

2차원 압축성 Navier-Stokes 방정식에 의한 터빈 익렬유동장의 수치 시뮬레이션

Numerical Simulation of Turbine Cascade Flowfields Using Two Dimensional Compressible Navier-Stokes Equations

정희택 · 김주섭 · 신필용 · 최범석

H. T. Chung, J. S. Kim, P. Y. Sin and B. S. Choi

Key Words : Turbine cascade(터빈 익렬), Navier-Stokes Equation(나비에 스톡스 방정식), Compressible(압축성), Turbulent(난류), Transonic(천음속)

Abstract : Numerical simulation on two-dimensional turbine cascade flow has been performed using compressible Navier-Stokes equations. The flow equations are written in a cartesian coordinate system, then mapped into a generalized body-fitted ones. All direction of viscous terms are incorporated and turbulent effects are modeled using the extended $k-\epsilon$ model. Equations are discretized using control volume SIMPLE algorithm on the nonstaggered grid sysetm. Applications are made at a VKI turbine cascade flow in atransonic wind-tunnel and compared to experimental data. Present numrical results are shown to be in good agreement with the experimental results and simulate the compressible viscous flow characteristics inside the turbine blade passage.

1. 서 론

터빈 익렬 유동해석은 스팀·가스터빈, 특히 동익과 정익의 익형 성능과 효율을 예측하고 향상시키는 데 중요하다. 내부 익렬 유동의 해석은 전산 응용 설계(CAD)의 기초단계이며, 기존의 실험 및 설계자료의 평가와 설계 효과의 검토에 빈번히 이용되고 있다. 선진 각국에서는, 산업의 근간이고 고부가 가치인 스팀·가스터빈의 설계기술 자립화에 주력하고 있으며, 학계와 연구소에서는 핵심기술인 블레이드 성능해석에 관한 연구가 활발하고, 일부는 설계기술에 적용하고 있다. 최근에는, 국내에서도 산업용 가스터빈 엔진과 발전용 스팀 터빈의 설계 자립화를 위하여, 성능 예측의 기본 기술인 익렬 유동해석의 수치적 연구에 관심을 나타내고 있다.

터보기계 익형의 공력설계의 최종 목표는 주어진 제약조건 및 운용조건하의 요구사항들을 만족

하는 최적의 형상을 결정하는 것이다. 현재 제작사에서 사용하는 설계 방법은 기존의 테이더 베이스를 이용하여 설계하고, 최종의 익형 성능은 풍동 실험을 통하여 검증한다. 이러한 방법은 고가의 실험 장치와 장비가 필요하고, 시간이 많이 소요되는 단점이 있다. 전산기의 성능 향상과 수치기법이 발달하여, 최근에는 전산유체역학 기법을 이용하여, 익형 성능을 예측하는 연구가 활발히 진행되어 오고 있다^{1,4)}.

본 연구에서는, 축류형 터보기계 익렬내부의 유동해석 전용 프로그램을 개발하고, 이를 천음속 터빈 동익의 공력 특성 해석에 적용하였다. 2차원 압축성 Navier-Stokes 방정식의 해를 구하기 위해 SIMPLE형 알고리즘⁵⁾을 비엇갈림 격자계에 적용하여 유한차분하였고⁶⁾, 확장된 $k-\epsilon$ 모델⁷⁾을 난류 유동장에 적용하였다. Kiock 등이 익렬풍동에서 성능 실험한 VKI 동익⁸⁾을 수치계산의 적용 대상으로 선정하여, 익렬 내부의 유동장 특성, 공력 계수 등을 실험 결과와 비교하였다.

접수일 : 1999년 6월 30일
정희택 : 경상대학교 항공기계공학과
김주섭, 신필용 : 경상대학교 대학원
최범석 : 한국기계연구원 열유체환경시스템연구부

2. 유동방정식 및 수치기법

$$C_1 = 1.15, \quad C_2 = 1.90, \quad C_3 = 0.25$$

2.1 지배방정식

압축성 점성유동에 관한 지배방정식은 연속방정식, 운동량방정식, 에너지방정식, 상대방정식이다. 이를 일반곡률좌표계(General curvilinear coordinate system)로 표현하면⁵⁾,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \frac{\phi}{J}) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\rho U \phi - \frac{\Gamma}{J} D_{\xi\xi} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \frac{\Gamma}{J} D_{\xi\eta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right] \\ + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\rho V \phi - \frac{\Gamma}{J} D_{\eta\eta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right] = S_\phi \end{aligned} \quad (1)$$

여기서

$$U = \frac{1}{J} (u \xi_x + v \xi_y),$$

$$V = \frac{1}{J} (u \eta_x + v \eta_y),$$

$$\phi = \{ 1, u, v, e, k, \varepsilon \}^T$$

이며 S_ϕ 는 Body force와 압력항을 포함한다.

2.2 난류 모델링

난류유동 해석을 위해서는 Boussinesq의 와점성(Eddy viscosity) 가정을 이용한 Two-equation 모델을 사용하였다.

$$-\overline{\rho u_i' u_j'} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (2)$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3)$$

여기서 난류운동에너지 k 와 난류소산율 ε 는 다음의 방정식에서 얻어진다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = \rho(PR - \varepsilon) \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \varepsilon) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) \quad (5)$$

$$= C_1 \frac{\rho \varepsilon}{k} PR - C_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k} + C_3 \frac{\rho}{k} PR^2$$

PR은 난류 운동에너지 생성율을 나타낸다. 확장된 난류모델⁷⁾을 사용하면, 모델상수들은 다음과 같다.

$$C_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 0.80, \quad \sigma_\varepsilon = 1.05, \quad (6)$$

2.3 방정식의 차분화

컴퓨터를 이용하여 비선형 편미분 방정식의 해를 구하기 위해서는 먼저 식 (1)의 지배방정식을 제어체적에 대하여 적분하여 차분화해서 선형화된 대수방정식으로 바꾸어야 하고 이렇게 차분화된 방정식들을 SIMPLE형 알고리즘으로 해를 구한다. 대류항의 모델링에는 정확도를 유지하면서 안정성을 얻기 위하여 2차의 중앙차분+감쇄 (Central differencing plus damping) Scheme을 사용하였다⁶⁾. 4차의 감쇄항 $\nabla^4 \phi$ 는 중앙차분의 고유한 특성으로 나타나는 진동을 감쇄시키기 위해 도입되었다. 압축성유동장에서 대류항에 Higher-order 차분을 적용시키면 충격과 부근에서 진동하는 해가 나타날 수 있다. 유동특성이 급격히 변하는 부분에서는 Jameson 등⁹⁾에 의해 제안된 방법과 유사하게 대류항의 2차 Scheme은 자동적으로 1차의 Upwind scheme으로 바뀌게 된다. 대류항은 Local cell Peclet수에 따라 조정된다. 시간미분항에 대한 차분화는 Implicit 혹은 Crank-Nicholson scheme을 사용하였고 확산항이나 Source항은 중앙차분(Central difference)을 이용하였다.

이상의 과정에는 모두 2차의 정확도를 가지도록 차분화 되었다. 이러한 각항의 차분화를 시킨 제어체적 주위의 격자점에 따르는 항들을 모아 정리하게 되면 지배방정식(1)은 다음의 차분방정식 형태로 변환된다.

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + S_1 \quad (7)$$

여기서

$$S_1 = S + A_P \dot{\phi}_P + A_{NE} \phi_{NE} + A_{NW} \phi_{NW} + A_{SE} \phi_{SE} + A_{SW} \phi_{sw}$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + A_P \quad (8)$$

$$A_P = \rho_P / \Delta t$$

이다. 상첨자 \circ 는 전 Time step에서의 해를 나타낸다.

3. 결과 및 검토

본 연구에서 개발된 전산 시스템의 유용성을 검토하기 위하여 기존의 익렬 풍동 실험 결과와 비

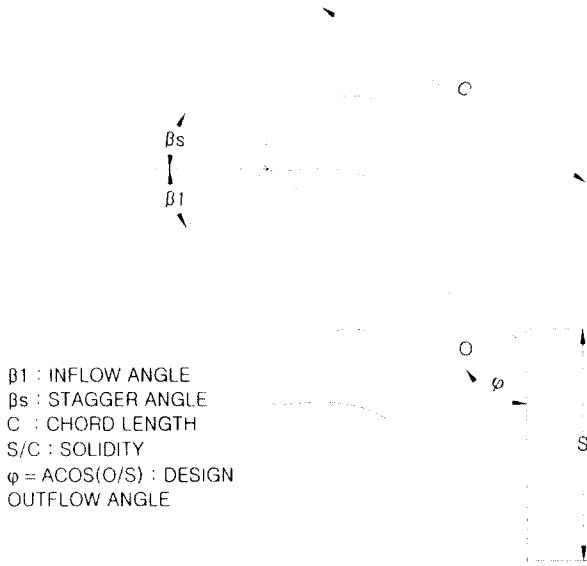


Fig. 1 Cascade notation

교하였다. 수치계산의 모델은 Kiock 등이 유럽의 4개 풍동에서 공동연구 한 VKI선형 익렬인데⁸⁾, 각각의 풍동실험결과는 풍동 시험부의 운전조건과 블레이드 형상에 따라 약간씩 차이를 보인다. 본 연구에서는 DFVLR Goettingen (GO)와 VKI Rhode St. Genese (RG) 연구소의 실험자료를 주로 참고하였다. Fig. 1로 정의되는 익렬의 기하학적인 형상조건은 익렬총실도(s/c)가 0.71, 엇갈림각(stagger angle) 33.3도, 목/피치비 ($\cos^{-1}(o/s)$)는 유동출구각을 고려하여 67.8도로 설계된 캠버각이 큰 터빈 동익 블레이드이다. 설계점의 유동조건은, 입구에서 Mach수가 0.268, 유동각이 30도, Reynolds수가 3.33×10^5 이며, 출구의 isentropic Mach수가 1.001인 천음속 영역이 유지되도록 설계되었다.

유동장 시뮬레이션 인자는 블레이드의 부하비인 출구마하수이다. 이상출구각과 압력비의 관계식은 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{P_{T,1}}{P_2} = \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{2,is}^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (9)$$

본 연구에서는 이상출구마하수 $M_{2,is}$ 가 0.8인 아음속 유동영역에서 1.0의 천음속 유동영역까지 식(9)의 관계식에 의해서 출구정압을 조절하면서 계산을 수행하였다. Fig. 2는 유동해석에 사용된 계산격자점의 상태를 보여주고 있다. 본 연구에서는 터빈 익렬의 기하학적인 형상과 내부유동장 특성을 고려하여 다단블록H-형 격자생성법¹⁰⁾을 사용하

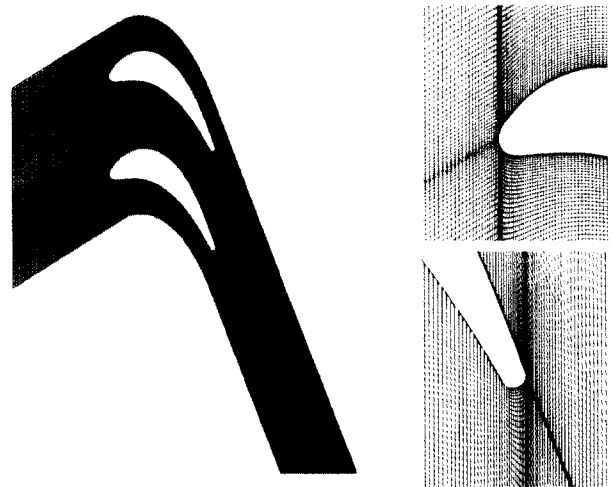


Fig. 2 Computational grids for VKI turbine cascade flowfield simulations

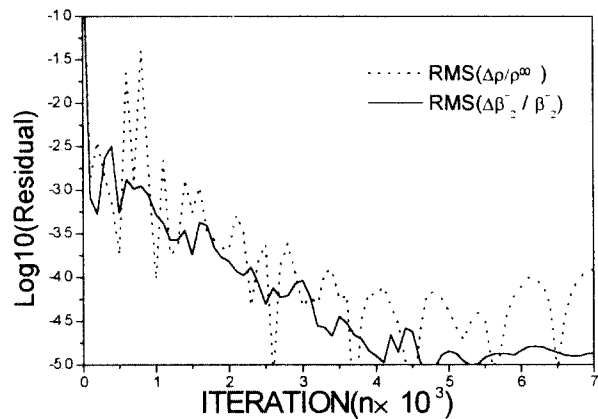


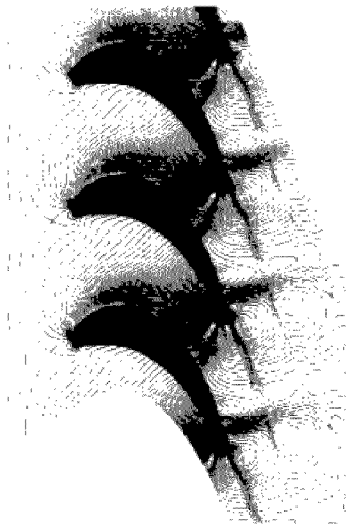
Fig. 3 Convergence histories ($M_{2,is}=0.95$, $NI \times NJ=297 \times 61$)

였다. 유동장의 입구는 축방향 코드길이(C_{ax})의 -1.0 지점(선단점 기준)에 위치하고, 출구는 1.4에 위치(끝단점 기준)하도록 경계영역을 정하였다. 지점에 익렬 표면의 계산격자점은, 가압면과 부압면에 각각 104개, 선단 및 끝단면에 각각 8개의 격자를 분포시켰다. 전체격자 규모는 $NI \times NJ = 297 \times 61$ 이고, 경계층 표면의 첫격자 간격은 $\Delta S_7 = 0.3 \times 10^{-3}$ 로 두어 본연구에서 사용한 난류모델에 적합한 격자간격을 유지하도록 하였다. Fig. 3은 $M_{2,is} = 0.95$ 에서의 평균 밀도와 출구각 변화의 수렴 경로를 나타낸다. 정상상태로 간주한 7000번 반복 후의 물리영역의 변수변화는 0.1%이었다.

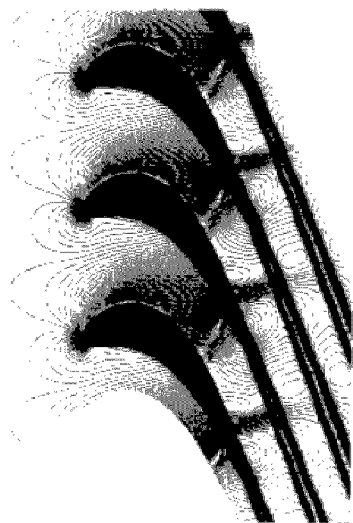
개발된 프로그램의 유용성은, 전형적인 유동장



(a) Experimental schlieren pictures



(b) Numerical density contours



(c) Numerical mach number contours

Fig. 4 Comparison of flowfield properties

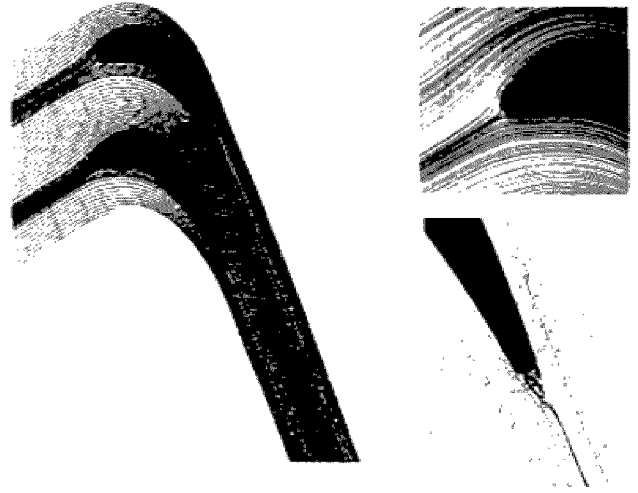


Fig. 5 Instantaneous streamlines inside turbine passages

특성을 실험과 비교함으로써, 확인할 수 있다. 천음속 익렬유동장의 압축성 유동 현상을 관찰하기 위해서, Fig. 4에 설계점에서의 등밀도수, 등mach 분포를 실험에 의한 Schieren사진과 비교하였다. Fig. 4(a)의 등밀도 분포 결과는, 실험결과와 같이 수치결과에는 익렬의 목(throat)부근의 유동현상이 실험과 유사하고, 부압면 꼬리의 충격파가 후류로 발산되는 현상은 잘 나타나 있다. 꼬리에서 발생된 충격파가 인접 익렬의 부압면에 반사되는 현상도 선명하지는 않지만, 실험과 유사한 양상을 보여주고 있다. Mach수의 변화를 보면, 등밀도에서와 유사한 압축성 현상을 예측할 수 있고, 아울러 익렬 후류의 복잡한 점성 유동 형태도 알 수 있다. 충격파 현상을 선명하게 예측하기 위해서는 이 부근에 유동방향의 격자 간격을 조밀하게 유지하면 된다. 따라서, 본 프로그램은 터보 기계 내부의 2차원 압축성 유동 해석에 적합함을 알 수 있다.

내부의 유동 흐름을 설계와 비교함으로써, 유동 해석 코드의 유용성을 검증할 수 있다. 익렬 내부의 유동이 익형을 따라 주유동장이 잘 형성됨을 Fig. 5에서 알 수 있다. 축류형 터보기계 익형 내부의 점성 유동 특성은, 익형 선단의 정체 유동 현상과 익형 끝단의 후류에서 나타난다. Fig. 5(좌상)에서는 선단 부근에서의 유동 정체 현상이 잘 예측되고, 익형 표면을 따라 주유동이 잘 발달됨을 알 수 있다. 터보기계의 익형 끝단은 냉각 및 응력의 고려로 형상이 둥글고, 유동의 가속화에 의한 충격파가 경계층 내부에서 발생하므로 매우 복잡한 유동 특성을 나타낸다. Fig. 5(좌하)에는 이 부분의 유동 형태가 순간유선도로 도시화되어 있다. 익형 끝단 부근에서는, 익형 표면에서 후류로

유동이 박리되고, 복잡한 재순환 영역이 발생한다. 압력면과 부압면의 압력차이로 비대칭적인 후류가 발달된다. 이 부분의 유동장을 보다 정확히 예측하려면, 재순환 유동특성에 적합한 난류 모델의 적용과 계산격자점의 형성이 필요하다.

표면 Mach수 분포가 Fig. 6에 실험결과와 비교되어 있다. 실험결과에 의하면, 부압면의 유동은 익면의 60%까지 가속되고, 이후는 감속된다. 익면의 65% 지점에서 0.98의 유속감소와 기압면 꼬리에서 발생된 충격파가 상호작용하여 경계층 유동에 박리현상이 부압면 후반에 나타난다. 충격파가 발생하는 익렬 꼬리 근처와 경계층을 제외하면, 수치해석결과는 실험과 잘 일치한다. 실험결과에는 표면 Mach수의 극대점이 부압면에서 충격파 발생지역 (꼬리지점 : $x/c = 1.0$)과 경계층과 충격파가 상호작용하는 지점 ($x/c = 0.6$)의 두군데에서 일어난다. 본 유동해석 결과는, 경계층과 충격파가 상호작용하는 지점 ($x/c = 0.6$)에서의 압력 강하가 크고 블레이드 끝단의 압력이 일부에서 급격히 증가, 경계층에서 충격파와 점성 영향이 약간 과장되어 작용한다.

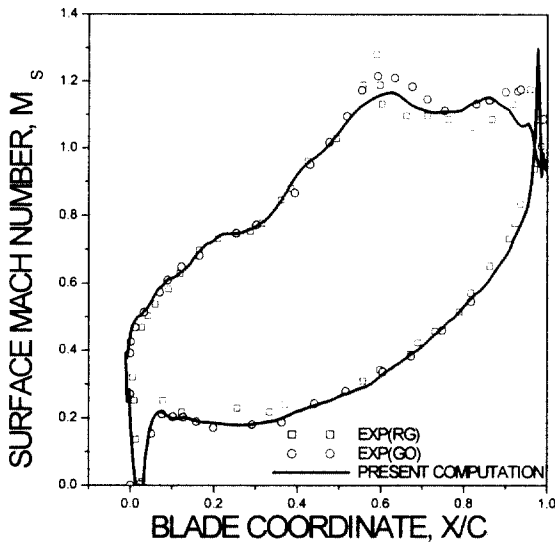


Fig. 6 Surface Mach number distributions ($M_{2,is}=0.95$)

익형 표면의 하중 분포와 더불어, 익형의 주요 공력 특성치는 출구에서의 유동각과 손실계수이다. Table 1에는 $M_{2,is} = 0.95$ 부근에서의 수치결과를 제반 실험치와 비교하였다. 각 실험마다, 익형의 형상, 측정 출구 위치, 출구압 등에 공력성능치가 약간의 차이를 보임을 알 수 있다. 출구 $x/c = 0.4$ 에서의 수치해석의 결과인 출구유동각 67.13도, 손

실계수 0.043은 실험의 오차범위에 속함을 알 수 있다. 출구마하수의 변화에 따른 공력 특성치가 Fig. 7에 실험과 비교되어 있다. 계산결과는 실험결과와 비교할 때 경향과 크기가 잘 일치함을 알 수 있다.

4. 결론

터보기계 익형 내부의 공력해석과 익형 성능 예측을 위해서, SIMPLE형 알고리즘과 2방정식 난류 모델에 근거한 압축성 Navier-Stokes해석 기법을 개발하고, 이를 천음속 터빈 동익에 적용하여 풍동 실험 결과와 비교하였다. 수치결과로 얻어진 익형 표면의 공력하중 분포, 익렬 내부의 압축성 점성 유동장 특성, 출구 유동각 등 주요 공력 특성은 실험 결과와 잘 일치 하였다. 본 연구 결과를 활용하면 익렬 풍동 실험을 대체할 수 있고, 익형 최적 형상 설계를 위한 전산시스템으로 확장할 수 있다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 지정 경상대학교 항공기부품기술연구센터의 지원에 의한 것입니다.

참고문헌

1. Davis, R., et. al., "Cascade Viscous Flow Analysis Using the Navier-Stokes Equations", J. Propulsion and Power, Vol. 3, pp. 406~414, 1987
2. Subramanian, S. and Bozzola, "Numerical Simulation of Three-Dimensional Viscous Flowfields in Turbomachinery Rows Using the Compressible Navier-Stokes Equations", AIAA Paper 87-1314, 1987
3. 정희택, 백제현, "2차원 익렬 유동의 Navier-Sotkes 해석", 대한기계학회 논문집, 16권, pp. 313~324, 1992
4. 최창호, 유정열, " $k-\omega$ 난류모델을 채택한 2차원 천음속 익렬유동의 수치해석", 한국항공우주학회지, 24권, pp. 37~46, 1996
5. Patankar, S., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill, 1980
6. Chen, Y., "Viscous Flow Computations Using a Second-Order Upwind Differencing Scheme", AIAA Paper 88-0417, 1988
7. Chen, Y. and Kim, S., "Computation of

- Turbulent Flows Using an Extended $k-\epsilon$ Turbulent Model", NASA CR-179204, 1987
8. Kiock, R., et.al, "The Transonic Flow Through a Plane Turbine Cascade as Measured in Four European Wind Tunnels", J. Eng. Gas Turb. Power (trans. ASME), Vol. 108, pp. 277-284, 1986
 9. Janeson, A. and Schmidt, W., "Some Recent Developments in Numerical Methods for Transonic Flows", Compt. Methods in Applied Mech. and Eng., Vol. 51, pp. 467~493, 1987
 10. 정희택, "터보기계 익렬유동해석을 위한 다중 블록 격자 형성법", 한국전산유체공학회지, 1권, 1호, pp. 19~25, 1996