

수학적 의사소통의 지도

조 완 영 (한국교원대학교)

권 성 룡 (한국교원대학교)

1989년에 NCTM에서 Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics(이하 Standards)를 발간한 이래로 수학교육은 Standards의 정신에 많은 영향을 받아왔다. 90년대의 수학교육은 학생들의 수학적 문해능력(literacy)의 중요성을 반영하여 학생들이 수학의 가치를 느끼도록 하며, 자신들의 수학적 능력에 대해서 확신을 가지게 하며, 수학적인 문제해결자가 되도록 하며, 수학적으로 의사소통하는 것을 학습하며, 수학적으로 추론하는 것을 학습함으로써 아동들에게 수학적 힘을 길러주는데 중점을 두고 있다. 특히 수학적 의사소통능력은 학생들의 수학적 힘을 기르는데 매우 중요하다. 아동들의 수학적 의사소통 능력을 향상시키기 위해서 교사는 아동들이 상대방의 아이디어가 받아들일 만한 것인지에 대해서는 비판하고 토론을 하도록 하되 발표한 사람을 비난하는 일이 없도록 각 학급에서는 의사소통과 상호작용에서의 사회적인 규범과 사회-수학적인 규범이 형성되도록 해야 할 것이다. 이런 규범을 바탕으로 교사와 학생이 협력함으로써 서로의 아이디어에 대해 원활한 의사소통을 이룰 수 있다. 그래서 무엇보다 중요한 것은 문화공동체로서의 교실내에 의사소통을 촉진할 수 있는 규범을 형성하는 것이라고 할 수 있다. 이런 규범은 교사 혼자 노력으로 이루어지는 것이 아니라 교실 구성원 전체의 상호작용에 의해서 장시간에 걸쳐서 형성된다고 할 수 있다.

1. 서 론

1989년에 NCTM에서 Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics(이하 Standards)를 발간한 이래로 수학교육은 Standards의 정신에 많은 영향을 받아왔다. 그 이전까지의 수학교육이 문제해결에 치중했었다면 90년대의 수학교육은 학생들의 수학적 문해능력(literacy)의 중요성을 반영하여 학생들이 수학의 가치를 느끼도록 하며, 자신들의 수학적 능력에 대해서 확신을 가지게 하며, 수학적인 문제해결자가 되도록 하며, 수학적으로 의사소통하는 것을 학습하며, 수학적으로 추론하는 것을 학습함으로써 아동들에게 수학적 힘을 길러주는데 중점을 두고 있다.

위에서 언급한 수학교육목표들이 모두 수학적인 힘을 기르는데 필수적이지만 특히 수학적 의사소통능력은 학생들의 수학적 힘을 기르는데 매우 중요하다. 그것은 의사소통을 통해서 학생과 교사는 수학적 지식을 교환할 수 있으며, 이런 의사소통을 통해서 수업과 평가의 실제도 마련되기 때문이다.

수학적 의사소통의 중요성은 수학교육 개혁에 관련된 여러 글에서 찾아볼 수 있다. Hiebert(1992)는 미국에서 이루어지고 있는 수학교육개혁을 분석한 후에 반성(reflection)과 의사소통(communication)의 과정이 수학교육을 재구성하는데 중요한 틀과 방향을 제시해 주고 있다고 분석했다. 특히, 수학에서의 의사소통이 수학학습의 사회적인 측면을 구체화하기 때문에 Hiebert는 다음과 같이 주장하였다.

의사소통은 반성을 촉진하고 이끌 수 있다. 반대로 반성은 의사소통을 통해서 공유될 수 있는 것들을 풍성하게 해 준다(p. 446).

수학적 의사소통은 앞에서 쓴 것처럼 NCTM의 Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics(1989)에서 강조된 바 있다. Professional Standards for School Mathematics(1991)에서도 수학을 지도하는데 있어서의 의사소통의 중요성을 강조한 바 있다. 마찬가지로 Assessment Standards for School Mathematics(1995)에서도 평가에서의 의사소통의 중요성을 다음과 같이 쓰고 있다.

평가는 평가자가 학생들이 무엇을 알고 있으며, 무엇을 할 수 있는지에 대한 중요한 것을 알게되는 과정이며 학생들의 입장에서 평가자가 무엇을 중요하게 여기는지를 알게 되는 의사소통의 과정이다(p. 13).

수학 자체가 언어이고 이 언어가 다른 학습자들과의 집단 내에서 가장 잘 학습할 수 있다(Elliott, 1996)는 것을 감안한다면 수학교육개혁에 관련된 여러 글에서 수학적 의사소통을 강조하는 것을 쉽게 이해할 수 있을 듯하다.

이 글에서는 먼저 수학적 의사소통능력에 대한 Standards의 권고내용을 살펴보고, 의사소통을 촉진하기 위한 교사의 역할과 의사소통을 위한 교실내의 사회적 규범의 형성과 의사소통의 기초형성에 대해서 알아본 후에 수학적 의사소통능력의 평가에서 고려해야 할 점에 대해서 생각해 보고자 한다.

2. 수학적 의사소통능력의 지도와 평가에 관한 기준(standards)

1989년에 NCTM에서 발간된 Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics에서는 K-4, 5-8학년의 의사소통 능력에 관한 기준과 의사소통의 평가에 관한 기준을 아래와 같이 제시하고 있다.

K-4학년에서 수학은 아동들이 다음과 같은 것들을 할 수 있는 다양한 수학적 의사소통의 기회를 제공해야만 한다.

- * 구체물, 그림, 표 등을 수학적 아이디어와 관련시킬 수 있어야 한다.
- * 자신들의 수학적인 사고와 상황에 대해 반성하고 명확화할 수 있어야 한다.

- * 일상적인 언어를 수학적 언어, 기호와 관련시킬 수 있어야 한다.
- * 수학을 나타내고, 토론하고, 읽고, 쓰고, 듣는 것이 수학을 학습하고 활용하는데 중요한 부분이라는 것을 알아야 한다.

5-8학년에서 수학은 학생들이 다음과 같은 것들을 할 수 있는 수학적 의사소통의 기회를 제공해야만 한다.

- * 말, 글, 구체물, 그림, 도표, 대수적인 방법을 이용해서 상황을 모델화 할 수 있어야 한다.
- * 수학적 아이디어와 상황에 관한 자신의 생각에 대해 반성하고 명확화 할 수 있어야 한다.
- * 수학적 정의의 역할과 더불어 수학적 아이디어에 대해서 이해할 수 있어야 한다.
- * 수학적 아이디어를 해석하고 평가하기 위해서 읽고, 듣고, 보는 기능을 활용할 수 있어야 한다.
- * 수학적 아이디어에 대해서 토론하고 추측을 하고 자신의 주장을 납득시킬 수 있어야 한다.
- * 수학적 표기법의 가치를 알고 수학적 아이디어를 개발에 있어서 수학적 표기법의 역할을 알아야만 한다.

아동들의 수학적 의사소통 능력에 대한 평가는 다음의 것들에 대한 증거를 제공해주어야 한다.

- * 말하고, 글쓰고, 예를 들어 보이고 시각적으로 나타냄으로써 수학적 아이디어를 표현할 수 있다.
- * 말이나 글 또는 시각적인 형태로 제시된 수학적 아이디어를 이해하고, 해석하고, 평가할 수 있다.
- * 수학적인 아이디어를 나타내고, 관계를 설명하고, 상황을 모델화 하기 위해서 수학적인 어휘와 표기법, 구조를 활용할 수 있다.

위에서 제시된 것과 같이 의사소통은 Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics의 한 주제로서 90년대에 지속적으로 강조되고 있다. 따라서 모든 학년 수준에서 자신의 수학적 아이디어를 의사소통할 수 있는 경험이 제공되어야 할 필요가 있다. 수학 수업에서는 말하기, 듣기, 읽기, 쓰기의 활동들을 통해서 아동들이 자신의 생각을 명확히 하고 다른 사람과 아이디어를 공유할 수 있도록 도울 수 있다(Curcio, 1990). 아동들이 수학의 언어를 개발하도록 돕는 가장 자연스러운 방법은 수학 지도에 있어서 언어를 바탕으로 하는 학습 경험을 제공해 주는 것이라고 할 수 있다.

3. 의사소통을 위한 교사의 역할

의사소통을 강조하는 교실에서의 교사의 역할은 전통적인 수학수업에서의 교사의

역할과 달라져야만 한다. 그것은 아동들의 수학적 의사소통능력을 길러주기 위해서 교사는 단순히 지식을 전달해주고 학생들의 응답이 옳은지를 판단해 주는 것이 아니라 아동들에게 의미있으며 참여도를 높일 수 있는 과제를 제시하고, 교실에서 이루어지는 담화(discourse)와 같은 지적인 활동을 조정해서 아동들이 의사소통하는 활동에 능동적으로 참여하도록 이끌어야 한다. 이것과 더불어 학생들이 수학적 아이디어를 이해하고 스스로 자신이 이해한 것을 점검할 수 있도록 도와주어야 한다. Professional Standards(NCTM, 1991)에서는 수학 지도를 위한 여섯 가지의 기준을 제시하고 있는데 이 가운데 하나가 '담화과정에서의 교사의 역할'이다. Silver와 Smith(1995)는 의사소통을 위한 교사의 역할을 다음과 같이 보고 있다.

- * 아동들의 사고를 재고하고 촉진할 수 있는 질문과 과제 제시하기
- * 아동들의 아이디어에 귀 기울이기
- * 아동들의 아이디어를 말이나 글로 명확화하고 정당화하도록 하기
- * 토론 중에 제기된 아이디어 중 어떤 것을 더 깊이 있게 다루어야 할 지 결정하기
- * 언제, 어떻게 아동들의 아이디어를 수학적 기호와 언어를 관련시킬지 결정하기
- * 언제 정보를 제공하고, 주제를 명확히 하고, 모델화 하고, 아동들의 활동을 이끌고, 아동들이 어려움을 스스로 대처하도록 할지를 결정하기
- * 토론에 참여하는 학생들을 점검해서 언제 그리고 어떻게 각 학생들을 토론에 참여하도록 격려할지를 결정하기

그러나 아동들이 학습활동에 능동적으로 참여하고 자신의 생각을 의사소통 하도록 하기 위해서는 상호 신뢰와 존경을 바탕으로 하는 학급의 분위기가 조성되어야 한다 (Silver, & Smith에서 재인용, 1996). 마음 편히 자신의 생각을 말로 표현하는 분위기가 조성되지 않으면 완전히 정리되지 않은 감정적인 자신의 생각이나 가설을 발표하고 자신이 이해하지 못한 것에 대한 의문점을 제기하거나 대안적인 해석을 공유하려고 하지 않을 것이기 때문이다. 따라서 교사들은 아동들이 자궁심을 가질 수 있도록 해주는 것이 특히 중요하다. 즉 아동들이 다른 사람의 생각이나 주장에 대해서 의문을 제기하되 서로를 존중하는 분위기가 유지되어야 한다. 결국 교사는 아동들이 상대방의 아이디어가 받아들일 만한 것인지에 대해서는 비판하고 토론을 하도록 하되 발표한 사람을 비난하는 일이 없도록 각 학급에서는 의사소통과 상호작용에서의 사회적인 규범과 사회-수학적인 규범이 형성되도록 해야 할 것이다.

이와 더불어 아동들을 수학적 의사소통 즉 수학적 담화에 참여하도록 유도하는 것 이외에 교사는 아동들이 중요한 수학적 아이디어에 대해서 스스로 사고하고 추론하게 하는 수학적 과제를 제시해야 한다. Professional Standards에 따르면 “좋은 과제란 수학적 개념 또는 기능으로부터 수학적 사고를 분리하지 않는 과제로서 아동들의 호기심을 자극하여 그들이 깊이 생각하며 자신의 생각을 펼칠 수 있도록 하

는 과제이다.” 좋은 수학적 과제는 일반적으로 해결방법이 다양하며, 다양한 표상과 관련되어 있으며, 학생들에게 자신의 생각을 정당화하고, 추측하고, 해석하게 하는 과제들이다. 따라서 이런 과제는 많은 수학적인 담화의 기회를 제공한다.

그러나 이런 좋은 수학적인 과제를 교실 현장에 적용하는 것이 결코 쉬운 일은 아니다. 연습문제를 스스로 해결하는 것에 익숙한 아동들이 다른 아동들과 협력해서 대안적인 방법을 찾고 그것을 정당화해야만 하는 새로운 유형의 과제에 익숙해지기 위해서는 상당한 노력과 시간이 필요하다. 또 아무리 좋은 수학적인 과제가 제시되었다고 해도 교사와 학생이 그것을 활용해서 탐구하고, 수학적인 아이디어에 대해서 토론하는데 활용하지 못한다면 학생들의 학습을 촉진시키지 못하게 될 것이다. 의사소통을 강조하는 활동들이 많이 이루어지지 못했던 교실에서 교사와 학생이 협력하여 서로의 아이디어에 대해 원활하게 의사소통을 이루기 위해서는 많은 시간과 노력이 소요된다. 그러나 무엇보다 중요한 것은 문화공동체로서의 교실내에 의사소통을 촉진할 수 있는 규범을 형성하는 것이라고 할 수 있다. 이런 규범은 교사 혼자 노력으로 이루어지는 것이 아니라 교실 구성원 전체의 상호작용에 의해서 장시간에 걸쳐서 형성된다고 할 수 있다.

4. 의사소통을 위한 사회적 규범과 사회-수학적인 규범의 형성

Cobb와 Yackel(1995)은 교실에서 아동들의 수학 학습을 촉진하고 저해하는 요인을 확인하려는 연구를 통해서 아동의 개인적인 인지구조의 변화과정만을 연구해서는 교실에서 이루어지는 아동들의 학습과정을 완전히 설명할 수 없다는 것을 발견하고 교실에서 이루어지는 학생들의 학습에 대한 좀 더 완전한 모습을 보기 위해서는 개인적인 구성과정 외에 다른 것들도 고려해야만 한다고 주장하였다. 이들은 아동들의 개인적인 지식구성 과정이 교실내의 문화에 의해서도 다른 모습으로 나타날 수 있다는 것을 발견하고 각 교실의 문화 형성에 대해서 연구하였는데 이런 연구를 통하여 각 교실마다 다음과 같은 세 가지의 측면에서 독특한 문화를 형성한다는 것을 발견하였다.

① Classroom Social norms - 자신의 해답을 설명하거나 정당화하는 것, 다른 사람의 설명을 이해하려고 하는 것, 다른 사람의 의견에 동의 또는 반대를 표시하는 것, 대안적인 방법에 의문을 제기하는 것 등.

이런 Social norm은 교실 내에서 교사와 학생들의 각자에 대한 기대에 대한 갈등을 해소하는 과정으로서 교사와 학생들의 협상(negotiation)을 통해서 확립되고 발달되게 된다.

② Sociomathematical norms - 서로 다른 수학적 해결방법은 무엇을 말하는가, 좀 더 세련된 해결방법은 어떤 것인가, 더 효과적인 해결방법은 어떤 것인가, 어떻게 설명하는 것이 수학적인 설명인가 등.

Social norm 이 모든 학과목의 수업에서 나타나는 것이라면 이 가운데 수학적인 내용만

을 특히 국한시켜서 sociomathematical norm 이라고 한다.

③ Classroom mathematical practice - 개개인 학생의 수학적인 발달과 비교될 수 있는 전체 학급 공동체의 수학적인 발달을 말한다. 교사와 학생, 학생들 간의 norm에 대한 협상을 통해서 각 학생들의 수학적인 발달이 이루어질 뿐만 아니라 전체 학급에서의 수학적인 발달 역시 taken-as-shared way of knowing을 통해서 이루어지게 된다.

Social norm과 Sociomathematical norm은 교사와 학생이 서로 상호작용하는 가운데 형성되게 되는데, 일단 norm이 형성되게 되면 교실에서의 활동은 norm에 의해서 영향을 받게 된다. 예를 들면, 학생들에게 서로 다른 수학적인 해결방법이 무엇인가를 미리 규정해 주지 않은 채로 서로 다른 수학적인 해결방법을 제시하도록 함으로써 자신들의 학급에서 수학적으로 서로 다른 해결방법으로 생각할 수 있는 것은 무엇인가라는 것을 함께 구성하는 동시에 개인적으로도 수학적으로 다른 해결방법이 무엇인가를 학습하게 된다. 따라서 이런 sociomathematical norm은 교사와 학생들이 상호작용함으로써 구성된다고 할 수 있다. 이런 과정에서 아동들은 다른 사람의 설명을 인지활동의 대상으로 생각하여 한가지 방법과 다른 방법의 차이점과 유사점을 찾아내는 활동을 하게 되는데, 이런 활동은 학생들의 수학학습에 매우 중요하다. 즉, 학생들은 다른 학생이 제시한 대안적인 해결방법에 대해서 생각함으로써 좀 더 진보된 해결방법을 접할 수 있게 되며 단순히 교사에 의해서 제시된 세련된 방법을 따라하기 보다는 자신의 현재의 개념적인 발달 수준 내에서 개념적으로 좀 더 진보된 다른 사람의 것들을 접할 수 있게 된다. 동시에 다른 학생들의 설명을 이해하려고 하는 과정에서 또 한가지 해결방법과 다른 해결방법의 유사점과 차이점을 비교함으로써 학생들에게는 학습 기회가 발생하게 된다. 또, 교실에서의 sociomathematical norm을 교사와 학생들이 협상하는 과정에서 학생과 교사 모두에게 학습기회가 발생하게 된다. 교사와의 협상을 통해서 학생들은 교사의 자신들에 대한 기대를 알게 되고, 학생들의 활동에 대한 반응을 통해서 교사는 암시적으로 학생들의 활동을 인정하는 역할을 하게 된다. 이런 과정에서 학생들은 다양한 대안적인 해결방법을 접하게 됨으로써 학습기회가 발생하게 되고 교사는 이런 다양한 학생들의 반응을 얻게 됨으로써 학생들의 개념적인 가능성과 이해의 정도에 대한 정보를 얻게 된다. 이런 것들로부터 교사는 좀 더 효과적인 방법으로 과제를 선택하고, 학생들의 해결방법에 대해서 반응하게 되고, 학생들의 수학적인 활동과 개념적인 이해에 대해서도 더 잘 이해하게 된다.

한편, 대안적인 해결방법을 제시해야 한다는 교사의 제안에 학생들은 서로 다른 해결방법이 무엇인가에 대해서 교실의 구성원들과의 협상을 통해서 의미를 구성하며 동시에 그것에 대해서 학습하게 된다. 그와 동시에 대안적인 해결방법을 제시했을 때 처음에는 그 방법을 정당화할 수 있는 설명을 반드시 해야만 한다. 그러나 일단 이런 방법이 교실에서 인정받게 되면 이것은 교실 구성원들 내에서 taken-as-shared 되게 되

고 이것은 classroom mathematical practice로 자리잡게 되어 그런 이후에는 이런 주장에 대해서는 어떤 설명도 할 필요없이 모든 구성원들이 인정하고 받아들이게 된다. 이런 taken-as-shared knowledge나 meaning은 학급에서의 토론과 상호작용과정에서 형성된다. 따라서 시간이 지남에 따라 taken-as-shared knowledge나 meaning도 변화되게 되므로 classroom mathematical practice가 변화되고 되고 이것이 학급에서 발생되는 활동에 영향을 미치게 된다.

Social norm과 Sociomathematical norm은 교실구성원들이 협상을 통해서 구성해 나가는 것이므로 교실마다 다르다.

성공적인 의사소통을 위해서는 자신의 해답을 설명하거나 정당화하는 것, 다른 사람의 설명을 이해하려고 하는 것, 다른 사람의 의견에 동의 또는 반대를 표시하는 것, 대안적인 방법에 의문을 제기하는 것 등의 사회적 규범이 형성되어야 한다. 그 외에도 다음과 같은 것들을 가치롭게 여기는 규범이 형성되도록 노력하여야 한다.

- * 정확하거나 올바르지 않은 답도 중요하다는 생각
- * 이해되지 않거나 혼란이 생긴 것에 대해서 설명 요구하기
- * 완전하지 않은 새로운 주장이나 생각도 올바른 주장에 도움이 된다는 생각
- * 다른 사람의 의견을 비판하되 그 사람은 비판하지 않는 것

Sociomathematical norm의 분석을 통해서 교사가 교실환경에서 질 높은 수학적 환경을 구성하고 학생들의 수학적인 활동에 대한 규범을 설정하는데 매우 중요한 역할을 한다는 것을 알 수 있다. 또 교사 자신의 개인적인 수학적 신념과 가치, 수학적 인 지식, 이해 역시 매우 중요하므로 교사가 위에서 제시된 여러 가지 것들을 이해하고 가치롭게 여기는 것이 필요하다.

학급내의 Social norm과 Sociomathematical norm의 형성은 교사와 학생들 간의 협상을 통해서 이루어진다. 이런 협상은 적극적인 의사소통의 과정으로서 이런 의사소통의 과정을 통해서 수학적 의사소통을 가치롭게 여기고, 자신의 생각을 말하고, 설명하고, 정당화하는 것이 social norm으로 정착될 수 있게 된다. 학급 구성원들 간의 협상이 활발한 학급에서의 의사소통은 그렇지 않은 학급에서의 의사소통보다 훨씬 더 유효적이며 아동들의 의미와 이해구성에 도움이 된다고 할 수 있다.

5. 의사소통을 위한 기초 형성

수학적인 의사소통이 제대로 이루어지기 위해서는 의사소통을 위한 기초가 형성되어야 한다. 일반적으로 수학적 의사소통을 위한 기초개발절차를 분석하는데 있어서는 구성주의자와 사회적 상호작용주의자들의 관점 모두가 유용하다. 구성주의자들의 관

점에서 보면, 의미라는 것은 말이나 글에 내재된 것이 아니라, 각자의 개인적인 경험을 바탕으로 구성되어지는 것이며, 개인적인 해석도 포함한다. 이런 견해는 Odgen과 Richards(Wood et al.에서 재인용, 1993)의 의미에 대한 논문에서 다음과 같이 언급되어졌다.

예전에는 단어 그 자체가 어떤 의미를 가지고 있다고 보편적으로 생각했었지만 오늘날 모든 사람들은 단어 그 자체는 어떤 의미도 가지지 않는다는 것을 알고 있다. 단지 사람이 사용한 경우에만 단어들은 무엇인가를 나타내고 어떤 한가지의 의미를 지니게 된다 (p. 10).

Von Glasersfeld(1988a)역시 “어떤 사람이 선택한 단어가 어떤 것이든 간에 그것의 의미는 그 사람만의 의미이다. 따라서 그것을 읽거나 듣는 사람에게 그 의미를 제시할 방법은 없다.”(p. 26)라고 주장하였다. 이런 주장을 받아들인다면 개인들 간의 의사소통은 어떻게 이루어질 수 있는가? Von Glasersfeld(1983)는 이점에 대해서 다음과 같이 설명한다.

단어의 의미가 진정으로 각 개인에 의해 주관적으로 구성되는 것이라면 어떻게 의사소통을 할 수 있는가?...이런 문제는 의사소통을 하기 위해서는 사용되는 단어와 관련된 의사소통자의 표상이 모두 같아야만 한다는 잘못된 전제로부터 파생된 것이다. 만족스럽고 이해를 수반하는 의사소통이 되기 위해서는 의사소통자의 표상이 상황적인 맥락이나 화자의 기대와 완전히 상충되지 않는다는 의미에서 양립할 수 있는 것으로도 충분하다.(p. 53)

위의 글에서 의사소통을 위한 기초를 확인할 수 있다. 즉 의사소통을 하려고 하는 사람들이 어떤 한 부분에서 만이라도 완전히 상충되지 않는 의미를 가지고 있다면 의사소통은 이루어 질 수 있다는 것이다. 이런 경우에 이 사람들은 해석을 공유한 것으로 가정(taken-as-shared interpretation)했다고 말한다. 그러나 의사소통을 하려는 사람들의 개인적인 해석이 서로 일치하지 않게 되면 의사소통은 일어나지 못하게 된다. 이런 경우에 의사소통에 참여하는 사람들은 이런 해석상의 불일치를 깨닫고 그것을 해소하려고 한다면 이런 차이점을 해결할 가능성이 있고 그것으로부터 의사소통의 기초를 개발할 수 있게 된다.

구성주의자들의 의미에 대한 이런 견해는 기호적 상호작용주의자들의 견해와 양립할 수 있다. Blumer(1969)는 다음과 같이 설명한다:

기호적 상호작용주의는 의미를 지닌 대상의 내적인 구성으로부터 의미가 파생되는 것으로 생각하지 않으며, 개인내의 심리적인 요소의 조합을 통해서 발생하는 것으로도 보지 않는다. 대신 의미는 사람들간의 상호작용과정을 통해서 발생한다고 본다. 어떤 사람에게 있어서 대상이 가진 의미는 그 대상과 관련해서 다른 사람이 자신에게 어떻게 행동하는

가 하는 것으로부터 파생된다. ... 따라서 기호적 상호작용주의는 의미란 사회적인 산물이며, 사람들이 상호작용을 하면서 하게되는 의미규정활동을 통해서 이루어진 창조물로 본다.(pp. 4, 5)

이런 관점에서 보면, 아동들은 학습활동에서 교사나 동료들과 협력 활동을 하기 때문에, 아동들간에 발생하는 수학적 의미는 함께 활동하는 협력자와의 상호작용의 일환으로 형성되는 것이라고 말할 수 있다. 따라서 협력자와의 의사소통의 기초를 개발하는 것이 매우 중요하다.

아동들이 다른 사람과 의사소통 하려고 함으로써 발생하게 되는 학습기회는 갈등을 해소하려고 할 때뿐만 아니라 대화하는 과정에서 자신의 생각을 말로 표현할 때, 그리고 함께 활동하는 동료가 하는 말을 해석하고 이해하려고 하는 과정에서도 발생되게 된다(Rommetveit, Wood et al.에서 재인용, 1993).

6. 수학적 의사소통능력 평가에서의 주의점

수학적 의사소통 능력을 단순히 말하기, 듣기, 읽기, 쓰기의 기능으로 보는 것은 타당하지 못하다. 그것은 수학적 의사소통을 통해서 길러주고자 하는 것이 궁극적으로 말하고, 듣고, 읽고 쓰는 숙달된 기능은 아니기 때문이다.

Crouch(1995)는 아동들이 문제를 해결할 때 문제를 이해하고 해답을 찾아내는 것도 중요하지만 자신이 이해한 것을 의사소통하는 능력도 매우 중요하다고 주장한다. 이런 의사소통의 중요성에 대한 이유로서 다음의 두 가지를 들고 있다.

먼저, 자신이 이해한 것을 의사소통하기 위해 준비하는 과정 그 자체가 이해를 명확하게 하고 더 세련되게 하기 때문이다. 단순히 전략이나 연습문제를 재생하도록 하는 것으로는 아동들에게 자신들의 지식에 대한 소유의식을 가지도록 할 수 없다. 의사소통 과정에서 아동들은 설명과 정당화를 통해서 다른 사람들을 납득시켜야만 한다.

두 번째로 의사소통하는 능력은 모든 직업인들이 갖추어야만 하는 능력이기 때문이다. 따라서 의사소통하는 능력을 기를 필요가 있다.

그는 학생들이 보고서나 발표를 통해서 자신의 수학적인 이해를 의사소통함으로써 다음과 같은 것들을 학습할 수 있다고 주장한다.

첫째, 유용한 수학적 의사소통 기능을 개발할 수 있으며 자신감을 얻을 수 있다. 둘째, 다른 사람들이 이해할 수 있게 수학적인 아이디어를 의사소통하는 방법을 학습하게 된다. 셋째, 의사소통을 준비하는 과정에서 학생들은 문제와 문제해법에 대한 여러 가지 중요한 측면들을 조직하고, 명확화하고 이해하게 된다.

그러나 의사소통 활동을 촉진함으로써 의사소통의 기능적인 측면을 발달시키는 것도 중요하지만 궁극적으로는 이런 활동을 통해서 아동들의 수학적인 사고를 촉진하고

그들의 수학적 이해를 높이며 아동들 스스로 자신의 사고에 대해서 반성할 수 있는 기회를 주는 것이 더 중요한 것임을 알아야 한다. 교실에서의 글쓰기와 같은 의사소통 활동은 근본적으로 수학적 이해를 개발하고 평가하기 위한 도구에 지나지 않는다. 따라서 의사소통 기능을 강조하는 것은 의사소통 활동을 통해서 아동들의 수학적 사고를 촉진하고 이해도를 높일 수 있으며 아동들의 학습은 의사소통의 여러 가지 유형을 이용해서 평가할 수밖에 없기 때문이다.

최근에 수학적 힘을 기르기 위한 수학적 추론, 의사소통, 문제해결 능력을 올바르게 평가하기 위한 방법으로 지금까지의 사지선다형의 객관식평가와는 다른 평가 방법인 수행평가 방법이 연구되고 실시되고 있다. 수행평가 방법은 지금까지의 객관식의 사지선다형 평가 방법이 가지고 있던 문제점들을 보완하고 개선하는 평가 방법으로서 지금까지의 평가방법으로 평가할 수 없었던 것들을 평가하기 위한 노력이라고 볼 수 있다. 학교 현장에서의 수행평가는 지금까지의 평가가 가지고 있었던 여러 가지 문제점 즉, 평가의 일회성, 평가실시로 인한 학습의 저해, 평가와 학습의 분리 등의 문제를 최소화하려는 의도로 실시되고 있으며, 수학적으로 의미있는 과제를 제시하여 아동들에게 학습의 일환으로서의 평가를 실시하려고 하고 있다. 이런 수행평가의 특징 가운데 하나는 대부분의 과제가 수학적 추론, 의사소통, 문제해결등이 복합적으로 관련되어 있는 문항이라는 것이다. 따라서 이전의 평가에 비해서 아동들의 수학적인 이해나 사고에 대해서 좀 더 올바른 모습을 보여주는 평가가 될 수 있다.

그러나 수행평가의 실시로 아동들의 수학적인 의사소통능력을 완전히 평가할 수 있다고 생각해서는 안 된다. 앞서서도 언급했듯이, 수학적 의사소통능력은 단순히 기능적인 측면을 말하는 것이 아니다. 따라서 수학적 의사소통 기능이 부족한 아동이 수행평가에서 요구하는 대로 반응하지 못했다고 해서 그 아동이 수학적으로 이해하지 못했거나 수학적인 사고를 하지 못한다고 보는 것은 위험하다. 즉 수학적 의사소통이 없이 우리는 학생들의 이해와 사고에 대해서 어떤 정보도 얻을 수 없다. 그러나 의사소통을 활용할 때, 우리는 평가상황에서 자신이 이해한 것을 제대로 의사소통하지 못한 아동이라도 수학적인 개념이나 과정을 이해하고 있다고 생각해서는 안되며 마찬가지로 이해하지 못했다고 결론내리는 것에는 주의해야 한다.

따라서 아동들의 반응에 대해서 교사는 좀 더 면밀한 평가를 실시해야 하며 이런 평가를 통해서 아동들의 사고와 이해에 대한 좀 더 올바른 정보를 얻을 수 있다.

7. 결 론

수학적 의사소통능력은 아동들의 수학적인 힘을 길러주는데 중요하다. 아동들의 수학적 의사소통능력을 길러주기 위해서 교사는 지금까지와는 다르게 아동들을 수학

적인 의사소통에 적극적으로 참여하도록 유도할 수 있어야 하며 그와 더불어 진정으로 수학적으로 의미있는 의사소통이 이루어지도록 해야 한다. 이런 의사소통이 이루어지기 위해서는 교실내에서 의사소통을 가치롭게 여기는 사회적 규범이 형성되어야 한다. 즉 성공적인 의사소통을 위해서는 자신의 해답을 설명하거나 정당화하는 것, 다른 사람의 설명을 이해하려고 하는 것, 다른 사람의 의견에 동의 또는 반대를 표시하는 것, 대안적인 방법에 의문을 제기하는 것 등의 사회적 규범이 형성되어야 한다. 이런 사회적인 규범을 통해서 교실내에서는 의사소통을 위한 기초가 형성되게 된다.

의사소통을 활용해서 우리는 아동들의 수학적 사고와 이해를 평가할 수 있다. 그러나 이런 평가에 있어서 주의할 점은 평가 상황에서 아동들이 부적절하게 답했다고 해서 그 아동이 수학적으로 제대로 이해하지 못했다고 속단하는 것이다. 수학적인 의사소통을 통해서 우리는 아동들이 어떤 것을 모르고 무엇을 하지 못하는 가를 평가하려는 것이 아니라 아동들이 무엇을 할 수 있으며 어떤 것을 이해했는지를 평가하는 것이다.

구성주의적 관점을 가진 교사는 끊임없이 개별 아동들에 대한 인지적인 모델을 스스로 구성하고 그에 알맞은 활동을 제시하여 능동적인 지시과 의미의 구성을 도와주어야만 한다. 개별 아동에 대한 인지적인 모델을 구성하기 위해서는 그 아동의 현재의 인지적인 구조를 파악하고 어떤 상황에서 인지적인 활동을 잘 수행하는지 그리고 어떤 학습의 기회를 가지게 되는지를 알 필요가 있다. 이런 개별 아동에 관한 정보는 여러 가지 정보원으로부터 얻어야만 한다. 그러나 이런 정보의 대부분은 바로 아동과의 직접적인 의사소통이나 다른 사람과의 의사소통을 관찰함으로써 얻어질 수 있다. 단순한 지필 평가든 주관식 평가든 관계없이 아동들에 관한 가장 정확한 정보를 얻어내기 위해서는 아동들이 자기 스스로에 대해서 잘 의사소통할 수 있도록 해 주어야 한다. 이런 면에서 의사소통의 기능적인 측면도 강조하지 않을 수 없다. 그러나 이런 기능적인 측면이 수학적 의사소통의 최종 목표라고 할 수는 없다. 의사소통을 통해서 아동들의 수학적 사고력, 판단력을 길러주며 지식의 능동적인 구성자로서 다른 사람과의 상호작용을 통해서 자신의 아이디어를 서로 공유하며 이를 통해서 자신의 인지적인 갈등을 경험하고 이를 해소하려고 노력하면서 학습의 기회가 발생하도록 하는 것이 수학적 의사소통의 더 중요한 목표라고 할 수 있다. 이런 과정에서 아동은 자신의 학습에 대한 자율성을 가지게 된다.

참 고 문 헌

- Blumer, H. (1969). *Symbolic interactionism*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
Cobb, Paul & Yackel, Erna. (1996). Sociomathematical norms, Argumentation, and

- Autonomy in mathematics, *Journal for research in Mathematics Education*, Vol 22, No. 4, pp.458-477.
- Cobb, Paul & Yackel, Erna. (1995). Constructivist, Emergent, and Sociocultural perspectives in the context of developmental research, *Educational Psychologist*.
- Curcio, R. Frances. (1990). Mathematics as communication: Using a Language-Experience Approach in the Elementary Grades, In *Teaching and Learning Mathematics in the 1990s*, 1990 yearbook, edited by Thomas J. Cooney & Christian R. Hirsch, NCTM, Reston, Va: The council, pp.69-75.
- Elliott, Portia. (1996). Communication-an Imperative for change: A Conversation with Mary Lindquist, *Communication in Mathematics, K-12 and Beyond*, 1996 yearbook, edited by Partia C. Elliott & Margaret J. Kenney, NCTM, Reston, Va.: The council, pp.1-10.
- Hiebert, James. (1992) Reflection and Communication: Cognitive Considerations in School Mathematics Reform, In *International Journal of Educational Research*, Vol. 17, edited by Walter G. Secada, Oxford: Pergamon Press, pp.439-56.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*, Reston, Va.: The council.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, Reston, Va.: The council.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*, Reston, Va.: The council.
- Silver, Edward & Smith, Margaret. (1996). Building discourse communities in Mathematics Classroom: A Worthwhile but challenging journey, *Communication in Mathematics, K-12 and Beyond*, 1996 yearbook, edited by Partia C. Elliott & Margaret J. Kenney, NCTM, Reston, Va.: The council. pp.20-44.
- Von Glasersfeld, E. (1983). Learning as s constructive activity. In N. Herscovics & J.C. Bergeron (Eds.), *Proceedings of the Fifth Annual Meeting on the Psychology of Mathemtics Education-North America*, Montreal: University of Montreal, pp.41-69.
- Von Glasersfeld, E. (1988a). Interview with Ernst von Glasersfeld. In J. Jaworski(Ed.), *Investigating Mathmatics*, Milton Keynes, UK: The Open University.

Wood, T.; Cobb, P.; Yackel, E. & Dillon, D. (1993). *Rethinking Elementary School Mathematics: Insights and Issues*, NCTM, Reston, Va: The council.