

## 수 감각 및 수 감각 학습에 대한 소고

남 형 채 (대구교육대학교)

권 점 례 (대구교동초등학교)

“초등학교 수학의 주된 목표는 수 감각 개발이 되어야 한다”는 Everybody Counts (1989)의 진술에서 알 수 있듯 수 감각은 최근 그 중요성이 강조되고 있으며, 수학교육의 목표와 내용을 대표하는 용어가 되고 있다. 이는 지금까지 교실에서 이루어진 연산 중심 수업에 대한 반성이고, 의미 부여 학습을 강조하는 현재 진행중인 교육과정 개혁 움직임에서 쉽게 찾아 볼 수 있다. 그러나 아직 수 감각이라는 용어에 대한 명확한 정의가 내려져 있지 않을뿐더러 그 하위 구성요소를 분류하는데도 문헌마다 서로 일치하지 않는다. 따라서 본 연구에서는 문헌에 나타난 수 감각의 정의와 그 하위 구성요소들을 고찰해 보고, 아동들에게 수 감각을 길러주기 위한 수학 학습에 대해 알아본다.

### 1. 서 론

지금까지 초등학교 수학에서 수·연산 영역의 학습은 수에 대한 이해력이 부족한 채 지필 계산 중심으로 교육되어 왔다. 이러한 수업의 영향력은 초등학교 수학 교실에서 쉽게 찾아 볼 수 있다. 예를 들어, 연산 알고리즘을 기계적으로 적용하여 지필 계산을 능숙하게 실행할 수 있지만 구한 해가 문제에 적절한지를 검증하거나 그 해의 의미를 이해하지 못하는 아동들을 쉽게 볼 수 있다. 또 주어진 문제에 대해 하나의 해를 구하는데 익숙해 있기 때문에 해가 여러 개 있을 수 있음을 인정하는데 어려움을 보인다. 수학 교과서에서 다루어지는 수 또한 일상생활에서 직면하게 되는 수와는 달리 지필 계산이 용이하도록 정형화되어 있기 때문에 수학을 일상 생활과 연결시키는데 큰 도움이 되는 것으로 보이지 않는다.

그러나 이러한 현상들은 초등학교에서 수 개념과 수 감각을 충분히 형성시켰을 때 해결될 수 있을 것으로 보인다. 최근 수학 교육에서 일어나고 있는 많은 변화들을 보더라도 이 영역이 강조되고 있음을 볼 수 있다. 예를 들어 NCTM Standards(1989)에서는 K-4학년에서 강조되어야 할 영역 중의 하나로 수 감각을 들고 있으며, Everybody Counts(NRC, 1989)에서도 초등학교 수학의 주된 목표로 수 감각 개발을 들고 있다. 이런 움직임은 수학 교실에 도입되고 있는 기술 공학으로 인하여 가속화되는 것으로 보인다. 컴퓨터와 계산기가 수학 교실에 도입되면서 아동들의 복잡하고 지루한 지필 계산을 대신할 수 있게 되었으며, 그 결과 지필 계산에 할당되었던 시간을

수 감각 개발이나 어림, 암산, 또는 문제해결과 같은 다른 영역에 할애할 수 있게 되었다.

그러나 수 감각은 수학 교육에 새롭게 소개된 영역은 아니며 단지 최근에 비로소 그 중요성이 강조되고 있는 영역이다. 따라서 본 연구에서는 수 감각과 관련된 이전의 연구들을 고찰해 봄으로써 수학 교육에서 일어나고 있는 변화들과 병행하여 수 감각이 강조되고 있는 배경을 알아보고, 수 감각의 정의 및 하위 요소와 초등학교에서 수 감각을 개발하기 위한 수학 학습에 대해서 알아보하고자 한다.

## 2. 수 감각이 강조되는 배경

초등학교에서 한 교과목의 목표와 내용이 변하는 것처럼, 사용되는 용어도 역시 변한다(McIntosh, B. Reys & R. Reys, 1992). 전통적으로 초등학교 수학에서는 사칙연산, 즉 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈을 지필로 정확하게 계산하는 것이 주를 이루었다.

그러나 “새수학(new math)”의 도래는 수학 교육에서 많은 변화를 일으켰다. 교과목의 범위가 넓어지고, 집합과 논리, 연산의 속성과 같은 주제들이 수학 학습 내용으로 포함되었으며, 교육과정과 교수법에도 많은 변화가 있었다. 그러나 첨가된 내용들은 서로 연결되지 않은 채 지도되었고, 또 이런 변화에 대한 철학적 이해가 수반되지 못했으므로 곧이어 사칙 연산의 숙달로 다시 돌아가는 “기초로 돌아가자(Back to basics)” 운동이 일어나게 되었다.

그 이후 현대 사회의 수학적 요구에 대처하는 고등 능력을 설명하기 위해 “수학적 소양( numeracy )”라는 용어가 채택되었다. 그러나 이 용어는 학문적 소양(literacy)과 관련이 있으며, 처음의 의도와는 달리 그 의미가 학문적 소양의 의미처럼 일상생활의 기본적인 수학적 요구에 대처하는 능력만을 의미하도록 격감되었다. 이에 McIntosh et al.(1992)은 다음과 같이 설명하고 있다 :

현대 사회에 필요한 수학적 요구들이 명확하게 조사되지 않았기 때문에 수학적 소양은 기껏해야 연산을 수행하는 것과 같은 기술만을 나타내게 되었다. …… 수학적 소양이 보급된(numerate) 사회에서는 의미 부여(sense-making) 활동으로서의 수학에 보다 가치를 두어도 불구하고, 많은 사람들은 여전히 수학을 사실(facts)이나 규칙들(rules), 공식(formula)들의 모임을 생각하고 있다.

최근에 현대 사회의 수학적 요구를 반영하기 위해 수학적 소양을 대신해서 나타난 용어가 바로 “수 감각(number sense)”이다. 이는 수를 포함하는 상황과 그 상황에서 수를 어떻게 사용할지에 대한 의미를 개발하는 것과 관련이 있으며 최근 수학교육에서 일어나고 있는 개혁 움직임에서도 수 감각을 강조하고 있는 예를 쉽게 찾아 볼 수

있다. Everybody Counts(National Research Council, 1989)에서는 “초등학교 수학 교육의 주된 목표는 수 감각을 개발하는 것이 되어야 한다”라고 진술하고 있으며, NCTM(1989)에서는 의미 부여(sense-making) 활동을 위한 수학 학습 주제의 한 전형으로 수 감각을 강조하고, Australian Education Council(1991)에서도 학교 수학의 본질적인 결과로 수 감각 개발을 들고 있다.

이제 수 감각이 현재의 수학 교육의 목표와 내용을 대표하는 용어임의 의문의 여지가 없다. 다음 McIntosh et al.(1992)의 진술에서는 수 감각의 위력을 실감할 수 있을 것이다 :

수 감각은 매우 훌륭한 용어이다. 매우 간단하지만 호소력이 있고, 그 의미는 수학적 소양만큼이나 다양하게 해석될 수 있다.

이러한 수 감각의 강조는 기술 공학적 사회로 특징지어지는 현대 사회가 아동이나 성인들로 하여금 과거 세대보다 높은 수준의 수 감각을 요구하고 있다는 데서 기인하는 것으로 보인다. 예를 들어, 현대 사회에서는 과거 세대보다 광범위한 수(예를 들어, 수 백조 원에 달하는 정부 예산, 수천 분의 1초까지 채는 운동 경기)가 보다 다양한 상황(예를 들어, 그래프나 설문조사)에서 새로운 도구(예를 들어, 컴퓨터와 계산기)를 이용하여 다루어지고 있다. McIntosh et al.(1992)에 따르면, 기술 공학적 시대에는 수 감각을 가지고 있는지, 그렇지 않은지가 사람과 컴퓨터를 구분하는 주된 특징이 될 수 있다고 한다.

### 3. 수 감각의 정의

수 감각은 암산, 기본적인 연산 구구(basic facts)의 습득, 문제해결력, 고등사고력, 결과의 타당성 확인, 어림과 같은 수학 학습 영역에서 중요한 역할을 한다(Reys, 1991). 그러나 어림이나 암산과 같이 수학 교육과정에서 새롭게 도입된 영역은 아니며, 최근에 비로소 그 중요성이 강조되고 있는 영역이다. 수 감각이란 용어가 사용되기 전 Wirtz(1974; Howden, 1989, 재인용)는 “수에 대한 친숙함(friendliness with numbers)”을 가르쳤으며, 1989년에 초등 수학 교육 저널인 Arithmetic Teacher에서는 수 감각을 한 호의 연구주제로 설정하여 수 감각이라는 용어에 대한 정의와 구성요소 등을 포함하는 다각적인 논의를 하였다. 그 이후 많은 연구자들이 수 감각에 대한 정의를 하고자 했으나 그런 정의들은 매우 추상적이며, 주로 수 감각을 예시하는 증거들을 찾고, 수 감각 학습의 효과를 밝히는데 초점을 두었다. Greeno(1991)는 “수 감각은 정의보다는 이론적 분석을 요구하는 용어이다. 수 감각을 구분 짓는 만족스러운 정의는 없을지라도 수 감각의 예를 인지할 수 있다”고 하였다. 이에 비해 Markovits & Sowder

(1994)는 수 감각을 직관적인 성질, 점진적인 발달, 수 감각을 확인하는 방법의 세 가지로 특징짓고 있다. 따라서 아래에서는 Markovits & Sowder가 제시한 수 감각의 세 가지 특징과 관련시켜 수 감각에 대해 보다 자세히 알아보고자 한다.

#### 1) 직관적인 성질

수 감각의 직관적인 성질은 Howden(1989)의 진술, “수 감각은 수와 수 관계에 대한 좋은 직관으로 묘사될 수 있다”에서 가장 잘 드러나는데, 이것은 수 감각에 대한 가장 일반적인 진술이다. 일반적으로 수학적 직관을 가진 사람들은 알고 있는 개념, 설명, 변형된 규칙 등을 매우 유연하게 응용할 수 있으며, 고정된 알고리즘에 지나치게 의존하는 것에서 벗어나 이전에 접해보지 못한 문제에 대한 절차를 개발할 수 있다 (Resnick, 1986; Sowder, 1992, 재인용). 이때 직관은 사유작용 없이 대상을 직접적으로 파악하는 것으로, 필수적으로 이해력을 수반하게 된다. 따라서 수 감각은 수가 사용되는 상황에 대한 직접적인 이해라고 할 수 있으며, 수 감각에서 가장 중요한 것은 수를 이해하는 것이다. 이것은 아동이 수가 사용되는 구체적인 환경에서 활동함으로써 수에 의미를 부여하고 수를 이해하게 되고, 또 수 감각을 개발하게 된다는 것을 의미한다. 그래서 Thompson & Rathmell(1989)은 수 감각을 다음 네 가지, 즉 1)수의 의미와 관계, 2)수의 상대적 크기, 3)수를 연산하는 상대적 효과, 4)일상생활에서 수로 나타낸 양과 측정값에 대한 지시물(referents)에 대한 이해력이라 하였다. 이러한 이해력은 수학적 판단을 내리고, 수와 연산을 다루는데 유용한 전략들을 개발하고, 정보를 의사소통, 처리 및 해석하는 수단으로써 수와 양적인(quantitative) 방법을 사용할 수 있게 한다(McIntosh et al., 1992).

#### 2) 점진적인 발달

수 감각의 점진적인 발달은 두 가지 의미를 담고 있다. 한 가지는, 수 감각은 인간이 태어나면서부터 본유적으로 가지게 되는 감각이 아니라 성장하면서 발달한다는 점이고, 다른 한 가지는 그 발달이 특정한 수업이나 활동의 결과로 갑자기 얻어지는 것이 아니라 마치 아이가 부모로부터 길러지듯, 그렇게 점진적으로 개발된다는 점을 나타낸다. 그러나 아직 수 감각의 기원에 대해서 명확하게 밝혀진 바가 없다. 주로 취학전인 유치원에서 비형식적으로 개발되기 시작하여 초등학교 저학년에서도 계속되며, 특정한 활동 뿐 아니라 학교에서의 모든 경험을 통해 개발되는 것으로 알려지고 있다(Burton, 1993). 또 특정한 시기에 나타났다가도 알고리즘과 같은 형식 수학에 지나치게 의존함으로써 이미 개발된 수 감각을 사용하지 못하거나 계속해서 발달시키지 못하는 경우도 있다고 한다. 이에 대해 McIntosh et al.(1992)은 다음과 같이 진술하고 있다 :

수 감각은 형식적인 학교 생활을 시작하기 오래 전부터 점진적이고, 진화적 과정을 거쳐 획득된다. .... 만약 어린 아동일지라도 수에 대해 생각하고, 그 수에 의미를 부여했을 때

는 수 감각이 나타날 수 있을 것으로 보인다. 그러나 비록 초기에는 수 감각을 가지고 있다 할지라도 커가면서 ..... 가장 기본적인 수 감각의 개념조차 발달시키거나 이용하지 못하는 경우도 있다. 실제로 많은 아동들이 수를 연산하는데 때때로 창의적이고, 효율적인 전략들을 생각해 낼 수는 있을지라도 형식적인 알고리즘에 집중함으로써 비형식적인 방법을 사용하지 않을 수 있다.

Reys(1991)는 수 감각의 지속적인 진화에 대해 토론하면서 다음과 같이 진술하였다 : “수 감각은 한 학생이 가지고 있거나 가지고 있지 않은 유한의 요소가 아니며, 오히려 경험과 지식을 통해서 개발되고 길러지는 과정이다.” 또 Howden(1989)은 수 감각이 수를 탐구하고, 다양한 상황에서 수를 시각화하며, 전통적인 알고리즘에 제한되지 않는 방법으로 수 감각 사이를 관계시킨 결과 점차적으로 개발된다고 했으며, Thornton & Tucker(1989)는 매일 일관성 있게 수 감각을 강조하고, 매 수업 시간마다 수 감각에 대해 언급한다면 잘 개발될 수 있다고 했다. 따라서 수 감각을 개발하기 위해서 일상 생활의 경험에 바탕을 두고, 수학적 아이디어를 반영하는 구체물을 사용해서 지속적으로 수와 수들 사이의 관계에 대한 의미를 제공해야 한다(Sowder & Klein, 1993).

### 3) 수 감각을 확인하는 방법

앞에서 말한 것처럼, 수 감각은 초등학교 교실에서 강조되어야 할 바람직한 특성임에도 불구하고, 일반적인 감각(common sense)처럼 명확하게 정의하거나 그 의미를 표현하기 어렵다. 따라서 학생들이 수 감각을 가지고 있는지, 그렇지 않은지를 알아보는 것이 보다 용이할 것이다(Reys, 1991). 많은 연구들에서 수 감각의 증거들이 보여지고 있다. 예를 들어, Hope & Sherrill(1987)의 연구에서  $25 \times 48$ 을 암산하는데, 수 감각이 발달되어 있는 학생들은 25와 동치인  $100/4$ 를 사용해서  $100/4 \times 48$ ,  $100 \times 48/4$ ,  $100 \times 12$ , 1200의 순으로 해를 구하는 반면에, 어떤 학생들은  $25 \times 48$ 을 지필 연산을 하듯 세로셈으로 적어 일의 자리에서 계산을 하는 시늉을 하였다고 한다. 후자의 경우 비록 지필 알고리즘을 바르게 적용하였다 할지라도 수 감각이 개발되어 있는 것으로 보이지는 않는다. 또 Reys, Rybott, Bestgen & Wyatt(1982)의 연구에서  $(347 \times 6)/43$ 의 어렵값을 구하는데 있어서 9학년 아동은 조화수(compatible number)에 주목해서 43을 6으로 먼저 나누면 쉬워진다는 것을 인식하고, 그 값이 약 7이라 하였다. 따라서  $347/7$ 은 약  $350/7$ 이며, 그 어렵값은 약 50이라 하였다. 이것도 수 감각을 나타내는 한 예라 할 수 있다.

일반적으로 좋은 수 감각을 가진 아동들은 어떤 특징을 가지고 있을까? Reys(1991)에서는 그 특징을 다음과 같이 나열하고 있다 :

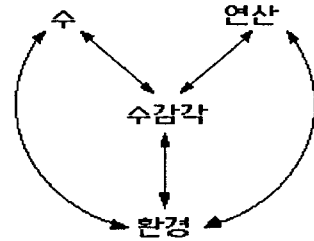
- 수들 사이의 관계 및 수와 연산 사이의 관계 인식

- 연산의 효과 인식
- 일상생활에서 수를 해석하고, 사용하는 능력
- 특정한 정확성을 가지고 연산의 결과를 예상
- 설정된 문제 상황을 고려하여 적절한 계산 도구 선택 및 사용
- 적절한 측정 단위 선정

이외 많은 연구에서 좋은 수 감각을 가진 아동들의 특징을 각기 다르게 서술하고 있다(NCTM, 1989; Reys, 1991; McIntosh et al., 1992; Burton, 1993; Sowder & Klein, 1993).

#### 4. 수 감각의 모형

수 감각의 구성요소는 연구자들에 따라 조금 다르게 분류하고 있다. McIntosh et al.(1992)는 수 감각의 구성요소에 대한 여러 연구의 진술을 종합하여 기본적인 수 감각에 대한 모형을 아래의 <표 1>과 같이 구성하였다. 여기서 기본적인 수 감각이란 성인들의 일상생활에서 필요한 수 감각으로, 아동들이 학습해야만 하는 수 감각을 나타낸다. 이 모형에서 수 감각은 세 영역, 즉 수 개념, 수의 연산, 수와 연산의 응용 즉 환경으로 나누어지며, 이 구성요소들 사이의 상호관련성을 오른쪽 그림에 나타내었다. McIntosh et al.(1992)에 따르면, 이들 사이의 상호관련성은 수 감각과 메타인지를 연결하는 통제 과정으로, 좋은 수 감각을 가진 사람은 이러한 통제 과정을 통해 수와 연산, 그리고 수를 연산한 결과에 대해 반영화(reflect)한다고 한다.



<그림 1> 수 감각의 구성요소 사이의 상호관련성

여러 연구에서 나타나는 수 감각에 대한 구성요소들은 일반적으로 NCTM Standards(1989)에서 제시하는 다음 다섯 가지 구성 요소, 즉 (1)수의 의미, (2)수 관계, (3)수의 상대적 크기, (4)수와 연산의 상대적 효과, (5)수와 양을 나타내는 의미있는 지시물(referents)을 포함하고 있다. 아래에서는 이들 각 구성요소에 대해 알아본다.

##### (1) 수의 의미

수 감각의 구성요소 중에서 가장 중요한 것이 수의 의미이다(Sowder & Schappelle, 1994). 이것은 자연수, 분수, 소수 등과 같은 다양한 형식의 수 개념 형성과 그런 수를 나타내는 기호 표상을 이해하는 것을 포함한다. 그러나 불행히도 현재 초등학교 아동들은 이러한 수의 의미를 잘 이해하고 있는 것으로 보이지 않는다. 예를 들어, 아동들은 분수를 분자, 분모로 분리되는 두 개의 수로 인식하는 경향이 있으며, 연산을 할 때도 분자와 분모를 분리해서 연산하는 경우가 종종 나타난다. 따라서 수의 기호를 소

개하기 이전에 다양한 상황에서 수를 이해하도록 하는 것이 필수적이며, 이를 통해 수 감각도 개발될 것이다.

<표 1> 수 감각에 대한 모형

1. 수에 대한 지식과 능력	1.1 수의 순서에 대한 감각	1.1.1 자리값 1.1.2 수 형식들(number types) 사이의 관계 1.1.3 수 형식들 내에서, 사이에서 순서 정하기
	1.2 수의 다양한 표상	1.2.1 그림/기호 1.2.2 (분해\재구성을 포함하는) 동치인 수식 1.2.3 기준척도에 비교하기
	1.3 수의 상대적, 절대적 크기에 대한 감각	1.3.1 구체물에 비교하기 1.3.2 수학적 대상에 비교하기
	1.4 기준척도 체제	1.4.1 수학적 1.4.2 개별적
2. 연산 능력에 대한 지식	2.1 연산의 효과 이해하기	2.1.1 범자연수의 연산 2.1.2 분수\소수의 연산
	2.2 수학적 속성 이해하기	2.2.1 교환성 2.2.2 결합성 2.2.3 배분성 2.2.4 항등원 2.2.5 역원
	2.3 연산 사이의 관계 이해하기	2.3.1 덧셈\곱셈 2.3.2 뺄셈\나눗셈 2.3.3 덧셈\뺄셈 2.3.4. 곱셈\나눗셈
	3.1 문제 상황과 필요한 연산 사이의 관계 이해하기	3.1.1 정확한 값 또는 어렵 값으로서 자료 인식하기 3.1.2 해가 정확한 값인지 어렵값인지 인식하기
3. 수와 연산에 대한 지식과 능력을 연산 상황에 적용하기	3.2 다양한 전략의 존재성을 인식하기	3.2.1 전략을 만들거나 고안하는 능력 3.2.2 다양한 전략을 적용하는 능력 3.2.3 효율적인 전략을 선택하는 능력
	3.3 효율적인 표상이나 방법을 이용하려는 경향	3.3.1 다양한 계산 도구(암산, 계산기, 지필)를 사용하는 능력 3.3.2 효율적인 수를 선택하는 능력
	3.4 감각을 사용해서 자료와 결과를 검토하려는 경향	3.4.1 자료의 타당성 인식하기 3.4.2 계산의 타당성 인식하기

## (2) 수 관계

수 관계는 동치인 식으로 나타내기와 패턴 인식을 포함한다. 예를 들어, 17을 16보다 1 큰 수,  $10+7$ , 20보다 3 작은 수 등과 같은 동치식으로 나타내는 것은 이전의 수세기(counting) 경험에서 발달되며, 신속하게 동치인 식을 상기해내는 것은 이후의 지필 계산 뿐 아니라 어림과 암산에서 문제를 해결하는데 매우 유용할 것이다. 또 패턴 인식은 일련의 수열을 관찰하는 경험을 통해 거기에 포함된 규칙을 찾는 것으로, 이런 활동들은 수의 크기 비교, 즉 큰지, 작은지, 같은지를 인식하는 바탕이 된다.

## (3) 수의 상대적 크기

수의 상대적 크기에는 수의 의미와 수 관계를 포함하며, 제 3의 수와의 관계에서 수와 양의 상대적 크기를 인식하는 능력을 말한다. 여기서 아동들은 수에 대한 양감을 형성하게 되는데 수에 대한 양감을 바탕으로 수의 크기를 비교한다. 그러나 아동들에게서 수에 대한 양감이 잘 형성되어 있지 않음을 쉽게 볼 수 있는데 소수의 경우를 자연수에 적용되는 규칙을 기계적으로 소수에도 적용하는 것을 볼 수 있다. 예를 들어, 0.6과 0.35의 크기를 비교할 때 많은 아동들은 6보다 35가 크기 때문에 0.35를 큰 수로 생각한다. McIntosh et al.(1992)에서 3학년 아동에게 다음과 같은 질문을 함으로써 수 1000의 크기를 보다 잘 이해하도록 도울 수 있다고 한다: “1000까지 세는데 얼마나 걸릴까?”, “네는 1000일 이상 살 수 있니?” 또 분수의 경우 주어진 분수를 0,  $1/2$ , 1과 같은 익숙한 기준척도(benchmark)에 비교함으로써 분수에 대한 양감을 키울 수 있다.

## (4) 수와 연산의 상대적 효과

수와 연산의 상대적 효과를 이해하는 것은 한 연산의 의미가 충분히 개념화되었을 때 가능하다. 한 연산에서 피연산자(operand)의 크기가 변할 때 해의 변화를 조사하는 것도 수 감각을 기르는데 도움이 된다(McIntosh et al., 1992). 예를 들어, 주어진 수에 1보다 작은 수를 곱한 후 주어진 수와 곱과의 관계를 조사하게 함으로써 곱셈은 주어진 수보다 큰 곱을 만들어낸다는 잘못된 일반화를 바로잡을 수 있다.

## (5) 수와 양을 나타내는 의미 있는 지시물

수와 양을 나타내는 지시물은 수나 양에 대한 판단을 하거나 암산이나 어림을 할 때 용이하다. 이러한 지시물은 수업을 통해 학습될 수도 있지만 우연히 접한 일상생활의 상황에서 나올 수 있다. 예를 들어, 키가 156cm인 사람은 자신의 키를 이용해서 다른 사람의 키를 어림할 것이고, 500000명의 관중을 수용한 야구 경기장에 가 본 적이 있는 아동은 다른 경기장의 관중 수를 어림하는데 이 수를 이용할 것이다.

그러나 이상의 모형들이 수 감각에 대한 완전한 모형은 아니다. 이런 시도는 다소



불분명한 수 감각의 의미를 분명히 하기 위해 여러 연구에서 밝혀진 수 감각의 구성 요소들을 체계적으로 정리하였다는데 의의가 있으며, 앞으로 계속해서 수 감각이 무엇이며, 그 기원은 무엇인지 연구되어야 한다.

## 5. 수 감각의 학습

일반적으로 전통적인 수학 수업은 직접(direct) 교수를 통해 이루어졌다. 이 교수법은 명확하고, 체계적인 수업을 통하여 학생들로 하여금 내용을 숙지하게 한다. 그러나 이러한 수업을 받은 학생들은 수를 다루는 많은 상황에서 수 감각을 나타내는 것으로 보이지 않는다(Markovits & Sowder, 1994). 이를테면, 아동들은 학습한 내용을 기계적으로 적용하는 정형(routine) 문제를 정확하고, 능숙하게 풀 수 있으나 비정형(adaptive) 문제에서는 해결 전략을 고안하여 문제를 해결하는데 어려움을 보인다. 이것은 아동들이 수학 문제에는 하나의 정답만이 존재하며, 정답을 얻는 방법도 유일하게 존재한다고 생각하고 있는데서 기인하는 것으로 보인다. 이런 현상은 수 감각 개발에 초점을 둬으로써 극복될 수 있을 것으로 여겨진다.

그러나 수 감각을 가르치는 것은 지필 알고리즘을 가르치듯, 교사의 설명과 반복 연습, 과제를 통해 길러지는 것이 아니다. 수 감각을 가르치는 것은 수학 교수-학습에 대한 접근의 변화이다(Reys, 1991). 즉 수 감각은 “하나의 정답”보다는 해를 구하는 전략에, 규칙의 기계적 적용보다는 사고에, 그리고 교사가 제시하는 답보다는 학생들이 만들어낸 답에 초점을 둬으로써 길러진다.

또 일상생활과 관련해서 NCTM Standards(1989)에서는 “아동들이 일상생활에서 수를 사용하는 방법을 이해하려고 한다면 수를 이해해야 한다”고 진술하고 있다. 수 감각은 수학을 포함하는 상황에 의해 야기된다(McIntosh et al., 1992). 따라서 표나 그래프, 스포츠 통계 수치, 돈의 사용, 측정에서와 같이 일상생활에서 다양한 수의 사용을 해석하는 것이 중요하다. 그러나 아동이 학교 밖의 상황에서 계산을 할 경우 상황이나 대상을 고려하고, 왜 하는지를 이해하고 있는 반면에, 학교에서 수행되는 계산은 기호 조작으로 생각하며, 유의미한 상황과 연결시키지 못하는 경향이 있다(Sowder & Klein, 1993). 예를 들어, McIntosh et al.(1992)의 연구에서 든 한 예를 보면, 한 아이가  $26+38$ 의 계산에서 학습한 알고리즘을 적용해서 514라는 합을 얻고는 만족해 바는 반면에, 같은 아이가 가게에서 26센트, 38센트인 두 물건을 사고 5달러 14센트를 지불해야 한다면 점원에게 다시 계산해 보도록 할 것이라고 한다. 따라서 교사는 일상생활에서 어림을 하는 상황, 결과의 확인이 필요한 상황, 수학적 판단을 내려야 하는 상황 등을 모델링해서 아동들에게 제공하고, 아동들은 그런 상황에서 학습함으로써 일상생활에서 수가 사용되는 다양한 상황에 접하게 되고, 주어진 상황에 적절한 행동을 하며

그 결과로 수 감각이 개발될 것이다.

그러면 수 감각은 이미 뻣뻣하게 채워진 수학 교육과정에 새롭게 첨가시켜야 하는 학습 주제인가? 그렇지는 않다. 수 감각은 단위 수업에서 학습되어야 할 개별 주제라기보다는 수와 관련된 주제들을 다루면서 모든 수학 교수 학습에서의 통합된 부분이 되어야 한다. 이에 대해, Greeno(1991)는 “수 감각을 직접적인 수업 목표로 보기보다는 오히려 다른 학습의 부산물로 보는 것이 더욱 유익할 것”이라고, 또 Fennel et al.(1993)은 “수 감각은 중요한 수와 관련된 아이디어를 의미 있게 가르치는 교수법”이라고 진술하고 있다. 그러나 현재 수학 교실에서의 상황은 그렇게 긍정적이지 못하다. Howden(1989)에 따르면, “교과서들이 지필 연산에만 국한되어 있기 때문에 이미 조사된 아이디어만을 제안되고 있는데, 이것은 수 감각을 개발하는데 필수적인 ‘수학 행하기(doing mathematics)’를 대신할 수 없다. 모든 학년 수준에서 호기심과 탐구를 조장하는데 있어서 유능한 교사와 환경을 대신할 수 있는 것은 없다.” 또 그는 아동의 수 감각을 개발하는데 가장 중요한 것으로 수 감각 개발을 조장하는 유능한 교사와 상호작용적인(interactive) 교실 분위기를 지적하고 있다.

그러면 수 감각을 개발하기 위해 교사는 어떤 역할을 해야 하며, 교실 분위기는 어떠한 해야 하는가? 많은 연구에서 수 감각을 개발하는데 있어서의 교사의 역할과 교실 분위기에 대해 진술하고 있으며(Reys, 1991; McIntosh et al., 1992; Burton, 1993; Fennell et al., 1993; Sowder & Schappelle, 1994; Sowder, 1995) 이를 요약하면 다음과 같다:

- 1) 교사는 아동들이 수에 대해 탐구하고, 서로 질문하며, 증명하고, 의미를 부여할 수 있도록 교실 환경을 만들어야 한다. 이때 계산기를 사용해서 탐구하는 것도 도움이 된다.
- 2) 소집단 토론이나 학급 전체 토론을 이용한다. 이런 토론 상황에서 아동들은 자신의 생각을 다른 사람에게 설명하고, 또 다른 사람의 사고에 접할 수 있는 기회를 갖는다. 이런 활동들을 통해 아동은 자신의 지식을 통합하고, 정교화 한다.
- 3) 학생들이 고안해낸 해결 방법에 초점을 둔다. 아동은 스스로 주어진 문제를 해결하는 방법을 다양하게 고려하고, 취해질 해에 대해서 추론해 보며, 문제 해결 전략을 고안하고, 고안된 전략을 실행하는데 필요한 적절한 계산 방법을 선택하여 문제를 해결하게 한다. 이때 교사는 해를 제시하는 사람이 아니라 학습의 안내자나 조정자의 역할을 한다.
- 4) 과정 중심의 활동을 제공한다. 학습된 알고리즘을 기계적으로 적용하는 과제보다는 아동들에게 호기심을 유발시키고, 사고를 요하는 과제를 제시함으로써 아동들이 적극적으로 활동에 참여하도록 해야 한다. 또 이런 과제는 수학의 규칙성과 일상생활과의 관련성을 이해하도록 해야 한다.

마지막으로, 아동들에게 개발된 수 감각을 어떻게 평가할지에 대해서 알아보고자 한다. 만약 수학 수업에서 수 감각을 강조한다면 반드시 평가에서도 수 감각과 관련된 내용이 포함되어야 한다. 수 감각의 평가는 지필 시험으로는 쉽게 평가될 수 없으며, 양적 평가보다는 질적 평가이어야 한다. 따라서 앞으로 수 감각을 평가하는 평가 기술 및 평가 도구가 보다 많이 개발되어야 할 것이다. Fennell et al.(1993)은 수 감각의 평가에 대해 다음과 같이 진술하고 있다 :

수 감각을 평가하는 것은 개별적으로, 또는 소집단에서 과제를 수행하는 것 관찰하기, 소집단에서 과제를 수행할 때 학생들이 말하는 것을 주의깊게 듣기, 아동들에게 주어진 상황에서 사고하는 방법을 구두나 지필로 설명하게 하기, 질문하기 등을 포함한다.

수 감각은 단시간에 길러질 수 있는 것이 아니며, 특정 단원을 학습함으로써 쉽게 개발되지도 않는다. 따라서 매 수업 시간마다 학습 주제를 수 감각과 연결시키고, 일상생활에서도 수 감각이 개발될 수 있도록 조장되어야 한다.

## 6. 결 론

이상에서는 수 감각이 강조되는 배경과 여러 연구에서 나타나는 수 감각에 대한 정의 및 하위 구성요소, 그리고 수 감각을 개발하기 위한 학습에 대해서 알아보았다. 그 내용을 요약하면 다음과 같다.

첫째, 수 감각은 수학적 소양을 대신해서 최근 초등 수학 교육의 목표와 내용을 대표하는 용어가 되었다.

둘째, 수 감각의 정의와 구성 요소는 지금까지 명확하게 규정된 바가 없으나 일반적으로 직관적인 성질, 점진적인 발달, 수 감각을 확인하는 방법의 세 가지 특징을 가지고 있다.

셋째, 수 감각을 개발하기 위해서는 조력자, 안내자로서의 교사의 역할과 아동들 사이의 상호작용을 조장하는 교실 분위기가 중요하며, 평가에도 수 감각과 관련된 내용을 포함해야 한다.

수 감각은 최근 수학교육 동향을 보더라도 상당한 관심을 받고 있지만, 현행 수학 교육과정에서는 수 감각에 대한 어떤 언급도 찾아 볼 수 없으며, 그와 관련된 연구와 토론도 드물다. 따라서 이후의 교육과정 개발에 있어서는 수 감각의 중요성을 인식하고, 초등 학교 아동들로 하여금 수 감각을 개발하는데 보다 많은 노력을 기울여야 할 것이다.

## 참 고 문 헌

- Australian Education Council (1991). *Number. A national statement on mathematics for Australian Schools*, Carlton Vic, Australian: Australian Education Council and Curriculum Corporation, pp.106-134.
- Burton (1993). Introduction, *Curriculum and evaluation standards for school mathematics addenda series, grades K-6: number sense and operations*, Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, INC., pp.1-3.
- Fennell, F. et al (1993). *Number sense now! Reaching the NCTM standards*, Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, INC., pp.vii-xii.
- Greeno, J.G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, INC., pp.170-218.
- Howden, H. (1989). Teaching Number Sense, *Arithmetic Teacher*, 36(6), Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, INC., pp.6-11.
- Markovits, Z. & Sowder, J.T. (1994). Developing number sense: an intervention study in grade 7, *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(1). pp.4-29.
- McIntosh, A.; Reys, B.J. & Reys, R.E. (1992). A Proposed framework for examining basic number sense, *For the learning of Mathematics*, 12(3), pp.2-8.
- National Research Council (1989). *Everybody Counts: A report to the nation on the future of mathematics education*, Washington, D.C.: National Academy Press.
- NCTM. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, Reston, VA: The National Council of Teachers Mathematics, Inc., 구광조 · 오병승 · 류희찬 (공역) (1992). *수학 교육과정과 평가의 새로운 방향*, 서울: 경문사.
- Reys, B.J. (1991). Developing number sense in the middle grades, In Curcio, F.R. (ED.), *Curriculum and evaluation standards for school mathematics addenda series 5-8*, Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, INC..
- Reys, R.E.; Rybolt, J.F.; Bestgen, B.J. & Wyatt, J.W. (1982). Processes by good computational estimators, *JRME*, 13(3), pp.183-201.
- Sowder (1992). Estimation and number sense, In Grown, D.A. (ED.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, NY: Macmillan Publi-

- shing Company, pp.371-389.
- Sowder, J.T. & Klein, J. (1993). Number sense and related topics, In Owens, D.T. (ED.), *Research ideas for classroom: middle grades mathematics*, pp.41-57.
- Sowder, J.T. & Schappelle, B. (1994). Number sense-making, *Arithmetic Teacher*, 41(6), Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, INC., pp.342-345.
- Sowder, J.T. (1995). Instructing for rational number sense, In Sowder, J.T. & Schappelle, B.P. (EDs.), *Providing a foundation mathematics in the middle grades*, pp.15-30.
- Thompson, C.S. & Rathmell, E.C. (1989). By way of introduction, *Arithmetic Teacher*, 36(6), Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, INC., pp.2-3.
- Thornton & Tucker (1989). Lesson planning: the key to developing number sense, *Arithmetic Teacher*, 36(6), Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, INC., pp.18-21.