

CNC 공작기계의 고속 고정밀 가공을 위한 모서리 속도궤적 연구

김한석*, 전도영**

Study on the Velocity Trajectory for High Speed and High Precision Machining of CNC Machines

Hansuk Kim*, Doyoung Jeon**

ABSTRACT

This paper proposes a method to generate the velocity trajectory which guarantees user specified contour errors at corners for high speed and high precision motion control of CNC machines. The relation among the desired trajectory, system bandwidth and corner contour error are derived. Experiments show that the corner contour error specified by users can be guaranteed with the proposed velocity trajectory.

Key Words : CNC machine(CNC공작기계), Corner Contour Error(모서리윤곽 오차), Velocity Trajectory(속도 궤적)

1. 서론

CNC 공작기계는 수동으로 조작되던 공작기계의 한계를 극복하고자 1952년 미국에서 처음 탄생된 이래 고속 고정밀 가공을 목표로 꾸준히 발전되었다. CNC 공작기계는 지지계, 이송계, 그리고 주축계로 구성되어 있으며 각 부분별로 다양한 연구가 이루어지고 있다. 제어 이론의 적용 대상인 이송계는 서보 모터, 볼 스크류, 가이드, 그리고 베드 또는 칼럼으로 구성되는 기계적 부분과 수치 제어기, 위치 인코더, D/A 컨버터로 구성된 전자적 부분으로 나뉘어진다. 일반적으로 서보 모터의 속도 입력부터 베드의 위치까지를 2차 또는 3차 이상의 고차 시스템으로 모델링하며 이 시스템의 고속 고정밀 이송을 위하여 많은 제어 이론들이 연구되고

있다.

고속 고정밀 이송을 구현하기 위해서는 뛰어난 성능의 제어기와 빠른 기준 궤적이 있어야 한다. 가장 널리 쓰이는 제어기는 PID제어기^(1,3)로 단순한 구조와 높은 강인성이 장점이지만 이송속도가 높아질수록 상대적으로 추종오차가 증가하는 경향이 있다. 제어기의 성능을 높이기 위하여 앞먹임 제어(Feedforward Control)⁽⁴⁾, CCC(Cross Coupled Control)^(5,6) 등이 연구되었으며, 빠른 속도궤적을 생성하기 위한 방법으로 시간 최적 궤적 생성^(7,8) 등과, 고속화에 따르는 서보 시스템의 충격 및 진동을 억제하기 위하여 제어기 입력을 필터링하는 방법^(9,10) 등이 연구되고 있으나 정확한 시스템 모델을 필요로 하는 연구들은 가동 환경과 작업 내용에 따라 시스템 모델이 변하는 CNC 공작기계에는 널리

* 서강대학교 기계공학과 대학원

** 서강대학교 기계공학과

쓰이지 못하고 있다.

가공을 목적으로 하는 CNC 공작기계에서는 추종오차보다는 윤곽오차가 중요한 비중을 차지하며 이송속도가 높아질수록 특히 모서리에서의 윤곽오차가 커지게 된다. 이러한 오차는 추가적인 공정을 요구하는 원인이 될 수 있으므로 정확한 모서리 가공을 위해서는 이송속도를 줄이거나 모서리에서 인포지션(in-position)이나 휴지(dwell) 등의 기능을 사용하여 정지해야 한다. 전자는 윤곽오차가 거의 없이 고속이송(절삭)이 가능한 직선 구간에서도 저속으로 움직여서 생산성을 저하시키므로 모서리에서만 정지하는 후자가 더 바람직하다. 하지만 사용자가 방대한 G-code에서 정지할 모서리를 일일이 선택할 수는 없고, 또한 허용윤곽오차를 만족하기 위해 반드시 정지해야 하는 것도 아니다. 이에 본 논문에서는 사용자가 모서리 윤곽오차만 지정하면 자동으로 감속할 모서리와 감속 정도를 결정하는 방법을 제시한다. 먼저 2장에서 시스템을 근사화하여 모서리 응답을 구하고, 3장에서 윤곽오차 예측 방법을 보이며, 이 예측의 정확도를 4장에서 확인하고, 5장에서 주어진 허용윤곽오차를 만족하기 위한 속도제적 생성 방법을 제시한 후 6장에서 실험으로 그 효과를 검증한다.

2. 시스템 단순화와 모서리 응답 계산

CNC 공작기계를 이용한 가공에서 제품의 품질을 평가하는 요소 중의 하나는 모서리의 윤곽오차이다. 이 오차의 크기를 주어진 범위 이내로 낮추기 위한 적절한 감속 속도를 결정하려면 먼저 기준체적과 시스템의 성능이 윤곽오차에 주는 영향을 알아야 한다.

일반적으로 CNC 공작기계의 베드는 Fig.1에 나타낸 바와 같이 속도 제어루프와 위치 제어루프의 이중 제어루프에 의해 제어된다. 여기서 $G_{cp}(s)$, $G_{cs}(s)$, 그리고 $G_p(s)$ 는 각각 위치 제어기, 속도 제어

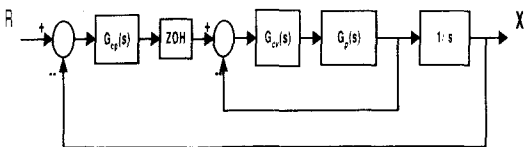
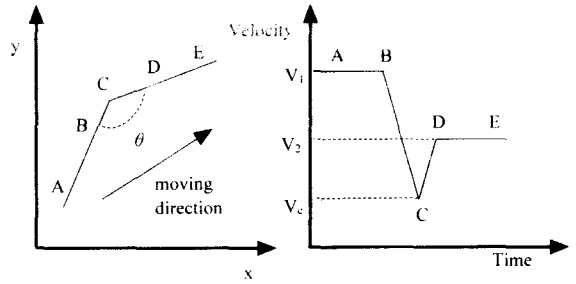


Fig. 1 A general feedback control loop of CNC machine



(a) Position (b) Velocity
Fig. 2 Desired trajectory for a corner

기, 그리고 플랜트의 Laplace Transform이다. 기준 위치 입력으로부터 베드의 위치까지의 폐회로 시스템은 2차 이상의 고차로 모델링된다. 이러한 시스템의 각 축의 응답은 기준체적이 주어지면 시간의 함수로 명확히 구해지지만 이로부터 윤곽 응답 특성을 직접적으로 구하기는 어렵다. 왜냐하면 시간에 대해 비선형인 항들이 포함되어 있어 시간변수를 소거하고 x와 y축 응답의 직접적인 관계를 맺을 수 없기 때문이다. 따라서 이제까지 윤곽오차는 실험 또는 모사실험 응답에서 측정하여야 했다. 만일 시스템이 1차로 표현된다면 시간변수를 소거할 수 있어 윤곽오차를 계산할 수 있으므로 본 논문에서는 고차 시스템을 대역폭을 기준으로 1차 시스템으로 근사화한다. 두 축의 대역폭이 α 로 같다면 전달함수는 다음의 형태가 된다.

$$\frac{X(s)}{X_d(s)} = \frac{Y(s)}{Y_d(s)} = \frac{\alpha}{s + \alpha} \quad (1)$$

여기서 $X_d(s)$ 와 $Y_d(s)$ 는 각각 x와 y축의 기준 위치 입력의, $X(s)$ 와 $Y(s)$ 는 각각 x와 y축의 응답의 Laplace Transform이다.

모서리 감속 속도와 모서리 응답의 관계를 파악하기 위하여 Fig.2와 같은 일반적인 모서리를 살펴본다. 기준 위치체적은 Fig.2(a)와 같으며 모서리의 내각이 θ 이고, 기준 속도제적은 Fig.2(b)와 같이 등속구간 AB, 감속 구간 BC, 가속 구간 CD, 그리고 등속 구간 DE로 구성된다. 주어진 모서리 속도 V_c 로 감속하도록 되어 있을 때 각 축의 1차 시스템 응답에서 시간변수를 소거하면 다음의 형태가 된다.

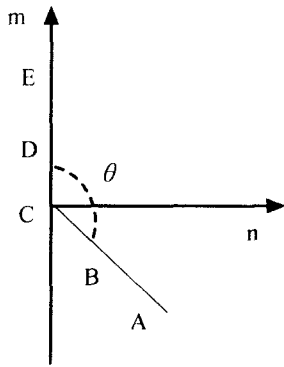


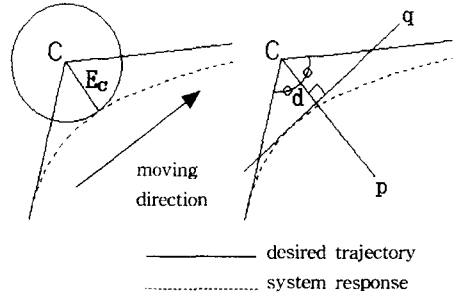
Fig. 3 Corner shape on new axes

$$m = \begin{cases} C_1 + C_1 \ln \frac{n}{n_0} + C_2 \left(\ln \frac{n}{n_0} \right)^2 + C_3 \frac{n}{n_0} & , n_0 \leq n < n_D \text{ (CD구간응답)} \\ C_4 + C_5 \ln \frac{n}{n_0} + C_6 \frac{n}{n_0} & , n_D \leq n \text{ (DE구간응답)} \end{cases} \quad (2)$$

여기서 (n,m)은 간결한 수식 진개를 위하여 Fig.3과 같이 정의된 n-m좌표축인데, 모서리인 C를 원점으로 하고 m축은 모서리를 이루는 두 번째 도형 CDE 방향이고, n축은 이에 수직으로 모서리의 내부를 향한다. 각 계수 및 상수는 기준궤적을 구성하는 상수와 시스템의 대역폭으로 나타내어지며 그 유도 과정은 부록에 수록하였다.

3. 모서리 윤곽오차 예측

두 축의 피이드백 모델이 1차로 표현되는 공장 기계의 모서리 응답은 식(2)에 나타난 바와 같이 항상 모서리 내부로 움직이므로 Fig.4(a)에 보인바와 같이 어느 위치까지는 윤곽오차 없이 추종하다 모서리 내부를 지나 다음 도형으로 접근하는 형태를 보인다. 이 때 모서리에서의 윤곽오차는 C점에서 응답 곡선까지의 최소 거리 E_c 를 의미하지만 명확한 해를 구하기 어려우므로 본 논문에서는 Fig.4(b)와 같이 근사적으로 구한다. Fig.4(b)에서 직선 p는 모서리 내각의 이등분선이고, 직선 q는 직선 p의 법선 중에 시스템의 응답에 접하는 것이다. 이 때 시스템의 윤곽오차를 C점에서부터 직선 q까지의



(a) Corner contour error (b) Estimated error

Fig. 4 Estimation method for corner contour error

거리 d로 근사화한다. n-m좌표계에서 직선 q의 기울기는 $\tan(-\theta/2)$ 이고, 모서리 응답의 기울기 dm/dn 은 식(2)에서 $\{\ln(n/n_0)\}^2 \approx 0$ 로 가정하면

$$\frac{dm}{dn} = \begin{cases} C_1 \frac{1}{n} + C_3 \frac{1}{n_0} & , 0 \leq n < n_D \text{ (CD구간)} \\ C_5 \frac{1}{n} + C_6 \frac{1}{n_0} & , n_D \leq n \text{ (DE구간)} \end{cases} \quad (3)$$

이다. 따라서 다음의 방정식의 해를 구하면 직선 q와 응답의 접점을 구할 수 있다.

$$C_1 \frac{1}{n} + C_3 \frac{1}{n_0} = \tan\left(-\frac{\theta}{2}\right) \quad (0 \leq n < n_D) \quad (4)$$

$$C_5 \frac{1}{n} + C_6 \frac{1}{n_0} = \tan\left(-\frac{\theta}{2}\right) \quad (n_D \leq n) \quad (5)$$

식(4)와 (5)중의 하나에만 해가 존재하고, 이 해를 (n_1, m_1) 이라 하면 직선 q의 식은 다음과 같으므로

$$m = \tan\left(-\frac{\theta}{2}\right)(n - n_1) + m_1 \quad (6)$$

윤곽오차는 다음과 같다.

$$d = \frac{|m_1 - n_1 \tan\left(-\frac{\theta}{2}\right)|}{\sqrt{1 + \tan^2\left(-\frac{\theta}{2}\right)}} \quad (7)$$

4. 모사 실험

모서리 윤곽오차 예측 과정이 근사화 과정을 포함하고 있으므로 실제 시스템과 근사 시스템간의 비교를 할 필요가 있다. 실험에 의한 비교는 부정확한 모델에 의한 오차와 마찰 등의 비선형성의 영향이 나타나므로 여기서는 시스템의 선형 모델과 비교한다. 실험에 사용될 시스템은 대우 중공업 ACE-V30기종의 X,Y축으로 기준 위치 입력부터 응답까지의 전체 폐회로 전달 함수가 다음과 같다.

$$\frac{X(s)}{X_d(s)} = \frac{8971.28}{s^2 + 217.07s + 8971.28} \quad (8)$$

$$\frac{Y(s)}{Y_d(s)} = \frac{8081.93}{s^2 + 198.41s + 8081.93} \quad (9)$$

여기서 X_d 와 Y_d 는 각각 x와 y축의 기준 위치 입력이고, X 와 Y 는 각각 x와 y축의 응답이다. 실제 시스템의 사양은 6장에서 자세히 다루므로 여기서는 생략한다. 위의 모델은 먼저 개회로 전달함수를 구한 후 대역폭이 8Hz가 되도록 위치 제어기를 설계하여 얻은 것이다. 개회로 전달함수는 개회로 상태에서 서보 제어 입력(속도 입력)에 sweep sine 신호를 입력하여 얻은 응답으로 Bode plot을 구한 후 곡선 적합(curve fit)을 통해 구했다. 대역폭을 기준으로 1차로 근사화하면 각 축의 전달 함수는 다음과 같다.

$$\frac{X(s)}{X_d(s)} = \frac{Y(s)}{Y_d(s)} = \frac{50.27}{s + 50.27} \quad (10)$$

실제 시스템 모델과 근사 시스템 모델의 모서리 응답을 Fig.5에 나타내었는데 둔각과 예각의 모서리 모두 두 시스템의 응답이 매우 유사함을 볼 수 있다.

응답의 유사성보다 더 중요한 것은 식(7)에 의해 근사화된 윤곽오차가 얼마나 정확하냐는 것이다. 이를 확인하기 위하여 Fig.6에 나타낸 바와 같이 원점에서 시작하여 45° 방향으로 이송하면서 모서리 내각이 점차 작아지는 기준궤적을 설정하였다. 이송속도를 200mm/min부터 600mm/min으로 100mm/min씩 증가하였을 때 모사실험에서 측정된 윤곽오차와 새로이 제시한 방법에 의해 계산된 윤곽오차를 Fig.7에 비교하였다. Fig.7(a)은 모서리에

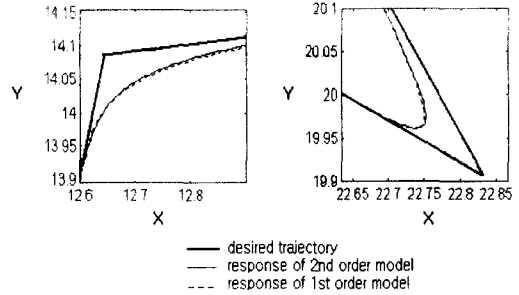


Fig. 5 Comparison of corner response (unit : mm)

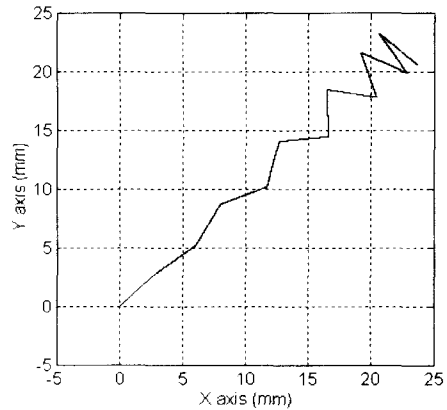
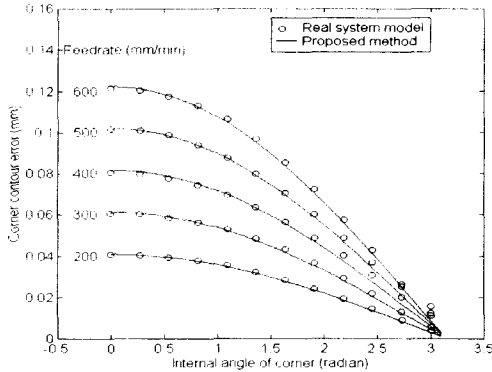
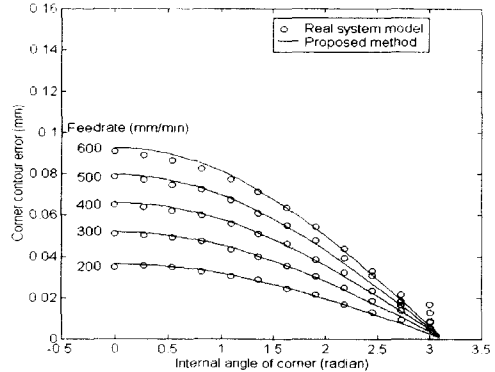


Fig. 6 Desired trajectory to compare estimated errors with real errors

서 감속하지 않고 지정된 이송속도로 이송하는 것이며, Fig.7(b)는 모서리에서 이송속도의 절반으로 감속하는 것인데, 두 경우 모두 제시된 방법이 실제 모델의 모서리 윤곽오차를 잘 예측함을 볼 수 있다. 모서리의 내각이 둔각인 모서리에서는 윤곽오차가 작으며 내각이 작아져 예각인 모서리가 될수록 윤곽오차가 증가한다. 예를 들어 허용윤곽오차가 0.07mm로 주어질 경우 모서리 감속을 하지 않으면 모든 구간을 300mm/min으로 느리게 이송하여야 하지만 모서리에서 이송속도의 절반으로 감속한다면 이송속도를 다른 구간에서는 400mm/min으로 설정할 수 있어 좀더 가공 시간을 단축할 수 있다. 모서리 감속 속도를 체계적으로 결정하여 이송속도에 관계없이 항상 허용윤곽오차를 만족할 수 있으면 가공 시간을 더욱 단축할 수 있으며 그 방법을 다음 장에서 보인다.



(a) constant feedrate



(b) half reduced feedrate at corner

Fig. 7 Comparison between real and estimated corner contour error

5. 허용 윤곽오차를 만족하는 속도궤적 생성

3장에서 기준궤적과 시스템 대역폭, 모서리 각도를 이용하여 모서리 윤곽오차, E_c 를 예측하는 함수 f 를 다음과 같이 구성하였다.

$$E_c = f(\alpha, V_1, V_2, V_c, a, \theta) \quad (11)$$

CNC 공작기계를 사용하여 가공을 할 때는 윤곽오차 E_c 를 예측하기보다는 주어진 윤곽오차를 만족시키는 모서리 이송속도 V_c 를 구해야 하므로 허용윤곽오차 E_c^a 를 만족하는 모서리 감속 속도를 설정하는 함수 g 를 구해야 한다.

$$V_c = g(E_c^a, \alpha, V_1, V_2, a, \theta) \quad (12)$$

이 때 식(11)에서 식(12)의 함수 g 를 구할 수 없으므로 함수 f 로부터 주어진 조건을 만족하는 V_c 를 수치해석적으로 구한다.

모서리에서 윤곽오차는 $V_c=0$ 일 때 최소가 되며 $V_c=\min(V_1, V_2)$ 일 때 최대가 된다. 여기서 V_1, V_2 는 모서리를 이루는 이송속도이다. 따라서 최소 오차와 최대 오차를 각각 E_c^{\min}, E_c^{\max} 라고 할 때, 허용윤곽오차가 다음의 범위로 주어지면,

$$E_c^{\min} \leq E_c^a \leq E_c^{\max} \quad (13)$$

주어진 허용윤곽오차를 만족하는 모서리 감속 속도 V_c 는 항상 다음의 범위 내에 있다.

$$0 \leq V_c \leq \min(V_1, V_2) \quad (14)$$

즉, 해의 범위가 제한되어 있으므로 이분법^(11,12)을 사용하여 해를 구할 수 있다.

수치해석적인 방법으로 해를 구할 때 중요한 것은 본 알고리즘이 CNC 공작기계에 적용되므로 계산 시간이 적게 걸려야 한다는 것이다. 계산 시간이 가장 큰 영향을 미치는 요소는 해를 구하기까지의 반복회수인데 이것은 얼마나 정확한 해를 구하느냐를 결정하는 종료판정기준에 의해 결정된다. 실험에 사용된 시스템은 샘플링 시간이 4ms이고, 위치 해상도가 10^{-3} mm이므로 인식할 수 있는 최소 속도 단위는 15mm/min이 되어 그 이하에서 종료판정기준을 설정하면 된다. Table 1에 세 가지 경우에 대하여 펜티엄II-233MHz에서의 계산 시간을 나타내었는데 한 샘플링 시간 안에 0.01mm/min의 상대 오차 수준까지 계산 가능함을 알 수 있다.

Table 1 Calculation time to get the root

Termination criteria (mm/min)	mean (ms)	max (ms)
1.0	0.430	1.000
0.1	1.020	1.484
0.01	1.950	2.734

6. 실험 결과

실험에 사용된 시스템은 대우 중공업 ACE-V30 기종의 X, Y축이며, 각축의 사양을 Table 2에 나타내었다. CNC에 연결된 한국 산전의 제어기로는 본 논문에서 제시한 알고리즘을 적용할 수 없으므로 Fig.8과 같이 새로운 제어기를 부착하였다. 사용된 장비는 Texas Instrument사의 TMS320C40 DSP칩을 사용하는 dSpace사의 DS1003 floating-point processor board, DS3001 incremental encoder board, 그리고 DS2201 multi-I/O board의 12bit D/A컨버터이다. 샘플링 시간은 4ms이며 위치 해상도는 10^{-3} mm이고, 제어 알고리즘 및 기준 궤적은 PC에서 각각 컴파일되고 생성된 후 DSP의 메모리로 다운로드된다.

실험에 사용된 기준궤적은 Fig.9의 도형이다. Fig.6의 궤적 세 개를 이은 것인데 시스템의 이송방향에 따른 차이를 고려하기 위하여 대각선, 수직, 그리고 수평으로 놓았다. 이송방향은 원점에서 시작하여 시계방향이며 허용윤곽오차를 0.03mm로 설정하고 이송속도를 200mm/min에서 1000mm/min까지 200mm/min간격으로 증가시켜 실험하였다. 모서리에 붙여진 1~12까지의 번호는 모서리를 구분하기 위한 것이다.

Fig.10은 기존 제어기의 직선 보간 명령을 사용한 결과이다. 모서리 윤곽오차가 0.02mm에서 0.25mm까지 큰 폭에 걸쳐 있고 그 값도 매우 크다. 모서리 내각의 각도가 작아질수록 윤곽오차가 커지는 것은 이미 예측된 결과이다. 빠른 모서리 가공시 이 제어기가 제공하는 기능은 인포지션이다. 이 기능은 사용자가 해당 모서리를 정해주어야 하므로 여기서는 내각이 90° 이내인 모서리에 적용하였다. Fig.11에 그 결과를 나타내었는데, 인포지션 기능에 의해 해당 모서리의 윤곽오차는 0.02mm

Table 2 Specification of the CNC machine

Name		Spec.
Stroke	X	510mm
	Y	300mm
	Z	400mm
Table Size (X*Y)		630*400mm
Maximum cutting feedrate		5m/min
Servo motor power	X/Y	0.6Kw
	Z	1.2Kw



Fig. 8 Controller structure

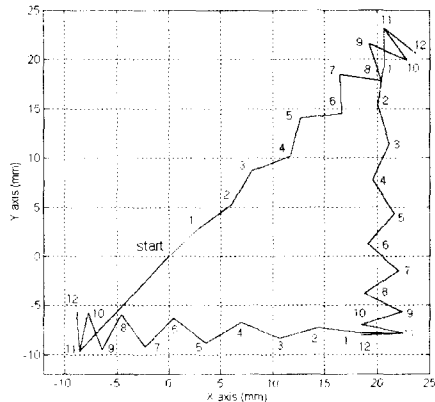


Fig. 9 Desired trajectory for experiments

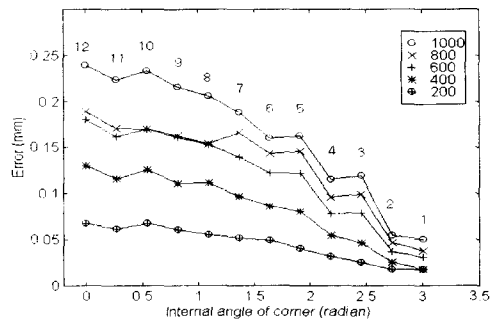


Fig. 10 Corner contour error with CNC controller

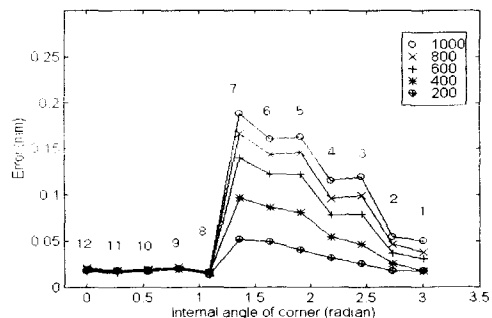


Fig. 11 Corner contour error with CNC controller using in-position function at sharp corners

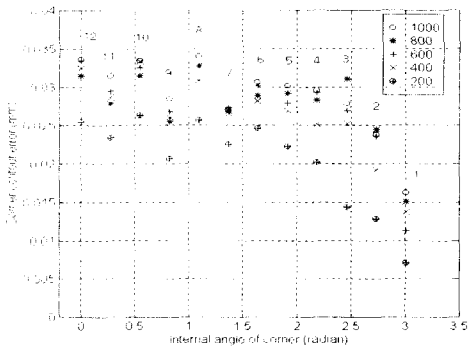


Fig. 12 Corner contour error by the proposed method (experiment)

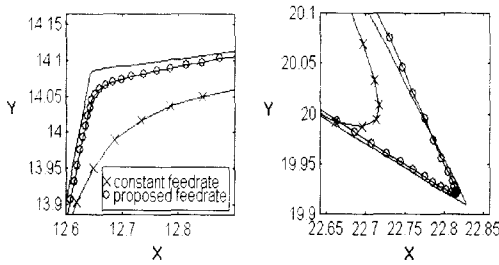


Fig. 13 Corner response before and after using the proposed method (unit : mm)

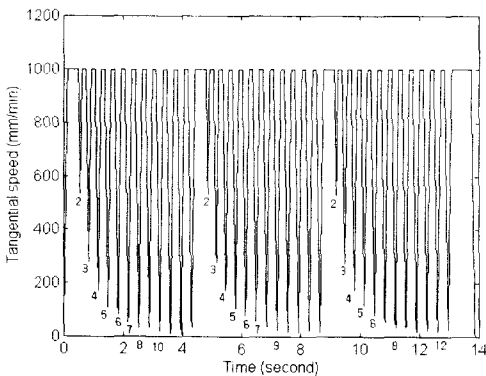


Fig. 14 Velocity profile by the proposed method

정도로 매우 작아진 것을 볼 수 있지만 나머지 모서리에서는 여전히 윤곽오차가 매우 큼을 볼 수 있다.

이러한 시스템에 허용 윤곽오차를 0.03mm로 하여 본 논문에서 제시한 알고리즘을 적용하였다. 실험 결과 모서리 윤곽오차는 Fig.12에 나타낸 바와 같이 대부분 허용윤곽오차보다 작으며 기준을 초과한 몇몇의 경우는 예측 불가능한 외란 때문에 추가적으로 발생한 피이드백 시스템의 오차 등에 의한 것으로 판단된다. Fig.7과 비교해볼 때 내각이 커서 감속하지 않아도 허용윤곽오차를 만족했던 부분은 본 논문에서 제시된 방법을 적용한 후에도 변화가 없으며 내각이 작아서 과도한 윤곽오차가 발생하는 부분만 감속을 수행하여 허용윤곽오차를 만족하게 하는 것이다.

Fig.13은 이송속도가 1000mm/min일 때의 모서리 응답을 나타낸 것으로 모서리에서 감속하지 않았을 경우에는 과도한 윤곽오차가 발생하였으나 제시된 방법에 의하여 감속할 경우 주어진 허용윤곽오차를 만족하는 것을 볼 수 있다. 또한, 이송속도를 1000mm/min으로 하였을 때 기준 속도계적을 Fig.14에 나타내었다. 제시된 알고리즘에 의하여 모서리의 내각이 큰 경우에는 감속하지 않거나 조금 감속하고 내각의 각도가 작아짐에 따라 많이 감속하는 모서리 각도에 따른 차등적인 감속속도가 설정되는 것을 확인할 수 있다.

Table 3은 각 알고리즘별 이송속도에 따른 수행 시간을 보여준다. 제시된 알고리즘이 고속에서는 가장 느리지만 저속에서는 인포지션보다는 빠르다. 이것은 고속에서 크게 발생하는 윤곽오차를 줄이고자 더 많은 모서리에서 감속하기 때문이며, 마찬가지로 저속에서는 감속이 거의 필요 없으므로 일괄적으로 감속하는 인포지션의 경우보다는 빠르게 되는 것이다. 본 알고리즘의 효과는 Fig.15에 명확히

Table 3 Comparison of the execution time

Feedrate (mm/min)	Execution time (second)		
	linear interpolation	in-position	the proposed algorithm
1000	10.712	12.988	13.860
800	13.216	15.240	15.544
600	17.084	19.168	18.900
400	25.352	27.308	26.488
200	50.676	52.1440	50.948

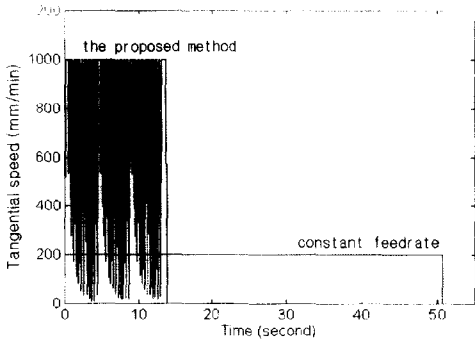


Fig. 15 Velocity profile before and after using the proposed method

나타나 있다. 모서리에서 감속 없이 등속으로 이송할 때 가장 윤곽오차가 작은 경우는 Fig.7에서 이송속도가 200mm/min인 경우인데 이 경우 모서리가 둔각인 경우에만 허용윤곽오차를 만족하며 모서리 내각이 작아지면 최대 0.04mm까지 윤곽오차가 발생하고 수행시간도 50.676초나 걸린다. 하지만 본 논문에서 제시된 모서리 감속 알고리즘을 적용하면 이송속도에 관계없이 모든 모서리에서 허용윤곽오차 0.03mm를 만족하므로 사용자가 임의의 빠른 이송속도를 설정할 수 있어 생산성을 향상시킬 수 있다. 이송속도가 1000mm/min라면 수행시간이 13.86초로 알고리즘 적용전과 비교하여 73%의 시간 단축효과가 있으며 윤곽오차도 대부분 0.03mm이내에 든다.

Air-cutting과는 달리 실제 가공시에는 공구와 피삭재의 접촉에 의하여 서보 제어기에 추가적인 외란이 가해지게 되므로 그 영향을 확인하기 위하여 직경 3mm의 평엔드밀을 사용하여 Fig.9의 도형을 절삭하였다. 스피indle 속도는 1500rpm이며, 이송속도는 400mm/min으로 설정하였고, 다양한 가공 조건에서 비교하기 위하여 절삭 깊이를 0.1mm, 0.2mm, 그리고 0.5mm로 설정하였다. 그 결과 중에 대표적인 모서리를 Fig.16에 나타내었다. 둔각과 예각은 Fig.9에서 대각선 방향의 모서리 중 각각 5번과 10번이다. 모서리 응답의 모양이 둔각과 예각에서 모두 air-cutting결과에서 크게 달라지지 않는 것을 볼 수 있으며 이것은 제어기의 강인성이 충분히 커서 가공에 의한 외란을 효과적으로 감쇠시키기 때문이다.

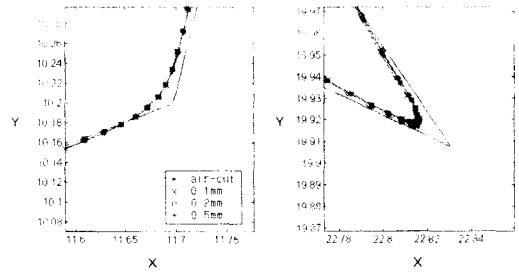


Fig. 16 The effect of the cutting process

7. 결론

본 논문에서는 CNC 공작기계 사용시 모서리에서 발생하는 과도한 윤곽오차를 사용자가 지정할 수준으로 낮출 수 있는 모서리 감속 속도 설정 방법을 제시하였다. 정확한 시스템 모델을 필요로 하는 다른 알고리즘들과는 달리 시스템의 대역폭을 기준으로 시스템을 1차로 근사화하여 모델에 대한 의존성을 낮추었다. 근사화된 시스템의 모서리 응답은 실제 시스템과 매우 유사하였으며, 이를 근거로 예측된 모서리 윤곽오차도 실제 시스템과 거의 유사하였다. 모서리 윤곽오차 예측방법에서 허용윤곽오차 이내의 모서리 응답을 위한 모서리 감속속도를 명확히(explicitly) 구할 수는 없었으므로 수치해석적인 방법으로 그 해를 구하였다. 다양한 각도의 모서리와 이송속도에서 실험한 결과 본 논문에서 제시된 방법을 사용하면 허용윤곽오차를 대부분 만족시킬 수 있음을 확인해 주었다. 또한 엔드밀을 이용한 실제 가공실험에서도 공구의 절삭에 의한 외란이 있어도 본 논문에서 제시된 방법을 그대로 사용할 수 있음을 보였다. 모든 모서리에서 허용윤곽오차를 만족할 수 있으므로 CNC 공작기계의 사용자는 모서리 윤곽오차에 대한 걱정 없이 적절한 이송속도를 설정할 수 있어 가공 시간이 단축되어 생산성이 높아진다.

참고 문헌

1. 나일주, 최종호, 장태정, 최병갑, 송오석, “머시닝 센터를 위한 윤곽오차 분석 및 PID 제어기 설계,” 제어 자동화 시스템 공학 논문지 제 3권 제 15, pp.32-39 1997, 2.

2. G. Franklin, D. Powell, and A. Emami-Naeini, Feedback Control of Dynamic Systems, Addison Wesley, 3rd edition, 1994.
3. Y. Peng, D. Vrancic, and R. Hanus, "Anti-windup, bumpless, and conditioned transfer techniques for PID controllers," IEEE Control Systems, pp.48-57, August, 1996.
4. M. Tomizuka, "Zero phase error tracking algorithm for digital control," Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, vol.109, pp.65-68, March, 1987.
5. T. Chiu and M. Tomizuka, "Coordinated position control of multi-axis mechanical systems," Dynamic Systems and Control, vol.1 pp.159-166, ASME 1994.
6. G. T.C. Chiu and B. Yao, " Adaptive robust contour tracking of machine tool feed drive systems - a task coordinate frame approach," Proceedings of the American Control Conference, pp.2731-2735, June 1997.
7. J. Butler, B. Haack, and M. Tomizuka, "Reference input generation for high speed coordinated motion of a two axis system," Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol.113, pp.67-74, March, 1991.
8. A. Kumagai, D. Kohli, and R. Perez, "Near-minimum time feedback controller for manipulators using on-line time scaling of trajectories," Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol.118, pp.300-308, June, 1996.
9. W. E. Singhose and N. C. Singer, "Effect of input shaping on two-dimensional trajectory following," IEEE transactions on robotics and automation, vol. 12, No.6, pp.881-887, December, 1996.
10. M. Weck and Guohong Ye, "Sharp corner tracking using the IKF control strategy," Annals of the CIRP, vol.39, pp. 437-441, January, 1990.
11. S. Chapra and R. Canale, Numerical Methods for Engineers, McGraw-Hill, 1990.
12. K. Rojiani, Programming in C with numerical methods for engineers, Prentice Hall, 1996.

부록 I. 사다리꼴 속도궤적에 대한 모서리 응답 유도⁽²⁾

기준궤적이 Fig.2(a)의 모서리이고 이때의 속도 궤적이 Fig.2(b)로 주어질 때 근사 시스템은 두 축의 전달함수가 동일하므로 A-C 구간에서 윤곽오차는 발생하지 않으며, 직선 AC 방향의 추종오차만 발생한다.

AB 구간은 등속 기준궤적 구간으로 이송속도가 V_1 이므로 입력의 Laplace Transform 형태는 V_1/s^2 이고, 기준 위치 입력부터 추종오차까지의 전달함수는 $s/(s+a)$ 이므로, 추종오차 $E_{AB}(s)$ 는 다음과 같다.

$$E_{AB}(s) = \frac{s}{s+a} \frac{V_1}{s^2} \quad (I-1)$$

기준궤적이 B에 있을 때 시스템이 정상상태라면 이때의 추종오차 e_B 는 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned} e_B &= \lim_{s \rightarrow 0} (sE_{AB}(s)) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{s}{s+a} \frac{V_1}{s^2} \right) = \frac{V_1}{a} \end{aligned} \quad (I-2)$$

BC 구간에서도 윤곽오차는 발생하지 않고 감속 구간으로 가속도는 $-a$ 이므로 기준궤적은 $(V_1s-a)/s^3$ 이고 전 구간에서의 최종위치가 이번 구간에서 초기값의 역할을 하므로, 추종오차 $E_{BC}(s)$ 는 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned} E_{BC}(s) &= \frac{s}{s+a} \frac{V_1s-a}{s^3} + \frac{1}{s+a} e_B \\ &= \frac{1}{a} \left\{ \left(V_1 + \frac{a}{a} \right) \frac{1}{s} - \frac{a}{s^2} - \frac{a}{a} \frac{1}{s+a} \right\} \end{aligned} \quad (I-3)$$

$$e_{BC}(t) = \frac{1}{a} \left\{ \left(V_1 + \frac{a}{a} \right) - at' - \frac{a}{a} e^{-at} \right\} \quad (I-4)$$

기준궤적이 C에 있을 때 AC방향의 추종오차는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} e_C &= \frac{1}{a} \left\{ \left(V_1 + \frac{a}{a} \right) - at_c - \frac{a}{a} e^{-at_c} \right\} \\ &\quad , \quad t_c = \frac{V_1 - V_c}{a} \end{aligned} \quad (I-5)$$

기준궤적이 CD구간을 지날 때의 응답은 x-y좌표축 보다는 Fig.3과 같이 C점을 원점으로 하는 새로운 좌표축 n-m에서 나타내는 것이 간결하다. 먼저 초기값은 BC구간에서의 끝점으로 n-m좌표계에서 나타내면 다음과 같다.

$$m_0 = e_c \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right), \quad n_0 = e_c \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \quad (I-6)$$

가속도가 a 인 가속 구간이므로 입력은 $(V_c s + a)/s^3$ 이고 초기값(I-6)을 고려하면 각축의 응답은 다음과 과정으로 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} M(s) &= \frac{a}{s+a} \frac{V_c s + a}{s^3} + \frac{1}{s+a} m_0 \\ &= \left(-\frac{V_c}{a} + \frac{a}{a^2}\right) \frac{1}{s} + \left(V_c - \frac{a}{a}\right) \frac{1}{s^2} \\ &\quad + \frac{a}{s^3} + \left(m_0 + \frac{V_c}{a} - \frac{a}{a^2}\right) \frac{1}{s+a} \end{aligned} \quad (I-7)$$

$$\begin{aligned} N(s) &= \frac{1}{s+a} n_0 \\ m(t) &= \left(-\frac{V_c}{a} + \frac{a}{a^2}\right) + \left(V_c - \frac{a}{a}\right)t \\ &\quad + \frac{1}{2} at^2 + \left(m_0 + \frac{V_c}{a} - \frac{a}{a^2}\right)e^{-at} \\ n(t) &= n_0 e^{-at} \end{aligned} \quad (I-8)$$

여기서 매개변수 t 를 소거하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m = & \left(-\frac{V_c}{a} + \frac{a}{a^2}\right) - \left(V_c - \frac{a}{a}\right) \frac{1}{a} \ln \frac{n}{n_0} \\ & + \frac{1}{2} a \left(\frac{1}{a} \ln \frac{n}{n_0}\right)^2 + \left(m_0 + \frac{V_c}{a} - \frac{a}{a^2}\right) \frac{n}{n_0} \end{aligned} \quad (I-9)$$

기준궤적이 D 를 지날 때 시스템 응답은 식(I-9)에서

$$\begin{aligned} m_D &= \left(-\frac{V_c}{a} + \frac{a}{a^2}\right) + \left(V_c - \frac{a}{a}\right)t_D \\ &\quad + \frac{1}{2} at_D^2 + \left(m_0 + \frac{V_c}{a} - \frac{a}{a^2}\right)e^{-at_D} \\ n_D &= n_0 e^{-at_D} \end{aligned} \quad (I-10)$$

$$t_D = \frac{V_2 - V_c}{a} \quad (I-11)$$

이며, 기준궤적이 DE 에 있을 때 시스템 응답은 마찬가지로 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} M(s) &= \frac{a}{s+a} \frac{ls + V_2}{s^2} + \frac{1}{s+a} m_D \\ &= \frac{al}{s(s+a)} + \frac{aV_2}{s^2(s+a)} + \frac{m_D}{s+a} \end{aligned} \quad (I-12)$$

$$N(s) = \frac{a}{s+a} n_D$$

$$\begin{aligned} m(t) &= \left(l - \frac{V_2}{a}\right) + V_2(t - t_D) \\ &\quad + \left(-l + \frac{V_2}{a} + m_D\right)e^{-a(t-t_D)} \end{aligned} \quad (I-13)$$

$$n(t) = n_D e^{-a(t-t_D)} = n_0 e^{-at}$$

$$l = V_2 t_D + \frac{a}{2} t_D^2 \quad (I-14)$$

CD 구간에서와 마찬가지로 시간변수 t 를 소거하면 $m-n$ 은 다음의 관계를 만족한다.

$$\begin{aligned} m = & \left(l - \frac{V_2}{a}\right) + V_2 \left(-\frac{1}{a} \ln \frac{n}{n_0} - t_D\right) \\ & - \left(l - \frac{V_2}{a} - m_D\right) \frac{n}{n_0} e^{at_D} \end{aligned} \quad (I-15)$$

계수들을 다음과 같이 정리하면

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{V_c}{a} + \frac{a}{a^2} \\ C_2 &= \frac{1}{2} \frac{a}{a^2} \\ C_3 &= m_0 + \frac{V_c}{a} - \frac{a}{a^2} \\ C_4 &= l - \frac{V_2}{a} - V_2 t_D \\ C_5 &= -\frac{V_2}{a} \\ C_6 &= -\left(l - \frac{V_2}{a} - m_D\right)e^{at_D} \end{aligned} \quad (I-16)$$

각 구간에서 모서리 응답은 다음과 같다.

$$m = \begin{cases} C_1 + C_1 \ln \frac{n}{n_0} + C_2 \left(\ln \frac{n}{n_0}\right)^2 + C_3 \frac{n}{n_0} \\ \quad , n_0 \leq n < n_D \quad (CD \text{구간 응답}) \\ C_4 + C_5 \ln \frac{n}{n_0} + C_6 \frac{n}{n_0} \\ \quad , n_D \leq n \quad (DE \text{구간 응답}) \end{cases} \quad (I-17)$$