

이 논문은 1997학년도 영남대학교 학술연구조성비에 의한 것임

점 데이터의 Rational B-spline 근사를 통한 역공학

이현직*, 고태조**, 김희술**

Rational B-spline Approximation of Point Data For Reverse Engineering

Hyun Zic Lee*, Tae Jo Ko**, and Hee Sool Kim**

ABSTRACT

This paper describes one method of reverse engineering that machines a free form shape without descriptive model. A portable five-axes 3D CMM was used to digitize point data from physical model. After approximation by rational B-spline curve from digitized point data of a geometric shape, a surface was constructed by the skinning method of the cross-sectional design technique. Since a surface patch was segmented by fifteen part, surface merging was also implemented to assure the surface boundary continuity. Finally, composite surface was transferred to commercial CAD/CAM systems through IGES translation in order to machine the modeled geometric shape.

Key Words : Reverse Engineering(역공학), Physical model(실물모형), Digitize(디지털라이즈), Approximation(근사), Rational B-Spline Curve(유리 B-Spline 곡선), Skinning(스키닝)

1. 서론

최근에 CAD/CAM 기술의 발달로 자동차나 선박, 비행기, 혹은 우주 항공 분야에서 다양한 자유 곡면 형상을 갖는 부품들이 많이 생산되고 있는데, 이것은 매개변수로 표현되는 Ferguson, Bezier, B-spline, Rational B-spline, NURBS 등과 같이 다양한 곡선·곡면 표현 방법들이 개발됨으로 가능하게 되었다^(1~6). 일반적으로 CAD/CAM 시스템에서는 서술 모형(descriptive model), 즉 설계 도면을 먼저 생성하고 그 다음에 설계된 서술 모형을 CAM 시스템에 입력함으로써 계산 모형(computational m-

odel)을 얻어 NC 가공을 한다. 그러나 더욱 다양하고 복잡한 형상과 기능을 갖는 제품들이 요구됨에 따라 기존 제품이 기능상의 이유로 수정이 필요하거나 혹은 모델 생성 한계로 인하여 서술 모형 없이 제품을 생산해야 하는 경우가 종종 발생하게 된다. 이와 같이 서술 모형이 없는 경우에는 3차원 좌표 측정기를 이용하여 점토나 석고, 수지, 나무 등으로 만든 실물 모형이나 기존 제품의 3차원 점 데이터를 획득한 후, 점 데이터에서 바로 서술 모형을 생성하는 역공학(reverse engineering)이 필수적이다.

본 논문에서 언급하는 역공학은 좁은 의미의 역

* 영남대학교 기계공학부 대학원

** 영남대학교 기계공학부, 정회원

공학으로서 실물 모형을 디지털화(digitizing)하여 실제 제품을 제조하는 하나의 방법론으로 Fig. 1과 같은 과정으로 구성되어 있다^(7~9).

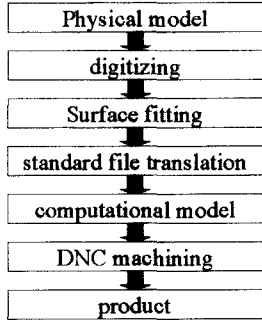


Fig. 1 The process of reverse engineering

여기서 역공학의 핵심은 디지털화한 점 데이터로부터 물체의 형상을 재창조하는 것이다. 다시 말하면 물체의 점 데이터로부터 그 물체의 형상 곡면, 즉 서술 모형을 생성하는 곡면 피팅을 하여야 한다⁽¹⁰⁾.

매개변수를 이용한 다항식 피팅에는 보간(interpolation)과 근사(approximation)가 있는데, 일반적으로 보간법이 더 정확한 형상 곡면을 생성할 것 같지만 측정 데이터에 포함된 오차로 인해 오히려 근사법이 실제 형상에 더 가까운 곡면을 생성한다. 그러나 보간법보다 근사법 계산이 더 복잡하여 효과적인 점 데이터 근사를 위해서는 새로운 근사 알고리즘 개발이 요구된다. 따라서 최소 자승법을 이용한 B-spline 근사법이 일반적으로 많이 활용되고 있다^(11~14). 하지만 최근 고정밀 제품이 요구됨에 따라 근사 곡면의 정밀도를 향상시키기 위해서는 점 데이터와 조정점(control point)의 개수를 증가시켜야 한다⁽¹⁵⁾. 그러나 B-spline 보다 유연성이 향상된 NURBS 모델에 있어서 효과적인 근사법이 개발된다면 B-spline 보다도 적은 조정점의 개수로 동일한 형상 정밀도를 유지하는 근사 곡면을 생성할 수 있다⁽¹⁶⁾. 그런데 NURBS 방정식은 조정점과 가중치를 포함하는 유리 비선형 방정식이기 때문에 쉽게 근사 곡선의 조정점과 가중치를 최적화 시킬 수가 없다. 따라서 NURBS 방정식을 이용한 곡면의 근사는 현재로서는 현실적이지 못하다.

이상과 같은 문제를 효율적으로 취급하고자 본 논문에서는 곡면 합성을 간단히 하기 위해서 NURBS

방정식의 노트 간격(knot span)을 균일하게 한 rational B-spline 곡선 방정식, 즉 가중치가 1이 아닌 유리 비선형 방정식을 수정하여 비유리 선형 방정식으로 만들어서 반복법으로 조정점과 가중치를 구하여 곡면을 모델링하는 방법을 제안한다. Rational B-spline 곡선 방정식은 반복적인 방법으로 근사를 수행하지만 B-spline과 비교하여 고정밀 형상 곡면 정보를 적은 용량의 IGES⁽¹⁷⁾ 파일로 전환할 수 있는 장점이 있다. 끝으로 상용 공구 경로 생성 프로그램(powermill, duct5, catia 등)을 이용하여 본 연구의 표면 모델로부터 생성된 IGES 파일로부터 계산 모형을 만들고 NC 코드를 생성함으로써 DNC 가공을 하여 실제 제품을 가공하는 역공학 과정에 대해서 논의한다.

2. Rational B-spline 곡선 근사⁽²⁵⁾

곡선 근사에 앞서, 본 논문에서는 Denavit-Hartenberg 방식⁽¹⁸⁾을 적용한 5축 휴대용 다관절 접촉식 3차원 좌표 측정기(Fig. 2(a))를 이용하여 점 데이터를 측정하였으며, Fig. 2(b)는 측정된 점 데이터를 화면상에 나타낸 것이다.

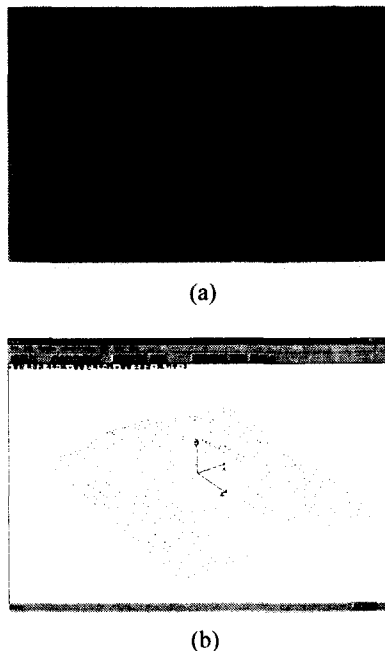


Fig. 2 MicroScribe-3DX and Digitized point data

그리고 측정 데이터의 배열 형식에 따라 곡면 생성 방법이 결정되기 때문에 효과적인 역공학을 위해서는 Table 1^(19~22)의 특성을 고려하여 곡면 생성 방법에 맞는 3차원 좌표 측정기를 선택해야 한다.⁽²³⁾

Table 1 Comparison between contact and noncontact CMM

	접촉식	비접촉식
측정 속도	느리다	빠르다
측정 원리	일반적으로 탐침 probe의 접촉 변형량을 이용	일반적으로 광학적 원리를 이용
측정 오차	일반적으로 접촉식 보다 비접촉식의 측정 오차가 크다	
측정 한계 및 단점	<ul style="list-style-type: none"> 측정 대상 물체는 측정시 stylus의 접촉력을 견딜 수 있는 재료이어야 한다. 대개 probe의 볼(ball)반경 보상이 요구된다 	<ul style="list-style-type: none"> 측정시 발생하는 접촉력은 없으나 측정 정밀도를 향상시키기 위해 물체의 표면 처리가 요구된다 경사가 급한 면에서 난반사로 인한 오차가 발생한다.

B-spline 곡선에는 노트 스패인 일정한 균일 B-spline 곡선(uniform B-spline curve)과 노트 스패인 일정하지 않은 비균일 B-spline 곡선(nonuniform B-spline curve)이 있다. 그리고 B-spline 곡선 방정식에 가중치를 부가하면 각각 유리식 형태의 rational B-spline과 NURBS(NonUniform Rational B-Spline)가 된다. 그러므로 rational B-spline 곡선 근사를 하기 위해서는 조정점 $\vec{P} = \{ P_x, P_y, P_z \}$ 와 가중치 w , 그리고 매개변수 u_j 를 변수로 한 비선형 유리 방정식을 풀어야 하는데, 이와 같은 비선형 다중 변수 방정식을 풀기 위해서는 적어도 1차 미분 방정식을 이용해야 한다. 그러나 rational B-spline 방정식의 1차 도함수를 계산하는 것은 간단한 문제가 아니다. 따라서 본 논문에서는 rational B-spline 곡선 근사를 위해서 비선형 유리 방정식을 유리식이 아닌 선형 방정식으로 수정하고 대신 다음과 같은 반복법을 적용하여 조정점, 가중치, 매개변수에 대한

최적의 값을 구함으로써 곡선 근사를 하는 방법을 제안하고 있다.

2.1 목적 함수(Objective function)

디지털이정한 측정점 데이터의 개수를 r 이라고 하고, 측정점을 \vec{Q} , 조정점 개수를 m 이라고 하고 Rational B-spline 방정식으로 곡선을 모델링하면 다음과 같은 오차 함수 $F(\vec{X})$ 를 얻을 수 있다.

$$F(\vec{X}) = \sum_{j=0}^s e_j^2, \quad s = r - 1 \quad (1)$$

$$\text{여기서, } e_j = \vec{Q}_j - \frac{\sum_{i=0}^n w_i \vec{P}_i N_{i,k}(u_j)}{\sum_{i=0}^n w_i N_{i,k}(u_j)},$$

$$0 \leq u_j \leq n - k + 2, \quad n = m - 1,$$

k = 곡선 방정식의 차수,

$$\vec{X} = ([\vec{P}]_{m \times 1}, [W]_{m \times 1}, [U]_{r \times 1}),$$

$$\vec{P} = (P_x, P_y, P_z)$$

실제 근사 곡선은 측정점을 근사적으로 지나기 때문에 근사 곡선과 측정점 사이에는 오차가 존재하는데, 식 (1)은 이 오차를 각 측정점과 각 측정점에 대응하는 근사 곡선 상의 점 사이 거리를 제곱의 합으로 나타낸 것이다. 그리고 \vec{X} 는 구하고자 하는 변수들(조정점, 가중치, 매개 변수)을 포함하고 있는 변수 벡터이며, $[\vec{P}]_{m \times 1}$ 는 모든 조정점들을 행렬로 나타낸 것으로 각각 x, y, z 성분을 포함하고 있다. $[W]_{m \times 1}$ 는 각 조정점에 해당하는 가중치를 행렬로 표시한 것이며, $[U]_{r \times 1}$ 는 각 측정 데이터에 대한 매개변수 u_j 의 값을 행렬로 표시한 것이다.

따라서 Rational B-spline 근사를 하기 위해서는 식 (2)와 같이 각 변수들에 대해 편미분한 벡터 gradient인 $\nabla F(\vec{X})$ 를 0으로 만족시키는 \vec{X}^* 를 구해야 한다.

$$\nabla F(\vec{X}^*) = 0 \quad (2)$$

그런데, 식 (1)의 함수 $F(\vec{X})$ 의 gradient를 구

하는 것은 쉬운 일이 아니다. 따라서 식 (1)을 비유리 선형 방정식으로 수정하여 다음과 같이 반복적인 방법으로 최적값을 구한다.

2.2 유리식 수정

최적화 기법 중에서 반복법을 적용하기 위해서는 변수를 초기화해야 하는데, 우선 모든 가중치를 1로 두면, 식 (1)의 $\sum_{i=0}^n w_i N_{i,k}(u_j)$ 가 1이 된다. 따라서 식 (1)의 e_j^2 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$e_j^2 = \left\{ \sum_{i=0}^n \vec{Q}_i N_{i,k}(u_j) w_i - \sum_{i=0}^n N_{i,k}(u_j) (w\vec{P})_i \right\}^2 \quad (3)$$

그리고 식 (3)에서 우선 매개 변수 u_j 를 현 길이 모델(cordal length model)⁽²⁶⁾로 초기화하고, $(w\vec{P})_i$ 를 하나의 변수 $[\vec{WP}]_{m \times 1}$ 로 두면, 비선형 유리 방정식인 식 (1)은 다음과 같이 수정되어 비유리 선형 방정식이 된다.

$$F^*(\vec{WP}) = \sum_{i=0}^s \left\{ \sum_{i=0}^n \vec{Q}_i N_{i,k}(u_j) w_i - \sum_{i=0}^n N_{i,k}(u_j) (w\vec{P})_i \right\}^2 \quad (4)$$

여기서, $n = m - 1, \quad s = r - 1$

$$[\vec{WP}]_{m \times 1} = \begin{bmatrix} \vec{WP}_0 \\ \vec{WP}_1 \\ \vdots \\ \vec{WP}_n \end{bmatrix},$$

$$\vec{WP} = (wP_x, wP_y, wP_z)$$

2.3 $[\vec{WP}]$ 계산

근사 곡선과 측정점 사이의 거리 오차가 사실 아주 작기 때문에, $j = 0, \dots, s$ 각각에 적용하면 식 (4)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$0 \approx \left\{ \sum_{i=0}^n \vec{Q}_i N_{i,k}(u_j) w_i - \sum_{i=0}^n N_{i,k}(u_j) (w\vec{P})_i \right\}^2 \quad j=0, \dots, s \quad (5)$$

여기서, $n = m - 1, \quad s = r - 1$
따라서, 식 (5)를 다음과 같은 행렬식으로 표현할 수 있다.

$$[M]_{r \times m} [\vec{WP}]_{m \times 1} \approx [\vec{QNM}]_{r \times 1} \quad (6)$$

여기서,

$$[M]_{r \times m} = \begin{bmatrix} N_{0,k}(u_0) & N_{1,k}(u_0) & \dots & N_{n,k}(u_0) \\ N_{0,k}(u_1) & N_{1,k}(u_1) & \dots & N_{n,k}(u_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{0,k}(u_s) & N_{1,k}(u_s) & \dots & N_{n,k}(u_s) \end{bmatrix}$$

$$[\vec{QNM}]_{r \times 1} = \begin{bmatrix} \vec{Q}_0 \sum_{i=0}^n w_i N_{i,k}(u_0) \\ \vec{Q}_1 \sum_{i=0}^n w_i N_{i,k}(u_1) \\ \vdots \\ \vec{Q}_s \sum_{i=0}^n w_i N_{i,k}(u_s) \end{bmatrix},$$

$$\vec{Q} = (Q_x, Q_y, Q_z)$$

식 (6)에 최소 자승법을 적용하면 다음과 같이 $[\vec{WP}]_{m \times 1}$ 를 구할 수 있다.

$$[\vec{WP}]_{m \times 1} = ([M]_{m \times r}^T [M]_{r \times m})^{-1} [M]_{m \times r}^T [\vec{QNM}]_{r \times 1} \quad (7)$$

2.4 $[W]$ 계산

식 (7)에서 구한 $[\vec{WP}]_{m \times 1}$ 을 $[M]_{r \times m}$ 과 결합시키고 식 (6)의 $[\vec{QNM}]_{r \times 1}$ 에서 $[W]$ 를 분리하면 식 (6)은 다음과 같이 수정된다.

$$[N\vec{WP}]_{r \times 1} \approx [\vec{QM}]_{r \times m} [W]_{m \times 1} \quad (8)$$

여기서,

$$[N\vec{WP}]_{r \times 1} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^n N_{i,k}(u_0) \vec{WP}_i \\ \sum_{i=0}^n N_{i,k}(u_1) \vec{WP}_i \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^n N_{i,k}(u_s) \vec{WP}_i \end{bmatrix},$$

$$\vec{WP} = (WP_x, WP_y, WP_z),$$

$$[\vec{QM}]_{r \times m} = \begin{bmatrix} \vec{Q}_0 N_{0,k}(u_0) & \vec{Q}_0 N_{1,k}(u_0) & \dots & \vec{Q}_0 N_{n,k}(u_0) \\ \vec{Q}_1 N_{0,k}(u_1) & \vec{Q}_1 N_{1,k}(u_1) & \dots & \vec{Q}_1 N_{n,k}(u_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vec{Q}_s N_{0,k}(u_s) & \vec{Q}_s N_{1,k}(u_s) & \dots & \vec{Q}_s N_{n,k}(u_s) \end{bmatrix},$$

$$n = m - 1, \quad s = r - 1$$

식 (8)에 최소 자승법을 적용하면 다음과 같이 $[W]_{m \times 1}$ 를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 [W]_{m \times 1} = & ([Q_x M]^T [Q_x M] + [Q_y M]^T [Q_y M] \\
 & + [Q_z M]^T [Q_z M])^{-1} \cdot ([Q_x M]^T \\
 & [N(WP)_x] + [Q_y M]^T [N(WP)_y] \\
 & + [Q_z M]^T [N(WP)_z]) \quad (9)
 \end{aligned}$$

2.5 [U] 계산

식 (7)과 식 (9)에서 구한 $[\overline{WP}]_{m \times 1}$ 와 $[W]_{m \times 1}$ 를 대입하여 근사 곡선과 측정점 사이의 오차(e_j)를 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 e_j = \overline{Q}_j - \frac{\sum_{i=0}^n \overline{WP}_i N_{i,k}(u_j)}{\sum_{i=0}^n N_{i,k}(u_j) W_i} \\
 (j=0, \dots, r-1) \quad (10)
 \end{aligned}$$

따라서, 식 (10)에서 변수는 u_j 하나이기 때문에 식 (1)은 결국 다음과 같이 단일 변수 최적화 문제가 된다.

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{du_j} |\overline{Q}_j - C(u_j)|^2 = 0 \\
 (j=0, \dots, r-1) \quad (11)
 \end{aligned}$$

$$\text{여기서, } C(u_j) = \frac{\sum_{i=0}^n \overline{WP}_i N_{i,k}(u_j)}{\sum_{i=0}^n N_{i,k}(u_j) W_i}$$

식 (11)에 "golden section method"⁽²⁷⁾을 적용하여 u_j 를 구할 수 있다.

이상과 같이 본 논문에서 사용한 근사 알고리즘을 요약하면 Appendix I 과 같다.

한편, Fig. 3은 이상의 알고리즘으로 14개의 점 데이터를 근사적으로 지나는 각각의 rational B-spline 곡선(조정점 8개)들을 나타낸 것이다.

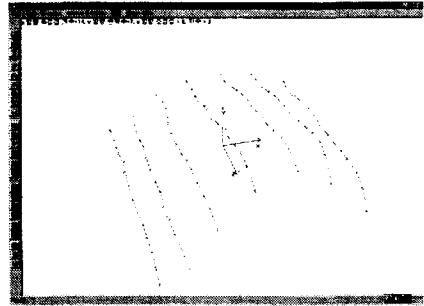


Fig. 3 Approximation of rational B-spline curve

3. Skinning 곡면 생성⁽¹³⁾⁽²⁵⁾

식 (13)과 같은 곡면 방정식으로 식 (1)과 같은 오차 함수를 만들고 이렇게 생성된 곡면 오차 방정식에서 조정점, 가중치, 매개 변수에 대한 최적의 값을 구하여 바로 근사 곡면을 생성하기 위해서는 매우 복잡한 계산식을 처리해야 한다. 따라서 각각의 단면 곡선을 이용하여 곡면을 형성하는 Skinning 방법을 적용하여 다음과 같이 곡면을 생성하였다.

우선 rational B-spline 곡선에는 가중치가 포함되어 있으므로 동차 좌표계(homogeneous coordinates)로 곡선 방정식을 나타내면 다음과 같다.

$$C_j^w(u) = \sum_{i=0}^l N_{i,k}(u) P_{i,j}^w \quad j=0, \dots, l \quad (12)$$

여기서 $P^w = [ux \ uy \ uz \ w]$,

n, l : Fig. 4 참조, $0 \leq u \leq n-k+2$

곡면방정식도 동차 좌표계로 나타내면 다음과 같다.

$$S^w(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^l N_{i,k}(u) N_{j,k}(v) \overline{P}_{i,j}^w \quad (13)$$

여기서 $0 \leq u \leq n-k+2, 0 \leq v \leq l-k+2$

식 (12)의 조정점 $P_{i,j}^w$ 는 곡선 근사에서 이미 계산된 조정점이며, 식 (13)의 조정점 $\overline{P}_{i,j}^w$ 는 구하고자 하는 곡면 조정점이 된다.

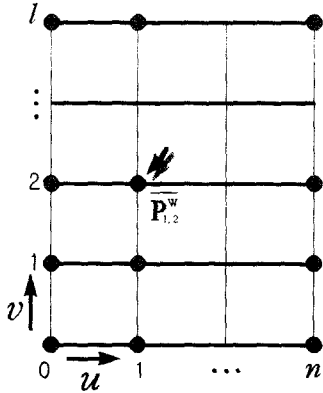


Fig. 4 Control point of surface

Fig. 4에서 화살표가 있는 조정점 ($\overline{P_{1,2}^w}$)을 기준으로 식 (12)의 근사 곡선 방정식과 식 (13)의 곡면 방정식을 비교해 보면 다음과 같다.

$$\sum_{i=0}^n N_{i,k}(u_{1,2}) P_{1,2}^w = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^l N_{i,k}(u_{1,2}) N_{j,k}(v_{1,2}) \overline{P_{i,j}^w} \quad (14)$$

따라서 위의 식 (14)를 일반식으로 표현하면 식 (15)와 같은데, 여기서 식 (15)는 각각의 i 에 대해서 적용시켜야 한다.

$$P_{i,k}^w = \sum_{j=0}^l N_{j,k}(v_{i,h}) \overline{P_{i,j}^w}, \quad (i=0, \dots, n, \quad h=0, \dots, l) \quad (15)$$

식 (15)에서 $\overline{P_{i,j}^w}$ 를 가우스 소거법으로 구한 뒤 곡면방정식을 3차 직교 좌표계로 표현하면 다음과 같이 된다.

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^l N_{i,k}(u) N_{j,k}(v) w_{i,j} \overline{P_{i,j}^w}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^l N_{i,k}(u) N_{j,k}(v) w_{i,j}} \quad (0 \leq u \leq n-k+2, \quad 0 \leq v \leq l-k+2) \quad (16)$$

한편, Fig. 5는 Fig. 3의 단면 곡선들을 이용하여 식 (15)의 skinning method로 곡면을 나타낸 것이다.

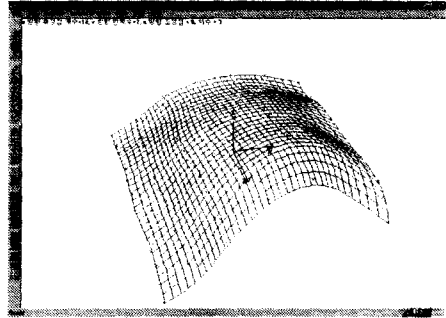


Fig. 5 skinned surface

4. 곡면 합성⁽²⁵⁾⁽²⁸⁾

합성곡면을 생성하기 위해서는 두 곡면사이의 경계연속(C^1 연속까지)을 만족시켜야 하는데, 노트 간격이 균일하기 때문에 노트 삽입 없이 간단히 조정점을 수정하여 다음과 같이 곡면을 합성할 수 있다.

$$C^0 \text{ 연속: } (\overline{P_{i,0}^w})_{S2} = (\overline{P_{i,1}^w})_{S1} \quad (i=0, \dots, n) \quad (17)$$

$$C^1 \text{ 연속: } (\overline{P_{i,1}^w})_{S2} = 2(\overline{P_{i,1}^w})_{S1} - (\overline{P_{i,l-1}^w})_{S1} \quad (18)$$

여기서, $S1, S2$: 합성할 두 곡면,
 n, l : Fig. 4 참조

따라서 곡선 근사와 skinning method로 각각 생성한 3개의 곡면 패치에 식 (17)과 (18)을 u 방향으로 적용하면 Fig. 6과 같은 합성 곡면이 얻어진다. 그리고 식 (17)과 (18)을 u, v 양방향으로 15개의 곡면 패치 각각에 적용하면 Fig. 7과 같은 합성 곡면을 얻을 수가 있다.

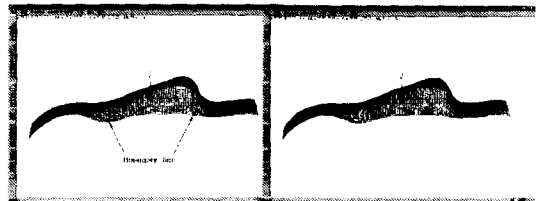


Fig. 6 Before and after surface composition

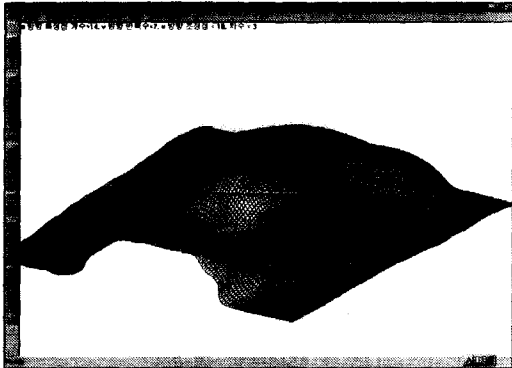


Fig. 7 Surface composition(fifteen surface)

이상과 같이 모델링된 합성 곡면은 IGES 파일로 변환하여 NC가공 데이터를 생성할 수가 있다. Fig. 8은 최종 모델링된 형상 정보를 IGES 파일로 전환하여 상용 공구경로 생성 프로그램인 Powermill에서 평 엔드밀(지름 10mm)로 황삭 공구경로를 생성한 후, 볼 엔드밀(지름 10mm)로 정삭 공구경로를 생성한 것이다.



Fig. 8 Finishing toolpath on the Powermill



Fig. 9 Machined product

이 가공 데이터를 이용하여 최종적으로 가공을 함으로써 역공학을 실현할 수 있는데, Fig. 9는 이렇게 생성된 황삭·정삭 공구경로로 알루미늄 공작물을 DNC 가공하여 생성된 최종 형상이다.

5. 결론

본 연구에서는 휴대용 5축 디지털링기를 이용하여 곡면의 경사가 급한 실물형상 모델로부터 획득된 형상정보에 대한 점 데이터로 기하학적 형상을 모델링하고, 모델링된 데이터로부터 절삭가공을 하는 역공학을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. NURBS 방정식에서 노트 간격을 일정하게 한 유리식 형태의 비선형 방정식인 rational B-spline 곡선 방정식을 수정하여 반복법으로 조정점과 가중치를 구함으로써 디지털링 한 점 데이터에 대해서 곡선 근사를 효율적으로 할 수 있었다.
2. 형상의 단면 곡선을 이용하여 곡면을 생성시키는 방법인 "skinning method"를 적용함으로써 곡면 생성시간과 계산량을 크게 감소시키면서 곡면을 모델링할 수 있었다.
3. 동일한 점 데이터의 경우에 조정점 개수는 근사정밀도와 계산시간에 상당한 영향을 미치며, 또 차수도 근사정밀도에 많은 영향을 주기 때문에 근사 알고리즘의 효과적인 적용을 위해서는 측정형상에 따른 최적의 조정점 개수와 차수 선정에 대한 차후 연구가 요구된다. 또한 실물과 역가공된 제품과의 정밀도 검사를 통한 모델의 효율성 검증등 추가 연구를 기대한다.

참고문헌

1. I. J. Schoenberg, "Contributions to the problem of approximation of equidistant data by analytic functions," Q. Appl. Math., Vol. 4, pp. 45-99 and 112-141, 1946.
2. M. G. Cox, "The numerical evaluation of B-splines," National Physical Laboratory DNAC 4, August 1971.

3. C. de Boor, "On calculation with B-splines," *Jour. Approx. Theory*, Vol. 6, pp. 50-62, 1972.
4. P. E. Bezier, *Numerical Control: Mathematics and Applications*, New York: John Wiley, 1972.
5. D. F. Rogers, "B-spline curves and surfaces for ship hull design," *Proc. SNAME, SCAHD 77, First Int. Symp. Computer Aided Hull Surface Definition*, pp. 26-27, Sep. 1977.
6. L. Piegl, "On NURBS: A survey," *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol. 11, pp. 55-71, January 1991.
7. B. Sarkar and C.H. Menq, "Smooth-surface approximation and reverse engineering," *Comput.-Aid. Des.*, Vol. 23, No. 9, November 1991.
8. M. J. Milroy, D. J. Weir, C. Bradley and G. W. Vickers, "Reverse Engineering Employing a 3D Laser Scanner: A Case Study," *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, Vol. 12, pp. 111-121, 1996.
9. C. K. Song, S. W. Kim, "Reverse Engineering: Autonomous digitization of free-formed surfaces on a CNC Coordinate Measuring Machine," *Int. J. Mach. Tools Manufact.*, Vol. 37, No. 7, pp. 1041-1051, 1997.
10. L. Piegl, W. Tiller, *The NURBS Book*, Second Edition, Springer, pp. 361-453, 1997.
11. 박재홍, "Numerical Calculation With B-spline Approximation," *공학석사학위논문*, 중앙 대학교, 1980.
12. 조동식, "측정 데이터에 대한 B-spline 근사법," *공학석사학위논문*, 숭실대학교, 1993.
13. 박홍열, "Skinning 방법을 이용한 NURBS 모델러의 구현," *공학석사학위논문*, 포항공과 대학교, 1994.
14. 구영희, 이동주, "3차원 측정 곡면의 효율적인 NC 가공을 위한 공구 경로 생성," *한국공작기계기술학회 97년도 추계학술대회 논문집*, pp. 207-212, 1997.
15. 양재봉, 이동주, "Reverse Engineering을 위한 보간 곡선, 곡면의 가공 및 오차 보정," *한국공작기계기술학회 97년도 추계학술대회 논문집*, pp. 230-234, 1997.
16. 이건우, *컴퓨터그래픽과 CAD*, 영지문화사, pp. 175-233, 1996.
17. 성재용, "IGES 포맷을 이용한 CAD 설계 데이터의 활용 연구," *공학석사학위논문*, 포항공과 대학교, 1994.
18. J. Denavit, R. S. Hartenberg, "A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices," *Journal of Applied Mechanics, ASME*, Vol. 22, pp. 215-221, 1955.
19. K. Saito, T. Miyoshi, "Noncontact 3-D Digitizing and Machining System for Free-Form Surfaces," *Annals of the CIRP*, Vol. 40, No. 1, pp. 483-486, 1991.
20. C. H. Menq, H. T. Yau, Gwan-Ywan Lai, "Automated Precision Measurement of Surface Profile in CAD-Directed Inspection," *IEEE Trans. on Robo. and Auto.*, Vol. 8, No. 2, pp. 268-278, 1992.
21. 김봉채, 전병철, 김재도, "He-Ne 레이저와 CCD 카메라를 이용한 비접촉 3차원 측정," *대한기계학회논문집(A)*, Vol. 21, No. 11, pp. 1862-1870, 1997.
22. 강영준, 유원재, 권용기, "위상이동 그림자 무아래방법을 이용한 형상측정법의 정확도 개선에 관한 연구," *한국정밀공학회지*, Vol. 15, No. 10, pp. 96-102, October 1998.
23. 최병규, 전차수, 유우식, 편영식, *CAD/CAM 시스템과 CNC 절삭가공*, 회중당, pp. 294-322, 1996.
24. P. J. McKerrow, *Introduction to Robotics*, Addison-Wesley, pp. 131-231, 1995.
25. H. T. Yau, "Reverse engineering of engine intake ports by digitization and surface approximation," *Int. J. Mach. Tools Manufact.* Vol. 37, No. 6, pp. 355-371, 1997.
26. E.T.Y. Lee, "Choosing node in parametric curve interpolation," *Comput.-Aid. Des.* Vol. 21, No. 6, pp. 363-370, 1989.
27. G. E. Forsythe, M. A. Malcolm, C. B. Moler, *Computer methods for mathematical computations*, Prentice-Hall, pp. 178-191, 1977.
28. S. Shetty, P. R. White, "Curvature-continuous extensions for rational B-spline curves and surfaces," *Comput.-Aid. Des.*, Vol. 23, No. 7, pp. 484-491, 1991.

부 록

Appendix I. 곡선 근사 알고리즘 적용순서

(r = 측정점 개수, m = 조정점 개수,
 \max_l = 최대 반복 회수)

1. Initialization ($n = m - 1$)

$$l = 1, \quad f_l = 0, \quad w_i = 1, \quad i = 0, \dots, n$$

$$u_0 = 0, \quad (\text{단, } r \geq m, \quad n \geq k)$$

$$u_j = (n - k + 2) \times \frac{\sum_{i=1}^j |Q_i - Q_{i-1}|}{\sum_{i=1}^r |Q_i - Q_{i-1}|},$$

($j = 1, \dots, r - 1$), k = 곡선 방정식의 차수.

2. Update $[\overrightarrow{WP}]$

$$[\overrightarrow{WP}]_{m \times 1} = ([M]_{m \times r}^T [M]_{r \times m})^{-1} [M]_{m \times r}^T \cdot [\overrightarrow{QNM}]_{r \times 1}$$

3. Update $[W]$

$$[W]_{m \times 1} = ([Q_x M]^T [Q_x M] + [Q_y M]^T [Q_y M] \\ + [Q_z M]^T [Q_z M])^{-1} \cdot ([Q_x M]^T [N(WP)_x] \\ + [Q_y M]^T [N(WP)_y] + [Q_z M]^T [N(WP)_z])$$

4. Update $[U]$ by solving

$$\frac{d}{du_j} |\overrightarrow{Q}_j - C(u_j)|^2 = 0 \quad j = 0, \dots, r - 1$$

5. $l = l + 1$:

$$\text{Let } f_l = \left(\sum_{j=0}^{r-1} \frac{e_j^2}{r-1} \right)^{1/2}$$

if ($f_l - f_{l-1} < \delta$ or $l > \max_l$) go to (7)

6. Go to (2)

$$7. \overrightarrow{P}_i = \frac{\overrightarrow{WP}_i}{W_i} \quad i = 0, \dots, n$$

8. Stop