

수직격판이 있는 용기 내의 지균류

최 윤 환* · 서 용 권**

(99년 10월 4일 접수)

Geostrophic Flows in a Container with a Vertical Plate

Yoon Hwan Choi* · Yong Kweon Suh**

Key Words : Geostrophic Flow(지균류), PIV(입자영상유속계), Rectangular Container(직사각형 용기), Background Rotation(배경회전), Rotational Oscillation(회전요동), Ekman Pumping Velocity(에크만 분출속도)

Abstract

In this paper, we show the numerical and experimental results of two-dimensional fluid motions inside a rectangular container with a vertical plate subjected to a background rotation added by a rotational oscillation. In the PIV experiment we apply a new algorithm, NTSS, to the velocity calculation. In the numerical computation, the linear Ekman-pumping model was used to take the bottom friction effect into account. It was found that it showed good agreement with the experimental results at low ϵ number.

1. 서 론

본 연구는 액체(물)가 담긴 직사각형 용기를 회전시켜 spin-up 시킨 뒤 주기적인 외력을 가하여 요동운동 시킬 때 용기 내에 나타나는 비정상적 유동특성을 수치해석적인 방법과 PIV를 이용한 실험적인 방법으로 조사한 것이다. Fig. 1은 본 연구의 대상이 되는 유동모델을 도시한 것이다. 본 유동모델에서 중앙의 평판이 없는 경우에 관해서는 서¹⁾등이 가지화실험과 수치해석을 통하여

연구한 바 있다. 본 연구에서는 중앙에 격판을 설치하여 이에 따른 효과를 보고자 하는 것이다. 그리고 본 연구에서는 보다 정확한 Ekman 펌핑 모델의 개발을 위하여 PIV를 이용하여 정량적인 실험을 수행하였다. 서 등의 연구를 제외한 본 유동모델과 유사한 모델에 관한 연구는 van Heijst 그룹^{2,3)}, Suh⁴⁾ 그리고 Hart^{5,6)} 그룹 등이 있다. van Heijst 그룹과 Suh는 용기 내에 생성되는 2차원 셀 유동을 직사각형 용기의 비축대칭을 이용하여 발생시켰다. 이에 반하여 Hart 그룹은

* 동아대학교 대학원

** 종신회원, 동아대학교 기계공학과

원통으로 만든 용기바닥에 굴곡을 주어 2차원 셀 유동을 생성시켰다. 본 유동모델은 이 두 가지 형태를 접목시켰다고 할 수 있다. 즉 용기의 형태는 직사각형을 채택하고 용기에 가하는 외력은 Hart 그룹의 방식을 사용하였다.

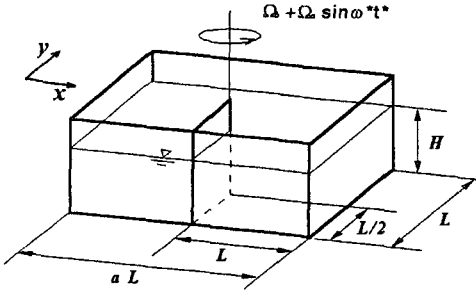


Fig. 1 Geometry of the model basin

본 연구의 목적은 배경회전 속도의 크기에 따라 Ekman 펌핑 모델이 얼마만큼 정확히 실제 유동을 예측할 수 있는지 파악하고, 중앙평판이 유동에 미치는 영향을 조사하고 또한 PIV를 이용한 정량적인 실험을 통하여 유동장을 확보함으로써, 장치 궁극적으로 보다 정확한 Ekman 펌핑 모델을 개발하는 데 있다. Ekman 펌핑 모델은 회전시스템에서의 유체유동(기상유동, 해양유동)에 매우 중요한 것이므로 본 연구의 결과는 이 분야에 기여할 것으로 생각된다.

2. 이론적 배경

Fig. 1과 같은 유동모델에서 용기의 회전 각속도가 $\Omega^* = [\Omega_b + \Omega_a \sin \omega^* t^*] \hat{k}$ 와 같이배경회전 Ω_b 에 각속도 ω^* 로 회전요동하는 각속도(Ω_a)가 덧붙여질 때 대표 속도를 용기의 세로 길이 L 에 대해 $L\Omega_a$ 로, 공간좌표들은 L 로, 시간을 $1/\Omega_a$ 로, 그리고 압력을 $\rho L^2 \Omega_a \Omega_b$ 로 무차원화하면 지배방정식은 아래와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - 2\left[\frac{1}{\epsilon} + \sin \omega t\right]u \\ = -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial b}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 u + y \omega \cos \omega t \end{aligned} \quad (1a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + 2\left[\frac{1}{\epsilon} + \sin \omega t\right]u \\ = -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial b}{\partial y} + \frac{1}{Re} \nabla^2 v - x \omega \cos \omega t \end{aligned} \quad (1b)$$

여기서 ϵ , Re , ω 는 무차원 파라미터들로서 아래와 같다.

$$\epsilon = \frac{\Omega_a}{\Omega_b}, \quad Re = \frac{L^2 \Omega_a}{\nu}, \quad \omega = \frac{\omega^*}{\Omega_a} \quad (2)$$

위의 두 식에서 압력항을 소거하기 위해 $\partial(1b)/\partial x - \partial(1a)/\partial y$ 하고 와도

$$-\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \zeta \quad (3)$$

을 도입하면 아래와 같은 와도 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} + 2\left(\frac{1}{\epsilon} + f + \frac{1}{2} \zeta\right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \\ = \frac{1}{Re} \nabla^2 \zeta - 2\omega \cos \omega t \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $f = \sin \omega t$ 이며, 외력에 해당된다.

ϵ 이 매우 작으면 유동은 거의 2차원적인 것으로 가정할 수 있다(Taylor-Proudman 이론).⁷⁾ 그러므로, 연속 방정식은 자유표면의 거동을 무시할 때 무차원 수심을 h 라 한다면 다음과 같이 근사적으로 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \cong \frac{w_p}{h} \quad (5)$$

여기서 w_p 는 Ekman 분출 속도에 해당되며 바다에서의 Ekman 경계층에 대한 해로부터 구하며, 그 결과는 다음과 같다.

$$w_p = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{Re}} \zeta \quad (6)$$

위의 식을 식 (4)에 대입하면 아래와 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ &= -\left(1 + \varepsilon \sin \omega t + \frac{1}{2} \varepsilon \zeta\right) \frac{1}{h} \sqrt{\frac{1}{Re \varepsilon}} \zeta \quad (7) \\ & \quad + \frac{1}{Re} \nabla^2 \zeta - 2 \omega \cos \omega t \end{aligned}$$

우변의 첫 항이 Ekman pumping 효과를 나타낸다. 연속방정식과 와도는 아래와 같은 유동함수 ψ 를 도입함으로써 하나의 식으로 쓸 수 있다.

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} - \delta \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (8a)$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} - \delta \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (8b)$$

$$\nabla^2 \psi = -\zeta \quad (9)$$

여기서 δ 는 다음과 같다.

$$\delta = \frac{1}{2h} \sqrt{\frac{\varepsilon}{Re}} \quad (10)$$

$\partial \psi / \partial y = u_0$, $\partial \psi / \partial x = -v_0$ 라 하면 u , v 는

$$u = u_0 + \delta v_0 \quad (11a)$$

$$v = v_0 - \delta u_0 \quad (11b)$$

가 되어 유선을 따르는 속도벡터 $u_0 \hat{i} + v_0 \hat{j}$ 에 덧붙여 이 유속이 시계방향으로 90° 만큼 회전된 속도 벡터에 δ 를 곱한 벡터가 더해진다.

그러므로 풀어야 할 식은 식 (7)과 (9)이며, 속도는 식 (11a), (11b)로 구한다. 벽면에서의 경계조건은 점착조건과 비침투조건을 사용하였다.

3. 수치해석 및 실험방법

3.1 수치해석 방법

본 연구에서 사용된 계산 알고리즘은 시간항에 대해서는 4개의 Runge-Kutta 법을 이용하여 적분하였으며, 공간항에 대해서는 중심차분법으로 차분화하였다. 격자계 형성에서는 비엇갈림 격자계가

사용되었으며, 격자수는 I=241, J=121로 하였다.

3.2 실험방법

본 실험에서는 제어가 가능한 속도가변 모터를 사용하여 테이블을 회전 요동 시켰으며, 용기의 크기는 0.3×0.15 [m]이다. 그리고 ε 은 0.08, 0.32의 두 가지로 하였다. Fig. 2는 실험장치를 도시한 것이다. 가시화용 입자는 아크릴파우더이다(물표면 유동가시화). 촬영한 영상은 Image grabber(DT-3155)를 이용하여 초당 30개 정도를 확보하여 속도장 계산에 사용하였다. 속도장 계산은 두 가지 PIV기법이 사용되었다. 하나는 기존의 패키지 Thinker's EYE이며 다른 하나는 건국대학교의 김성균 교수 그룹이 개발한 새삼단계추적법이다⁸⁾. 새삼단계추적법(NTSS)은 미세한 오차증가를 대가로 하여 빠른 벡터추적 알고리즘을 형성하여 속도장을 구하는 방법이다.

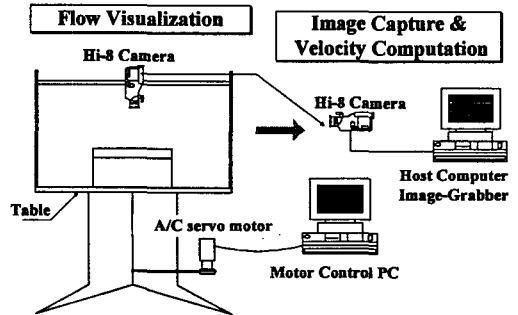
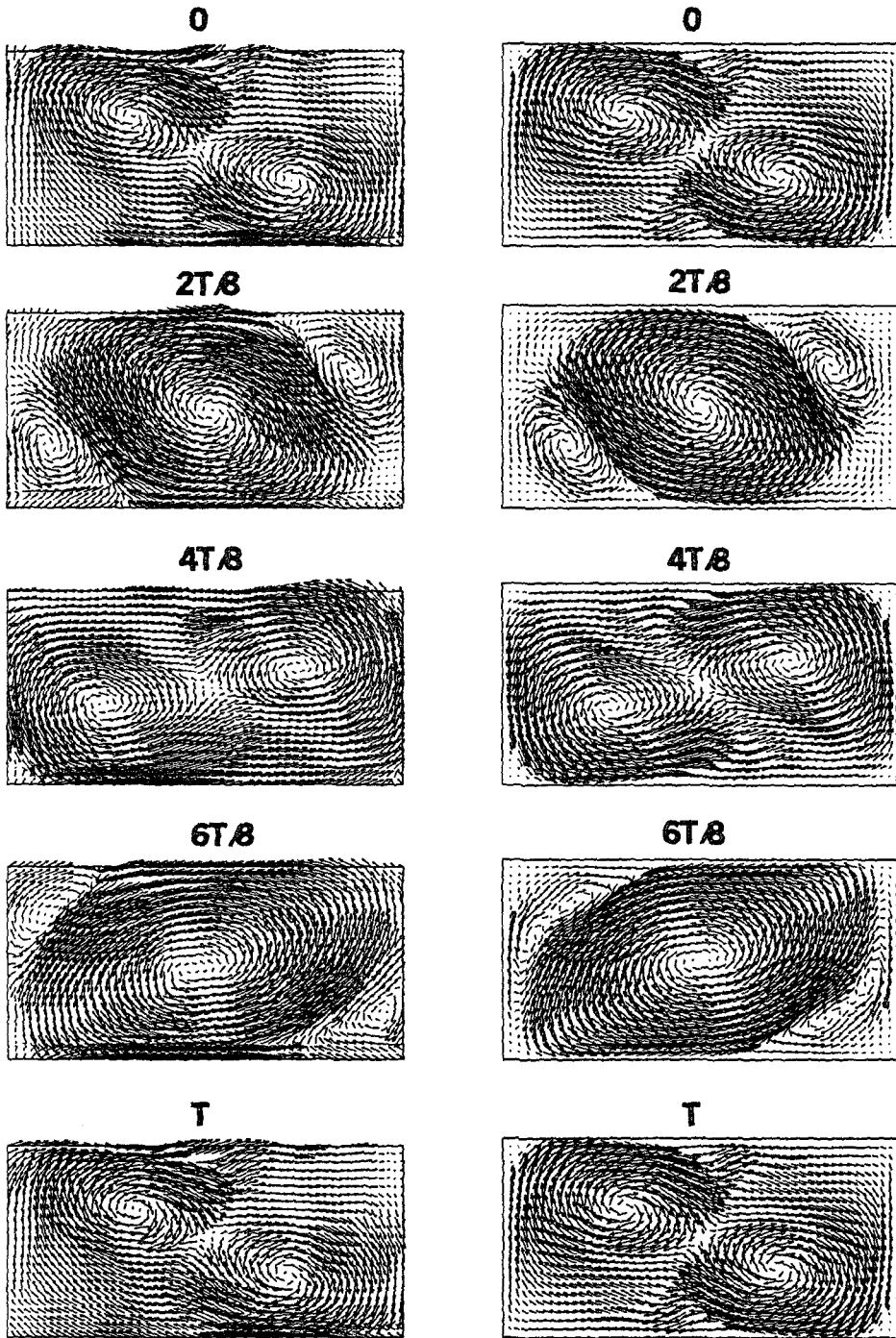


Fig. 2 Schematic diagram of the experimental apparatus

4. 결과 및 검토

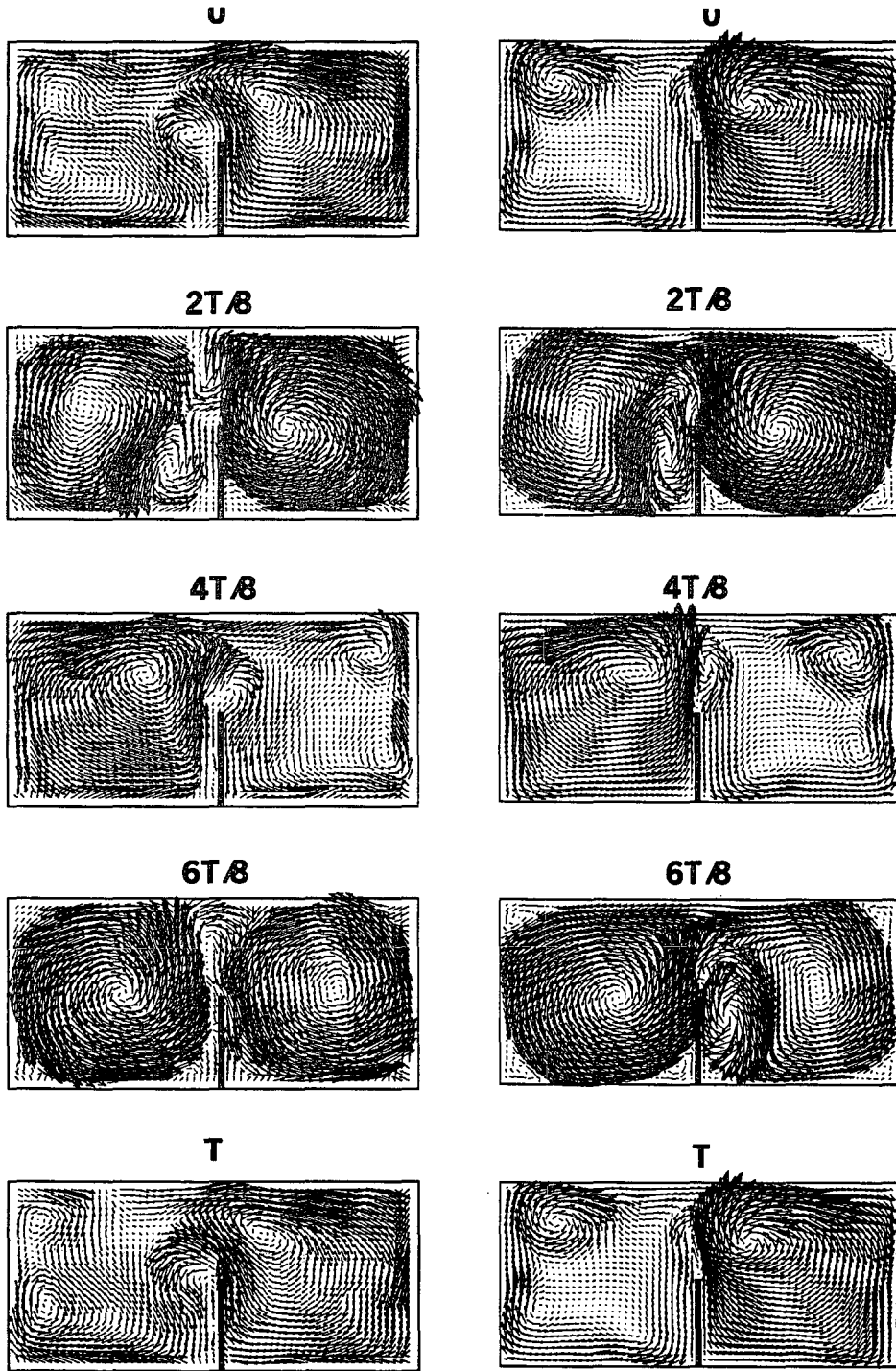
Fig. 3는 $\Omega_b=125$ [rpm], $\Omega_a=10$ [rpm], $\omega^*=5$ [rpm], $L=0.15$ [m], $H=0.12$ [m]인 조건에서(즉 $\varepsilon=0.08$, $Re=2356$, $\omega=0.4$, $h=0.8$) 수행한 실험결과 및 수치해석 결과이다. 실험결과는 NTSS 알고리즘을 사용하여 PIV 처리한 것이며, 수치해석결과는 선형 Ekman 펌핑 모델을 사용하여 구한 것이다. 그림에서 실험과 수치해석 결과는 정성적으로 잘 일치함을 알 수 있다. 그림을 보면 두 결과 모두 시간적으로 주기적인 유동양상을 보인다. 전체



(a) Experimental result (NTSS)

(b) Numerical result

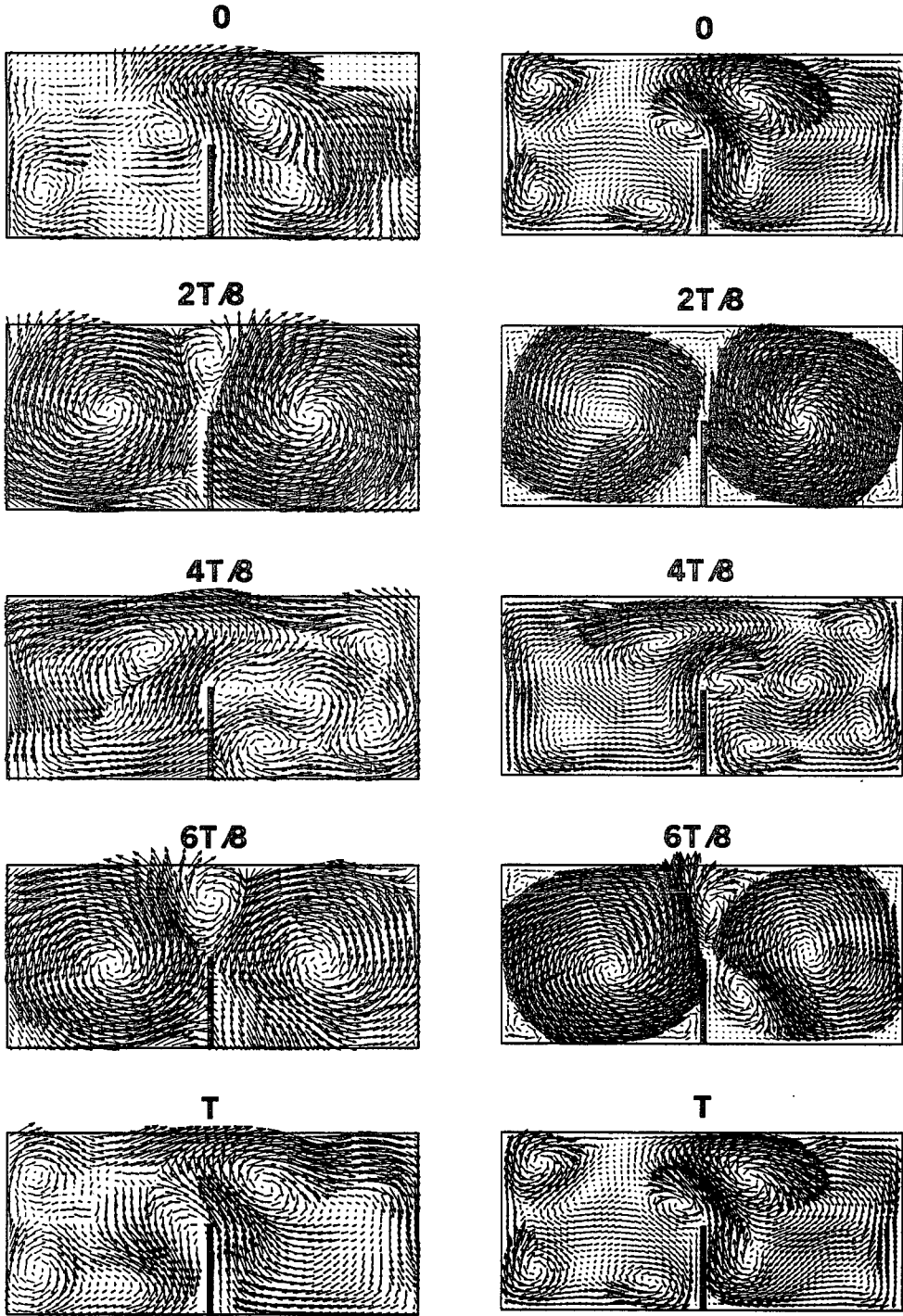
Fig. 3 Velocity vector distribution (without plate, $\epsilon = 0.08$)



(a) Experimental result (NTSS)

(b) Numerical result

Fig. 4 Velocity vector distribution (with plate $\varepsilon=0.08$)



(a) Experimental result (Thinkers)

(b) Numerical result

Fig. 5 Velocity vector distribution (with plate $\epsilon=0.32$)

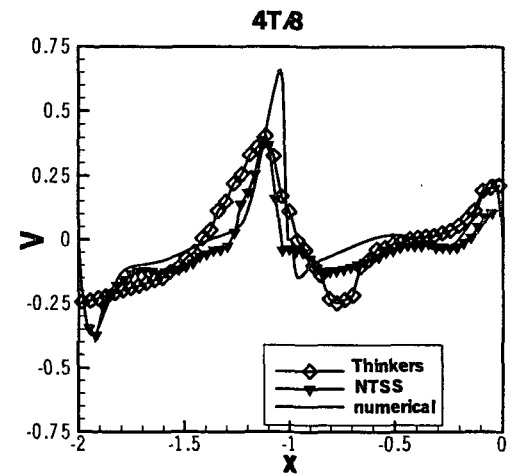
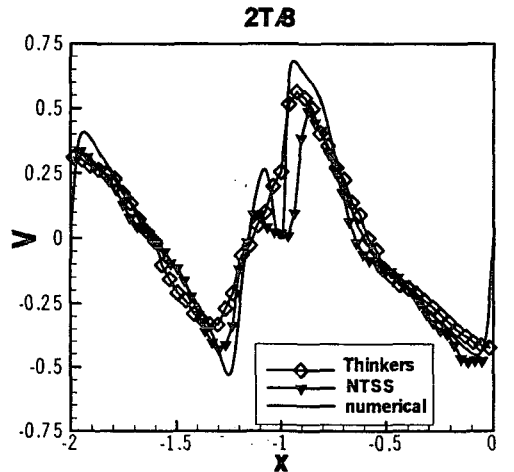
적으로 보면 시간이 $2T/8$, $6T/8$ 때에 단순한 형태의 강한 유동이 형성되고 그 외의 시점에서는 복잡하지만 미약한 유동이 형성된다. 이것은 주 유동이 용기의 회전에 따른 상대 운동에 의한 것임을 암시한다. 다음으로 시간 별 유동변화를 세부적으로 관찰해 보자. $t=0$ 일 때 중앙평판을 기준으로 좌측에는 다소 미약하지만 시계방향의 와류가 2~3개 존재하며, 우측에는 같은 방향의 하나의 큰 와류가 존재한다. 좌측에 존재하는 두 개의 미약한 와류는 시간이 $2T/8$ 에서는 하나의 강한 와류로 합쳐지며, 격판 위에 생성된 와류는 평판의 좌측하단으로 성장하면서 이동한다. 그리고 우측 와류의 강도는 $2T/8$ 때 가장 강해진다. 또한 이 시점에서는 용기의 네 모서리에서 반시계방향의 와류가 발생하기 시작한다. 격판 위에서 좌측하단으로 이동한 반시계방향의 와류는 점점 성장하여 주기의 중간 시점인 $4T/8$ 에서는 좌측에 존재하는 반시계방향의 주 와류에 흡수된다. 평판 우측의 유동형태는 시간이 $2T/8$ 일 때 모서리에서 발생하기 시작한 와류들이 점점 성장하여 이 시점($4T/8$)에서는 우측에 존재하는 두 개의 와류로 된다. 나머지 반주기의 유동형태도 이와 유사한 양상을 띤다. 이와 같이 ϵ 이 작을 때는 Ekman pumping 효과가 미약하므로 cyclonic(반시계방향) 와류와 anticyclonic(시계방향) 와류의 거동은 상호 거의 대칭적이다. 특히, 수치해석결과에서, $t=0$, $2T/8$ 의 유동과 $t=4T/8$, $6T/8$ 의 유동은 각각 거의 좌우대칭인 것을 알 수 있다.

Fig. 4는 Fig. 3과 같은 조건에서 다만 배경회전만 느리게 하여($\Omega_b=32$ [rpm]) 수행한 실험결과(Thinkers EYE) 및 수치해석 결과이다. 이 때의 ϵ 은 0.32이다. Fig. 4의 실험 결과는 Fig. 3의 실험 결과에 비하여 시간적인 주기성이 다소 없어진 것을 알 수 있다. 즉 $\epsilon=0.08$ 일 때 $t=0$ 인 시점과 $t=T$ 인 시점에서의 유동형태는 거의 변화가 없다. 그러나 $\epsilon=0.32$ 에서는 와류들의 강도나 발생 지점을 비교해 볼 때 두 시점의 유동양상은 상당히 다르게 보인다.

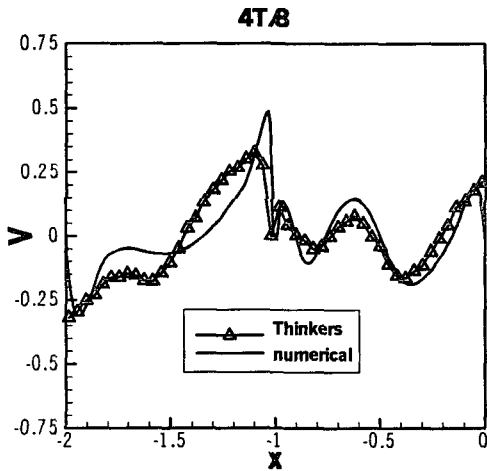
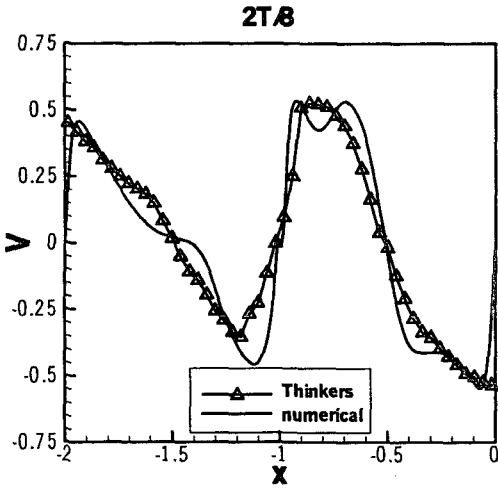
한편 수치해석 결과에서는 시간적으로 주기적인 유동양상을 보인다. 이러한 요인으로는 본 연구에서 사용한 선형 에크만 분출모델의 오차라 생각되

며, 본 모델에 대한 개선이 필요하다고 생각된다.

Fig. 5은 ϵ 의 변화에 따른 용기의 세로 방향 크기의 1/2인 지점에서의 속도를 수치해석에 의한 것, NTSS 알고리즘에 의한 것, 그리고 PIV 유동해석 상용코드인 Thinker's EYE에 의한 것이다. 그림 (a)에서 NTSS와 Thinker's EYE는 비교적 잘 일치한다. 그러나 수치해석 결과와 실험결과는 잘 일치하지 않는다. 이러한 차이는 유동의 변화가 많은 중앙평판에서 실험과 수치해석이 일치하지 않음을 알 수 있으며, 추후의 연구에서는 이러한 유동정보에 대한 좀 더 정량적인 분석을 통하여 개선된 에크만 분출 모델을 개발하고자 한다.



(a) $\epsilon = 0.08$



(b) $\epsilon = 0.32$

Fig. 6 Comparisons of V-velocity distributions of various ϵ number at $y=L/2$

5. 결 론

본 연구에서는 중앙평판이 설치된 직사각형 용기에 주기적인 외력을 가할 때 생성되는 유동장에

대하여 수치해석과 PIV를 이용하여 해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 중앙 평판의 영향으로 유동장의 형태는 시간적으로는 비교적 대칭적이나 공간적으로는 비대칭의 유동 양상을 보인다.
- 2) Ekman 펌핑 모델은 배경회전의 효과가 클 때 실제 유동과 잘 일치하며, 배경회전 효과가 작을 때는 잘 일치하지 않는다.
- 3) PIV를 통해 얻은 정량적인 유동정보를 활용하여 Ekman 펌핑 모델을 개선할 필요가 있다.

후 기

이 논문은 1998학년도 동아대학교 학술연구조성비(일반과제;해양자원 연구소)에 의하여 조성되었음.

참고문헌

- 1) 서용권, 김용균, 대한기계학회 1998년도 추계학술대회논문집 B, pp. 869-875, 1998
- 2) van Heijst, G.J.F., Davies, P.A. & Davies R.G., 1990, *Physic of Fluid A* 2 (2), 150-159.
- 3) van de Konijnenberg, J.A., Andersson, H.I., Billdal, J.T. & van Heijst, G.J.F., *Physic of Fluid* 6 (3), 1168-1176, 1994
- 4) Suh, Y.K., *Physic of Fluid* 6 (7), 2333-2344, 1994
- 5) Hart, J.E., *J. Fluid Mech.*, 214, 437-454, 1990
- 6) Pratte, J.M. & Hart, J.E., *J. Fluid Mech.*, 229, 87-114, 1991
- 7) Joseph, Pedlosky, *Geophysical Fluid Dynamics*, 1982
- 8) 김성균, 박수홍, 대한기계학회 1998년도 추계학술대회논문집 B, pp. 500-505, 1998