

본 연구는 1997년도 교육부 학술연구조성비(기계공학연구; 과제번호 ME97-D-01)에 의하여 연구되었음

로봇팔의 최적 기하학적 경로 및 시간최소화 운동

박종근*, 한성현*, 김태한**, 이상탁**

Optimal Geometric Path and Minimum-Time Motion for a Manipulator Arm

Jong-keun Park*, Sung hyun Han*, Tae-han Kim**, and Sang-tak Lee**

ABSTRACT

This paper suggests a numerical method of finding optimal geometric path and minimum-time motion for a manipulator arm. To find the minimum-time motion, the optimal geometric path is searched first, and the minimum-time motion is searched on this optimal path. In the algorithm finding optimal geometric path, the objective function is minimizing the combination of joint velocities, joint-jerks, and actuator forces as well as avoiding several static obstacles, where global search is performed by adjusting the seed points of the obstacle models. In the minimum-time algorithm, the traveling time is expressed by the linear combinations of finite-term quintic B-splines and the coefficients of the splines are obtained by nonlinear programming to minimize the total traveling time subject to the constraints of the velocity-dependent actuator forces. These two search algorithms are basically similar and their convergences are quite stable.

Key Words : Optimal Geometric Path (최적 기하학적 경로), Minimum-Time Motion (시간최소화 운동), Quintic B-Spline (5차 B-스플라인), Penetration Growth Distance (침투성장거리), Nonlinear Programming (비선형계획법)

1. 서론

본 연구는 장애물이 존재하는 작업공간 내에서 로봇팔의 운동시간을 최소화하는 궤도를 구하는 것이다.

장애물회피와 관련된 지금까지의 연구는 관절형 로봇팔보다는 이동로봇의 경우를 더 많이 다루고 있다⁽¹⁻⁵⁾. 이동로봇은 로봇을 한 개의 점 혹은 강체로 모형화하므로 여러 개의 강체가 연결되어 운

동하는 로봇팔에 비하여 운동방정식은 비교적 단순하다. 장애물회피를 정량화하는 방법은 여러 가지가 있으며 그 중 대표적인 것은 장애물의 가상적인 척력과 목표점의 가상적인 인력으로 표현되는 위치에너지장(potential field)을 이용하는 방법 그리고 거리함수(distance function)를 이용하는 방법 등이다^(2,3,5). 최적화기법에서의 공통적인 애로점은 이동로봇이 최종 목표점까지 가지 못하고 극소점(local minimum)에서 머무르는 것이다.

* 경남대학교 기계자동화공학부

** 경남대학교 대학원

이동로봇이 아닌 로봇팔의 최적운동에 관한 연구는 그 내용 면에서 크게 3종류로 분류될 수 있다. 즉, 1) 장애물을 회피하기 위한 기하학적 경로를 구하는 문제^(6,7), 2) 주어진 기하학적 경로 상에서 관절의 속도를 최적으로 구하는 문제^(8,12), 3) 기하학적 경로가 정해지지 않은 상태에서 최적화 문제⁽¹³⁻²²⁾ 등이다.

첫째 종류의 경우 그 해는 무한히 많다. 즉, 장애물을 회피하는 경로를 찾지만 하면 되기 때문이다. 따라서, 경로의 길이를 최소화하는 등의 성능지수를 부과함으로써 유일해를 구하기도 한다^(2,13,14).

둘째 종류의 경우는 여러 연구자들에 의해서 많은 연구가 이루어지고 있으며 동적계획법⁽¹⁰⁾, 최적제어이론^(11,12), 시간척도법(time scaling method)⁽¹⁴⁾, 비선형계획법^(6,7,13,14,15) 등의 방법이 이용되고 있다.

셋째 종류의 경우 대부분의 연구는 첫째와 둘째 종류의 연구에서 사용하는 방법을 혼합한 형태로 연구가 진행되어 왔다⁽¹⁶⁻¹⁸⁾. 즉, 기하학적 경로를 제어점(control point)^(16,17) 등을 이용하여 먼저 결정하고 이 경로 상에서 최적 속도분포를 구한 후 이런 과정을 반복하여 가장 나은 것을 선택하는 등의 방법이다. 이런 방법은 최적화라는 측면에서 완전한 방법은 아니다.

또한, 이 분야의 연구에서 공통적인 특징은 이론 전개에는 많은 노력을 기울이는 반면 모의실험에서 사용하는 모델은 극히 단순하거나 지나치게 이상화하여 현실과 맞지 않는 경우가 많다는 것이다. 이에 비하여 본 연구에서 사용하는 모델은 마찰을 무시하는 것 이외에는 기하학적으로나 동역학적으로 실제의 모델을 그대로 사용하고 있다.

본 논문의 저자는 장애물회피와 동역학적 최적화를 동시에 수행하는 문제에 대하여 지속적인 연구를 수행하여 왔다. 장애물 회피 경로와 동역학적 최적화를 별개의 문제로 보는 것은 다당하지 않다. 즉, 장애물을 피하는 최단 경로를 구한 후 이 경로 상에서 관절 액추에이터의 동적 성능을 고려하여 시간최소화 경로를 구하는 것은 엄밀한 의미에서 최적 운동이라고 말할 수 없다. 왜냐하면 로봇팔의 동역학은 관절거리의 연성이 크고 비선형이어서 최단거리라고 해서 항상 빨리 움직일 수 있는 경로는 아니기 때문이다. 따라서, 기하학적 경로를 결정하는 단계에서 로봇팔의 동역학이 고려되어야 한다.

본 저자는 이전의 연구에서 관절의 변위를 3차 B-스플라인의 1차 결합으로 표현하고 성장거리 개

념과 비선형계획법을 이용하여 장애물회피 및 에너지최소화 운동을 구하였다⁽²⁰⁾. 이것과 연결되는 연구로서 5차 B-스플라인을 이용하여 관절의 운동을 표현하고 성장거리 개념을 이용하여 장애물을 회피 하면서 시간척도(time scale factor)를 변수로 됨으로써 장애물회피 시간최소화 운동을 구하였다^(21,22). 이 연구에서 구해진 시간최소화 운동은 다른 연구자들의 결과보다 우수하다는 것이 입증되었지만 기하학적 경로와 운동시간을 동시에 변수로 됨으로써 비선형계획법에서의 수렴안정성이 다소 부족하였다.

본 연구는 안정된 수렴을 확보하기 위하여 1) 장애물을 회피하면서 관절속도와 관절구동력 및 관절저어크를 최소화하는 경로를 구한 후 2) 이 경로 상에서 시간최소화 운동을 구하고자 한다.

1)번 항의 연구는 위에서 언급한 기하학적 경로를 구하는 연구와는 다르다. 본 연구에서는 장애물을 회피하는 동시에 로봇팔의 동적인 항(관절속도, 관절구동력 및 관절저어크)을 최소화하기 때문이다. 또한 성장거리를 계산할 때 종자점(seed point)의 위치를 변경시킴으로써 모든 가능한 경로를 탐색한 후 이 중 가장 나은 경로를 선택하는 전역탐색(global search)이 가능하다. 2)번 항의 연구는 1)번 항에서 구해진 기하학적 경로 상에서 운동시간을 경로매개변수의 함수로 표현한 후 이 미지(unknown)의 함수를 비선형계획법으로 구하고자 한다.

본 논문의 서술 순서는 2장에서 장애물회피 최적 기하학적 경로의 공식화, 3장에서 시간최소화운동의 공식화, 4장에서 공간3절 로봇팔에 대한 모의실험에 관하여 언급하고 5장에서 결론을 논하고자 한다.

2. 장애물회피 최적 기하학적 경로

2.1 연속계로서의 공식화

로봇팔의 운동방정식의 일반적인 형태는:

$$\tau = M(\theta)A + V(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) \quad (2.1)$$

여기서, τ 는 일반화 관절구동력($n \times 1$), $M(\theta)$ 은 대칭 관성행렬($n \times n$), θ , $\dot{\theta}$ 및 A 는 일반화 관절변위, 일반화 관절속도 및 일반화 관절가속도($n \times 1$), $V(\theta, \dot{\theta})$ 는 원심력과 코리올리력($n \times 1$) 그리고 $G(\theta)$

는 중력($m \times 1$)이다.

고정된 시간구간 $[0, T]$ 에서 최소화하고자 하는 동적 성능지수(performance index)는 다음과 같이 두었다.

$$J_d = \int_0^T \sum_{i=1}^n \left[\left\{ \frac{\tau_i}{\tau_i^c} \right\}^2 + \left\{ \frac{\omega_i}{\omega_i^c} \right\}^2 + \left\{ \frac{\zeta_i}{\zeta_i^c} \right\}^2 \right] dt \quad (2.2)$$

여기서 소문자는 식 (2.1)의 벡터의 요소이고 ζ 는 일반화 관절저어크(일반화 관절변위의 3차 도함수)이다. 윗첨자 c 는 관절 액추에이터의 성능을 고려한 최대 허용값이다. 이와 같이 최대 허용값을 이용하여 동적인 성능지수를 무차원화시킴으로써 각각의 관절에 대하여 같은 가중치로 성능지수를 최소화시킬 수 있다.

흔히 관절 구동력만을 최소화시키는 경로를 구하는 경우가 많다. 이럴 경우 관절끼리의 연성효과 때문에 이웃한 관절들은 서로 반대방향으로 지나치게 크게 움직인다. 이런 현상은 회전관절인 경우 더 심하다. 최대 관절구동력은 관절속도에 반비례하므로 관절구동력과 함께 관절속도를 최소화하는 경로를 최적경로라고 간주할 수 있다. 운동 중에서의 불필요한 진동이나 궤도추적에서의 어려움을 피하기 위하여 관절저어크를 포함시켰다. 관절변위 혹은 관절가속도 등은 식 (2.2)와 같은 형태 속에 추가로 포함될 수 있다. 위의 동적인 성능지수에서 제곱항은 함수를 볼록형(convex form)으로 만들어서 비선형계획법에서 수렴을 쉽게 한다.

작업공간 내에 m 개의 정적 장애물($O_1, \dots, O_m \subset E^3$)이 존재하고 이 장애물과 모든 링크모델($R_1, \dots, R_n \subset E^3$)이 볼록(convex)하다고 가정한다. 그러나 이것들이 $R_i \cap R_j = \emptyset$ 혹은 $O_i \cap O_j = \emptyset$ 일 필요는 없다. 여기서 \emptyset 는 공집합(empty set)이다.

장애물회피 제약조건을 유도하는 과정은 저자의 선행연구⁽²¹⁾에서 논의한 것과 같기 때문에 자세한 설명을 생략한다. 성장거리 개념을 이용하면 장애물회피 제약조건은 다음과 같이 된다.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \{D^p(R_i, O_j)\}^2 = 0, \forall t \in [0, T] \quad (2.3)$$

여기서, 침투성장거리 $D^p(R_i, O_j)$ 는 로봇 링크 R_i 와 장애물 O_j 가 같은 공간을 공유(침투 혹은 충돌)하는 경우에 그 침투량을 정량화하는 값으로서 자세한 설명은 참고문헌 (6,7,21)에 나와 있다. 이것은

이전까지 개발된 방법보다 계산이 용이하고 두 모델이 서로 떨어져 있을 때 이들 사이의 기하학적인 거리도 같은 방법으로 정량화할 수 있으므로 보다 통합적이고 합리적인 방법이라고 말할 수 있다. 식 (2.3)에서 이것을 제공한 것도 비선형계획법에서 수렴을 쉽게 하기 위한 것이다.

운동의 시작($t=0$)과 끝($t=T$) 위치에서 회전대우 혹은 미끄럼대우를 포함하는 일반화 관절변위, 일반화 관절속도 및 일반화 관절가속도는 어떤 구체적인 값으로 고정되고 각각 위첨자 s 와 f 를 붙여서 다음과 같이 규정한다.

$$\begin{aligned} \theta_i(0) &= \theta_i^s, \omega_i(0) = \omega_i^s, \alpha_i(0) = \alpha_i^s, \\ \theta_i(T) &= \theta_i^f, \omega_i(T) = \omega_i^f, \alpha_i(T) = \alpha_i^f, \forall i \in i_n \end{aligned} \quad (2.4)$$

여기서, 아래첨자 i 는 기저(base frame)에서 시작하는 관절의 번호이고 관절가속도의 제한은 부드러운 운동을 위해서 필요하다.

이제, 최적 기하학적 경로를 구하는 문제는 제약조건인 식 (2.1) 및 식 (2.3), (2.4)를 만족시키면서 식 (2.2)를 최소화하는 $\theta(t)$ 를 구하는 문제로 요약된다.

2.2 유한 차원에서의 공식화

로봇팔의 관절변위를 저자의 선행 연구⁽²¹⁾에서와 마찬가지로 다음과 같이 표현한다.

$$\theta_i(s) = F_i^s(s) + \sum_{j=1}^{k-1} C_{ij} B_j^d(s) + F_i^f(s) \quad (2.5)$$

여기서, 운동의 시작과 끝 위치에서의 운동을 표현하는 제약스플라인 $F_i^s(s)$, $F_i^f(s)$ 와 수정된 스플라인 $B_j^d(s)$ 는 참고문헌 (21)의 부록에 기술되어 있다. s 는 스플라인의 매개변수로서 운동의 전체 경로는 $[0, k]$ 의 구간으로 표현되고 이때 k 는 스플라인의 갯수와 관련이 있다.

$s = \beta t$ 를 고려하여 식 (2.5)를 시간에 대하여 미분하면:

$$\omega_i = \beta \left[F_i^{s'}(s) + \sum_{j=1}^{k-1} C_{ij} B_j^{d'}(s) + F_i^{f'}(s) \right] \quad (2.6)$$

$$\alpha_i = \beta^2 \left[F_i^{s''}(s) + \sum_{j=1}^{k-1} C_{ij} B_j^{d''}(s) + F_i^{f''}(s) \right] \quad (2.7)$$

$$\xi_s = \beta^3 \left[F_s^{(1)}(s) + \sum_{j=1}^k C_{ij} B_j^{(i)}(s) + F_s^{(3)}(s) \right] \quad (2.8)$$

여기서 ‘, ‘, ‘는 각각 s 에 대한 1계, 2계 및 3계 미분이다.

$\{C_{ij}\}$ 는 $R^{n(k-1)}$ 차원 선형벡터공간(설계변수공간)을 형성하고 이 공간은 운동시간이 고정된 근사 점대점 로봇팔 운동(point-to-point manipulator motion)의 집합이다.

장애물회피 제약조건은 임의의 충분히 큰 가중계수 w_0 와 함께 통합된 성능지수(augmented performance index)에 포함될 수 있다. 즉:

$$J_1 = J_d + w_0 J_0 \quad (2.9)$$

여기서:

$$J_d = \left[\sum_{j=1}^{k-1} F_d |_{s=j\Delta s} + \frac{1}{2} \{ F_d |_{s=0} + F_d |_{s=k} \} \right] \Delta t \quad (2.10)$$

$$F_d = \sum_{i=1}^n \left\{ \left(\frac{\tau_i}{\tau_i^c} \right)^2 + \left(\frac{\omega_i}{\omega_i^c} \right)^2 + \left(\frac{\xi_i}{\xi_i^c} \right)^2 \right\} \quad (2.11)$$

$$J_0 = \sum_{i=0}^l \left[\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m \{ D^j(R_j, O_k) \}^2 \right]_{s=i\Delta s} \quad (2.12)$$

$$\Delta s = \frac{k}{l}, \quad \Delta t = \frac{T}{l}, \quad k \neq \text{end of } s$$

전체 경로를 l 개의 등구간으로 나누고 식 (2.10)은 사다리꼴 면적적분 공식이다. 위의 w_0 는 비선형계획법에서 제약조건에 관한 벌칙함수(penalty function)를 목적함수에 연결하는 가중계수와 같은 의미이고 실제 계산에서 구체적인 값을 배정하는 방법은 4장에서 논의한다.

이제, 최적 기하학적 경로를 찾아내는 문제는 제약조건인 식 (2.1), (2.5)-(2.8)을 만족시키면서 식 (2.9)를 최소화시키는 $R^{n(k-1)}$ 공간상의 점 $\{C_{ij}\}$ 를 찾아내는 것으로 요약된다.

3. 시간최소화 운동

식 (2.9)를 최소화시키는 계수값을 C_{ij}^* 라 둔다. 이 값이 최적화기법에 의하여 구해진다면 이것을 식 (2.5)에 대입하여 $\theta_i^*(s)$ 를 구할 수 있고 도함수

들, $\theta_i^*(s)$, $\theta_i^{*\prime}(s)$, $\theta_i^{*\prime\prime}(s)$ 는 s 에 관하여 미분하여 구할 수 있다. 시간 최소화 운동은 이 경로 상에서 탐색된다.

2상과 달리, 시간 t 가 s 에 관한 임의의 함수라고 가정한다. 그러면 이 최적경로 상에서의 각 관절의 속도, 가속도 및 관절저어크는 아래와 같다.

$$\omega_i = \frac{\theta_i^{*\prime}}{t'} \quad (3.1)$$

$$\alpha_i = \frac{t' \theta_i^{*\prime\prime} - t'' \theta_i^{*\prime}}{t'^3} \quad (3.2)$$

$$\xi_i = \frac{t'^2 \theta_i^{*\prime\prime\prime} - 3t' t'' \theta_i^{*\prime\prime}}{t'^5} + \frac{(3t''^2 - t' t''') \theta_i^{*\prime}}{t'^5} \quad (3.3)$$

s 에 관한 미시의 함수인 t 를 저자의 선행연구(21)에서 사용한 스플라인을 이용하여 다음과 같이 근사적으로 표현할 수 있다.

$$t(s) = \sum_{j=-2}^{k+2} D_j B_j(s), \quad s \in [0, k] \quad (3.4)$$

s 에 관한 도함수들 t' , t'' , t''' 은 식 (3.4)를 s 에 관하여 미분하여 구할 수 있다.

스플라인의 절점값(21)과 식 (3.4)를 이용하면 $t(0)=0$ 라는 조건은 다음과 같이 된다.

$$D_{-2} + 26D_{-1} + 66D_0 + 26D_1 + D_2 = 0 \quad (3.5)$$

식 (2.5)로 표현되는 $\theta_i^*(s)$ 는 운동의 양 끝점에서의 변위조건(식 (2.4))을 만족시킨다. 그러나 식 (3.1), (3.2)로 표현되는 관절속도와 관절가속도는 $t'(0)=t'(k)=1/\beta$ 및 $t''(0)=t''(k)=0$, 즉 $s=\beta t$ 에서 β 가 상수 이어야만 양 끝점에서의 속도와 가속도 조건(식 (2.4))을 만족시킨다. 스플라인의 절점값(21)과 식 (3.4)를 이용하여 이 4개의 조건들을 계수들에 관한 조건으로 바꾸면:

$$-D_{-2} - 10D_{-1} + 10D_1 + D_2 = \frac{24}{\beta} \quad (3.6)$$

$$D_{-2} + 2D_{-1} - 6D_0 + 2D_1 + D_2 = 0 \quad (3.7)$$

$$-D_{k-2} - 10D_{k-1} + 10D_{k+1} + D_{k+2} = \frac{24}{\beta} \quad (3.8)$$

$$D_{k-2} + 2D_{k-1} - 6D_k + 2D_{k+1} + D_{k+2} = 0 \quad (3.9)$$

식 (3.5)-(3.9)의 5개의 구속조건 때문에 식 (3.4)의 $k+5$ 개의 $D_j(j=-2, \dots, k+2)$ 중 자유변수(free variable)는 k 개다. D_1, \dots, D_k 를 자유변수(설계변수)로 택한다.

관절구동력과 관절저어크의 제한 속에서 운동시간을 최소화시키는 $t^*(s)$ 를 구하기 위해서는 식 (3.5)-(3.9), (3.4), (3.1)-(3.3), (2.1)을 만족시키면서 다음의 성능지수를 최소화시키는 $D_j^*(j=-2, \dots, k+2)$ 를 구해야 한다.

$$J_2 = J_t + w_c J_c \quad (3.10)$$

$$J_t = [t]_{s=k}^2 \quad (3.11)$$

$$J_c = \sum_{j=0}^l \left[\sum_{i=1}^k \left\{ \left(\frac{\tau_i^c}{\tau_i^e} - 1 \right)_+^2 + \left(\frac{|\xi_i|}{\xi_i^c} - 1 \right)_+^2 \right\} \right]_{s=jds} \quad (3.12)$$

여기서, 등가구동력(equivalent force), τ_i^e 는 저자의 선행연구(21)에서와 같이:

$$\tau_i^e = |\tau_i| + \frac{\tau_i^c}{\omega_i} |\omega_i| \quad (3.13)$$

이 등가구동력은 관절구동력이 관절속도에 따라 변하는 실제적인 경우를 나타낸다.

플러스(+) 연산자는 다음과 같이 정의된다.

$$(\cdot)_+ \equiv \begin{cases} (\cdot), & \text{if } (\cdot) \geq 0, \\ 0, & \text{if } (\cdot) < 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

w_c 는 충분히 큰 가중계수이고 J_c 는 관절속도에 따라 변하는 구동력의 제한조건과 관절저어크 제한조건이다. 2장과 마찬가지로 전체 경로는 1개의 등구간으로 나뉜다.

4. 비선형계획법에 의한 최적화

4.1 계산논리

최적 기하학적 경로를 구하는 것과 시간최소화

운동을 구하는 것이 계산논리 면에서 큰 차이가 없고 저자의 선행연구(21)에서 언급한 계산논리와도 거의 같다. 모든 제약조건이 벌칙항(penalty term)의 개념으로 통합된 성능지수(augmented performance index)에 포함되어 있으므로 제약조건 없는 다차원 최소화 기법을 사용할 수 있다. 여기서는 BFGS법(23)을 사용한다.

이 기법은 목적함수의 설계변수에 관한 1차 도함수(gradient vector)를 필요로 하는데 이것은 유한 차분법으로 계산한다(21). 따라서 설계변수에 어떤 구체적인 값이 주어졌을 때 목적함수값을 계산할 수만 있으면 최적화계산에 아무런 문제가 없다. 이것을 계산하는 순서를 간단히 설명하면 2장의 경우 $C_{ij}(i=1, \dots, n; j=1, \dots, k-1)$ 에 어떤 구체적인 값이 주어졌을 때 식 (2.5)-(2.8), (2.1), (2.11), (2.10), (2.12), (2.9)의 순서를 따라 계산하고 3장의 경우 $D_j(j=1, \dots, k)$ 의 값이 주어지면 식 (3.5)-(3.9)를 이용하여 $D_2, D_{-1}, D_0, D_{k+1}$ 및 D_{k+2} 를 구하고 식 (3.4), (3.1)-(3.3), (2.1), (3.13), (3.12), (3.11), (3.10)의 순서로 목적함수값을 계산한다.

2, 3장의 각각의 최적화(BFGS법) 과정에서 다음의 수렴조건이 부과된다.

$$(J_1^{i-1} - J_1^i) / J_1^{i-1} \leq \epsilon_{j1} \quad (4.1)$$

$$(J_2^{i-1} - J_2^i) / J_2^{i-1} \leq \epsilon_{j2} \quad (4.2)$$

여기서, J_1^i, J_2^i 는 i 번째 직선탐색(line search)의 최소점에서의 목적함수값이다. 이 식들을 만족시켜서 한 최적화과정이 끝나면 다음 조건들의 만족 여부를 각각 검사한다.

$$J_0 \leq \epsilon_0, \quad J_c \leq \epsilon_c \quad (4.3)$$

이 조건들을 만족시키면 계산을 끝내고 그렇지 않으면 w_o, w_c 를 적당히 증가시킨 후(본 계산에서는 100을 곱한 후) 앞 단계에서의 최적운동을 초기운동으로 하여 다시 BFGS법을 시작한다.

최적화계산을 시작할 때의 초기추정운동(initial guess)은 2장의 경우 참고문헌 (21)의 것과 같으며 3장의 경우 시간이 경로매개변수(s)에 비례하고 $t(0)=0, t(k)=T$ 라는 경계조건을 만족시키도록 둔다. 이것은 $t'(0)=t'(k)=1/\beta$ 및 $t''(0)=t''(k)=0$ 을 만족시킨다는 것을 알 수 있다.

최초의 w_o, w_c 는 적당히 큰 값으로 두면 되지만

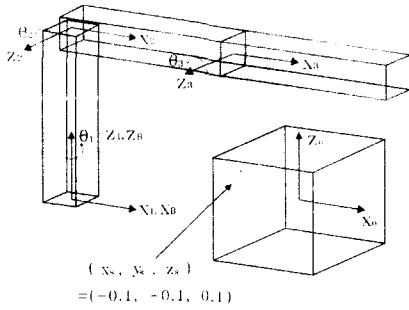


Fig. 4.1 3-link manipulator and an obstacle.

본 계산에서 w_0 의 경우 초기추정운동(initial guess)에서 식 (2.9)의 J_d 와 J_o 를 계산하여 이 식의 둘째항이 첫째 항의 100배가 되도록 넣었고 w_c 의 경우 100.0으로 두었다. 이 초기값들은 적당히 크기만 하면 수렴에는 영향을 미치지 않고 단지 최적화 계산 횟수에만 영향을 미친다.

$\epsilon_{j1}, \epsilon_{j2}, \epsilon_o, \epsilon_c$ 의 값들은 충분히 작은 양수이어야 하고 본 계산의 경우 각각 $10^{-12}, 10^{-12}, 10^{-5}, 10^{-3}$ 으로 두었다. 상수 k 와 l 에는 20과 100을 각각 배당하였다. 모든 프로그램은 FORTRAN으로 작성되었고 배정밀도(double precision)로 하여 Pentium PC에서 계산이 수행되었다.

4.2 예제

예제 모델은 공간3절 로봇팔(Fig. 4.1)이고 관절은 모두 회전대우이다. Fig. 4.1은 각각의 관절변위가 영(zero)일 때의 형상이다. 모든 링크는 균질의 직육면체(Table 4.1)이므로 관성모멘트는 자체로 계산된다. 중력은 Fig. 4.1의 음의 Z_B 방향으로 작용한다. 모든 마찰은 무시되었고 모든 단위는 SI계이다.

장애물은 모두 정적(static)이고 역시 직육면체로 단순화되었다(Fig. 4.1 및 Table 4.2). 장애물 중심에 고정된 좌표계(X_o, Y_o, Z_o)는 그 자세(orientation)가 기저좌표계(X_B, Y_B, Z_B)와 일치하도록 하였다. 모든 링크에서 성장모델의 종자점(seed point)은 기하학적 중심으로 두었지만 장애물모델의 종자점(x_s, y_s, z_s)은 이와 다르게 두었다. 이 장애물모델의 종자점의 위치에 따라 서로 다른 경로로 수렴하므로 이 여러 개의 최적경로 중에서 동적 성능지수값이 가장 작은 경로를 선택할 수 있으므로 전역탐색(global search)이 가능하다. 자세한 것은 계산결과에서 언급한다.

Table 4.1 Specifications of model.

| | link 1 | link 2 | link 3 | |
|---------------------------------|--------------|--------|--------|------|
| length in each link coordinates | x | 0.1 | 0.5 | 0.5 |
| | y | 0.1 | 0.1 | 0.1 |
| | z | 0.5 | 0.1 | 0.1 |
| actuator property | τ_i^c | 1000 | 1000 | 200 |
| | ω_i^c | 12 | 12 | 12 |
| | ζ_i^c | 1000 | 1000 | 1000 |
| mass | 50 | 30 | 20 | |

Table 4.2 Specifications of obstacles.

| | obstacle (1) | obstacle (2) | |
|-------------------------------------|--------------|--------------|--------|
| centers in base coordinates | x_c | 0.4722 | 0.4722 |
| | y_c | -0.4308 | 0.4308 |
| | z_c | 0.09835 | 0.9017 |
| length in each obstacle coordinates | l_x | 0.3 | 0.3 |
| | l_y | 0.3 | 0.3 |
| | l_z | 0.3 | 0.3 |

침투성장거리에서 d_1, d_2 는 직육면체의 대각선의 절반으로 두었다.

로봇팔은 관절 공간에서 $(-4\pi/9 - \pi/4 - \pi/4)$ 에서 $(4\pi/9 \pi/4 \pi/4)$ 까지 1초 동안 움직이고(2장에서 $T=1.0$) 운동의 시작점과 끝점에서 관절속도와 관절가속도는 모두 영으로 두었다.

4.3 최적 기하학적 경로

장애물 모델의 종자점의 위치를 무게중심이 아닌 다른 점으로 둬으로써 여러 개의 장애물회피경로를 찾을 수 있다. 왜냐하면 성장거리의 정의에 의하여 로봇링크와 장애물의 종자점들 사이의 거리가 멀어지는 방향으로 장애물을 회피하기 때문이

Table 4.3 Locations of seed points in each obstacle coordinates (x_s, y_s, z_s).

| optimal paths | obstacle (1) | obstacle (2) |
|---------------|-----------------|-----------------|
| global | (-0.1,-0.1,0.1) | (0.1,-0.1,0.1) |
| local (1) | (0.1,0.1,-0.1) | (-0.1,0.1,-0.1) |
| local (2) | (-0.1,-0.1,0.1) | (-0.1,0.1,-0.1) |
| local (3) | (0.1,0.1,-0.1) | (0.1,-0.1,0.1) |

나. 즉 장애물의 종자점이 놓이진 반대쪽 모서리로 장애물을 피한다. 서로 다른 종자점의 위치(Table 4.3)에 따라 최적 기하학적 경로는 4가지로 나온다(Fig. 4.2). 이 4개의 경로 중 식 (2.10)의 값이 가장 작은 것이 전역최적경로이고(Table 4.4) 나머지는 모두 국소최적경로이다.

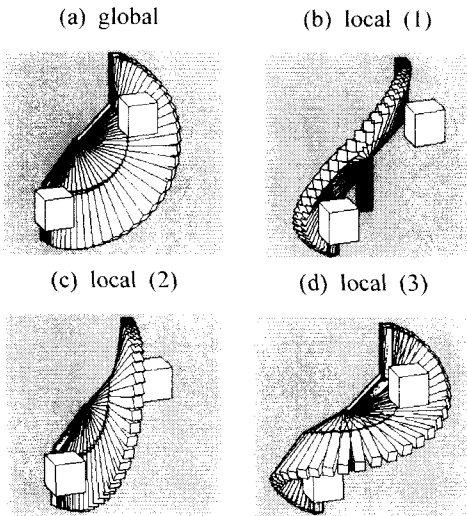


Fig. 4.2 Global and local optimal geometric paths

비선형계획법에서 수렴의 안정성은 해의 신뢰성을 보장한다. 본 기법에서 수렴의 안정성은 매우 우수하다. 위의 4가지 경로 중에서 전역최적경로가 구해지는 과정을 Fig. 4.3에 도시한다. 나머지 국소최적경로가 구해지는 과정도 이와 유사하다. 이 그림에서 (a)는 연속되는 직선탐색에서 계산되는 성능지수(식 (2.9))의 실제변수에 관한 구배의 절대치를

Table 4.4 Convergence properties and J_d^* , J_o^* along optimal paths.

| optimal paths | total BFGSs | total line searches in 1st/2nd BFGS | J_d^* | J_o^* |
|---------------|-------------|-------------------------------------|---------|---------|
| global | 2 | 86 / 68 | 0.214 | 1.46E-9 |
| local (1) | 2 | 85 / 68 | 0.261 | 3.94E-9 |
| local (2) | 2 | 84 / 74 | 0.302 | 3.81E-8 |
| local (3) | 2 | 70 / 71 | 0.497 | 4.87E-8 |

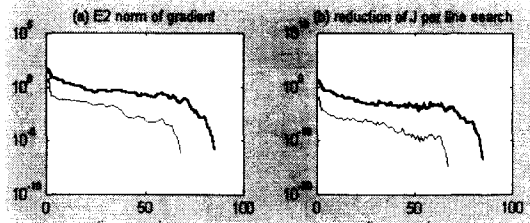


Fig. 4.3 Convergence properties in finding optimal geometric path. Thick/thin lines represent 1st/2nd BFGS procedures.

를 표시하고 (b)는 한 직선탐색에서 감소되는 성능지수의 양을 표시한다. 이 두 그림에서 공통적으로 최적화계산의 초기에는 큰 값이고 끝에서는 작은 값이며 전체적으로 서서히 감소하고 있다. 또한 최적점에서 구배의 절대치는 영(zero)이 되어야 한다는 최적화의 필요조건을 만족시키고 있다. 컴퓨터에서 허용되는 수치정밀도 한도 내에서 수렴은 극히 안정되어 있음을 보여준다. 수치적으로 계산되는 구배의 정밀도는 성능지수의 정밀도의 절반 값이다.

Fig. 4.4는 Fig. 4.2(a)의 전역최적경로와 이것의 도함수들을 나타낸다. 즉 (a)그림은 최적경로 상의 식 (2.5)이고, (b), (c), (d)그림은 각각 식 (2.6), (2.7), (2.8)의 우변의 대괄호속의 값으로서 3장의 식

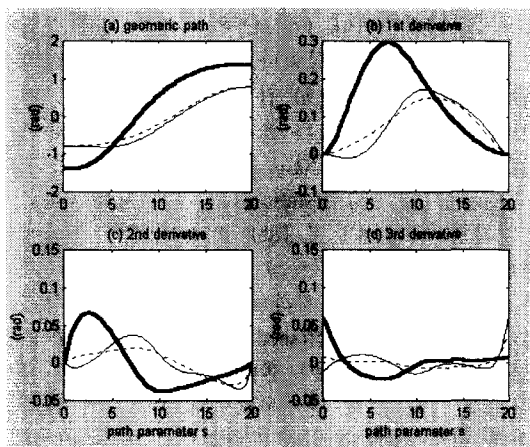


Fig. 4.4 Global optimal path and its derivatives. Thick/thin/dot lines represent 1st/2nd/3rd joints.

(3.1)-(3.3)에서 사용될 θ_i^* , $\dot{\theta}_i^*$, $\ddot{\theta}_i^*$, θ_i^{***} 이다. 즉 이 최적경로 상에서 시간최소화운동이 탐색될 것이다.

Fig. 4.4에서 언급하고 싶은 것은 모든 곡선들이 아주 부드럽게 변하고 있다는 것이다. 시간 척도 β 를 고려하면 이 그림의 1, 2, 3차 도함수들은 관절의 속도, 가속도, 저어크와 각각 대응되는데 관절 구동력의 최소화는 관절가속도를 최소화시키고 더구나 관절저어크의 최소화는 관절가속도의 변화를 최소화시켜서 전체적으로 곡선들의 변화가 완만하다. 즉 로봇팔의 운동을 부드럽게 하는 경로이다. 또한 운동의 시작과 끝점에서 관절저어크가 크게 나오고 있음을 알 수 있다. 이것은 식 (2.2)에서 알 수 있는 바와 같이 동적인 값들의 최대값을 최소화시키는 것이 아니고 이것들의 시간에 대한 적분값을 최소화시키기 때문이다. 즉 운동의 시작과 끝점에서의 큰 저어크는 식 (2.2)를 최소화시킨다는 것을 알 수 있게 한다. 또한 운동의 시작과 끝점에서 관절속도와 관절가속도를 영(zero)으로 둔 경계조건을 만족시키고 있음을 알 수 있다.

4.4 시간최소화 운동

앞에서 구해진 최적 기하학적 경로 상에서 시간최소화 운동이 탐색된다. 4가지 최적경로 상에서 시간최소화 운동을 4.1절에서 설명한 계산논리에 따라 구하였으며 결과로 얻어진 성능지수(식 (3.10))의 최소값을 Table 4.5에 정리한다. 이 표에서

Table 4.5 Convergence properties in minimum-time search.

| optimal paths | total line searches | minimum-time | J_c^* |
|---------------|---------------------|--------------|---------|
| global | 196 | 0.642 | 3.11E-7 |
| local (1) | 288 | 0.648 | 3.58E-7 |
| local (2) | 141 | 0.719 | 4.29E-7 |
| local (3) | 123 | 0.805 | 1.06E-6 |

알 수 있는 바와 같이 앞 절의 경로탐색에서 J_c^* 값이 작은 경로(Table 4.4)가 최소 운동시간도 작다. 이것은 2장과 3장의 목적함수가 연관성이 있다는 것을 나타낸다.

경로를 탐색할 때(Table 4.4)보다 직선탐색의 횟수가 다소 많고 경로에 따라서 차이가 있다. 즉 수

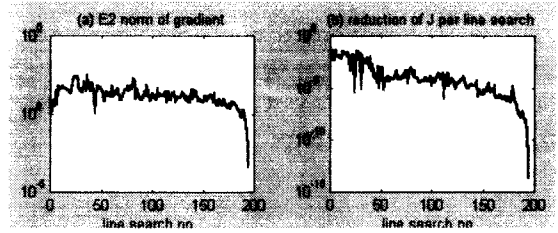


Fig. 4.5 Convergence properties in finding minimum-time motion.

렴성능이 경로를 탐색할 때보다 다소 나쁘다. 이것은 식 (3.12)와 (3.13)의 J_c 와 τ_i^* 에 포함된 $| \cdot |$ 와 (\cdot) , 연산자의 영향인 것으로 추측된다. 즉 이들 연산자는 미분 불가능한 점을 생성하기 때문이다. 그러나 시간최소화 운동(최적점)에 가까워지면 성능지수의 감소량 뿐만아니라 구배의 절대치도 영(zero)에 가까워진다(Fig. 4.5). 기하학적 경로를 탐색할 때(Fig. 4.3)만큼 변화가 부드럽지는 못하지만 비교적 안정되게 수렴하는 것을 알 수 있다. 이것이 선행연구⁽²⁾보다 나은 면이다. 최적화기법에서 안정된 수렴보다 더 중요한 것은 없다고 본다. 1회의 최적화계산으로 식 (4.3)을 만족시켰다(Table 4.5). 그러나 이 최적화계산의 횟수는 식 (3.10)의 w_c 의 초기값에 따라 다를 수 있다.

결과로 얻어진 $\dot{i}^*(s)$, $\ddot{i}^*(s)$, $i^{*'}(s)$, $i^{*''}(s)$ 를 Fig. 4.6에 나타낸다. 여기서 $i'(0)=i'(k)=1/\beta=T/k$ 및 $i''(0)=i''(k)=0$ 가 만족됨을 알 수 있다. $\dot{i}^*(s)$ 가 작을 때((b)그림에서 $s=15$ 근처) $\dot{i}^*(s)$ 의 그래프((a)그림)의

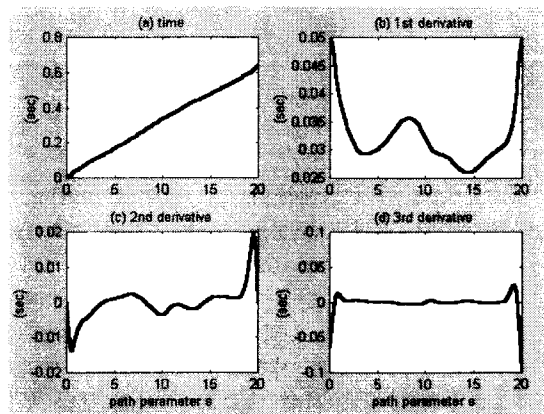


Fig. 4.6 Minimized time and its derivatives.

가올기가 완만하게 되므로 운동시간이 적게 소요된다. 하지만 식 (3.1)-(3.3)에서 알 수 있는 바와 같이 $i^*(s)$ 가 작아지면 각 관절의 속도, 가속도 및 저어크가 커지는데 이는 관절구동력과 관절저어크의 제한값(Table 4.1)때문에 더 이상 커질 수 없다.

최적으로 계산된 $\theta_1^*(s)$, $\theta_2^*(s)$, $\theta_3^*(s)$, $\theta_4^*(s)$ 및 $i^*(s)$, $i^*(s)$, $i^*(s)$, $i^*(s)$ 를 이용하고 식 (3.1)-(3.3), (2.1), (3.13)을 이용하여 계산된 전역최적경로 상에

266MHz Pentium II PC에서 경로최적화는 100초 정도 그리고 시간최소화는 50~100초 정도가 소요되었다.

5. 결론

관절의 변위를 5차 B-스플라인의 1차 결합으로 표시하고 장애물과 링크 사이의 거리를 침투성장거리로 정량화한 후 비선형계획법을 이용하여 관절구동력, 관절속도 및 관절저어크를 최소화시키는 장애물회피 최적 기하학적 경로를 구하였다. 특히 장애물의 종자점의 위치를 변경시킴으로써 모든 가능한 경로를 탐색하여 이 중 가장 나은 경로를 선택하였다. 이 경로는 구동력이 관절속도에 반비례하는 로봇팔에 특히 적당하다. 이 최적 경로 상에서 관절속도에 따른 관절구동력의 제한과 관절저어크의 제한을 고려하여 시간최소화운동을 구하였다.

경로가 고정되지 않았을 때의 시간최소화운동에서는 모든 관절이 포화(관절구동력 등이 제한값에 도달)되지만 경로가 고정되었을 때에는 한 관절만 포화된다.

비선형계획법을 이용한 위의 두 최적화계산에서 수렴은 안정적이었고 최적점이기 위한 필요조건을 만족시켰다. 즉 최적점에서 구배의 절대치가 영(zero)에 가까웠고 최적점에 접근함에 따라 서서히 영에 접근하였다.

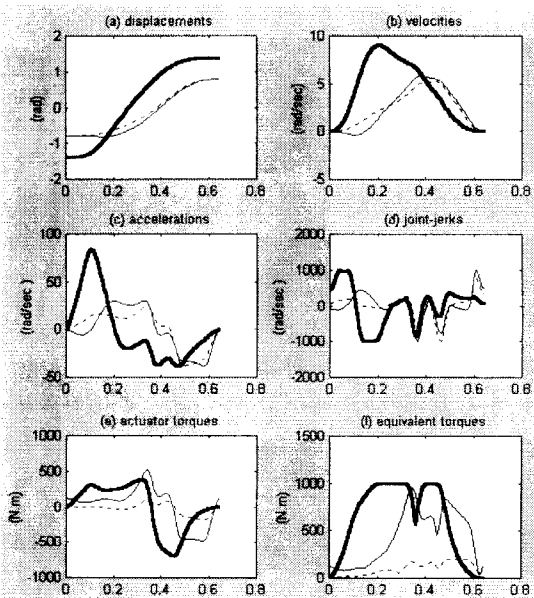


Fig. 4.7 Minimum-time motion along globally optimal geometric path. Thick/thin/dot lines are 1st/2nd/3rd joints.

서의 시간최소화 운동을 시간을 횡축으로 하여 Fig. 4.7에 나타낸다. Fig. 4.4(a)-(d)와 Fig. 4.7(a)-(d)가 모양이 비슷하다. 이것은 Fig. 4.7의 횡축의 척도가 시간척도(time scale factor) $i^*(s)$ 에 의하여 달라진 것이외에는 동일하기 때문이다. 관절저어크(Fig. 4.7(d))와 등가구동력(equivalent torque) (Fig. 4.7(f)) 중 하나가 포화(제한값에 도달)되어 있다. 그러나 임의의 운동 시간에서 한 관절만 포화되어 있는데 이는 기하학적 경로가 고정되었을 때에 나타나는 특징이다. 이것은 경로와 시간을 동시에 찾을 때의 결과⁽²¹⁾(모든 관절이 동시에 포화되어 있다)보다 낫다. 그러나 수렴 안정성은 더 우수하다.

참고문헌

1. Tzionas, P. G., Thanailakis, A. and Tsalides, P. G., IEEE Trans. on Robotics and Automation, Vol. 13, No. 2, pp. 237-250, 1997.
2. Sundar, S. and Shiller, Z., IEEE Trans. on Robotics and Automation, Vol. 13, No. 2, pp. 305-310, 1997.
3. Fujimori, A., Nikiforuk, P. N. and Gupta, M. M., IEEE Trans. on Robotics and Automation, Vol. 13, No. 4, pp. 596-602, 1997.
4. Mukherjee, R., Emond, B. R. and Junkins, J. L., Int. J. of Robotics Research, Vol. 16, No. 6, pp. 826-839, 1997.
5. Fiorini, P. and Shiller, Z., Int. J. of Robotics Research, Vol. 17, No. 7, pp. 760-772, 1998.

6. Ong, C. J. and Gilbert, E. G., *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 12, No. 6, pp. 888-903, 1996.
7. Ong, C. J. and Gilbert, E. G., *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 2146-2152, 1994.
8. Dahl, O. and Nielsen, L., *IEEE J. of Robotics and Automation*, Vol. 6, No. 5, pp. 554-561, 1990.
9. Huang, H.-P. and McClamroch, N. H., *IEEE J. of Robotics and Automation*, Vol. 4, No. 2, pp. 140-149, 1988.
10. Singh, S. and Leu, M. C., *Trans. ASME J. Dyn. Sys. Mea. Con.*, Vol. 109, June, pp. 88-96, 1987.
11. Slotine, J.-J. E. and Yang, H. S., *IEEE J. of Robotics and Automation*, Vol. 5, No. 1, pp. 118-124, 1989.
12. Tan, H. H. and Potts, R. B., *IEEE J. of Robotics and Automation*, Vol. 4, No. 2, pp. 174-185, 1988.
13. McLean, A. and Cameron, S., *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 15, No. 4, pp. 300-319, 1996.
14. Schlemmer, M. and Gruebel, G., *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 17, No. 9, pp. 1013-1021, 1998.
15. Martin, B. J. and Bobrow, J. E., *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 18, No. 2, pp. 213-224, 1999.
16. R. Toogood, H. Hao and C. Wong, *Proc. IEEE Int'l Conference on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 1, pp. 489-494, Oct. 1995.
17. M. Yamamoto, Y. Isshiki and A. Mohri, *Proc. IROS Int'l Conference on Intelligent Robots and Systems*, Vol. 3, pp. 2184-2191, Sep. 1994.
18. H. Ozaki and C.-j. Lin, *Proc. IEEE Int'l conf. on Robotics and Automation* pp. 3592-3597, April 1996.
19. Z. Shiller and S. Dubowsky, *Trans. IEEE Robotics and Automation*, Vol. 7, No. 6, pp. 785-797, 1991.
20. Park, J.-k., *Int'l Conf. on Cont., Auto., Robo., Vision (ICARCV '96)*, Vol 3/3, pp. 2124-2129, Dec. 1996.
21. 박종근, "로봇팔의 장애물 중에서의 시간 최소화 궤도 계획," *한국정밀공학회지 제 15권 1호*, pp. 78-86, 1998.
22. Park, J.-k. and Bobrow, J. E., *Proceeding of the 4th Japan-France & 2nd Asia-Europe congress on Mechatronics*, Vol. 1 pp. 369-374, Kitakyushu, Japan, Dec. 1998.
23. Fletcher, R., *Practical Method of Optimization*, 2nd ed., John Wiley & Sons, 1987.