

상수형 고장률 관리도

이재만¹ · 차영준² · 홍연웅³

요약

상수형 고장률을 갖는 시스템에 대하여 일정한 구간별로 비복원(복원)으로 시스템의 고장여부를 관찰하여 얻은 수명자료를 이용한 시스템 고장률 관리도를 제안하고 OC곡선(operating-characteristic curve)을 이용하여 제안된 관리도의 성능을 고찰하였다.

주제어: 상수형 고장률, 관리도, OC곡선

1. 서론

컴퓨터, 발전시스템, 통신시스템, 측정시스템 등의 노화에 따른 성능 변화를 정량적으로 측정할 수 있는 척도 중에 하나가 고장률이다. 고장률은 t 시각 현재 작동된다는 조건하에 시스템의 단위시간당 고장확률로 정의되는 가동시간 t 의 함수로 시스템성능의 분석을 가능하게 해준다. 일반적으로 시스템의 고장률은 가동시간에 따라 고장률이 감소하는 초기고장기간, 고장률의 증감이 거의 없는 우발고장기간, 마지막으로 고장률이 증가하는 마모고장기간을 거치는 욱조곡선의 형태를 띄는 경우가 많다(정해성 등, 1999).

생산된 시스템은 판매나 초기사용에 앞서 일정기간을 시험 가동시켜 초기고장기간의 높은 고장률을 일정수준으로 낮추어 주는 번인(burn-in) 과정을 거치는 경우가 있다. 이렇게 안정된 고장률은 마모고장기간에 이르기까지 증감이 거의 없는 상태를 유지하게 된다. 이렇게 고장률이 일정수준 이하로 유지되는 기간을 시스템의 내용수명기간으로 볼 수 있다. 내용수명기간을 대체로 우발고장기간으로 이루어진다고 할 수 있다. 따라서 시스템의 고장률관리는 시스템의 보전정책에 중요한 정보를 제공해줄 수 있다.

그러나 고장률관리를 위한 자료가 수명자료인 까닭으로 야기되는 시간적인 제약 때문에 고장률 관리기법에 대한 연구는 거의 이루어지지 않고 있는 실정이다. 이러한 문제는 여러 가지 형태의 관측 중단 하에서 수집되는 불완전한 수명 자료를 이용한 고장률 추정방법을 이용하면 해결할 수 있을 것이다.

¹(760-749) 경북 안동시 송천동 안동대학교 자연과학대학 통계학과 부교수

²(760-749) 경북 안동시 송천동 안동대학교 자연과학대학 통계학과 교수

³(750-711) 경북 영주시 중앙대학교 산업공학과 조교수

이러한 관점에서 본 연구는 수명시험대상 시스템의 고장여부를 일정구간별로 관찰하여 얻은 수명자료를 이용하여 시스템의 고장률관리를 위한 관리도 즉 일종의 계수형관리도를 제안하고 그 성능을 고찰하고자 한다. 2절에서는 관리도 작성을 위한 수명관측모형과 그에 따른 관리도를 제안하고, 3절에서는 제안된 관리도의 OC곡선을 이용하여 관리도의 성능을 고찰한다.

2. 고장률 관리도

고장률 관리도는 구간의 크기가 T 로 일정한 구간별로 고장률이 λ 인 시스템 중에서 랜덤 추출한 크기 n 인 표본을 비복원 수명시험으로 관찰한 수명자료를 이용하는 경우와 고장발생 즉시 복원하는 방법의 복원 수명시험으로 관찰한 수명자료를 이용하는 경우로 나누어 고려하기로 하자.

2.1 비복원 수명시험

비복원 수명시험의 경우 하나의 구간에서 관찰된 고장 시스템의 수를 r 이라고 하자. 관측중단시점 T 에서 신뢰도 $R(T)$ 는 비모수적 추정량 $\hat{R}(T) = (n - r)/n$ 을 이용하여 추정할 수 있다. 고장률 λ 와 신뢰도 $R(T)$ 의 관계 $R(T) = \exp(-\lambda T)$ 를 이용하면 고장률의 추정량 $\hat{\lambda}$ 은 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$\hat{\lambda} = \frac{-\ln \frac{n-r}{n}}{T} \quad (2.1)$$

Grosh, Doris Lloyd(1998)의 부록 5D에 의하면 신뢰도 $R(T)$ 의 $100(1 - \beta)\%$ 신뢰구간은 다음과 같다.

$$(R_L(\beta, n, r), R_U(\beta, n, r)),$$

$$\text{여기서 } R_L(\beta, n, r) = \frac{1}{1 + \frac{r+1}{n-r} F_{\beta/2}(2r+2, 2n-2r)},$$

$$R_U(\beta, n, r) = \frac{F_{\beta/2}(2n-2r+2, 2r)}{F_{\beta/2}(2n-2r+2, 2r) + \frac{r}{n-r+1}}$$

이고, $F_a(\nu_1, \nu_2)$ 는 분자, 분모의 자유도가 각각 ν_1, ν_2 인 F 분포의 $100(1 - a)$ 백분위수이다.

고장률과 신뢰도의 관계로부터 고장률 λ 의 $100(1 - \beta)\%$ 신뢰구간은 다음과 같이 됨을 알 수 있다.

$$\left(\frac{-\ln R_U(\beta, n, r)}{T}, \frac{-\ln R_L(\beta, n, r)}{T} \right)$$

따라서 관리통계량 $\hat{\lambda}$ 을 이용한 α 확률한계 고장률 관리도의 관리중심선(CL), 관리상한선(UCL), 관리하한선(LCL)을 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$UCL = \frac{-\ln R_L(2\alpha, n, r)}{T}$$

$$CL = \lambda$$

$$LCL = \frac{-\ln R_U(2\alpha, n, r)}{T}$$

그러나 실제로 고장률 λ 와 고장난 시스템의 수 r 을 모르고 있으므로, k 개의 구간에서 관측된 예비표본으로 다음과 같이 추정하여 이용한다. 각 구간별로 n 시스템을 추출하여 고장난 시스템의 수를 관찰한 결과가 r_1, \dots, r_k 라고 하고 이들의 평균을 \bar{r} 라고 할 때, 관리중심선(CL), 관리상한선(UCL), 관리하한선(LCL)은 다음과 같이 추정된다.

$$UCL : \frac{-\ln R_L(2\alpha, n, \bar{r})}{T}$$

$$CL : \frac{-\ln \frac{n-\bar{r}}{n}}{T}$$

$$LCL : \frac{-\ln R_U(2\alpha, n, \bar{r})}{T}$$

2.2 복원수명시험

T 시간 동안의 복원수명시험에서 관찰되는 고장 시스템의 수는 평균이 λnT 인 포아송분포를 따른다. 즉 고장 시스템의 수는 포아송모수 λnT 의 최우추정량이다. 그러므로 관찰된 고장 시스템의 수를 r 이라고 하면 고장률 λ 의 추정치 $\hat{\lambda}$ 는 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$\hat{\lambda} = \frac{r}{nT} \quad (2.2)$$

포아송분포와 감마분포의 관계를 이용하면 고장률 λ 의 $100(1-\beta)\%$ 신뢰구간이 다음과 같이 됨을 알 수 있다.

$$\left(\frac{\chi_{1-\beta/2}^2(2r)}{2nT}, \frac{\chi_{\beta/2}^2(2r+2)}{2nT} \right)$$

따라서 관리통계량 $\hat{\lambda}$ 을 이용한 α 확률한계 고장률 관리도의 관리중심선(CL), 관리상한선(UCL), 관리하한선(LCL)을 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$UCL = \frac{\chi_{\alpha}^2(2r+2)}{2nT}$$

$$CL = \lambda$$

$$LCL = \frac{\chi_{1-\alpha}^2(2r)}{2nT}$$

그러나 실제로 고장률 λ 와 고장난 시스템의 수 r 을 모르고 있으므로, k 개의 구간에서 관측된 예비표본으로 다음과 같이 추정하여 이용한다. 각 구간별로 n 시스템을 추출하여 고장난 시스템의 수를 관찰한 결과가 r_1, \dots, r_k 라고 하고 이들의 평균을 \bar{r} 라고 할 때, 관리중심선(CL), 관리상한선(UCL), 관리하한선(LCL)은 다음과 같이 추정된다.

$$UCL = \frac{\chi_{\alpha}^2(2\bar{r}+2)}{2nT}$$

$$CL = \frac{\bar{r}}{nT}$$

$$LCL = \frac{\chi_{1-\alpha}^2(2\bar{r})}{2nT}$$

3. 관리도의 OC곡선

제안된 고장률 관리도가 고장률의 변화를 탐지할 수 있는 능력을 알아보기 위한 관리도의 OC곡선은 다음과 같이 계산할 수 있다.

비복원수명시험의 경우 시스템 고장률 λ 의 함수인 관리도의 OC곡선 $L(\lambda)$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} L(\lambda) &= P(LCL \leq \hat{\lambda} \leq UCL|\lambda) \\ &= P(-T \cdot UCL \leq \ln \frac{n-r}{n} \leq -T \cdot LCL|\lambda) \\ &= P(e^{-T \cdot UCL} \leq 1 - \frac{r}{n} \leq e^{-T \cdot LCL}|\lambda) \\ &= P(n[1 - e^{-T \cdot LCL}] \leq r \leq n[1 - e^{-T \cdot UCL}]|\lambda) \end{aligned} \quad (3.1)$$

식(3.1)에서 r 은 고장률이 λ 일 때 시행회수가 n 이고 성공의 확률이 $1 - e^{-\lambda T}$ 인 이항분포를 따르는 확률변수이다.

복원수명시험의 경우 시스템 고장률 λ 의 함수인 관리도의 OC곡선 $L(\lambda)$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned}
 L(\lambda) &= P(LCL \leq \hat{\lambda} \leq UCL|\lambda) \\
 &= P(nT \cdot LCL \leq r \leq nT \cdot UCL|\lambda)
 \end{aligned}
 \tag{3.2}$$

위의 식(3.2)에서 r 은 고장률이 λ 일 때 평균이 $n\lambda T$ 인 포아송분포를 따르는 확률변수이다.

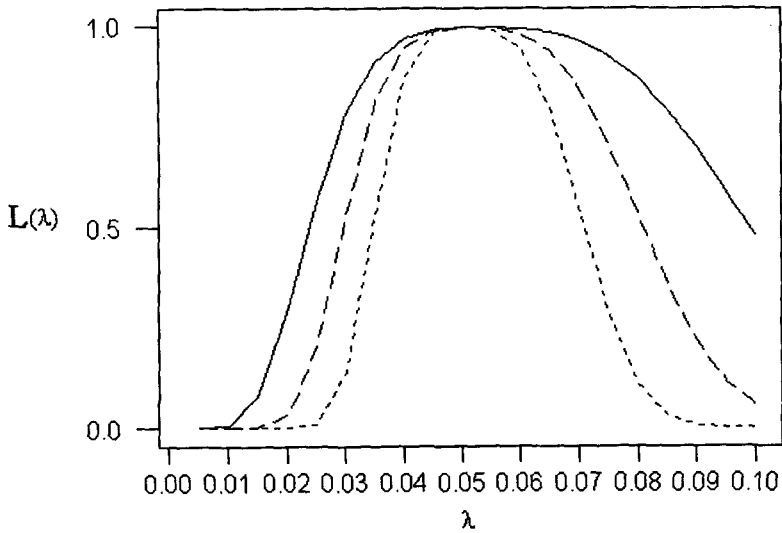
위에 주어진 식(3.1)과 (3.2)를 이용하면 각 관리도가 고장률의 변화를 탐지하지 못할 확률을 계산할 수 있다. 이를 좀더 구체적으로 보기 위하여 시스템의 고장률 λ 가 0.05이고 각 관측구간의 관측시간 T 가 10일 때 각 부분군의 크기 n 이 50, 100, 200인 경우에 OC곡선을 보기로 하자.

제안된 두 종류의 $\alpha(= 0.001)$ 확률한계 관리도의 UCL과 LCL은 고장률 λ 를 모르는 경우에는 예비표본으로부터 관찰된 \bar{r} 를 이용하여 설정하지만 여기서는 편의상 UCL과 LCL을 r 의 기대값을 이용하여 설정하였다. 각 관리도의 UCL, CL, LCL은 IMSL STAT/LIBRARY의 BINDF, POIDF, CHIIN, FIN 함수를 이용하여 계산한 결과 <표 1>과 같다.

<표 1> 관리도의 중심선과 관리한계선

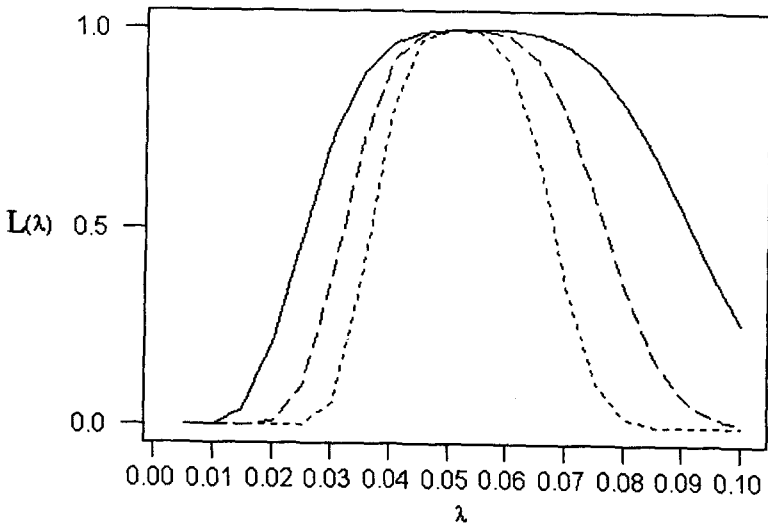
n	관리선	비복원수명시험	복원수명시험
50	UCL	0.09659	0.08927
	LCL	0.02180	0.02467
100	UCL	0.08041	0.07596
	LCL	0.02861	0.03093
200	UCL	0.07029	0.06747
	LCL	0.03415	0.03595

위의 관리도에 대한 OC곡선은 <그림 3.1>, <그림 3.2>와 같다. 기대하는 바와 같이 비복원수명시험보다는 복원수명시험의 경우가 고장률 변화에 대한 탐지 능력이 높고, 부분군의 크기가 커질수록 탐지 능력이 높아짐을 볼 수 있다.



— : $n = 50$, - - : $n = 100$, — · — : $n = 200$

<그림 3.1> 비복원수명시험 경우 관리도의 OC곡선



— : $n = 50$, - - : $n = 100$, — · — : $n = 200$

<그림 3.2> 복원수명시험 경우 관리도의 OC곡선

4. 결론

본 연구에서는 시스템의 고장여부를 일정구간별로 관찰하여 얻은 수명자료를 이용하여 시스템의 고장률관리를 위한 계수형 관리도를 제안하고 그 성능을 OC곡선을 이용하여 고찰하였다. 보통 관리도는 어떤 제조공정에서 생산된 제품의 품질수준을 관리할 목적으로 사용되나 여기서는 관리목표를 공정에서 생산되는 제품의 품질수준이 아니라 생산공정에 사용되는 측정기와 같은 시스템의 신뢰성에 두어 공정의 신뢰성 관리를 위한 관리도를 제안하였다. 수명자료에 의존하는 이러한 관리도는 계수형보다 계량형 자료를 이용하는 것이 관리도의 효율을 높일 수 있을 것으로 기대되므로 이에 대한 연구를 추후 과제로 고려할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

1. Grosh, Doris Lloyd (1989). *A Primer of Reliability Theory*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
2. 배도선 (1992). 최신 통계적 품질관리, 영지문화사.
3. IMSL Stat/Library Manual(1990), IMSL Inc.
4. 정해성, 박동호, 김재주 (1999). 신뢰성분석과 응용, 영지문화사.

Control Chart for Constant Hazard Rate

Jae Man Lee⁴ · Young Joon Cha⁵ · Yeon Woong Hong⁶

Abstract

We propose control charts for constant hazard rate by using the number of failures based on the non-placement(replacement) life test. Also we study the sensitivity of the control chart from the operating characteristic curve.

Key Words and Phrases: Constant Hazard Rate, Control Chart, Operating Characteristic Curve

⁴Associate Professor, Dept. of Statistics, Andong National University, Kyungbuk 760-749

⁵Professor, Dept. of Statistics, Andong National University, Kyungbuk 760-749

⁶Assistant Professor, Dept. of Industrial Engineering, Dongyang Univerisity, Youngju, Kyungbuk 750-711