韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 8집, 1999. 1. 189-207.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 8, Jan. 1999. 189-207.

초·중학생들의 수학적 신념[1] 형성의 요인 분석
-수학 교실의 사회적 규범[2]을 중심으로-

권 미 연 (서울수유여중)
전 평 국 (한국교원대학교)

본 연구의 목적은 초·중학생들의 수학적 신념을 알아보고, 그러한 신념을 형성하는 요인들을 수학 교실의 상호작용에서 찾아보는 것이었다. 이를 위해, 초등학교 5, 6학년과 중학교 1, 2, 3학년 학생들의 수학적 신념을 질문지로 조사하였으며 각급 학교의 수학 교실에서 벌어지는 교수-학습 과정을 비디오로 촬영하여 각 교실의 사회적 규범들을 비교 분석하였다. 그 결과로서, 학생들은 수학은 이미 만들어진 규칙과 용어들로 이루어졌고 그 규칙에 따라 주어진 문제를 풀어 답을 구하는 것이 수학적 활동이라고 인식하고 있었다. 한편, 이러한 신념은 각급 교실에 형성된 사회수학적 규범과 일치했으며, 특히 개념 설명과 새로운 전략 및 오류에 대한 반응과 관련된 사회수학적 규범이 학생들의 수학적 활동을 제한함으로써 그들의 신념을 결정하고 있었다.
· 주요 용어: 수학적 신념, 사회적 규범, 사회수학적 규범.

Ⅰ. 서 론

현대 사회의 다양성 및 복잡성은 현대인들에게 수학적 사고를 더욱 요구하게 되었고 이에 따라 수학 교육의 중요성은 더욱 부각되고 있다. 그럼에도 불구하고, 학생들은 수학을 기피하고 드릴(drill) 중심의 학습을 하고 있다. 그 원인을 단순히 학생들의 노력 부족으로 돌려버린 체, 열심히 공부할 것을 강요하는 것은 더욱 심각한 수학 혐오증을 학생들에게 심어줌으로써 현실을 더욱 악화시킬 뿐이다. 이러한 시점에서, 무

---

1) 신념이란 "대상에 관하여 개인이 갖고 있는 정보"를 의미한다(Fishbein & Ajzen, 1975, p.12). 본 연구에서, 수학적 신념이라 함은 수학에 대한 신념, 문제해결에 대한 신념, 수학 학습에 대한 신념, 자아에 대한 신념을 의미하다.

2) 사회적 규범이란 교실 상호작용의 패턴 또는 교실 활동의 규칙들을 의미하며, 수업 시간에 조용히 하기, 발표 시에 친구의 해법과는 다른 해법을 이야기하기 등이 그 예이다. 이 때, 사회적 규범 중 수학과 관련된 규범을 사회수학적 규범이라 하고 그렇지 않은 규범을 일반적인 사회적 규범이라 한다. 예를 들어, 수학 교실에서 발표 할 때 친구의 해법과는 다른 해법을 발표하기라는 사회적 규범이 설정되어 있다고 하자. 이 때, 해법이 다르다는 기준이 무엇인가에 대한 사회적 규범이 교실에 추가적으로 설정되어 있어야 할 것이다. 바로 이 규범에는 수학적 내용이 가미되는 데, 이러한 규범을 사회수학적 규범이라 한다.

엇보다도 우선되어야 할 것은 그러한 부정적인 태도와 부적절한 수학적 활동을 야기하는 요인을 찾는 것이다.

이에 대해, Mandler(1989)는 수학 학습의 정의적 요소들을 인지 이론에 도입하여 정의적 요소들의 메커니즘을 설명하면서, 학생들이 갖고 있는 수학적 신념이 수학에 대한 태도 및 수학적 활동을 결정한다고 주장한다. 실제로, 그의 주장을 지지하는 연구물들도 있다(권세화, 1992; Lester et al., 1989).

한편, D'Andrade(1981)는 아동은 자신이 처한 상황에 대응하는 과정을 통해 자신의 경험과 일치하는 신념을 개발하게 되며, 이러한 발달은 점진적으로 이루어진다라고 주장한다. 그에 따르면, 수학에 대한 신념을 개발하는 학생들의 메커니즘은 문제가 없으며 변화될 필요가 있는 것은 그러한 신념을 조장하는 교육과정(예, 수업 내용, 교실의 상호작용), 더 나아가 수학 교실의 문화이다. 이와 관련하여, 수학 학습에 대한 최근 연구는 수업의 사회적 상황(Cole & Griffin, 1987)과 더 일반적으로 수학 교육의 문화적 이슈들(Lave, 1988; Newman, Griffin, & Cole, 1989; Saxe, 1990)에 주목하고 있다. 예를 들어, Cobb, Yackel, 그리고 Wood(1989)는 초등학교 교실에 새롭게 설정된 사회적 규범과 학생들이 표현하는 정의적 반응의 유형이 직접적으로 관련되고 있음을 밝히고 있고, Partsons, Adler, 그리고 Kaczala(1982)는 학생의 태도와 신념에 대한 부모의 영향에 관한 연구에서 학생들의 정서적 특징이 가정에 설정된 사회적 규범을 반영하고 있음을 주장한다.

이상의 내용을 정리해 보면, 학생들의 수학에 대한 부정적인 태도와 부적절한 수학적 활동은 학생들의 수학적 신념에서 비롯되고, 이 수학적 신념을 형성하는 데 주요 역할을 하는 것은 수학 교실의 사회적 규범임을 알 수 있다.

따라서, 학생들의 수학에 대한 부정적인 태도와 기계적인 수학적 활동을 개선하기 위한 아이디어의 하나로, 학생들이 어떠한 수학적 신념을 갖고 있으며, 수학 교실의 어떠한 사회적 규범이 그러한 수학적 신념을 형성시키는가에 대한 분석을 필요로 한다. 그러나, 이러한 분석은 특정 학년을 대상으로 하기보다는 여러 학년을 망라하는 종단적 연구를 통해 이루어질 필요가 있다. 신념은 단시일에 갑작스럽게 나타나는 것이 아니라 오랜 시간에 걸쳐 서서히 형성되고, 또한 신념이 변화되어 가는 과정 속에서 그 형성 요인이 더 분명하게 드러나기 때문이다.

이에 따라, 본 연구는 초등학교에서 중학교로 진학하면서 학생들의 수학적 신념이 어떻게 변화하는지를 알아보고, 아울러 초·중학교 수학 교실에 설정된 사회적 규범을 비교·분석하여 학생들이 갖고 있는 수학적 신념의 형성에 영향을 주는 수학 교실의 사회적 규범을 규명하는 데 그 목적이 있다.

Ⅱ. 연구 방법 및 절차

A. 연구 대상

본 연구의 대상은 연구 문제에 따라 다음과 같이 선정되었다.

1. 초·중학생들의 수학적 신념을 조사하기 위해, 초등학교에서 중학교로 올라가면서 학생들의 수학에 대한 태도가 부정적으로 변화한다는 선행 연구와 초등학교 5학년 이상에서 자신의 생각을 분명히 밝힐 수 있다는 생각에서 연구 대상자를 초등학교 5, 6학년과 중학교 1, 2, 3학년 학생들로 결정하였다.

이에 따라, 본 연구는 충청북도 청원군에 소재하고 있는 M중학교에서 학년별로 4학급씩을 임의로 선정하여 1학년(141명), 2학년(141명), 3학년(165명) 학생들과 K, W초등학교 5학년(184명)과 6학년(200명)을 연구대상으로 수학적 신념 검사를 실시하였다.

M중학교는 연구자가 임으로 선정하였고, M중학교 학생들의 모교를 조사하여 대다수의 학생들의 모교인 K, W초등학교를 선정하였다. 이는 학생들의 수학적 신념 형성에 영향을 주는 사회적 규범을 밝히고자 하는 연구 목적에 따라 개인 변인과 환경 변인을 통제하고자 함이었다. 학생들의 학력수준은 청원군에서 상위 수준이었고 청주시에 비하면 중간 정도에 해당하였다. 이들의 사회·경제적 수준은 중간 정도로서 학생들의 부모들은 주로 인근 지역에서 상업 또는 농업에 종사하고 있다.

2. 초·중학교 수학 교실의 사회적 규범을 비교·분석하기 위해, 각급 학교의 교수-학습 과정을 대표하는 초등학교 1개 학급과 중학교 1개 학급을 선정할 필요가 있었다. 그런데, M중학교는 남녀별, 수준별 수업을 하고 있었기 때문에 1개 학급만으로는 중학교의 수업과정을 대표해 줄 것으로 생각되지 않았다. 이에 따라, W초등학교 5학년 1개 학급과 M중학교 2학년 4개 학급- 남자 심화반, 여자 심화반, 남자 보충반, 남자 심화반-을 선정하여 수업 장면을 비디오 카메라로 촬영하였다. 이 때, 초등학교는 4차시분의 수업을, 중학교는 학급당 2차시분의 수업을 연속적으로 촬영하였다.

B. 연구 방법

본 연구를 위해서 두 가지 유형의 연구가 수행되었다.

첫째는 학생들의 수학적 신념을 조사하기 위한 검사지를 개발하여 실시한 조사 연구로, 학년이 올라가면서 학생들의 수학적 신념이 어떻게 변화하는지를 알아보았다.

둘째는 수학적 신념의 형성 및 변화에 영향을 주는 수학 교실의 사회적 규범을 알아보기 위한 사례 연구로서, 초·중학교 수학 교수-학습 과정을 관찰하고 비디오로 촬영하여 수학 교실에 설정된 사회적 규범을 비교·분석하였다.

C. 검사 도구

본 연구에서 사용된 검사 도구는 수학적 신념에 대한 질문지이다. 이 질문지는 4가지 하위 영역-수학에 대한 신념, 문제해결에 대한 신념, 학습 방법에 대한 신념, 자아

에 대한 신념-으로 이루어졌고, 문항수는 총 55문항이다. 채점 방법은 5단계 평정법을 사용하여 매우 그렇다 '1', 그렇다 '2', 보통이다 '3', 아니다 '4', 전혀 아니다 '5'로 표시하였다. 질문지의 하위 영역별 문항 번호 및 내용은 다음과 같다(표Ⅱ-1, Ⅱ-2, Ⅱ-3).

<표Ⅱ-1> 문제해결에 대한 신념

영역		문항 번호 및 내용
문제해결에 대한 신념	문제 해결 활동	25. 수학 문제를 풀 때 중요한 것은 빠르고 정확하게 답을 내는 것이다 28. 문제를 풀어 답이 맞았을 때, 나는 다른 문제로 넘어간다 35. 나는 문제를 풀어 답이 맞았더라도 다른 풀이 방법을 생각해 본다 27. 나는 친구들이 푼 방법과는 다른 새롭고 기발한 방법을 생각해 내려고 노력한다 30. 나는 이미 풀었던 문제를 바꾸어서 새로운 문제를 만들어 보기도 한다
	결과의 유일성 및 결정권	26. 수학 문제의 답은 언제나 하나이다 24. 내가 푼 방법과 선생님이 풀어주신 방법이 다르면, 답이 맞더라도 내 방법이 틀린 것이다 32. 수학 문제를 풀고 난 후, 답이 틀렸는지 맞았는지는 전과 또는 자습서를 보거나 선생님께 여쭤본다 36. 문제를 풀고 난 후, 그 답이 정답인지 아닌지는 그 풀이 방법을 살펴보면 알 수 있다 38. 친구들 간에 서로 답이 같지 않을 때, 그 중 수학을 제일 잘하는 친구의 답이 정답이다
	오류에 대한 반응	31. 문제를 풀어 답이 틀리면, 나는 풀이방법을 점검해 본다 37. 문제를 풀어 답이 틀리면, 즉시 전과 또는 자습서를 보고 고친다
	전략간의 관련성	23. 수학 문제들을 푸는 방법은 대체로 일정하기 때문에, 한 문제만 풀어보면 나머지 문제들을 쉽게 풀 수 있다 33. 해결 방법이 문제마다 틀리기 때문에 수학책에 있는 모든 문제들을 풀어 보아야 한다

<표Ⅱ-2> 수학에 대한 신념

영역		문항 번호 및 내용
수학에 대한 신념	수학의 본질	1. 수학이란 문제를 풀어 답을 구하는 것이다 5. 수학이란 논리적으로 생각하는 것이다 8. 수학이란 우리 주변에서 나타나는 일정한 특징을 표현한 것이다 18. 수학은 암기해야할 용어와 규칙들로 이루어져 있다
	수학의 특성	11. 수학은 참과 거짓이 분명한 학문이다 2. 수학은 일상생활에서 유익하게 사용된다 10. 수학은 전문가들이 만드는 것이다 7. 나도 새로운 수학 공식을 만들 수 있다고 생각한다
	수학적 활동	14. 수학 시간은 친구들과 함께 서로의 생각을 이야기하는 시간이다 16. 수학 시간은 선생님의 설명을 조용히 듣는 시간이다 20. 수학 시간은 스스로 생각을 많이 하는 시간이다 21. 수학 시간은 친구들이 어떻게 문제를 푸는가를 알 수 있는 시간이다

<표 II-3> 학습방법에 대한 신념과 자아에 대한 신념

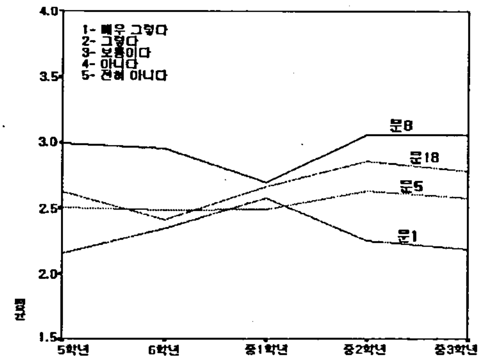
영역		문항번호 및 내용
학습방법에 대한 신념	학습 내용의 수용	40. 모르는 수학 내용이 나오면 친구들과 의논한다 45. 모르는 수학 내용이 나오면 혼자서 곰곰이 생각해 본다 48. 배우지 않은 수학 내용은 어려워서 선생님이 가르쳐 주실 때까지 기다려야 한다
	학습 방법	39. 문제를 많이 풀어 보아야 수학을 잘할 수 있다 44. 수학을 잘하는 방법은 한 문제를 풀더라도 여러 가지 방법으로 생각해 보는 것이다 51. 수학을 잘하는 방법은 공식과 풀이절차를 외우는 것이다 53. 수학을 잘하는 방법은 친구들과 함께 서로 토의하는 것이다 41. 나는 선생님의 설명을 듣고 문제를 풀 때는 잘 풀다가도 집에 와서 혼자 할 때는 잘 못한다 43. 나는 공식이 생각나지 않더라도 그 공식을 다시 알아낼 수 있다 46. 배운지 오래 되었더라도 수학은 잊어버리지 않는 편이다 49. 수학 시험만 끝나면, 공부했던 내용이 하나도 생각나지 않는다
	학습 내용	42. 나는 수학을 공부할 때 왜 그럴까라는 질문을 많이 하는 편이다 47. 공식이 유도되는 과정은 복잡하기 때문에 공식만 외워 둔다 50. 한 문제에 오래 매달려 있는 친구를 보면 답답하다 52. 수학시간에 풀리지 않은 문제가 있으면, 수업시간 이후에도 그 문제에 대해 계속해서 생각한다
	학습 목표	6. 수학을 배우면 좀 더 논리적으로 생각할 수 있다 3. 수학을 잘해야 좋은 대학에 갈 수 있다 15. 수학은 주요 과목이기 때문에 잘해야 한다 19. 수학을 잘하면 부모님이나 선생님께 인정을 받는다
자아에 대한 신념		4. 수학은 열심히 하기만 하면 누구나 높은 점수를 얻을 수 있다 17. 수학은 머리가 좋은 사람만이 할 수 있다 9. 나는 수학시간이 지루하다 12. 학교에서 배우는 수학은 너무 어렵다 54. 나는 수학을 잘한다고 생각한다 55. 나는 수학 공부를 열심히 한다고 생각한다

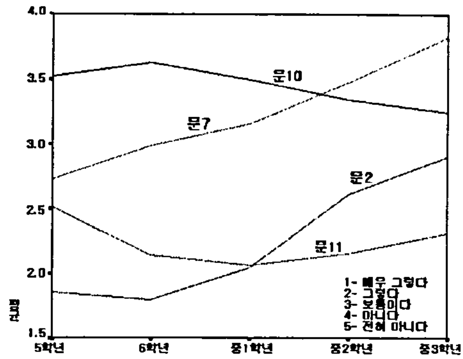
III. 연구 결과 및 해석

A. 初·중학생들의 수학적 신념

1. 수학에 대한 신념

初·중학생들은 모두 '수학은 참과 거짓이 분명한 학문으로서(문11), 암기해야 할 용어와 규칙들로 이루어져 있고 규칙에 따라 문제를 풀어 답을 구하는 것' 이라고 인식하고 있었고(문1, 5, 8, 18), 이러한 신념은 학년간의 차이를 보이지 않았다. 반면, 학년이 올라가면서 수학의 유용성에 대해서는 회의적으로 변하였고(문2), 수학을 이미 만들어져 있는 것으로 인식하였다(문7, 10).





<그림 III-1> 문1, 5, 8, 18 학년별 평균[3] <그림 III-2> 문2, 7, 10, 11 학년별 평균[4]

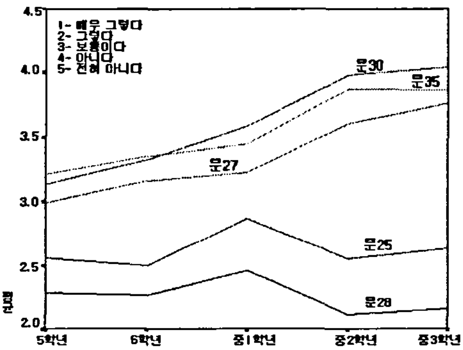
2. 문제해결에 대한 신념

모든 학년에서 학생들은 문제해결에서 중요한 것은 답을 신속 정확하게 알아내는 것이라고 생각하였고(문25), 해결된 문제에 대한 계속적인 탐구의 필요성을 인식하지 못하고 있었다(문28). 이와 관련하여, 학년이 올라가면서 문제를 풀어 답이 맞으면 다른 문제로 넘어가기에 급급하여 다른 해법을 찾아본다거나 문제를 바꾸어 보려는 시도는 점점 줄어드는 현상을 보이고 있었다(문27, 30, 35). 또한, 문제해결 결과의 정오에 대한 판단 기준이 학생 자신에게서 권위자(교사, 자습서, 수학을 잘하는 동료)로 옮겨지고 있었고(문24, 26, 32, 36, 38), 마찬가지로 오류가 발생하였을 때 권위자에 의존하여 해결하려는 경향이 높아졌다(문31, 37). 또한, 고학년일수록 전략들 간의 관련성을 인식하지 못하는 경향을 보여주었다(문23, 33). 이것은 초등학교에서 중학교로 진학하면서 능동적인 문제해결자에서 수동적이고 기계적인 문제해결자로 되어가고 있음을 보여준다.

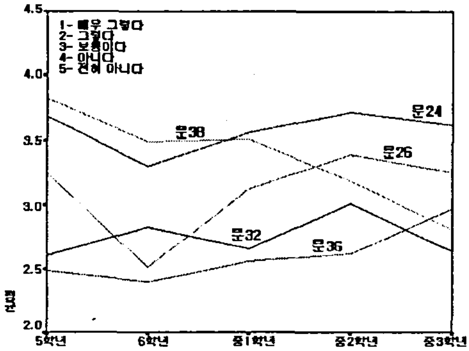
---

3) 1. 수학이란 문제를 풀어 답을 구하는 것이다
5. 수학이란 논리적으로 생각하는 것이다
8. 수학이란 우리 주변에서 나타나는 일정한 특징을 표현한 것이다
18. 수학은 암기해야 할 용어와 규칙들로 이루어져 있다

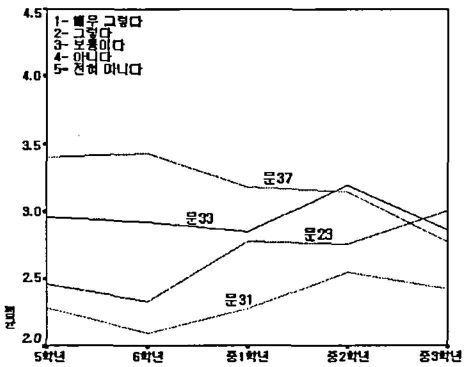
4) 2. 수학은 일상생활에서 유익하게 사용된다
7. 나도 새로운 수학 공식을 만들 수 있다
10. 수학은 전문가들이 만드는 것이다
11. 수학은 참과 거짓이 분명한 학문이다



<그림 III-3> 문25, 27, 28, 30, 35 학년별 평균5)



<그림 III-4> 문24, 26, 32, 36, 38 학년별 평균6)



<그림 III-5> 문23, 31, 33, 37 학년별 평균7)

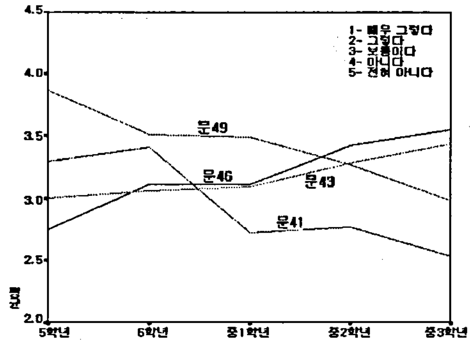
3. 학습방법에 대한 신념

학생들은 학년이 올라가면서 교사의 설명을 그대로 수용하고(문41, 43, 46, 49) 그것을 반복 연습하여 학습하는 경향을 보여주었다(문39, 44, 51, 53). 또한, 학년이 올라갈수록 내적 만족감보다는 외부적 강요에 의해 수학을 학습했다(문3, 15, 19; 문6).

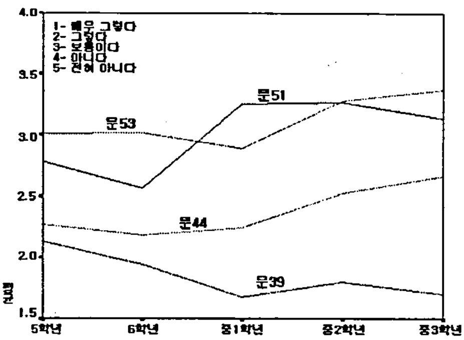
---

5) 25. 수학 문제를 풀 때, 중요한 것은 바르고 정확하게 답을 내는 것이다
28. 문제를 풀어 답이 맞았을 때, 나는 다른 문제로 넘어간다
27. 나는 친구들이 푼 방법과는 다른 새롭고 기발한 방법을 생각해 내려고 노력한다
30. 나는 이미 풀었던 문제를 바꾸어서 새로운 문제를 만들어 보기도 한다
35. 나는 문제를 풀어 답이 맞았더라도 다른 풀이 방법을 생각해 본다

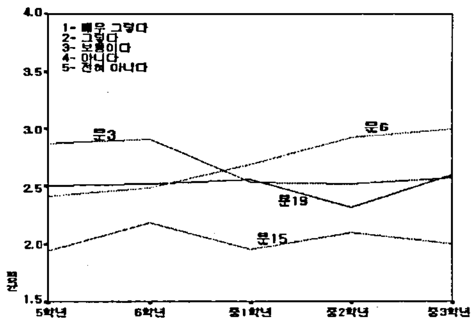
6) 24. 내가 푼 방법과 선생님이 풀어주신 방법이 다르다면, 답이 맞더라도 내 방법이 틀린 것이다.
26. 수학 문제의 답은 언제나 하나이다.
32. 수학 문제를 풀고 난 후, 답이 틀렸는지 맞았는지는 전과 또는 자습서를 보거나 선생님께 여쭤본다.
36. 문제를 풀고 난 후, 그 답이 정답인지 아닌지는 그 풀이 방법을 살펴보면 알 수 있다.
38. 친구들 간에 서로 답이 같지 않을 때, 그 중 수학을 제일 잘하는 친구의 답이 정답이다.



<그림 III-6> 문41, 43, 46, 49 학년별 평균8)



<그림 III-7> 문39, 44, 51, 53 학년별 평균9)



<그림 III-8> 문6, 3, 15, 19 학년별 평균10)

4. 자아에 대한 신념

학생들은 아직까지는 수학은 열심히 하기만 하면 높은 점수를 얻을 수 있다는 신념을 보여주었지만(문4, 17), 학년이 올라갈수록 학교에서 배우는 수학은 어렵고 수학 시간은 지루하다는 견해가 강해지고 있었다(문9, 12). 이러한 변화와 관련하여, 고학년일수록 수학에 대한 자신감과 학습 의욕이 저하되고 있었다(문 54, 55).

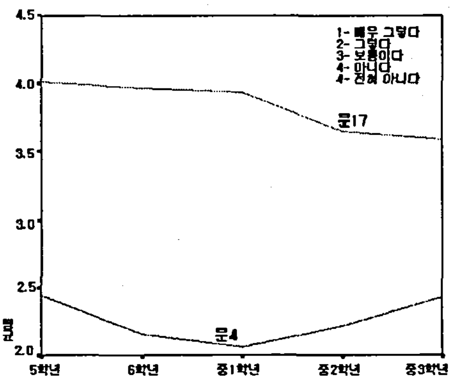
---

7) 23. 수학 문제들을 푸는 방법은 대체로 일정하기 때문에, 한 문제만 풀어보면 나머지 문제들을 쉽게 풀 수 있다.
31. 문제를 풀어 답이 틀리면, 나는 풀이 방법을 점검해 본다.
37. 문제를 풀어 답이 틀리면, 즉시 전과 또는 자습서를 보고 고친다.
33. 해결 방법이 문제마다 틀리기 때문에 수학책에 있는 모든 문제들을 풀어 보아야 한다.

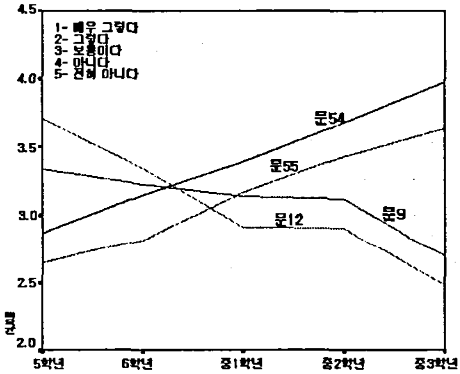
8) 41. 나는 선생님의 설명을 듣고 문제를 풀 때는 잘 풀다가도 집에 와서 혼자 할 때는 잘 못한다.
43. 나는 공식이 생각나지 않더라도 그 공식을 다시 알아낼 수 있다.
46. 배운지 오래 되었더라도 수학은 잊어버리지 않는 편이다.
49. 수학 시험만 끝나면, 공부했던 내용이 하나도 생각나지 않는다.

9) 39. 문제를 많이 풀어 보아야 수학을 잘할 수 있다.
44. 수학을 잘하는 방법은 한 문제를 풀더라도 여러 가지 방법으로 생각해 보는 것이다.
51. 수학을 잘하는 방법은 공식과 풀이절차를 외우는 것이다.
53. 수학을 잘하는 방법은 친구들과 함께 서로 토의하는 것이다.

10) 3. 수학을 잘해야 좋은 대학에 갈 수 있다.



<그림 III-9> 문4, 17 학년별 평균[11)]



<그림 III-10> 문9, 12, 54, 55 학년별 평균[12)]

종합해 보면, 학생들은 초등학교 5학년에서 이미 '수학은 참과 거짓이 분명한 학문으로서 이미 만들어진 용어와 규칙들로 이루어져 있고, 주어진 문제의 답을 구하는 것이 수학적 활동이다. 이 때, 중요한 것은 답을 신속 정확하게 알아내는 것이다. 그리고 정오에 대한 판단은 교사 또는 전과에 의거한다' 라는 신념이 형성되어 중학교에서도 계속 유지되었다. 한편, 이러한 신념 하에 자신감이 넘치던 능동적인 학습자가 학년이 올라갈수록, 수학의 유용성에 대해 회의적이고 수학을 어려워하며 기계적인 학습을 하였다. 이러한 결과는 Dossey, Mullis, Lindquist, 그리고 Chabers(1988)가 미국의 3, 7, 11학년을 대상으로 한 연구 결과와 유사하다. 또한, 이렇게 변화된 신념이 이후의 수학 학습을 더욱 어렵게 한다는 사실은 익히 알려진 사실이다.

B. 초·중학교 수학 교실의 사회적 규범

위에서 언급한 부정적인 신념을 형성하는 요인을 찾기 위하여 우리들은 초·중학교 수학 교실의 사회적 규범들을 비교·분석하였다.

초·중학교 수학 교실의 수업 구조는 공통적으로「개념 설명 → 문제 풀이」로 이루어져 있었다. 먼저 설명 부분에서 교사는 학습할 수학 개념을 설명하고 학생들은 교

---

6. 수학을 배우면 좀 더 논리적으로 생각할 수 있다.
15. 수학은 주요과목이기 때문에 잘해야 한다.
19. 수학을 잘하면 부모님이나 선생님께 인정을 받는다.

11) 4. 수학은 열심히 하기만 하면 누구나 높은 점수를 얻을 수 있다.
17. 수학은 머리가 좋은 사람만이 할 수 있다.

12) 9. 나는 수학시간이 지루하다.
12. 학교에서 배우는 수학은 너무 어렵다.
54. 나는 수학을 잘한다고 생각한다.
55. 나는 수학 공부를 열심히 한다고 생각한다.

사의 설명을 듣는다. 다음, 문제 풀이 부분에서 학생들은 주어진 문제를 풀게 되고 교사의 통제하에 그들의 해결 방법들이 학급 전체에 제시된다. 구체적으로, 초 · 중등 수학 교실에 설정된 사회수학적 규범과 그것을 통해 본 수학은 <그림 Ⅲ-11>과 같았다.

초 · 중학교 수학 교실의 사회수학적 규범	사회적 규범을 통해서 본 수학
(→: 제한함을 의미) 교사의 개념 설명 (개념의 알고리즘 진술)	수학은 이미 만들어진 용어와 규칙들로 이루어져 있다
문제해결 활동 (알고리즘 따라하기)	생각할 것 없이 그 규칙을 그대로 따라하여 주어진 문제의 답을 구하는 것이 수학적 활동이다
전략 설명 (답 또는 알고리즘 절차 진술)	이 때, 답이 중요한 것이지 과정이 중요한 것은 아니다
오류에 대한 반응 (교사가 직접 오류 지적 · 수정)	답의 정오(正誤)에 대한 판단기준은 권위를 갖는 어떤 것이다
전략 비교 (새로운 전략은 문제해결의 또다른 방법일 뿐)	다양한 풀이법 또는 전략간의 관련성을 생각하기보다는 보다 더 많은 문제를 푸는 것이 중요하다

<그림 Ⅲ-11> 사회수학적 규범을 통해 살펴본 수학 및 수학적 활동의 유형

<그림 Ⅲ-11>에서 보여지듯이, 수학 교실의 사회수학적 규범을 통해서 살펴본 수학 및 수학적 활동의 유형은 학생들의 수학적 신념과 일치함을 알 수 있다. 이러한 일치성은 학생들이 보여주고 있는 수학적 신념이 초 · 중등 교실에 뿌리깊게 형성되어 있는 사회수학적 규범의 영향을 받고 있다는 증거이다. 그러나, 단순히 사회수학적 규범의 유형을 나열하는 것만으로는 학생들이 학년이 올라가면서 꾸준히 수학에 대해 부정적인 태도를 보이고 기계적인 학습을 하게 되는 과정을 설명할 수가 없다. 이러한 이유에서 사회수학적 규범과 학생의 활동 간의 관련성을 분석하였다.

분석 결과, 사회수학적 규범들이 학생들의 신념 형성에 영향을 주는 메커니즘은 다음과 같았고, <그림 Ⅲ-12>는 그러한 전 과정을 도식화한 것이다.

교사는 개념을 설명하면서 수업을 시작한다. 교사는 학생들의 학습에 도움을 주기 위해서 가급적 자세하고 구체적으로 개념을 설명한다. 이때의 교사의 설명은 개념에 대한 수학적 논의가 아니라 개념의 알고리즘을 진술한다[부록: 에피소드1, 2 참조]. 교사의 설명이 끝나면, 학생들에게 그 개념이 포함된 문제가 제시된다. 이 때, 학생들은 주어진 문제를 풀기 위한 전략을 생각할 필요가 없다. 왜냐하면 해결 전략이 이미 주

어졌기 때문이다. 즉, 교사가 설명한 알고리즘을 아무 생각 없이 그대로 따라하기만 하면 된다.

따라서, 학생들은 문제가 주어지는 즉시 교사의 설명을 그대로 따르게 된다. 이러한 문제해결 활동은 학생들의 해결 전략을 획일화한다. 이것은 학생들이 전략을 설명할 때 단순히 답을 설명하거나 풀이 절차를 진술하게 한다. 학생들이 사용한 획일화된 전략은 이미 교실에서 공유된 해법이기 때문에 그 전략의 정당성이나 타당성을 밝힐 이유가 없기 때문이다. 이러한 과정은 자신이 왜 그러한 해법을 사용했는지에 대해 생각해 볼 기회를 차단한다.

바로 이러한 교실에서의 상호작용은 학생들이 수학을 이미 만들어진 용어와 규칙으로, 수학적 활동은 그 규칙에 대한 사고 과정을 거치지 않고 교사의 설명대로 따라하여 문제를 풀어 답을 내는 것으로 생각하게 한다. 이러한 상호 작용이 반복되면서 학생들은 기계적인 학습자로 변모된다.

한편, 전략을 발표하는 과정에서 오류가 발생되면 교사들은 흔히 자신이 직접 그 오류를 지적하고 설명해 버린다[부록: 에피소드 3 참조]. 이것은 학생들이 자신의 해법을 반성하고 수정하는 사고 과정을 제한해 버린다. 더 나아가, 학생들이 문제를 풀어 답이 틀리면 즉시 전과(또는 자습서)나, 교사에 의존하여 해결하려는 성향을 심어주게 된다.

마지막으로, 전략을 발표하는 과정에서 교사가 설명한 해법이외의 전략이 나타났을 때, 교사는 이 새로운 해법을 문제를 푸는 또 다른 방법으로 취급해 버릴 뿐 해법들 간의 수학적 유사점 및 차이점을 논의하지 않는다[부록: 에피소드 4, 5 참조]. 이것은 학생들이 다양한 해법을 찾고 그 해법들 사이의 관계를 살펴보기 보다 오히려 답을 빨리 구하려는 것에만 집중을 하게 한다.

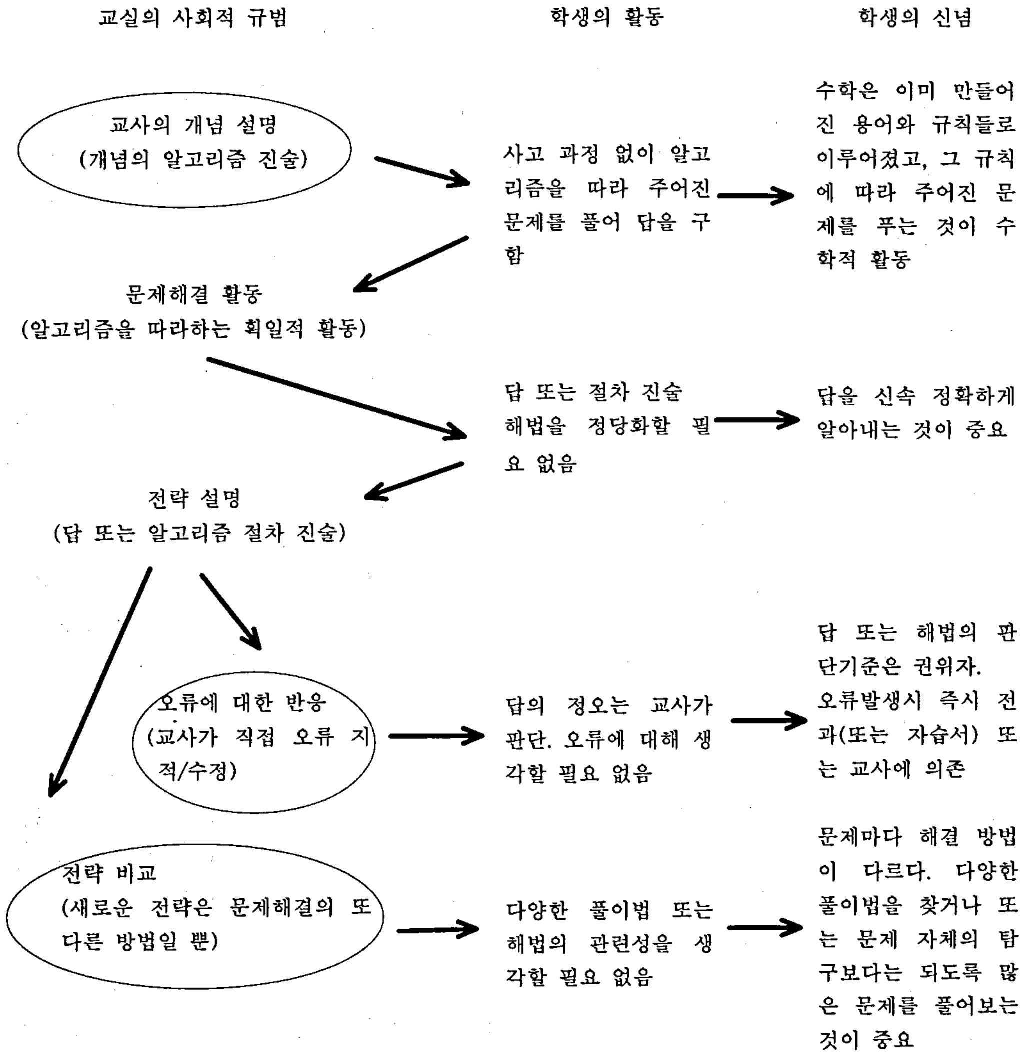
결국, 초등학교부터 이러한 수업 과정을 경험한 학생들은 '수학은 이미 만들어진 용어와 규칙들로 이루어져있고, 그 규칙에 따라 주어진 문제를 풀어 답을 구하는 것이 수학적 활동이다. 이 때, 중요한 것은 답을 정확하고 빠르게 구하는 것이다' 라는 신념을 갖게 되고, 중학교에 진학하여 유사한 수업 과정을 거치면서 이러한 신념은 변하지 않을 뿐만이 아니라 학생의 활동이 중등 수학 교실의 일반적인 사회적인 규범으로 인해 더욱 제한됨으로써 사고 과정이 점차 줄어들고 기계적으로 학습하는 경향이 높아진다. 또한, 허용적인 분위기에서 적극적인 참여를 요구하고 실제적이고 시각적인 자료를 가지고 직접 활동해 봄으로써 학습이 이루어지는 초등학교에 비해, 교사의 지시에 따를 것을 요구하고 교사가 수학적 기호를 다루는 것을 구경해야 하는 중학교 수학 교실은 학생들로 하여금 더욱 움츠러들게 하여 수학에 대한 자신감 및 수학 학습 의욕을 저하시키며 수학의 유용성을 의심하고 수학을 기피하게 한다.

이 때, 학생들의 수학적 신념을 형성하는 주요 요인은 다음의 규범들이다.

(1) 교사의 개념 설명-개념의 알고리즘 진술

(2) 오류에 대한 반응-교사가 직접 오류를 지적하고 설명

(3) 전략 비교-전략간의 수학적 유사성 및 차이점에 대한 논의가 아니라 설명된 알고리즘 이외의 또 다른 방법에 불과함을 강조



<그림 V-1> 사회수학적 규범이 수학적 신념을 형성하는 과정

Ⅳ. 결 론

본 연구의 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

첫째, 학생들의 부정적인 수학적 신념 형성에 주도적인 역할을 하는 것은 교사의 행동 유형이었다. 초 · 중학교 수학 교실에 뿌리깊게 형성되어 있는 「개념 설명 → 문제풀이」 수업 구조에 익숙해 있는 교사는 도입 부분에서 학생들에게 무엇인가를 설명해 주어 한다는 생각에 집착하는 성향을 보여주고 있었다. 또한, 본 연구에서 두드러진 특징은 '학생들이 학습해야 할 것은 수학적 활동의 "결과"가 아니라 "과정"이다' 라는 연구자들의 주장을 교사들은 '알고리즘이 생성된 과정을 학생들에게 자세히 설명해 주어야 한다' 라고 해석하는 것으로 보였고, 이러한 과정에서 교사는 학생들에게 알고리즘을 진술해 버린다. 바로 이러한 교사의 활동이 학생의 사고 활동을 제한하여 교사의 행위를 그대로 모방하는 학습을 유발하고 있었다.

사실, 수학 교육의 목표는 알고리즘이 아니라 살아있는 수학적 활동임을 분명히 할 필요가 있다. 더구나, 알고리즘은 직접적인 수학적 활동을 통해 부수적으로 도출되는 것이다. 따라서, 수학적 활동의 과정을 학습하게 한다는 것은 진정한 수학적 활동, 즉 문제인식, 문제해결 전략 구상, 전략들의 관련성 탐색, 전략들의 패턴 발견 등을 교실 구성원들 간의 의사소통 하에서 이루어지도록 유도하는 것으로 해석되어야 하며, 알고리즘이 생성된 과정을 설명하는 것으로 오인되어서는 안된다. 덧붙여, 이를 실현하려 한다면, 수학 교실의 수업 구조는 「문제해결 활동 → 개념 도출」로 바뀌어야 한다. 그러한 구조 내에서만이 학생들은 어디에도 구속받지 않는 다양한 사고를 할 수 있고 교사들은 학생들의 사고를 더욱 잘 이해할 수 있다.

둘째, 교수-학습 과정을 개선하려 할 때 교실에 표면적으로 드러나는 일반적인 사회적 규범뿐만이 아니라 사회수학적 규범에 더욱 관심을 기울여야 한다. 수학 교실에 설정된 일반적인 사회적 규범의 차이에도 불구하고 초 · 중학생들의 기본적인 수학적 신념은 유사했다. 또한, 일반적인 사회적 규범이 유사했음에도 불구하고 6학년 학생들이 5학년 학생들에 비해 더욱 수학에 대해 부정적인 태도를 표현했고 기계적인 학습을 하고 있었다. 이는 학생들의 수학 학습에 영향을 주는 주요 요인 중에는 일반적인 사회적 규범 이외의 요인이 있음을 의미하는 데, 그것은 바로 사회수학적 규범이었다.

참 고 문 헌

권세화 (1992). 중학생의 신념체계가 수학적인 문제해결 수행에 미치는 영향, 석사학위논문, 한국교원대학교.

Cobb, P.; Yackel, E. & Wood, T. (1989). Young children's emotional acts during mathematical problem solving, In D.B. MacLeod & V.M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective*, New York: Spinger-Verlag, pp.3-19.

Cole, M., & Griffin, P. (Eds.) (1987). *Contextual factors in education: Improving science and mathematics education for minorities and women,* Madison: Wisconsin Center for Education Research.

D'Andrade, R.G. (1981). The cultural part of cognition, *Cognitive Science, 5,* pp.179-195.

Dossey, J.A.; Mullis, I.V.S.; Lindquist, M.M., & Chambers, D.L. (1988). *The Mathematics Report Card: Trends and achievement based on the 1986 National Assessment,* Princeton: Educational Testing Service.

Fishbein, E., & Ajzen, I. (1975). *Belief, attitude, intention and behavior: An introduction to theory and research,* Reding, Mass.: Addition-Wesley.

Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life,* Cambridge; Cambridge University Press.

Lester, F.K.; Garofalo, J., & Kroll, D.L. (1989). Self-confidence, interest, beliefs, and metacognition: Key influence on problem solving behavior, In D.B. Macleod & V.M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective,* New York: Spinger-Verlag.

Newman, D.; Griffin, P., & Cole, M. (1989). *The construction zone: Working for cognitive change in school,* Cambridge: Cambridge University Press.

Parson, J.E.; Adler, T.F., & Kaczala, C.M. (1982). Sex differences in learned helplessness, *Sex Roles, 8,* pp.421-432.

Saxe, G.B. (1990). *Culture and cognitive development: Studies in mathematical understanding,* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

부 록

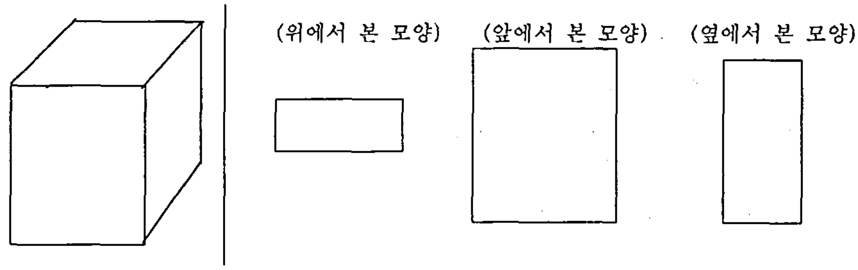
다음의 에피소드들은 초·중학교의 수학 교실의 사회적 규범을 분석하기 위해 본 연구자들이 선정한 5학년 교실과 중2학년 교실에서 일어난 상황 중 일부를 프로토콜로 작성한 것이다.

에피소드 1과 2는 각급 교실에서 나타난 교사들의 개념 설명의 유형을 예시한다.

[에피소드 1] 5학년 교실 - 학습 내용: 직육면체의 겨냥도

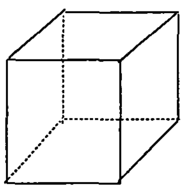
직육면체의 겨냥도를 알아보자

다음은 직육면체를 여러 방향에서 보고 그린 그림이다



위의 직육면체의 그림에서 보이는 모서리의 수는 9개이다. 보이지 않는 모서리의 수는 몇 개인가?

또, 보이는 면의 수와 보이지 않는 면의 수를 각각 말하여라.



왼쪽 그림은 보이지 않는 모서리를 점선으로 그린 것이다. 이 그림과 같이 직육면체의 모양을 잘 알 수 있게 그린 그림을 직육면체의 겨냥도라고 한다.

<그림 IV-14> 초등학교 5학년 수학 교과서 34쪽

교사: 34쪽 보자. 직육면체가 있지? 위에서 본 모양 짚어봐. 다음, 앞에서 본 모양. 다음 옆에서 본 모양. 실제로 그렇게 보이는지 한번 보자(실물화상기에 직육면체 상자를 올려놓고 위에서, 앞에서, 옆에서 본 모양을 제시한다). 이제, 책을 보자. 직육면체 윗면에 빗금을 치고, 그와 똑같은 빗금을 위에서 본 모양에 치세요. 옆면과 앞면도 마찬가지로 해 보세요.[13]. 이제, 여러분이 갖고 있는 직육

면체를 앞에 놓고 보이는 모서리가 몇 개인지 알아보아요.

학생들: 9개

교사: 선생님과 함께 확인해 보자(교과서를 실물화상기에 올려놓고 교과서에 그려진 직육면체(첫번째)에서 실선으로 그려진 모서리의 개수를 센다). 그러면, 보이지 않는 모서리는 몇 개일까?

학생들: 3개

교사: 책을 보자. (두번째 직육면체를 가리키며)보이지 않는 것은 몇 개?

학생들: 3개

. . .

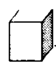
교사: 그러면 모서리의 개수는 총 몇 개?

학생들: 12개

교사: 12개. 아까 두 밑면은 서로 평행하다고 그랬어. 나중에 여러분이 겨냥도를 그릴 때 평행하게 그려야 되요. 평행하게 그리지 않으면 무조건 틀린거야. 여기 투명한 직육면체가 있어요(모서리에 검정색 테잎이 붙은 투명한 직육면체를 학생들에게 제시한다). 안이 다 보이죠? 그런데, 이것은 안이 안 보여요(직육면체 상자를 제시한다). 투명하지 않기 때문에 안보여요. 그렇지만, 보이지 않더라도 우리가 생각할 수 있죠. 그런데 안 보이는 선은 어떻게 그리죠?

학생들: 점선

교사: 그래서, (화면에 띄운 교과서를 가리키며) 이렇게 안 보이는 부분을 점선으로 그렸는데 이렇게 그린 것을 우리는 겨냥도라고 해요.

이 때의 교사의 설명은 겨냥도를 그리는 알고리즘을 진술하는 것이지 겨냥도를 설명하는 것이 아니었다. 이 때, 학생들은 겨냥도를 단순히 을 그린 후에 안 보이는 선을 점선으로 표시하는 것으로 인식했다. 이러한 특징은 중2학년 교실에서도 마찬가지로 나타난다.

[에피소드 2] 중2학년 교실- 학습 내용: 사건 A 또는 B가 일어날 확률

〔준비문제〕

한 개의 주사위를 던질 때, 다음을 구하여

(1) 3 미만의 눈이 나올 확률

(2) 4 이상의 눈이 나올 확률

---

13) 직육면체가 겨냥도로 옮겨질 때 어떤 모양으로 변형되는지를 지적하고자 하는 것으로 생각된다

교사: 준비학습을 보자. 이 문제는 여러분이 쉽게 할 수 있을 거야. (준비학습을 읽는다) 먼저, 3미만이 나올 경우의 수는 얼마야?
학생들: 2가지
교사: 그러면, 3미만이 나올 확률은 얼마야?
학생들: 6분의 2
교사: 확률은 뭐 분의 뭐라고 그랬어? 확률은「모든 경우의 수」분에「그 사건의 경우의 수」라고 그랬지? 그래서, 3미만이 나올 확률은 6분의 2. 다음, 4이상이 나올 경우의 수는?
학생들: 3가지
교사: 그러면, 4이상이 나올 확률은?
학생들: 6분의 3
교사: 자, 이제 오늘 학습할 내용을 보겠습니다. 오늘 학습할 내용은 A 또는 B가 일어날 확률을 알아보는 거야. 교과서를 보자. 눈이 3미만 또는 4이상이 나올 확률을 구하라고 그랬어요. 그러면, 3미만 또는 4이상이 나올 경우의 수는 얼마야?
학생들: 5가지
교사: 그것은 결국 3미만이 나오는 경우의 수, 2가지에 4이상이 나오는 경우의 수, 3가지를 더한 것으로 5가지이야. 그래서 확률은 3미만의 2가지에 4이상의 3가지에서 2+3으로 나타낼 수 있지? 그런데, 주사위를 던져서 나오는 경우의 수는 얼마야?
학생들: 6가지
교사: 그래서 이 확률은 $\frac{2+3}{6}$으로 나타낼 수 있어. 이것은 실질적으로 $\frac{2}{6}+\frac{3}{2}$으로 표현할 수 있다. (판서 내용의 마지막 줄을 가리키며)이것을 잘 봐요. 앞에 있는 것은 무엇을 의미할까? $\frac{2}{6}$는 3미만이 나올 확률이야. 다음, 뒤에 있는 것은 무얼까? 4이상이 나올 확률이 $\frac{3}{6}$이야. 정리해 보면, 3미만 또는 4이상이 나올 확률 $\frac{5}{6}$였는데 그것을 실제로 따져 보니까. 아하! 3미만이 나올 확률에다 4이상이 나올 확률을 어떻게 한 결과였어?
학생들: 더해요
교사: 그래서, 우리는 사건 A 또는 B가 일어날 확률은 두 사건이 일어날 확률을 더해야 된다는 것

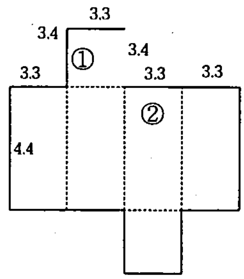
판서내용
(1) 3 미만이 나올 경우의 수: 2가지 $\therefore p=\frac{2}{6}$
(2) 4 이상이 나올 경우의 수: 3가지 $\therefore p=\frac{3}{6}$
(3) 3 미만 또는 4 이상이 나올 확률 $\therefore \frac{2+3}{6}=\frac{2}{6}+\frac{3}{2}$

을 알 수 있어. 보기를 풀어 보면, 쉽게 이해할 수 있을 거야. (보기를 읽는다)

이 교실에서 이루어진 교사의 설명은 사건 A 또는 B가 일어날 확률의 계산 알고리즘을 진술하는 것이었다. 이에 따라 학생들은 A 또는 B가 일어날 확률을 p+q로 인식했다.

에피소드 3은 교사가 학생들의 오류에 대해 어떠한 반응을 보이는지를 예시한다.

[에피소드 3] 초등학교 5학년- 학습 내용: 직육면체의 전개도

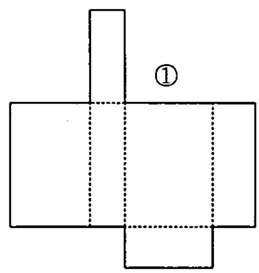


주어진 직육면체 상자와 똑같은 직육면체를 만들기 위해 학생들이 그린 전개도를 학급 전체에 발표하고 있다.

학생1: 저희는 이(②) 길이가 같아서 그리기가 쉬웠어요.
교사: 여기에 잘못된 것이 있어요. 여러분이 찾아보아요.
학생2: 치수를 적을 필요가 없어요.
교사: 또 있어요.
교사: . . . 이 부분과 이 부분이(①과 ②) 만나는 부분인데, 이 부분(①)은 3.4이고 이 부분(②)은 3.3이야. 그러면 만나겠어 만나지 못하겠어?
학생들: 못 만나요.
교사: 자 이젠, 여러분들이 만든 전개도를 오려서 만들어 보세요.

다음의 에피소드 4와 5는 각급 교실에서 나타난 새로운 전략에 대한 교사들의 반응 유형을 보여준다.

[에피소드 4] 5학년 교실- 학습 내용: 직육면체의 전개도



주어진 상자와 같은 모양의 직육면체를 만들기 위해 전개도를 만들고 그 전개도를 학급 전체에 발표하고 있다.

교사: 경수가 나와서 설명해 보자
(경수가 나와 자신이 그린 것을 실물화상기에 올려놓는다)
교사: 여러분이 그린 것과 뭐가 다른 지 설명할 사람? 지은이가 해 보자.
지은: 밑면의 모양을 다르게 그렸어요.
교사: 밑면이 다르다고 지은이가 말했어요. 이렇게 그려도 틀린 것이 아니에요. 이 부분이 부족할 때 이렇게 그려도 되지만, 이곳(①)에다 그리는 것이 좋아요. 이렇게

그려도 틀린 것은 아니에요. 다른 친구들이 생각 못한 것을 했기 때문에 나와서 설명하라고 그랬어요. 또, 자기가 그린 것을 발표해 볼 사람?

[에피소드 5] 중2학년 교실- 학습 내용: 기대값

〔문제〕

오른쪽 표와 같은 상금이 걸려있는 복권이 있다. 이와 같은 복권 한 장을 살 때, 이 복권에 대한 상금의 기대값을 구하여라.

등급	매수	상금(원)
1등	1	10,000
2등	3	5,000
3등	6	3,000
등외	90	0

[학생의 풀이]

$$10\cancel{00}0\times\frac{1}{\cancel{100}} + 5\cancel{00}0\times\frac{3}{\cancel{100}}$$

$$+ 3\cancel{00}0\times\frac{6}{\cancel{100}}$$

$$= 100 + 150 + 180$$

$$= 430$$

교사: 문제1번을 노트에다 풀고 푼 사람 손들어.

(교사는 한 학생의 노트를 실물화상시에 올려놓는다)

교사: (실물화상기를 보면서) 답이 얼마 나왔니?

학생들: 430원

교사: 430원 나온 사람 손들어 봐.

(교사는 궤간 순시를 하며 학생들의 활동을 살핀다)

교사: 슬기는 이렇게 풀었어(슬기의 노트를 실물화상기에 올려놓는다). 어떻게 푼 것일까? 다 더해서 풀었어. 상금을 다 더해 보자. 1등 상금을 모두 얼마?

학생들: 10,000원

교사: 2등 상금은?

학생들: 15,000원

교사: 3등 상금은?

학생들: 18,000원

[슬기의 풀이]

$$100 + 150 + 180$$

$$= 430$$

등급	매수	상금(원)	
1등	1	10,000	100
2등	3	5,000	150
3등	6	3,000	180
등외	90	0	

교사: 이것을 다 더하면? 43,000원. 복권 안에 들어 있는 전체 상금이 43, 000원 인데 몇 명이 나누어 가져야 돼? 100명. 그래서 100으로 나누면 430원. 이렇게 계산할 수도 있어[14]. 슬기야, 이렇게 풀었지? 맞지?

슬기: 네.

교사: 다음 문제.

14) 사실, 슬기의 해법은 상금에 확률을 곱하는 정형적인 알고리즘을 이용한 것이었지만 교사는 상금의 평균값을 구한 것으로 잘못 해석한 것이었다.