

유한요소법과 상계법에 의한 반응용 재료의 항복거동 연구

최재찬*, 박준홍**, 김병민*

Study on Yield Behavior of Semi-Solid Material by Finite Element Method and Upper-Bound Method

Jae Chan Choi*, Joon Hong Park**, Byung Min Kim*

ABSTRACT

The compression behavior of semi-solid materials is studied from a viewpoint of yield criteria and analysis methods. To describe the behavior of materials in semi-solid state, several theories have been proposed by extending the concept of plasticity of porous compressible materials. In the present work, the upper-bound method and the finite element method are used to model the simple compression process using yield criteria of Kuhn and Doraivelu. Segregation between solid and liquid which cause defect of product is analysed for Sn-15%Pb and A356 alloys during deformation in semi-solid state. The comparison of analyses is made according to yield criteria and analysis methods. In addition, the analysis result for semi-solid dendritic Sn-15%Pb alloy is compared with the experimental result of Charreyron et al..

Key Words : Semi-Solid Material (반응용 재료), Finite Element Method (유한요소법), Upper-Bound Method (상계법), Yield Criterion (항복조건), Porous Material (다공질 재료)

기호설명

A, B = parameter in yield function
 g_L = volume fraction of liquid
 J_1 = the first invariant of stress tensor
 J_2' = the second invariant of deviatoric stress
 J^* = total dissipation energy
 δ = parameter between Y_0 and Y_R
 ν = Poisson's ratio

1. 서론

정형(net shape) 제품을 원하는 기계적 성질을 가지고 경제적으로 생산하기 위한 방법으로서 반응용 단조 공정에 관한 활발한 연구가 진행되어져 왔다. 반응용 단조 공정에 의한 제품의 기계적 성질은 소재의 준비단계와 성형단계를 거친 최종 제품의 미세조직과 아주 밀접한 관계가 있는데⁽¹⁾, 특히 많은 성형변수들 중 소재의 변형 정도와 마찰조건에 의하여 발생하는 고상과 액상의 분리

* 부산대학교 정밀정형 및 금형가공 연구소

** 부산대학교 대학원 정밀기계공학과

(segregation)는 제품 결함의 주요한 원인이 될 수 있으므로 성형중에 발생하는 이러한 결함을 방지하기 위해서는 액상 유출에 대한 예측을 할 수 있어야만 한다.

반응용 상태에서 소재의 거동을 표현하기 위해 1972년 MIT에서 Spencer 등⁽²⁾이 반응용 상태의 합금에 대한 연구를 시작한 이래 많은 연구가 진행되어져 왔으며, 일반적으로 다공질 재료(porous material)의 소성 이론에 대한 개념을 확장하여 적용시켜 왔다. Choi 등⁽³⁾은 유도가열을 고려한 밀폐 압축공정에 관한 유한요소해석을 Kuhn의 항복조건식을 사용하여 수행하였고 Charreyron 등⁽⁴⁾은 Sn-15%Pb 합금에 대해서 Shima & Oyane의 항복조건식을 적용하여 상계법으로 변형의 정도에 따른 소재 내부의 액상률 분포를 예측하였다. 또한 Choi 등⁽⁵⁾은 Sn-15%Pb 합금에 대하여 Doraivelu의 항복조건식을 적용하여 상계법으로 마찰 조건과 변형의 정도에 따른 액상률 분포를 예측하였고, Nguyen 등⁽⁶⁾은 A356 합금의 반응용 거동을 예측하는데 있어서 새로운 해석모델을 제안하고, 반응용 상태에서의 A356 소재에 대한 단순 압축 실험 및 여과 실험을 수행하였다.

본 연구에서는 Sn-15%Pb 합금과 A356 합금의 반응용 거동을 예측하는데 있어서 먼저 Sn-15%Pb 합금에 대하여 유한요소해석과 상계해석을 Kuhn의 항복조건과 Doraivelu의 항복조건을 적용하여서 그 결과를 Charreyron 등의 실험결과와 비교하여 항복조건 및 해석 기법 상의 타당성을 제시하였다. 또한 A356 합금의 반응용 거동의 해석을 항복조건 및 해석 기법에 따라 수행하여 변형의 정도에 따른 반경방향의 액상률 분포를 해석하였다.

2. 반응용 재료의 항복과 구성방정식

2.1 Kuhn의 항복조건을 적용한 반응용 재료의 항복

압축성 다공질체에 대하여 Kuhn이 제시한 항복조건은 아래와 같다.

$$AJ_2' + BJ_1^2 = \delta Y_0^2 = Y_R^2 \quad (1)$$

$$A = 2(1 + \nu), B = \frac{1}{3}(1 - 2\nu) = 1 - \frac{A}{3}$$

$$\nu = 0.5(R)^2 = 0.5(g_s)^2$$

$$\sqrt{\delta} = R^3$$

여기서, Y_R 은 상대밀도 R을 가지는 소재의 항복응력, Y_0 는 완전히 조밀한 소재(fully dense material)의 항복응력이고, J_1 은 응력텐서의 제 1 불변량, J_2' 는 편차응력성분의 제 2 불변량이며 g_s 는 고상률이다.

2.2. Doraivelu의 항복조건을 적용한 반응용 재료의 항복

Doraivelu 등은 다공질 재료에 대한 항복함수를 식(2)과 같이 제안하였다.

Doraivelu 등이 제안한 항복함수는 Kuhn의 항복함수에서의 계수 A, B와는 동일하지만 완전히 조밀한 소재의 항복응력과 상대 밀도 R을 가지는 항복응력과의 비율을 나타내는 δ 를 실험적으로 구하였다⁽¹⁾. 본 논문에서는 반응용 재료의 항복거동을 연구하는데 있어 Doraivelu의 항복함수를 적용하기 위해 식(3)-식(7)을 이용하여 액상율의 함수로 표현한 δ 의 식인 식(8)을 이용하고자 한다.

$$AJ_2' + BJ_1^2 = \delta Y_0^2 = Y_R^2$$

$$A = 2(1 + \nu), B = \frac{1 - 2\nu}{3} \quad (2)$$

$$Y_0 = \left[\frac{1}{\delta} \left[\frac{1 + \nu}{3} \{ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \} + \frac{1 - 2\nu}{3} 9\sigma_m^2 \right] \right]^{1/2}$$

여기서, ν 는 프와송의 비(Poisson's ratio)이다. 식(2)을 이용하여 다음과 같은 응력-변형률속도 관계식을 구하였다.

$$\dot{\epsilon}_i = \frac{1}{2} \frac{\dot{\epsilon}_{eq}}{Y_0} \frac{1 - g_L}{\delta} [2(1 + \nu)\sigma_i - 6\nu\sigma_m], \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

여기서, g_L 은 액상률이다.

그리고 내부에너지를 계산하기 위하여 등가 변형률속도를 다음과 같이 표현하였다.

$$\dot{\epsilon}_{eq} = \frac{\sqrt{2}\delta}{1 - g_L} \left[\frac{1}{6(1 + \nu)} \{ (\dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_2)^2 + (\dot{\epsilon}_2 - \dot{\epsilon}_3)^2 + (\dot{\epsilon}_3 - \dot{\epsilon}_1)^2 \} + \frac{\dot{\epsilon}_m^2}{6(1 - 2\nu)} \right]^{1/2} \quad (4)$$

$(\sigma_{1,c})_{max}$ 를 Pinsky 등⁽⁷⁾이 압축실험에서 구한 응력-변형률 선도의 최대값이라고 하면, 항복조건은 식(5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta Y_0^2 = (\sigma_{1,c})_{max}^2 \quad (5)$$

Charreyron 등이 제안한 여러실험에서 콘테이너 벽면에서 마찰이 없다고 가정하고 $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$ 이면, 응력 변형률속도의 관계식으로부터 식(6)와 (7)을 구할 수 있다.

$$\sigma_{2,lf} = \sigma_{3,lf} = \frac{3\nu}{1+\nu} \cdot \sigma_m \quad (6)$$

$$\sigma_{1,lf} = \frac{3(1-\nu)}{1+\nu} \cdot \sigma_m \quad (7)$$

식(6)와 식(7) 그리고 항복함수인 식(2)을 이용하면, δ 를 구할 수 있다.

$$\delta = \left(\frac{\sigma_{1,lf}}{Y_0} \right)^2 (1-2\nu) \left(\frac{1+\nu}{1-\nu} \right) \quad (8)$$

3. 단순압축 공정에 대한 유한요소해석

반응용 재료를 강-점소성 변형하는 고상영역과 다공질체를 유동하는 액상영역으로 나누면 반응용 재료 전체에 작용하는 응력은 고상영역에 작용하는 응력과 액상영역에 작용하는 압력의 합으로 표현할 수 있으며, Fig. 1에 평형방정을 유도하기 위한 반응용 재료의 모델을 나타내었다.

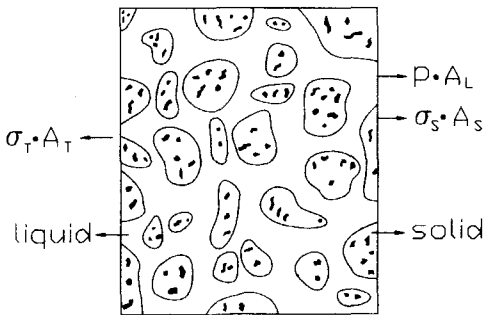


Fig. 1 Schematic illustration of microstructure at semi-solid state

따라서 반응용 재료에 작용하는 응력 σ_{T_r} 은 식(9)와 같이 고상영역 A_s 에 작용하는 응력 σ_s 와 액상응력 A_L 에 작용하는 액상압력 p 의 합으로 표현될 수 있다.

$$\sigma_{T_r} = \sigma_s + \delta_{ij} p A_L \quad (9)$$

식(9)를 정리하면, 식(10)과 같이 되고 따라서 평

형방정식은 식(11)과 같이 된다.

$$\sigma_{T_r} = \sigma_s \frac{A_s}{A_T} + \delta_{ij} p \frac{A_L}{A_T} = \sigma_{ij} + \delta_{ij} p g_L \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\sigma_{ij} + \delta_{ij} g_L p) = 0 \quad (11)$$

여기서, g_L 은 액상률이다. 그리고 고상영역의 변형에 대한 항복식으로 압축성 재료에 대해 Kuhn이 제시한 항복식을 사용하였으며, 액상영역에 대한 지배방정식은 식(12)와 같이 다공질체를 통한 유체 유동법칙인 Darcy의 유동법칙으로 표현할 수 있으며, 이 때 연속방정식은 식(13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_{L,i} \cdot g_L = \frac{\kappa}{\mu_L} \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (12)$$

$$\nabla \cdot \vec{U}_s + \nabla \cdot (g_L \vec{U}_L) = 0 \quad (13)$$

$$\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y}$$

여기서, \vec{U}_s 는 고상의 속도벡터, \vec{U}_L 은 액상의 속도벡터이다.

따라서 위의 식(11)-(13)를 유한요소 분할화하면 다음과 같은 유한요소 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} K_s & K_L \\ L_s & L_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_s \\ \Delta P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_s \\ Q_L \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서, ΔV_s 와 ΔP 는 각각 고상의 속도 보정항과 액상의 압력 보정항이다. F_s , Q_L 은 절점력 벡터의 잉여(residual)이다.

유한요소해석을 하기 위해 Sn-15%Pb 합금에 대해서는 Toyoshima가 적용한 유동응력식 및 물성치⁽⁸⁾를 사용하였고, 이 때 소재의 반경은 6.35mm, 높이는 6.35mm, 온도는 184°C, 변형률 속도는 $1.33 \times 10^{-2} s^{-1}$ 이다. 또한 A356 합금에 대해서는 Choi 등이 적용한 유동응력식 및 물성치⁽³⁾를 사용하였고, 이 때 소재의 반경은 10mm, 높이는 22mm, 온도는 584°C, 변형률 속도는 $0.8 \times 10^{-2} s^{-1}$ 이다.

4. 단순압축 공정에 대한 상계해석

Kuhn과 Doraivelu 등의 항복조건을 반응용 재료의 고상 다공질체의 변형해석에 적용하여 단순압축 공정에 대해 상계해석을 수행하였고 Charreyron 등이 제안한 동적 가용속도장을 이용하였다.

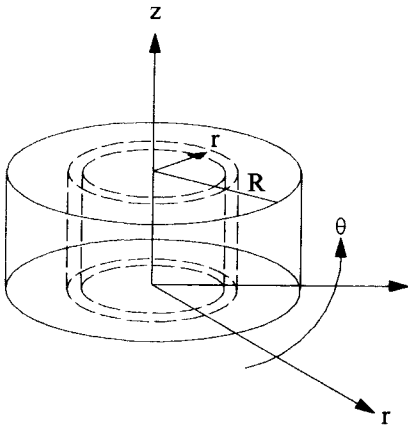


Fig. 2 Schematic diagram of a compression sample

Fig. 2와 같은 압축 모델에 대하여 연속방정식은 아래의 식(15)으로부터,

$$\frac{\partial}{\partial t}(1-g_L) \cdot \rho_s + \nabla[(1-g_L)\rho_s V_s] = 0 \quad (15)$$

고상의 밀도가 일정하다고 가정하면,

$$\frac{\partial}{\partial t}(1-g_L) + \nabla[(1-g_L)V_s] = 0 \quad (16)$$

식(16)를 정리하면,

$$\frac{\partial g_L}{\partial t} = \nabla[(1-g_L)V_s] \quad (17)$$

또한, Fig. 2와 같은 압축 모델에 식(17)을 적용하면, 식 (18)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(1-g_L)} \frac{\partial g_L}{\partial t} \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rV_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z}{\partial Z} \\ &= \frac{V_r}{r} + \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z}{\partial Z} \\ &= \dot{\epsilon}_r \end{aligned} \quad (18)$$

경계조건은 식(19)와 같으며 이 경계조건을 만족하는 동적가용속도장은 식(20)와 같다.

$$z=0 ; \quad V_{s,z}=0 \quad (19)$$

$$z=H ; \quad V_{s,z}=-U$$

$$\begin{aligned} V_{s,r} &= \frac{U}{2} \frac{R}{H} \left[a \left(\frac{r}{R} \right) + b \left(\frac{r}{R} \right)^3 \right] \\ V_{s,\theta} &= 0 \end{aligned} \quad (20)$$

$$V_{s,z} = -\frac{U}{H} z$$

그리고 내부 변형에너지 소비율은 식(21)와 같

고 마찰에 의한 에너지 소비율은 식(22)와 같으며 전체 에너지 소비율 J^* 는 식(23)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{W}_i = \int_V (1-g_L) \sqrt{\delta} Y_0 \dot{\epsilon}_m dV \quad (21)$$

$$\dot{W}_f = \int_S \frac{\sqrt{\delta} Y_0}{\sqrt{3}} |V_{s,i}| dS_i \quad (22)$$

$$J^* = \Sigma \dot{W}_i + \Sigma \dot{W}_f \quad (23)$$

그리고 속도장에 포함된 매개변수 a와 b에 대해서 직접탐색법의 일종인 FPS(Flexible Polyhedron Search)법⁽⁹⁾을 사용하여 전체에너지 소비율인 식(23)을 최소화함으로써 매개변수 a와 b를 구하여 속도장을 결정할 수 있다.

Sn-15%Pb 합금에 대해서 식(5)와 식(8) 그리고 Pinsky 등의 실험 결과로부터 Sn-15%Pb에 대한 $(\sigma_{1,c})_{max}$ 와 $\sigma_{1,n}$ 를 액상률에 대한 함수로 사용하여 다음과 같이 ν 에 대한 선형보간식을 구할 수 있다.

$$\nu = 3.88 \cdot g_L - 0.98 \quad (24)$$

또한 Pinsky 등이 실험으로 구한 $\sigma_{1,n}$ 와 식(24)을 사용하여 식(8)로부터 유동응력과 액상률의 관계식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sqrt{\delta} \cdot Y_0 = -17.47 \cdot g_L + 10.89 \quad (25)$$

한편, 고상입자의 거동을 표현하기 위하여 유동응력은 식(26)과 같이 표현할 수 있다.

$$\sqrt{\delta} \cdot Y_0 = k \dot{\epsilon}_{ave}^n \quad (26)$$

여기서 Suery 등⁽¹⁰⁾이 실험으로 구한 $n=0.23$, 식(25)로부터 액상률이 0%일 때의 $Y_0=10.89$ MPa 그리고 $\dot{\epsilon}_{ave}=1.33 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ 이면, k 는 26.97 MPa·sⁿ 이 된다.

그리고 A356 합금에 대하여 식(5)와 식(8) 그리고 Nguyen 등의 실험 결과로부터 A356에 대한 $(\sigma_{1,c})_{max}$ 와 $\sigma_{1,n}$ 를 액상률에 대한 함수로 사용하여 다음과 같이 ν 에 대한 선형보간식을 구할 수 있다.

$$\nu = 3.4221 \cdot g_L - 0.84902 \quad (27)$$

또한 Nguyen 등이 실험으로 구한 $\sigma_{1,n}$ 와 식(27)을 사용하여 식(8)로부터 유동응력과 액상률의 관계식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sqrt{\delta} \cdot Y_0 = -5.83363 \cdot g_L + 3.25387 \quad (28)$$

한편, 고상입자의 거동을 표현하기 위하여 유동

음력은 식(29)과 같이 표현할 수 있다.

$$\sqrt{\delta} \cdot Y_0 = k \cdot \epsilon_{ave}^n \quad (29)$$

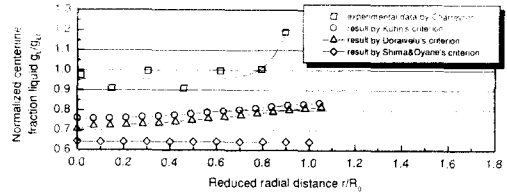
여기서 Choi 등이 실험으로 구한 $n = 0.23$, 식 (28)로부터 액상률이 0%인 때의 $Y_0 = 3.25387 \text{ MPa}$ 그리고 Nguyen 등의 실험에서와 같은 $\epsilon_{ave} = 0.8 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ 이면, k 는 $9.87847 \text{ MPa} \cdot \text{s}^m$ 이 된다.

5. 결과 및 고찰

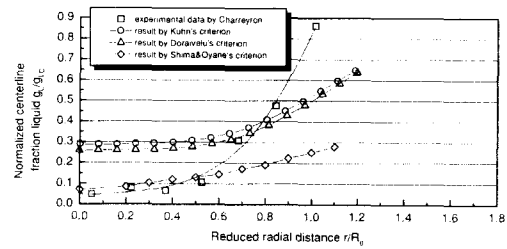
5.1 Sn-15%Pb 합금에 대한 항복조건에 비교

Kuhn의 항복조건과 Doraivelu의 항복조건을 적용하여 Sn-15%Pb의 실린더형 소재를 이용한 단순 압축 공정에 대한 유한요소해석을 수행하였다. 이 유한요소해석의 검증용 위하여 Charreyron 등의 실험결과와 비교하였고 또한 Shima & Oyane의 항복조건을 사용한 Charreyron 등의 해석결과와 비교하여 Fig. 3에 나타내었다.

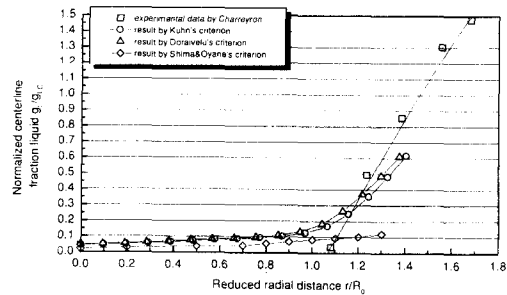
Sn-15%Pb의 실린더형 소재를 이용한 단순압축 공정에 대한 유한요소해석결과 변형률에 대한 반경방향의 액상률 분포를 예측할 수 있는데, 변형시 소재의 내부보다 표면의 액상률이 증가함을 알 수 있고, 변형률이 증가할수록 액상률이 감소함을 알 수 있다. 또한 Shima & Oyane의 항복조건을 적용한 Charreyron의 상계해석결과보다 Kuhn과 Doraivelu의 항복조건을 사용한 본 연구의 해석결과가 실험 결과에 더 근사함을 알 수 있다. Kuhn의 항복조건과 Doraivelu의 항복조건을 사용한 해석 결과는 변형의 과정에서 정성적으로 거의 유사함을 나타내지만 변형의 초기에는 Kuhn의 항복조건식이, 변형이 진행될수록 Doraivelu의 항복조건식을 적용한 해석 결과가 실험결과에 더 일치함을 알 수 있다



(b) compressed at $\epsilon = 0.27$ ($m=1.0$)

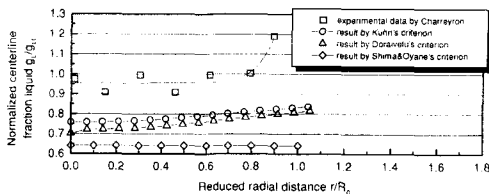


(c) compressed at $\epsilon = 0.58$ ($m=1.0$)



(d) compressed at $\epsilon = 0.97$ ($m=1.0$)

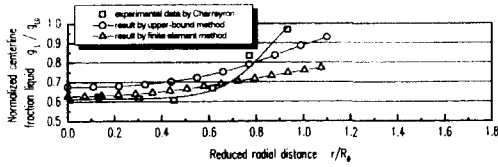
Fig. 3 Radial distribution of liquid fraction for Sn-15%Pb according to yield criteria



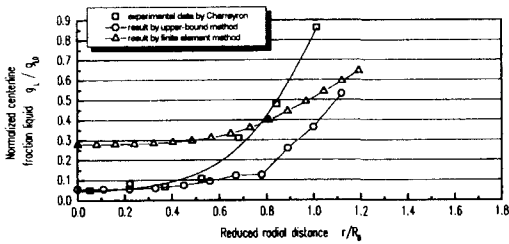
(a) compressed at $\epsilon = 0.20$ ($m=1.0$)

5.2. Sn-15%Pb 합금에 대한 해석기법에 따른 비교

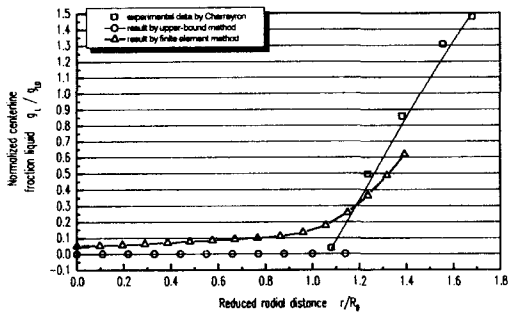
Doraivelu의 항복조건을 사용하여 Sn-15%Pb의 실린더형 소재를 이용한 단순 압축 공정에 대한 유한요소해석 및 상계해석을 수행하고 그 결과를 Charreyron 등의 실험결과와 비교하여 해석기법상의 타당성을 제시하였다. 소재의 변형률이 증가하는데 따른 반경방향의 액상률 분포를 Fig. 4에 나타내었다.



(a) compressed at $\epsilon = 0.27$ ($m=1.0$)



(b) compressed at $\epsilon = 0.58$ ($m=1.0$)



(c) compressed at $\epsilon = 0.97$ ($m=1.0$)

Fig. 4 Radial distribution of liquid fraction for Sn-15%Pb according to yield criteria analysis methods

해석기법에 따른 Sn-15%Pb 합금의 단순 압축 공정의 해석에서 소재의 변형이 증가할수록 반경방향의 액상률이 증가함을 알 수 있고, 유한요소법에 의한 해석 결과가 상계법에 의한 해석 결과보다 반경방향의 액상률 분포 및 반경방향의 변형 정도에서 더 나은 해를 제시함을 알 수 있다.

5.3. A356합금에 대한 항복조건 및 해석기법에 따른 비교

A356합금에 대하여 항복조건 및 해석기법에 따

라 변형의 정도에 따른 반경방향의 액상률 분포를 제시하였다. Kuhn의 항복조건과 Doraivelu의 항복조건을 사용하여 A356합금에 대한 유한요소해석을 수행하여 항복조건에 따른 반경방향의 액상률 분포를 Fig. 5에서 제시하였다.

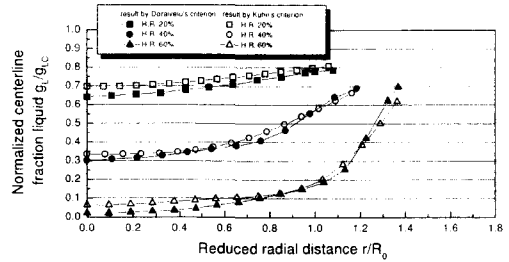


Fig. 5 Radial distribution of liquid fraction for A356 according to yield criteria

A356합금에 대하여 상계해석 및 유한요소해석을 수행하여 해석기법에 따른 반경방향의 액상률 분포를 Fig. 6에서 제시하였다.

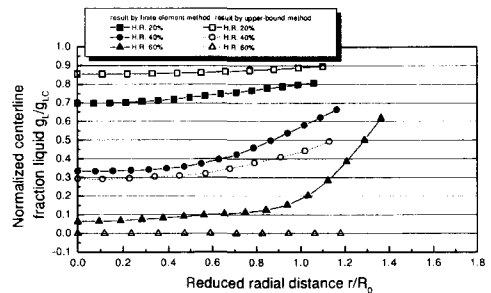


Fig. 6 Radial distribution of liquid fraction for A356 according to analysis methods

A356합금의 단순압축공정에 대한 유한요소해석 결과 Fig. 3에서 Kuhn의 항복조건을 사용한 유한요소해석에서는 변형의 초기 단계에서는 Doraivelu의 항복조건을 적용한 해석결과보다 높은 반경방향 액상률 분포를 나타내고, 변형이 진행될수록 유사한 액상률 분포를 나타내고 있다. 해석기법을 비교한 Fig. 4에서는 A356합금에 대해서 유한요소해석

의 결과와 상계해석 결과에는 이 두 큰 차이가 있으며, 전체 변형방향의 변형양상에, 상계해석보다 유한요소해석이 더 단사함을 알 수 있다.

6. 결론

본 연구에서는 다공질 재료의 항복조건 중에서 Kuhn의 항복조건과 Doraivelu의 항복조건을 Sn-15%Pb의 반응용 재료를 이용한 단순압축공정의 상계해석 및 유한요소해석에 적용하여 Charreyron 등의 실험결과와 비교하였으며 A356 합금에 대해서 항복조건 및 해석기법에 따른 변형방향의 액상률 분포를 제시하였다. 이상의 결과로부터 아래와 같은 결론을 얻을 수 있다.

(1) Doraivelu의 항복조건과 Kuhn의 항복조건을 이용하여 Sn-15%Pb 및 A356 합금의 성형공정 해석에 적용할 수 있는 이론적인 해석 모델을 제안하였다.

(2) Doraivelu의 항복조건과 Kuhn의 항복조건을 이용하여 Shima & Oyane의 항복조건을 적용한 Charreyron의 해석결과보다 더욱 향상된 해를 구할 수 있었다.

(3) 반응용 합금의 단순 압축공정 해석에서 소재의 변형이 증가할수록 변형방향의 액상률이 증가함을 알 수 있고 소재 내부로부터 액상이 유출됨을 알 수 있다.

(4) 반응용 합금에 대해서 유한요소해석의 결과와 상계해석의 결과에는 상당한 차이가 있으며, 변형방향으로의 변형양상과 내부에서 표면으로의 액상유출 경향을 상계해석보다는 유한요소해석에서 실험결과와 더욱 근접하게 제시하고 있다.

후기

본 연구는 부산대학교 정밀정형 및 금형가공 연구센터를 통한 한국과학재단 우수연구센터 지원금에 의한 것입니다.

참고 문헌

1. S.M. Doraivelu, H.L. Gegel, J.S. Gunasekera, J.C. Malas and J.T. Morgan, "A New Yield Function for Compressible P/M Materials," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.26, No.9/10, pp.527-535, 1984.

2. D.B. Spencer, R. Mehrabian and M.C. Flemings, "Rheological Behavior of Sn-15% Pb in the Crystallization Range," *Metall. Trans.*, Vol.3A, pp.1925-1932, 1972.

3. 최원도, 고대철, 민규식, 김병민, 최재찬, "유도가 열을 고려한 반응용 재료의 성형공정에 관한 유한요소 해석," *한국정밀공학회지*, 제14권, 제8호, pp.82-91, 1997.

4. P.O. Charreyron and M.C. Flemings, "Rheology of Semi-Solid Dendritic Sn-Pb Alloys at Low Strain Rates: Application to Forming Process," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.27, No.11/12, pp.781-791, 1985.

5. J.C. Choi, H.J. Park and J.H. Park, "Yield Condition and Compression Characteristics of Semi-Solid Material by Upper-Bound Method," *Metals and Materials*, Vol.4, No.4, pp.667-671, 1998.

6. T.G. Nguyen, D. Favier and M. Suery, "Theoretical and Experimental Study of the Isothermal Mechanical Behavior of Alloys in the Semi-Solid State," *International Journal of Plasticity*, Vol.10, Issue 6, pp.663-693, 1994.

7. D.A. Pinsky, P.O. Charreyron and M.C. Flemings, "Compression of Semi-Solid Dendritic Sn-Pb Alloys at Low Strain Rates," *Metall. Trans.*, Vol.15B, pp.173-181, 1984.

8. S. Toyoshima, "A FEM Simulation of Densification in Forming Processes for Semi-Solid Materials," *The 3rd Int. Conf. on Semi-Solid Processing of Alloys and Composites*, pp.47-62, 1994.

9. D.M.Himmelblau, *Applied Nonlinear Programming*, McGraw-Hill Book Company, pp.148-155, 1972.

10. M. Suery and M.C. Flemings, "Effect of Strain Rate on Deformation Behavior of Semi-Solid Dendritic Alloys," *Metall. Trans.*, Vol.13A, pp.1809-1819, 1982.