

[논문] 태양에너지

Solar Energy

Vol. 19, No. 2, 1999

컴퓨터그래픽을 이용한 일영작도에 관한 연구

구현덕*, 김기세*, 조일식**, 송인춘***

* 충남대학교 건축공학과 박사과정

** 한국에너지기술연구소 선임연구원

*** 충남대학교 건축공학과 교수

A Study on the Computer Graphic Protraction on the Solar Shadow Mask

H. D. Ku^{*}, K. S. Kim^{*}, Y. S. Cho^{**}, I. C. Song^{***}

* *Chung-Nam National Univ. Graduate.*

** *Korea Institute of Energy Research.*

*** *Department of Architectural Engineering Chung-Nam National Univ.*

ABSTRACT

For determining solar benefit hour are two different methods required as a direct calculation which is more accurate but too slow, and a computer graphic protraction which is less accurate but too fast. To have the later accurate, the hour to hour interpolation is used to provide less visual deviation. With directly pointing the solar location into the screen coordinate the waldram projection and stereographic projection which needs the number of fast algorithms to calculate the coordinates of the sun path and building configuration casting to the space are applied.

1. 서론

1.1 연구배경

최근 일조권에 대한 인식의 변화로 일조의 평가에 대한 문제가 사회적 이슈로 등장하고 있는 가운데 일영작도 방법으로, 정확성은 높으나 시간이 오래 소요되는 직접 계산방식과 정확도는 떨어지지만 속도가 빠른 컴퓨터그래픽 방식의 상이한 2가지 방법이 있다.

이에 본 연구에서는 Waldram Projection의 경우 태양의 위치를 직접 입력하는 방법을, Stereographic Projection의 경우 도학적인 방법을 사용하기로 하고, 이 때 공간상의 태양경로와 건물형상에 대한 좌표를 빠르게 처리할 수 있는 계산식들이 요구되므로 본 연구에서는 정밀하고 빠른 컴퓨터 그래픽 일영작도 계산식을 개발하고자 한다.

1.2 연구내용

본 연구과정은 Fig. 1 처럼 태양의 위치를 Waldram과 Stereographic projection으로 표현하기 위하여 태양의 위치를 방위각(x)과 고도각(y)의 좌표상에 표시하게 된다. Waldram의 경우 계산된 방위각과 고도각을 x, y의 직교 좌표상에, Stereographic projection의 경우는 극사영태양계 적도로 작도하게 되는데, 일정크기의 반지름이 되는 원을 그려 360°를 일정각으로 분할하여 방위각으로 표시한다.

건물의 형상은 단위형상으로 분할하여 좌표입력을 단순하게 표현하도록 하였으며, 이를 Waldram에 작도하기 위해서는 직교좌표를 사용하게 되고, Stereographic projection의 경우는 직선부와 곡선부로 구분하여 좌표를 계산하게 된다. 이와 같이 처리된 결과는 화면으로 출력하게 되며, 시각적으로 일조수혜시간을 결정하게 되는데, 실외에서 실시한 모형실험을 통해 그 정확성을 검증하였다.

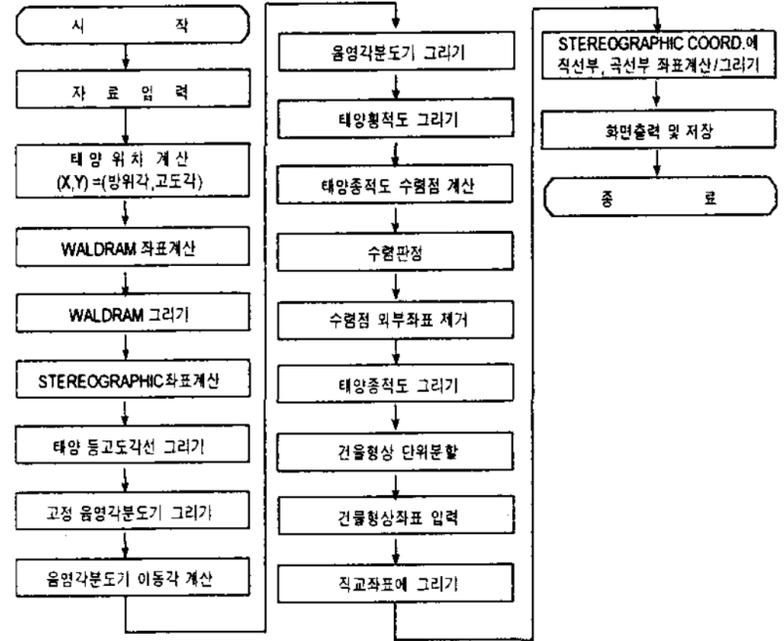


Fig. 1. 연구흐름도

2. 태양위치계산

분 단위로 계산하기 위하여 일적위, 태양일출몰 시간, 태양시각은 계산식(1)~(7)을 이용한다.

1) 일적위(δ , Solar Declination)¹⁾

태양이 황도를 따라 년중 이동하면서 지구의 적도와 이루는 각으로 계산식(1)로 구한다.

$$\delta = 23.45 \sin\left(\frac{di + \frac{t_i}{24} + 284}{365} \times 360\right) \quad (1)$$

2) 태양시각(ω , Solar Hour Angle)

태양시각은 지구가 자전하는데 걸리는 시간을 각도로 변환시킨 것으로 계산식 (2)로 구한다.

$$\omega = -15(12 - t_i) \quad (2)$$

1) di 는 년 중 총 일수의 합이며, 1~365이 된다. 1989년 ASHRAE HANDBOOK FUNDAMENTALS, p26.27에 소개된 시단위 계산함수식을, 계산식(1)~(7)에서 분단위 계산함수로 수정하였다. 이때, $t_i = t_{i-1} + \frac{0.1t_i}{3600}$ 로 표현할 수 있다.

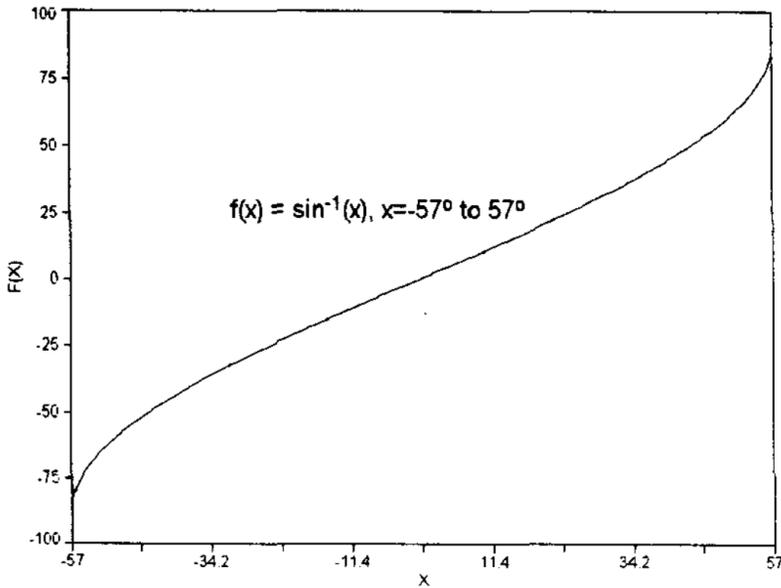


Fig. 2. Sin^{-1} 함수곡선

3) 태양고도각(α , Solar Altitude Angle)

계산식(1),(2)를 계산한 후 그 값을 계산식(3)에 대입하면, 분단위에 따른 태양고도각을 구할 수 있다. (φ : 건물위도)

$$\alpha = \sin^{-1}(\cos \varphi \cos \delta \cos \omega + \sin \varphi \sin \delta) \quad (3)$$

4) 태양방위각(ϕ , Solar Azimuth)

계산식(4)에서 태양방위각은 $\text{Sin}^{-1}(x)$ 함수로서 x값은 -57° 에서 $+57^\circ$ 범위만을 만족하게 되며, y 값 역시 -90° 에서 $+90^\circ$ 의 범위를 가지게 된다 (Fig. 2).

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{\sin \delta \sin \alpha - \sin \delta}{\cos \delta \cos \alpha}\right) \quad (4)$$

즉, 태양방위각은 12시까지는 -180° 에서 0° 으로 증가되어야 하고 오후에는 반대로 증가해야 한다 (Fig. 3의 실선). 그러나 실제 계산결과는 오전중에 0° 에서 -90° 까지 감소하다가 다시 -90° 에서 0° 으로 증가하게 된다(Fig. 3의 점선). 따라서 초기 감소상태에 있는 값에 대하여 -180° 에서 -90° 범위 값으로 변환시켜주는 수정식이 필요하다 (Table 1). 또한 태양방위각의 부호는 태양시각과 동일하게 오전은 (-)로 오후는(+)로 표시하며, 태양시를 기준으로 정오는 0° 이 된다.

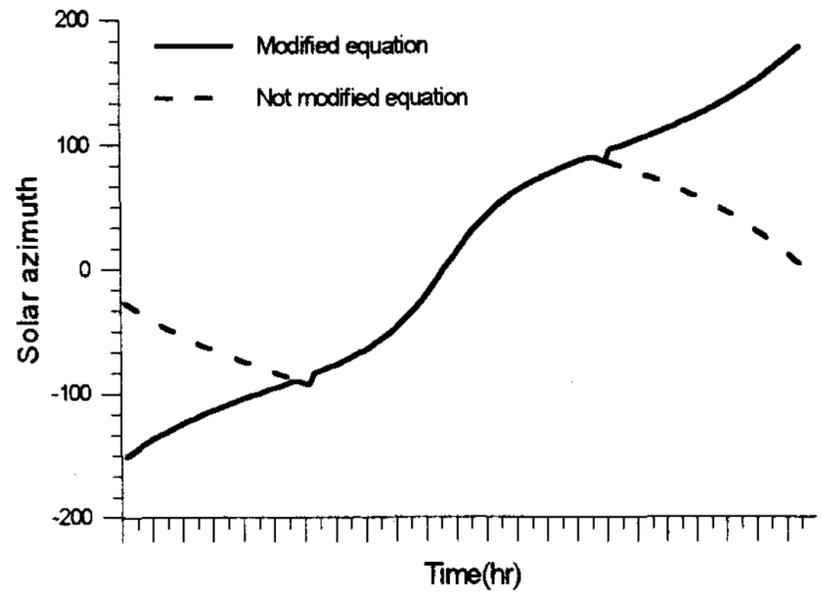


Fig. 3. 태양방위각 곡선(8/21일, 위도:36.18°)

Table 1. 태양방위각 수정조건 및 계산식

조건식(1)	조건식(2)	수정방위각
$t_i < 12$	$t_i = 1$	$-180 - \phi_i$
	$\phi_i > \phi_{i-1}$	ϕ_i
	$\phi_i \leq \phi_{i-1}$	$-180 - \phi_i$
$t_i = 12$	-	ϕ_i
$t_i > 12$	$t_i = 13$	ϕ_i
	$\phi_i > \phi_{i-1}$	ϕ_i
	$\phi_i \leq \phi_{i-1}$	$180 - \phi_i$

5) 태양일출몰시간

태양일출몰시간은 태양의 고도각이 0° 가 되는 태양시각을 역으로 계산하여 구할 수 있으며, 계산식(5)는 일출시간(T_{est}), 계산식(6)은 일몰시간(T_{let}), 계산식(7)는 일사수해시간(T_{day})에 대한 것이다. 이때, φ 는 위도(Latitude)를 표시한다.

$$T_{est} = 12 - \left(\frac{24}{360} \times \cos^{-1}(-\tan \varphi \tan \delta)\right) \quad (5)$$

$$T_{let} = 12 + \left(\frac{24}{360} \times \cos^{-1}(-\tan \varphi \tan \delta)\right) \quad (6)$$

$$T_{day} = T_{let} - T_{est} \quad (7)$$

3. 컴퓨터 그래픽 작도방법

컴퓨터그래픽으로 처리하는 경우 Waldram projection과 Stereographic projection의 2가지 방법이 적용될 수 있으며, 본 연구에서는 일영도의 좌표계를 결정하고 이에 따른 처리방법으로 수평일영도에서 음영각분도기의 이동좌표처리(계산식 11), 태양횡적도 좌표처리(계산식 12,13,14), 태양종적도 좌표처리(계산식 15,16,17,18), 태양종적도 수렴좌표처리(계산식 19,20,21)방법을 개발하였다.

3.1 수직일영도

수직일영도의 방위각 및 고도각을 각각 x, y축의 직교분할각으로 표시한 좌표계를 사용하였다. 방위각은 x축에 표시하되 그 크기는 -180° 에서 $+180^\circ$, y축은 0° 에서 90° 으로 하였다.

3.2 수평일영도

1) 태양등고도각선 좌표계산 및 작도

Fig. 5는 관측자에서 일정한 크기의 반지름 r의 크기를 갖는 원상에 계산식(8)을 이용하여 태양고도의 원을 작도하게 된다.(H=태양고도각)

$$R = r \times \frac{\cos(H)}{1 + \sin(H)} \quad (8)$$

2) 고정 음영각분도기 좌표계산 및 작도

음영각분도기(SAP, Shading Angle Protractor)는 태양고도각을 표시하는 동심원 위에 겹쳐, 표시할 수 있으며, 이는 태양궤적상에 음영이 발생하는 시기를 결정하는데 사용할 수 있다.

이때 음영각 분도기상의 각도는 동심원상의 각도와 서로 일치하는지를 확인하여야 한다. 계산식(9)³⁾, (10)⁴⁾에 의하여 음영각 분도를 표시할 수 있다.

2), 3), 4) 이경희, 건축환경계획, 문운당, 서울, 1996. 1

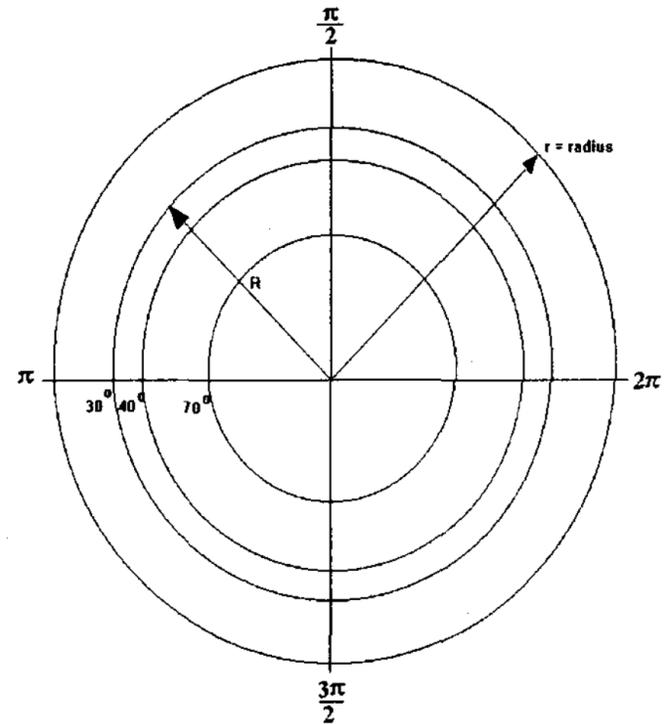


Fig. 4. 태양등고도각 좌표

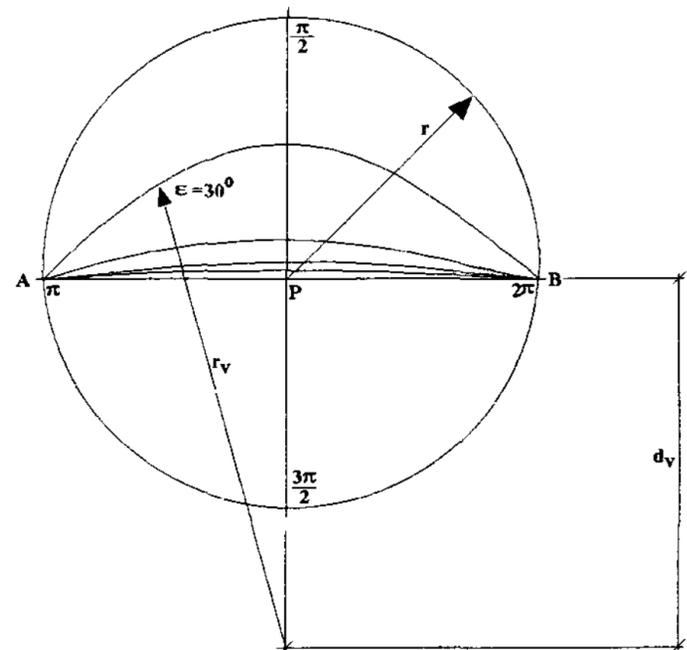


Fig. 5. 고정음영각분도기의 중심점과 반지름

$$r_v = \frac{r}{\cos(\epsilon)} \quad (9)$$

$$d_v = r \times \tan(\epsilon) \quad (10)$$

3) 음영각분도기 이동좌표계산 및 작도

Fig. 5, 6은 음영분도기의 전형적인 작도이며, 여기서 건물의 표면방위각은 정북쪽을 향하게 된다. 그러나 수작업에 의한 작도방법과는 달리, 이들을 컴퓨터 화면에 표시하기 위해서는 음영각이

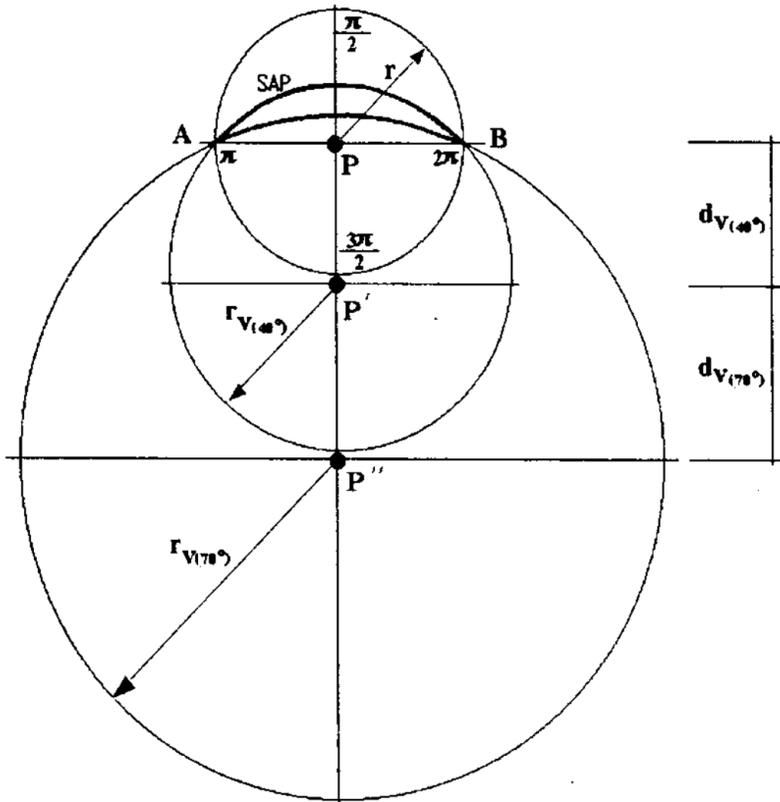


Fig. 6. 고정음영각분도기좌표

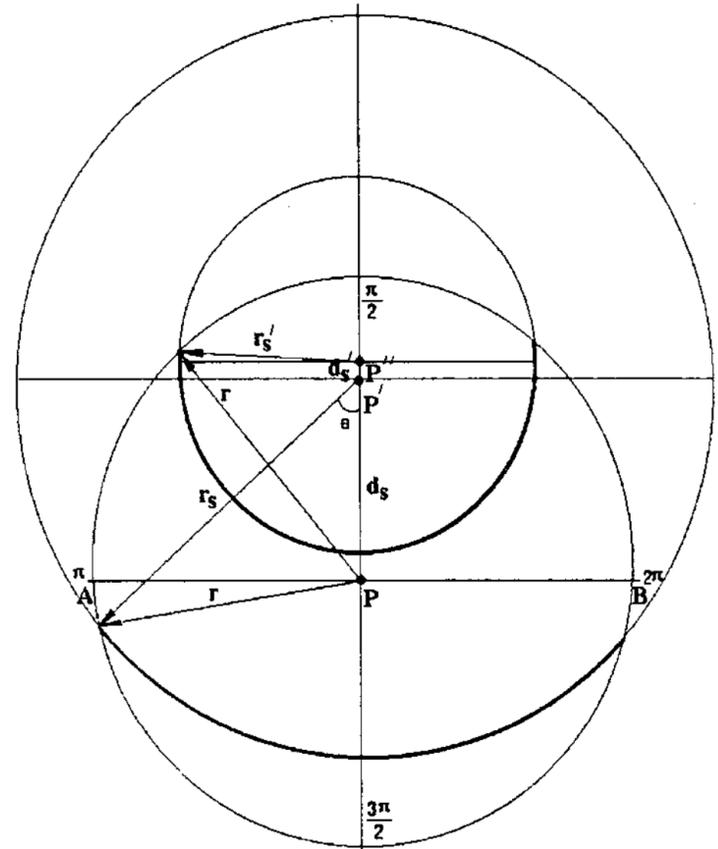


Fig. 8. 태양횡적도의 좌표

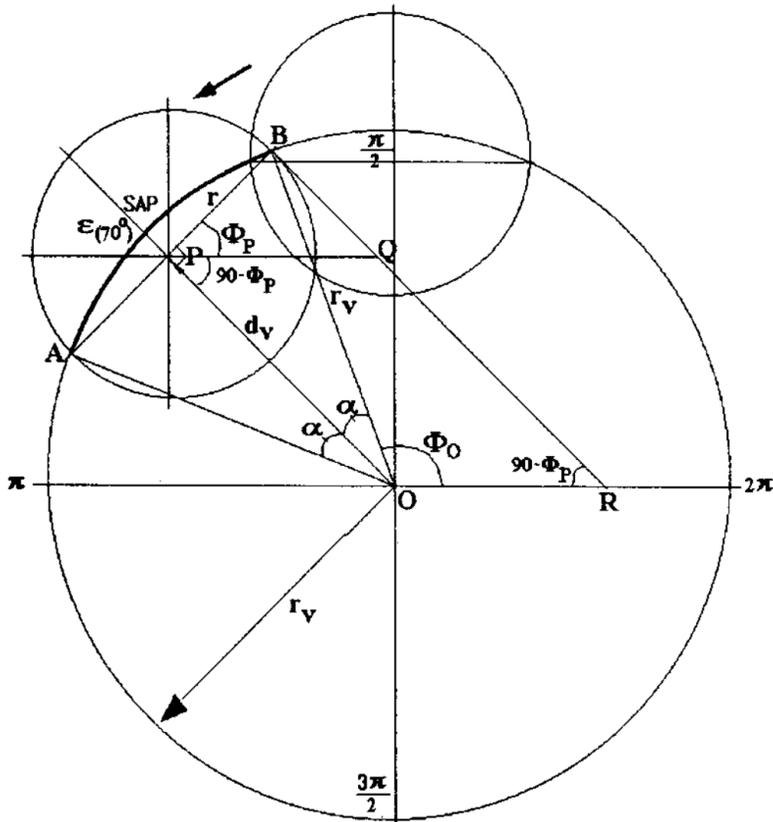


Fig. 7. 고정음영각분도기의 이동좌표

건물의 방위(Orientation) 또는 건물표면방위각 (Building Surface Azimuth)에 따라 변화한다는 점을 고려하여야 한다.

Fig. 8은 건물표면방위각의 변화에 따른 음영 분도기 시작점의 각과 끝점의 각을 계산하여 어떤 방위각에서도 작도가 가능하게 하였다. 즉

Fig. 7에서 보는 것과 마찬가지로, $\square OPQR$ 에서 계산식(11)을 구할 수 있으며 이 때, 시작점(B)의 각과 끝점의 각(A)을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \cos(\alpha) &= \frac{d_v}{r_v} \\ \alpha &= \cos^{-1}\left(\frac{d_v}{r_v}\right) \\ (\alpha + \phi_o) + 90^\circ - \phi_p &= 180^\circ \quad (11) \\ \phi_o &= 90^\circ + \phi_p - \alpha \end{aligned}$$

시작점(B)의 각은 계산식(4)의 ϕ_o 이며, 끝점의 각(A)은 $\phi_o + 2\alpha$ 가 된다. 즉 음영각은 B에서 A까지의 원호가 된다.

4) 태양횡적도 좌표계산 및 작도

태양궤적은 태양의 위치를 표시하는 태양방위 각과 태양고도각이라는 2가지 변인에 의하여 평면상의 원내부에 표시되어진다. 이 때 태양이 월 별로 움직이는 위치를 추적하여 선으로 표시하면

(20)을 이용하여 구할 수 있다.

$$C_{rr} = \sqrt{d_h^2 + (d_s + d_t)^2}$$

$$\theta_{o'''} = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{d_h}{d_s + d_t}\right)$$

$$\theta_{o''} = \text{Cos}^{-1}\left(\frac{r_h^2 + C_{rr}^2 - r_s^2}{2r_h + C_{rr}}\right) \quad (20)$$

$$\theta_{o''} = \frac{\pi}{2} - (\theta_{o''} + \theta_{o'''})$$

$$\Delta x' = \text{Cos}(\theta_{o'}) \times r_h - d_h$$

$$T_{(x,y)} = V_{(x-\Delta x', y)}$$

궁극적으로 점 T는 컴퓨터 화면상에 표현할 필요가 없는 좌표이다. 단지 점 T는 다음의 조건을 위한 기준점으로 사용할 수 있다.

If, $T_{(x,)} < W_{(x,)}$

or, $T_{(x,)} = S_{(x,)}$

$$C_r = \sqrt{d_h^2 + d_t^2}$$

$$\theta_o = \text{Cos}^{-1}\left(\frac{r_h^2 + C_r^2 - r^2}{2r_h C_r}\right)$$

$$\Delta x'' = \text{Cos}(\theta_o + \theta_{o'}) \times r_h - d_h \quad (21)$$

$$S_{(x,)} = V_{(x-\Delta x'',)}$$

이것은 점 T가 반지름 r의 원호상의 점 S로 표현되어야 한다는 것을 의미하는 것이다. 그러므로 조건식은 계산식(20)에서 구해진 점 T의 X좌표값이 계산식(19)에서 구해진 점 W의 X좌표값과 비교하여 점 S로 표현할 것인지를 결정하게 된다. 이는 계산식(21)에 의하여 구해질 수 있다

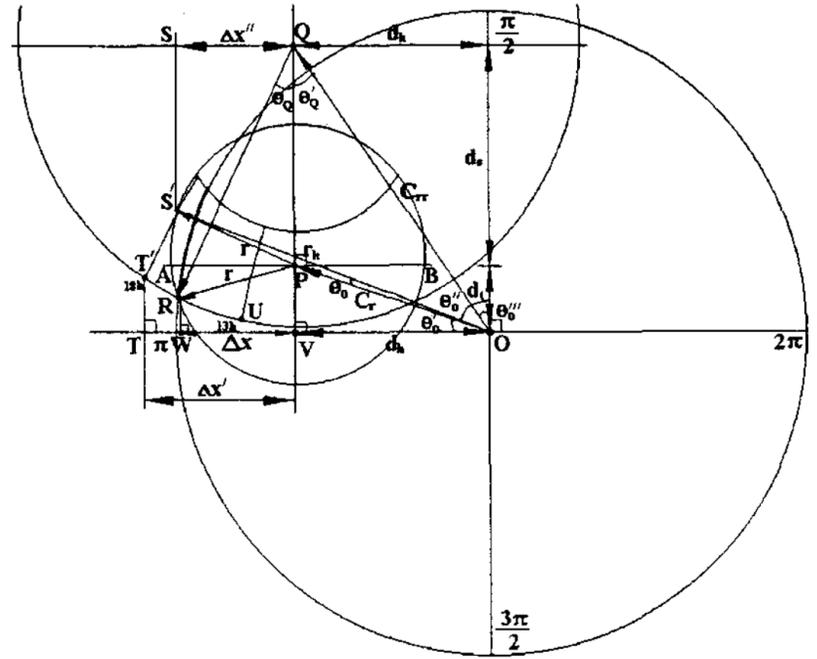


Fig. 10. 수렴점(R)과 태양중적도의 X좌표(T)

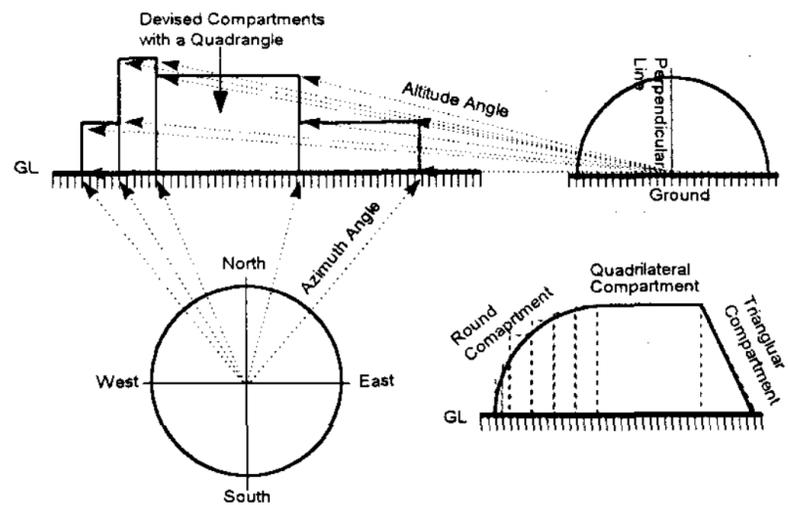


Fig. 11. 건물형상 분할 및 형상별 방위각과 고도각

3.3. 건물형상처리

건물의 형상은 Fig. 11에와 같이 방위각과 고도각을 x, y로 하여 입력하게 된다. 본 연구에서는 3차원이 아닌 2차원으로 입력하였다. 3차원은 관측점을 이동시켜 볼 수 있다는 장점이 있으나, 관측점이 건물에 가까울수록 투시도 상에 왜곡이 생기는 단점이 있다. 2차원 입력은 입력과정이 빠르고, 단위형상에 대한 수정 및 결과고찰이 쉽고, 왜곡현상을 최소화 할 수 있다는 장점이 있다.

1) 건물형상분할 및 입력방법

건물의 형상은 4각형을 기본단위형상으로 규정하여 모든 형상을 구성하도록 하였다. 곡면부의

처리는 미세 사각형의 단위로 분할하였다.

2) 수직일영도에서의 좌표계산

수평방위각과 수직고도각의 직교좌표계를 사용하고 있다. 여기서의 직교좌표계는 x, y 축이 서로 90°의 각도로 교차하는 것이다. 좌표계산은 정남향을 화면의 중앙에 배치하고, 좌측은 동쪽에서 북쪽으로, 우측은 서쪽에서 북쪽으로 표시하였다.

3) 수평일영도에서의 좌표계산

직교좌표계와는 달리 3차원 입체 반천공(Half hemisphere)을 2차원 평면으로 변환시킨 좌표계를 사용한다. 직교좌표계에서의 직선으로 표시된 부분이 수평일영도에서는 곡면으로 처리해야 한다. 곡면으로 처리될 경우 Fig. 12에서 처럼, 각 꼭지점간의 거리를 화면상의 단위픽셀 이하로 분할한 미소거리(ΔX)로 나누어 각 미소분할지점을 서로 연결하게 된다.

계산식(22)는 점A와 점D를 연결하는 선분을 수평좌표계에 표시하기 위하여 변환된 좌표값(O_x, O_y)으로 건물꼭지점간의 미세분할된 지점에서의 수평방위각과 수직고도각이 된다. 여기서 구해진 O_y를 계산식(23)에 대입한 후, 구해짐 값을 좌표조건에 따라 Table 2에 대입하여 계산할 수

Table 2. 수평좌표계의 표시 계산식(P_x, P_y = 원 중심)

조 건	1사분면	2사분면	3사분면	4사분면
-180 ≤ O _x < -90	X = P _x + O _x Cos θ ₁ Y = P _y + O _x Sin θ ₁			
-90 ≤ O _x < 0				X = P _x - O _x Sin θ ₄ Y = P _y + O _x Cos θ ₄
0 ≤ O _x < 90			X = P _x - O _x Sin θ ₃ Y = P _y + O _x Cos θ ₃	
90 ≤ O _x < 180		X = P _x - O _x Cos θ ₂ Y = P _y - O _x Sin θ ₂		

여기서, θ₁ = O_x + 90, θ₂ = O_x, θ₃ = O_x, θ₄ = O_x - 90 (°)

있다.

$$N = \frac{|X_{n+1} - X_n|}{\Delta X}$$

$$O_X = X_n + \frac{|X_{n+1} - X_n|}{N} \times n \tag{22}$$

$$O_Y = Y_n - \frac{Y_n - Y_{n+1}}{X_{n+1} - X_n} \times n$$

$$n = 1, 2, 3, 4, \dots, n-1, n$$

$$f(x) = \int_{H_1}^{H_2} R \times \frac{\cos O_Y}{1 + \sin O_Y} dH \tag{23}$$

$$O_L = f(x), n$$

4. 검 증

축소모형실험(Scale Down Model Test)을 통해서 처리결과 신뢰성을 확인하기 위하여 시간별 음영위치를 기록한 후 태양고도각, 방위각, 일영시간을 검증하였다. 그 내용은 Waldram과 Stereography에 의하여 처리된 2 Projection의 결과 및 일조수해와 음영발생시간에 대한 결과가 서로 일치하는지를 확인하고, 축소모형실험결과(고도각, 방위각)와 서로 일치하는지를 확인하는 것이다. 측정일은 1997년 2월 27일 10:00시에서 14:00까지로 하였으며, 실외온도 13°C의 쾌청한

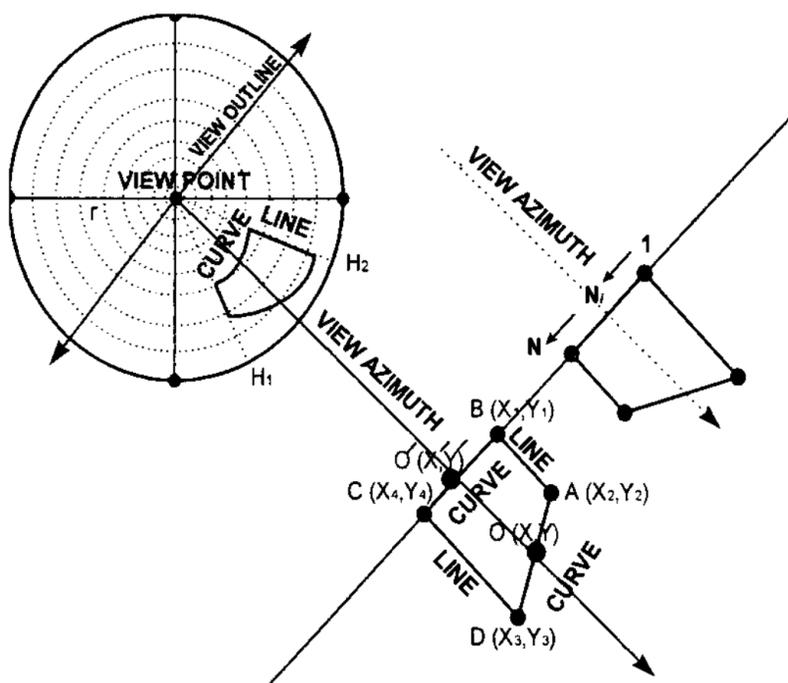


Fig. 12. 건물의 형상과 수평좌표계의 표시

날씨였다.

건물의 형상은 Fig. 13과 같다. 관찰점을 중심으로 축소모형을 좌우로 구분할 수 있으며, 각 분할된 단위모형을 4개씩 나누어 총 8개(Fig. 14)의 좌표값을 구성하게 된다. Table 3은 꼭지점의 좌표를 방위각과 고도각으로 표시한 것이다. Fig. 15은 측정장치에 대한 설치방법이며, Fig. 16은

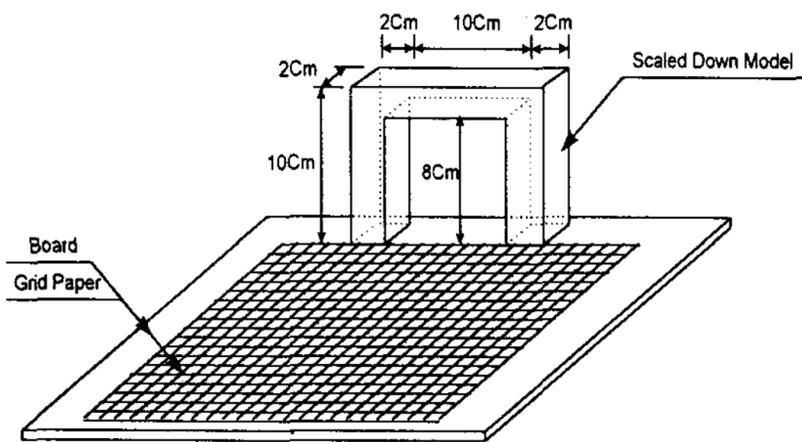


Fig. 13. 축소모델의 형상조건

번호	단위형상	단위형상	번호
1			5
2			6
3			7
4			8

Fig. 14. 축소모형의 단위형상

Table 3. 축소모형의 단위형상별 입력좌표

단위 형상	꼭 지 점							
	B		A		D		C	
	x	y	x	y	x	y	x	y
1	-41.19	00.00	-28.66	43.25	-21.33	46.67	-32.01	00.00
2	-32.01	00.00	-23.84	40.30	-21.33	35.59	-26.57	00.00
3	-23.84	40.30	-21.33	46.67	00.00	51.34	00.00	45.00
4	-21.33	35.59	-23.84	40.30	00.00	45.00	00.00	38.66
5	00.00	38.66	00.00	45.00	23.84	40.30	21.33	35.59
6	00.00	45.00	00.00	51.34	21.33	46.67	23.84	40.30
7	26.57	00.00	21.33	35.59	23.84	40.30	32.01	00.00
8	32.01	00.00	21.33	46.67	28.66	43.25	41.19	00.00

측정절차를 나타내는 것이다.

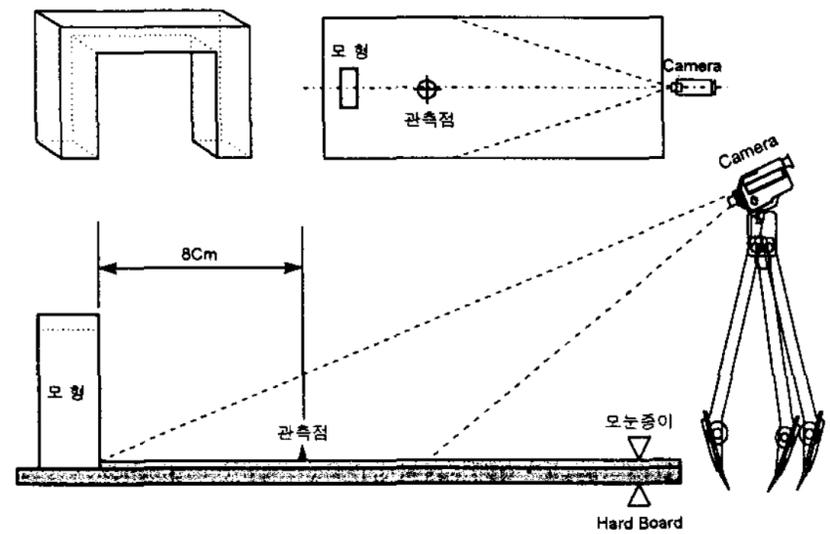


Fig. 15. 측정장치설치도

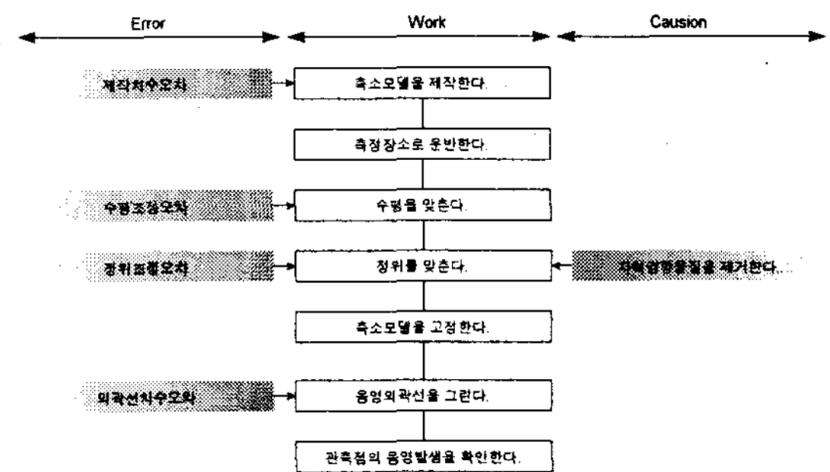


Fig. 16. 예상 발생오차, 측정절차, 주의사항

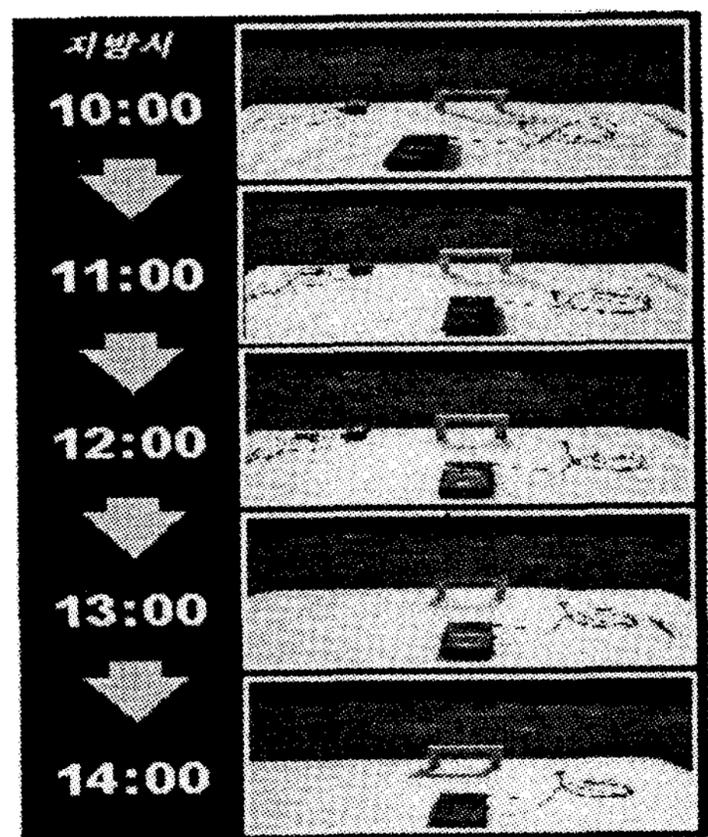


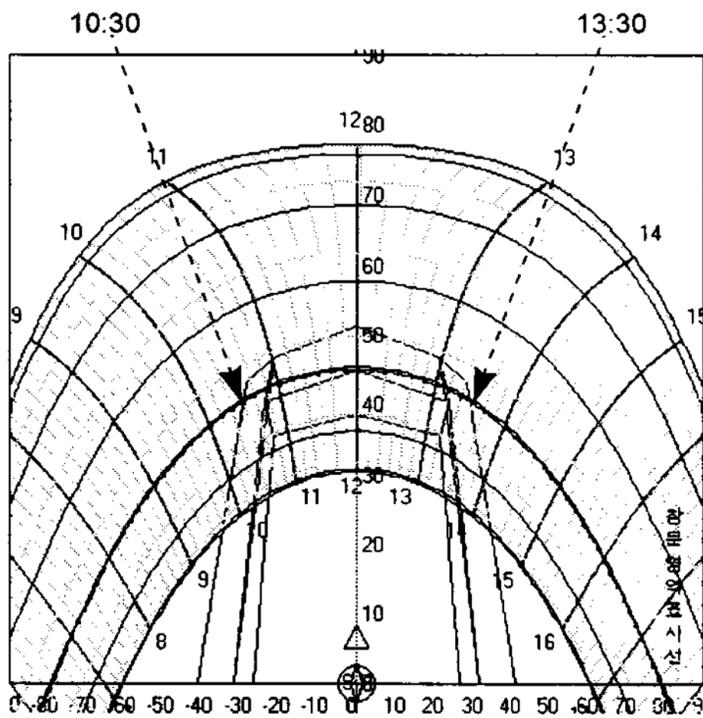
Fig. 17. 시간별 음영의 위치

Fig. 17은 시간별 음영발생의 변화를 보여주는 것으로 10:00~14:00시간 동안 촬영한 그림이다.

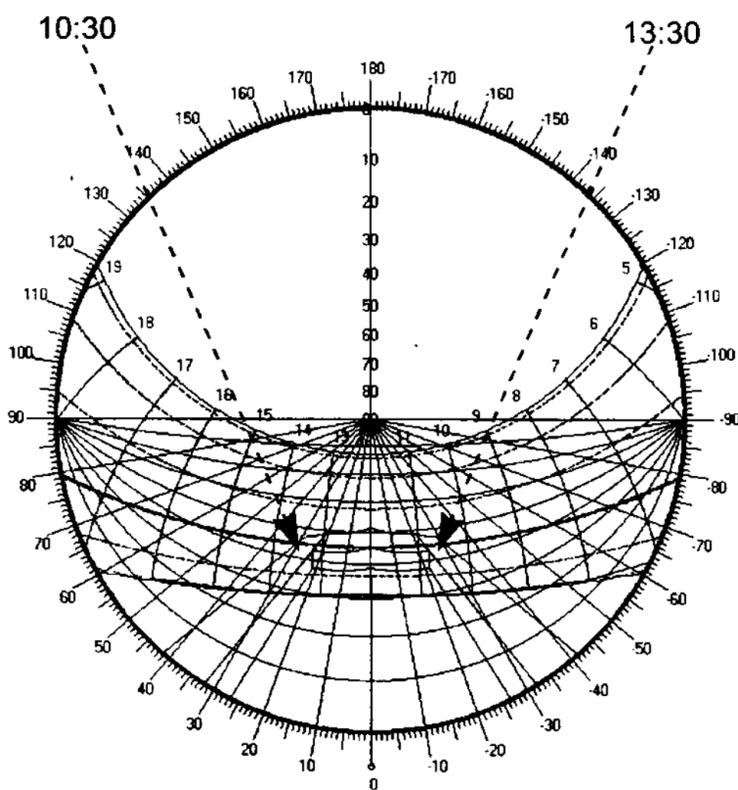
4.1 2 Projection의 결과비교

2 Projection은 서로 동일한 음영발생시간을 보여주고 있다.

또한 건물의 위치와 태양의 위치가 그래픽의



(a) Waldram Projection



(b) Stereographic Projection

Fig. 18. 일영발생시간 및 일조수혜시간

Table 4. 계산 및 측정결과의 음영발생시간 비교

구 분	계산결과	측정결과	최대오차
태 양 시	10:30~13:30	10:23~13:24	9분
지 방 시	11:13~14:13	11:06~14:07	
오차원인	계산시간중분 : 10분(Round off) 4 측정오차		
검증범위	태양시, 지방시, 태양방위각, 태양고도각		

각 좌표점에서 서로 일치하고 있어 처리결과의 정확성을 입증하고 있다.

4.2 음영발생시간 비교

계산된 음영발생시간과 축소모형실험에서 측정된 일조수혜시간과는 6~7분 정도의 차이를 보이고 있다. 그 이유는 축소모형실험에서 4가지의 오차원인이 있었기 때문으로 판단된다. 즉, ①모형 제작치수오차, ②평판수평조정오차, ③정위조정오차, ④음영외곽선 작도오차. 그 외에 Computer Simulation을 할 때, 계산시간을 10분 단위로 하여, 자리버림(Round Off)에 의한 계산오차도 동시에 발생하였다.

4.3 태양고도 및 방위각 비교

태양고도와 방위각의 경우 계산결과와 측정결과의 차이가 거의 없는 것으로 나타났다. Fig. 19과 Fig. 20은 각 각에 대한 계산값과 측정값의 비교를 보여주고 있다.

Table 5. 태양고도각과 태양방위각의 측정 및 계산 비교

시간	측정결과		계산결과	
	태양방위각	태양고도각	태양방위각	태양고도각
10:00	-38.09	37.12	-37.32	35.50
11:00	-20.33	42.90	-19.86	41.22
12:00	0	45.01	0	43.28
13:00	20.39	43.11	19.86	41.22
14:00	38.07	37.15	37.32	35.50

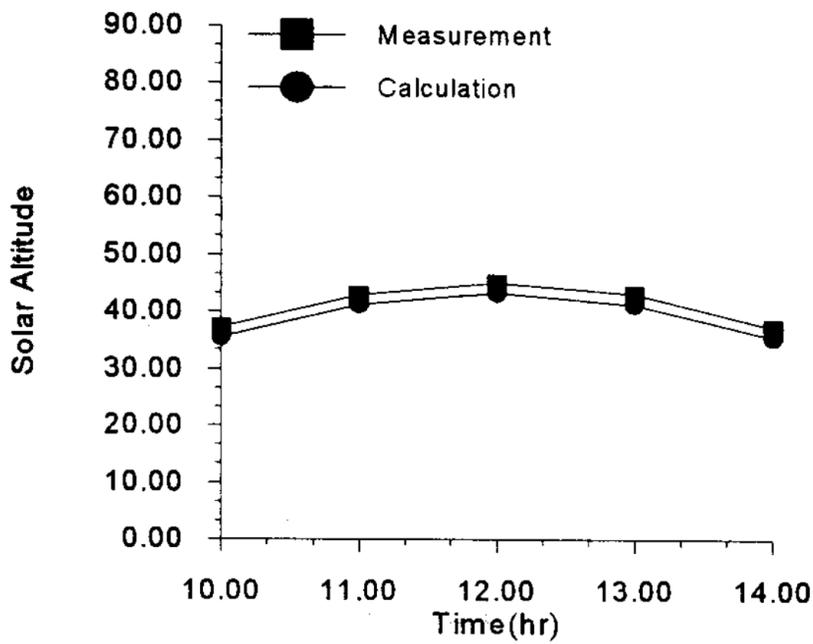


Fig. 19. 태양방위각 비교

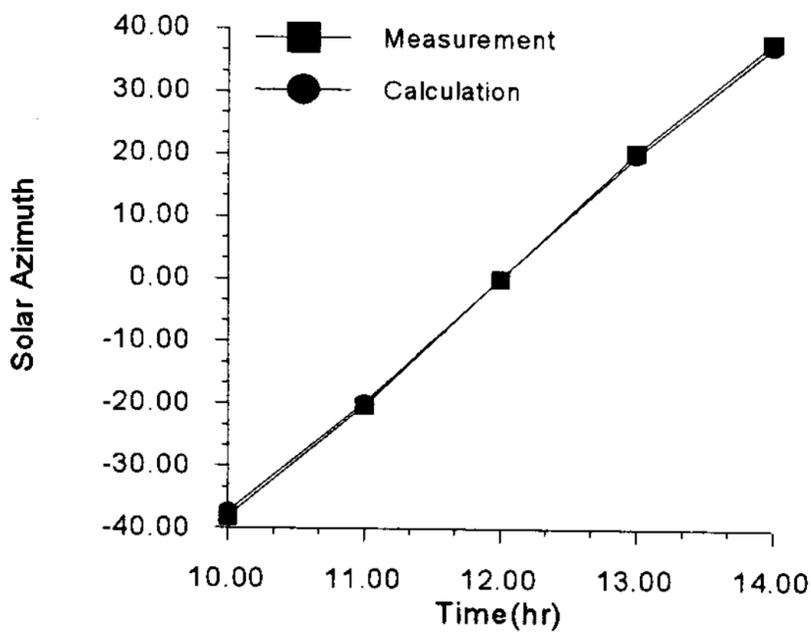


Fig. 20. 태양고도각 비교

Table 5에서는 태양고도값과 태양방위각에 대하여 10시부터 14시까지의 계산결과와 측정결과의 값을 보여주고 있다.

5. 결론

본 연구를 통해, 컴퓨터 일영작도를 위한 계산식과 장애물에 의한 처리방법 등을 개발하였으며 그 결과로는,

가. 분단위의 계산처리식에 의한 태양위치(방위

각,고도각)을 계산할 수 있도록 수정하였으며(주1과 관련 계산식),

나. 일영도의 좌표계를 결정하고 이에 따른 처리방법을 개발하였다 : 수평일영도에서 음영각분도기의 이동좌표처리(계산식 11), 태양횡적도 좌표처리(계산식 12,13,14), 태양종적도 좌표처리(계산식 15,16,17,18), 태양종적도 수렴좌표처리(계산식 19,20,21)

다. 3차원 형상을 2차원 건물형상처리로 변환시켜 이에 대한 수평일영도에서의 좌표처리(계산식 22,23, Table 2)방법을 개발하였다.

이상에서 구해진 계산방법을 적용한 결과 처리속도가 크게 향상되었으며, 그 결과가 만족한 것으로 나타났다. 따라서 본 연구결과를 일조권평가를 위한 도구로서의 활용을 제안하고자 한다.

참 고 문 헌

1. 한국태양에너지학회, 태양에너지핸드북, 1판, 태림문화사, 서울, pp.254~255, 1991, 6, 10.
2. 이정호, 일조일사환경평가를 위한 프로그램 「해바라기」 개발, 대한건축학회학술발표논문집, 서울, p.195, 1996, 4, 27.
3. 동력자원부, 상업용 건물의 자연채광설계기법 개발에 관한 연구, 서울, pp.55~84, 1991, 2.
4. 김태부의 6, 공업수학, 5판, 청문각, 서울, 1991, 1, 10.
5. 이경희, 건축환경계획, 문운당, 서울, 1996, 2.
6. Narendra K. Bansal, Passive building design, A handbook of natural climatic control, pp27~36, 1994.