	Values
Mass Density	ρ	kg/m ³	1590
Heat Capacity	C	J/m ³ °C	1.28E+6
Heat Conduction	K ^T	J/m°Csec	3.27E-7
Moisture-Heat Conduction	K ^M	Jm ² /kgsec	0.67E-7
Heat-Moisture Diffusion	A ^T	kg/°Csec	3.19E-13
Moisture Diffusion	A ^M	m ² /sec	2.56E-13
Thermal Expansion	α	1/°C	3.13E-5
Hygro Expansion	β	m ³ /kg	2.68E-3
Elastic Modulus	E	Pa	64.3E+9
Poisson Ratio	ν	-	0.33

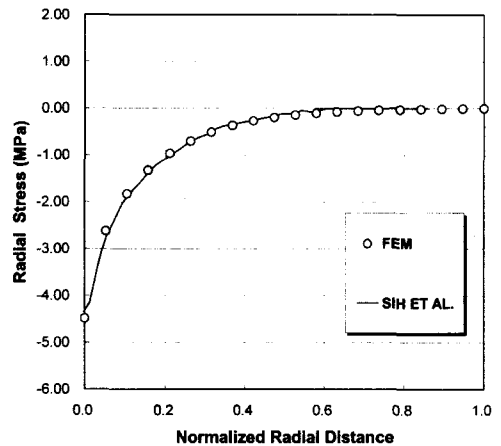


Fig. 10 Comparison of radial stress profile between FEM prediction and Sih et al.'s result

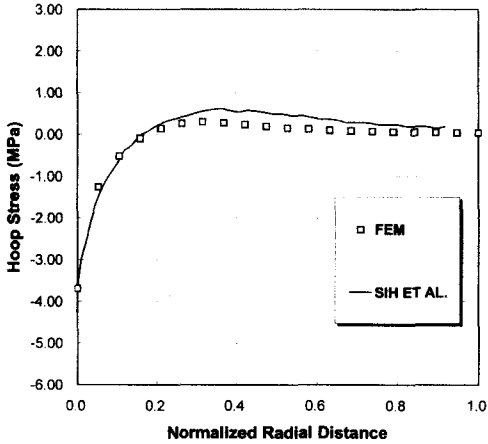


Fig. 11 Comparison of hoop stress profile between FEM prediction and Sih et al.'s result

원주응력은 원형구멍 근처에서 압축응력이 발생하지만, 구멍에서 멀어질수록 인장응력이 발생함을 알 수 있다. 또한, 반경응력에서와 마찬가지로 온도변화에 의한 응력은 습도변화에 의한 응력에 비해 상대적으로 작은 것을 알 수 있다. 이것은 응력분포가 온도보다는 습도에 지배적으로 영향을 받는 것을 의미한다.

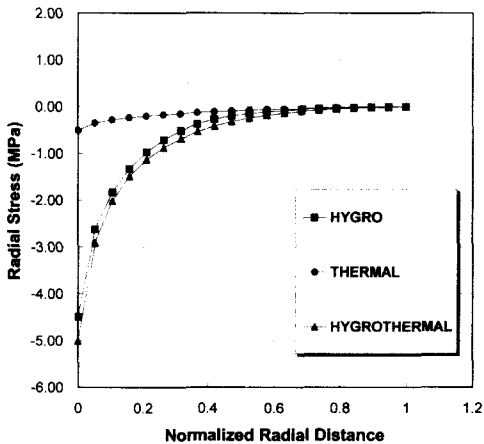


Fig. 12 Comparison of the radial stress profile among hygro stress, thermal stress and hygro-thermal stress predicted by FEM

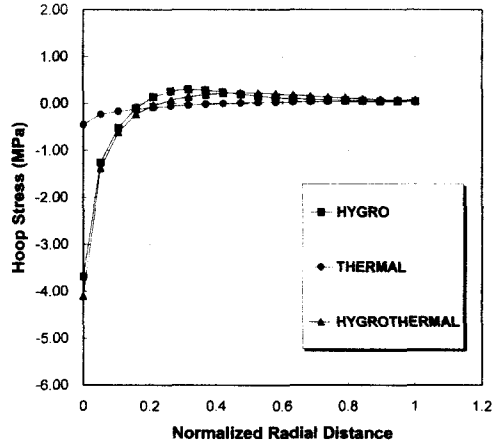


Fig. 13 Comparison of the hoop stress profile among hygro stress, thermal stress and hygro-thermal stress predicted by FEM

4. 결론

다공성 물질의 열 및 습도전달과 이로 인한 습열 응력을 해석할 수 있는 유한요소 프로그램을 개발하고 이를 반평면 열-습도 이동경계 문제와 무한평판의 습열응력 문제에 적용한 본 연구에서 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 온도장과 습도장을 연계한 지배방정식의 유한요소 수식화를 수행하고, 습열응력장의 유한요소 수식화를 수행하였다.
- (2) 균일한 습도함유량을 가진 반평면 열-습도 이동경계 문제를 해석하여 이론해와 비교함으로써, 상변화 문제에서 개발된 프로그램의 타당성을 검증하였다.
- (3) 원형 구멍을 가진 무한평판에서 열 및 습도전달이 유발하는 응력을 해석하여 Sih 등의 해석결과와 비교하여 개발된 프로그램의 유용성을 검증하였다.
- (4) 상변화 과정에서 발생하는 잠열을 효과적으로 고려하기 위하여 등가비열법을 도입하였고, 두 개의 상이 존재하는 경우 급격한 물성치 변화로 인한 수치적 발산현상을 방지하기 위해 불연속요소를 도입하여 수치적 안정성을 높였다.

후 기

본 연구는 한양대학교 세라믹공정연구센터를 통한 한국과학재단 우수연구센터 지원금에 의한 것입니다.

참고 문헌

1. Luikov, A. V. , "Systems of Differential Equations of Heat and Mass Transfer in Capillary-Porous Bodies (Review)," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.18, pp.1-14, 1975.
2. Luikov, A. V. , Heat and Mass Transfer in Capillary Porous Bodies, Pergamon, Oxford, 1975.
3. Luikov, A. V. , Heat and Mass Transfer, Mir Publishers, Moscow, 1980.
4. Whitaker, S. , "Simultaneous Heat, Mass and Mementum Transfer in Porous Media : A Theory of Drying," Advances in Heat Transf., Vol.13, pp.119-203, 1977.
5. De Vris, D. A. , "Simultaneous Transfer of Heat and Moisture in Porous Media," Trans. Am. Geophys. Un. , Vol.39, No.5, PP.909-916, 1958.
6. Philip, J. R. and De Vris, D. A. , "Moisture In Porous Materials under Temperature Gradients," Trans. Am. Geophys. Un. , Vol.38, No.2, pp. 222-232, 1957.
7. Comini, G. and Lewis, R. W. , "A Numerical Solution of Two-Dimensional Problem Involving Heat and Mass Transfer," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.19, pp.1387-1392, 1976.
8. Thomas, H. R. , Lewis, R. W. and Morgan, K. , "An Application of The Finite Element Method to The Drying of Timber," Wood Fibre, Vol.11, pp.237-243, 1980.
9. Dhatt, G. , Jacquemier, M. and Kadje, C. , "Modelling of Drying Refractory Concrete," Drying, '86, No. 1, pp.94-104, 1986.
10. Gong Z. X. and Mujumdar, A. S. , "Development of Drying Schedules for One-Heating Drying Refractory Concrete Slabs Based on A Finite Element Model," J. Am. Ceram. Soc. Vol.79, No. 6. pp.1649-1658, 1969.
11. Lewis, R. W. , Strada, M. and Comini, G. , "Drying-Induced Stressed in Porous Bodies," Int. J. Num. Meth. Engng. , Vol.11, pp.1175-1184, 1977.
12. Sih. G. C. , Ogawa, A. and Chou, S. C. , "Two-Dimensional Transient Hygrothermal Stresses in Bodies with Circular Cavities : Moisture and Temperature Coupling Effects," J. Thermal Stresses, Vol.4, pp.193-222, 1981.
13. Steven, G. P. , "Internally Discontinuous Element

- for Moving Interface Problems," Int. J. Num. Meth. Engng. , Vol.18, pp.569-582, 1982.
14. Chen, K. S. , "Investigations of Hygrothermo-mechanical Responses Associated with Elastic Porous Media," Ph. D. Dissertation, The Ohio State University, 1986.
15. Kazuhiro, K and Kazumi, W. , "Hygrothermal Stress of A High-Speed Drying Furnace," J. Thermal Stresses, Vol.19, pp.599-612, 1996.

부 록

일반적인 1차원 이동경계 문제의 이론해(Analytic solution)는 다음과 같은 지배방정식으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_d}{\partial t} &= k_d^T \frac{\partial^2 T_d}{\partial x^2} \\ \frac{\partial T_s}{\partial t} &= k_s^M \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + k_s^T \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} \\ \frac{\partial W}{\partial t} &= A^M \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + A^T \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} \end{aligned}$$

초기 및 경계조건은 다음과 같다.
이동경계 위치 $x = a(t) = 2\sqrt{\lambda t}$ 에서는

$$\begin{aligned} T_d &= T_s = T_e \\ W &= 0 \\ -K_d^T \frac{\partial T_d}{\partial x} + K_s^M \frac{\partial W}{\partial x} + K_s^T \frac{\partial T_s}{\partial x} \\ &= L \left(W_\infty \dot{a} A^M \frac{\partial W}{\partial x} + A^T \frac{\partial T_s}{\partial x} \right) \end{aligned}$$

여기서 $a(t) = 2\sqrt{\lambda t}$ 로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} x = 0 \text{에서} \quad T_d &= T_w, \quad W = 0 \\ x \rightarrow \infty \text{에서} \quad T_s &= T_\infty, \quad W = W_\infty \\ t = 0 \text{일 때} \quad T &= T_0 = T_\infty, \quad W = W_0 = W_\infty \end{aligned}$$

여기서,

$$k^T = \frac{K^T}{C}, \quad k^M = \frac{K^M}{C}$$

지배방정식에 초기 및 경계조건을 적용하여 온도 및 습도를 구하면 다음과 같다.

• Dried Zone

$$T_d = \frac{T_e - T_w}{\operatorname{erf}\sqrt{\frac{\lambda}{k_d T}}} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{k_d T}t}\right) + T_w$$

• Wetted Zone

$$T_s = T_\infty + \alpha_1 B_1 \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{s_1 t}}\right) + \alpha_2 B_2 \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{s_2 t}}\right)$$

$$W = W_\infty + B_1 \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{s_1 t}}\right) + B_2 \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{s_2 t}}\right)$$

여기서,

$$s_1 = \frac{(A^M + k_s^T) + \sqrt{(A^M + k_s^T)^2 - 4(A^M k_s^T - A^T k_s^M)}}{2}$$

$$s_2 = \frac{(A^M + k_s^T) - \sqrt{(A^M + k_s^T)^2 - 4(A^M k_s^T - A^T k_s^M)}}{2}$$

$$\alpha_1 = \frac{k_s^M}{s_1 - k_s^T}$$

$$\alpha_2 = \frac{k_s^M}{s_2 - k_s^T}$$

$$B_1 = \frac{(T_e - T_\infty) + \alpha_2 W_\infty}{(\alpha_1 - \alpha_2) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\lambda}{s_1}}\right)}$$

$$B_2 = \frac{(T_e - T_\infty) + \alpha_1 W_\infty}{(\alpha_1 - \alpha_2) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\lambda}{s_2}}\right)}$$

B_1 과 B_2 에서 $\operatorname{erfc}(x)$ 는 error function $\operatorname{erf}(x)$ 로 다음과 같이 정의된다.

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$$