

# 후향계단이 있는 사각덕트 내부의 유동특성 연구

## A study of backward-facing step flow in a rectangular duct

김성준\*    최병대\*\*  
Kim, Sung-Joon    Choi, Byung-Dae

### Abstract

This study is to analyze turbulent flow over a backward-facing step in a rectangular duct. The side wall effects on the internal flow were determined by varying the aspect ratio(defined as the step span-to-height ratio) from 1 to 20. In the flow behind a backward-facing step, separation, recirculation and redeveloping is occurred frequently. These phenomena appear in a particular variation by varying the aspect ratio. The results show that the aspect ratio has an influence on the velocity and reattachment length. When the AR is increased, the reattachment length is increased. For 6 over aspect ratio, the rate of increase is decreased. The length of recirculation in the upper corner is increased, as the increase of aspect ratio. It's width is not changed in the variation of aspect ratio. The transverse, streamwise and spanwise velocities were decreased along the flow down stream of the step.

키워드 : 후향스텝유동, 재접속 길이, 재순환, 박리, 중횡비

Keywords : Backward facing step flow, Reattachment length, Recirculation, Separation, AR

## 1. 서론

### 1.1 개요

후향계단의 유동은 유동박리와 재순환을 동시에 발생시키는 가장 간단하면서도 다양한 변화를 보이는 재순환 유동의 대표적인 흐름이다. 실제로 유체의 유동에 있어서 유체의 특성상 유동의 박리와 재순환은 흔히 발생하게 된다. 이러한 현상들은 주변의 상황 및 여러 요인에 의하여 민감하게 변화한다. 일반적으로 재접속 지점은 박리된 전단층이 표면에 다다른 점으로써 바닥 표면에 수직방향의 속도 구배가 0이 되는 점이다. 재접속 길이는 박리현상의 시작점에서 부터 끝나는 점까지의 길이를 의미하며 이는 박리 및 재순환하는

유동의 총체적인 현상을 특성 짓는 중요한 매개 변수 가운데 하나이다. 재접속 길이는 박리된 전, 단층의 혼합율을 가리키며 레이놀드 수, 난류의 세기, 압력구배와 같은 유동변수에 의하여 변화한다. 재순환 지역에서 국부적인 난류의 세기와 레이놀드 응력값, 열전달율은 흔히 최대가 되기도 한다. 따라서 재순환 유동의 3차원적인 거동에 관한 연구자료는 공학장치를 설계하는데 있어서 여러 가지 중요한 정보를 제공한다고 할 수 있겠다.

### 1.2 연구의 내용 및 목적

후향계단 유동이 3차원적임에도 불구하고 기존 대부분의 연구는 실험의 경제적 이유와 측정기술의 한계로 2차원적인 상황에 초점이 맞추어져 왔다. 그러나 3차원 유동현상을 수치적 방법으로 접근함으로써 실험의 시간적, 경제적 문제와 기술적 문제를 해결하여 과거에 측정하기 어려웠던 3차원 유동정보를 쉽게 얻을 수 있게 되었다. 본 논문에서는 사각덕트 내부에서 후향 계단 상의

\* 강원대학교 기계메카트로닉스공학부 교수, 공학박사

\*\*강원대학교 기계메카트로닉스공학부 대학원, 박사과정

차원 유동정보를 쉽게 얻을 수 있게 되었다. 본 논문에서는 사각덕트 내부에서 후향 계단 상의 비압축성 난류유동을 수치해석을 통하여 분석하였다. 계단 높이에 대한 덕트 폭의 비(이후 aspect ratio, AR이라 한다)를 다양하게 변화시키면서 덕트내부 유동에 대한 양 옆면의 영향을 조사하였으며 덕트 벽 주변과 계단하류 지점에서 상세한 속도 분포를 조사하였다. 그리고 AR의 변화에 따른 재접속길이의 변화를 조사하고 유동의 흐름에 영향을 주는 요인들을 연구 하였다. 즉 수치실험을 통하여 후향계단 유동에서 AR의 변화에 따라 양 옆면 및 윗면이 3차원 난류유동 특성에 미치는 영향을 분석하는데 그 목적이 있다고 하겠다.

## 2. 지배방정식

비압축성, 정상 상태의 연속 방정식, 운동량 방정식을 각각 좌표계를 사용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_j) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_j v_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2)$$

난류모델의 적용에 있어서는 유용성이 확인된 k-ε 난류모델을 사용하였고 k와 ε 방정식은 다음과 같으며 사용된 상수들을 Table 1에 나타내었다.

$$\frac{Dk}{Dt} = \nabla \cdot \left( c_2 \frac{\mu_t}{\rho} \nabla k \right) + G - \epsilon \quad (3)$$

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = \nabla \cdot \left( c_3 \frac{\mu_t}{\rho} \nabla \epsilon \right) + c_4 \frac{\epsilon}{k} G - c_5 \frac{\epsilon^2}{k} \quad (4)$$

$$G = \frac{\mu_t}{\rho} \left[ 2 \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (5)$$

Table 1 Constants of k-ε turbulent model

C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	k	ε
0.09	1.0	0.769	1.44	1.92	1.152	59.24

입구에서 경계조건은 Table 2와 같이 하였으며

출구에서의 경계조건은 압력을 대기압 상태로 하였다.

Table 2 Inlet boundary condition

Re	w <sub>0</sub>	u	v	ρ	p
26,500	16 m/s	0	0	1.0	1.3 x 10 <sup>-4</sup>

여기에서 w<sub>0</sub>는 z방향 입구속도를 그리고 u와 v는 덕트 입구에서 각각 x와 y방향의 속도를 나타내며 ρ는 유체의 밀도를 p는 압력을 나타낸다.

## 3. 수치해석

### 3.1 유동장치 형상과 계산 격자망

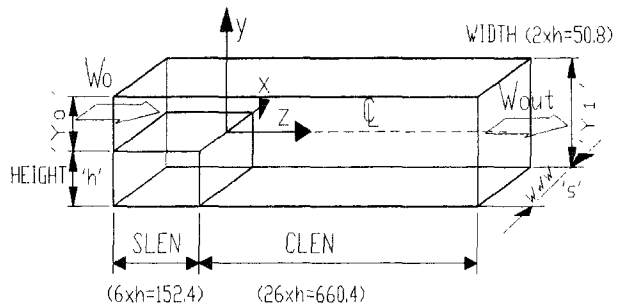


Fig. 1 Schematic view of flow geometry

본 수치해석에서는 계단높이(h)와 상류측 덕트 높이(Y<sub>0</sub>)를 25.4 mm로 고정하여 계단 높이에 대한 상류측 덕트 높이의 비(이후 expansion ratio, ER이라 한다.)를 2로 하고 계단의 넓이(s)를 762 mm로 하여 최대 AR을 30에서 그 이하로 변화할 수 있게 하였다. 사각 덕트 상부 벽을 윗면(flat wall), 계단이 있는 하부 벽을 아래면(step wall), 그리고 덕트 양측 벽을 양 옆면(side wall)으로, 덕트 중심면(centerplane)을 유동 폭 중심면으로 각각 구분하였다.

본 수치해석에서 계산격자는 y와 z 방향으로 각각 30과 60개로 하였다. x 방향의 격자분할은 AR이 20일 때까지 등 간격으로 하였으며 x방향(유동 폭 방향)으로 격자간의 거리가 1.27 mm가 되도록 21개에서부터 40개까지로 하였다.

y 방향은 계단 하류의 유동현상을 보다 정확하게 계산하기 위하여 주 재순환 현상이 발생하는 하부를 상부보다 조밀하게 되도록 구성하였다. 재순환이 끝나는 지점을 구하기 위하여 y 방향으로 첫 번째 격자점에서 z 방향 속도가 '0'인 지점의 z 방향 좌표값을 보간법을 사용하여 계산하였다.

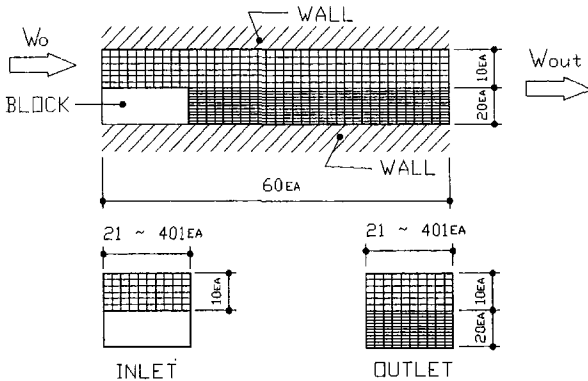


Fig. 2 Computational grid system

### 3.2 검증시험

검증시험은 ER이 2 이고 AR이 1 일 때 반복계산 횟수는 수치실험을 통해 400으로 하고 풀이기법으로는 slapwise를, 대류항 차분법으로는 하이브리드 차분법을 이용하여 계산하였다.

Table 3 Result of verification test

AR	Number of cell (NXxNYxNZ)	Z <sub>R</sub> /h	
		Experimental value	Computational value
1	21x30x60	7.5	7.33

이 결과 실험 값과 거의 근사한 결과를 얻을 수 있었으나 실험값과 완전하게 일치하지는 않았다. 그에 따른 요인으로, 첫째 적용 난류모델에 관한 문제, 둘째 적용 수치해법에 따른 문제를 들 수 있겠다. 우선 적용 난류모델에 관한 문제로는 k-ε 모델 식에서 난류 동 점성계수는 난류 에너지

의 생성율과 소멸율이 거의 평형을 이룬다는 가정 하에 얻어진 식인데 실제 3차원 유동에서는 난류 에너지의 생성율과 소멸율의 차이가 큰 곳이 많이 생기나 이에 대한 영향을 고려하지 못하였으며, Bradshaw의 실험 등에서 밝혀진 난류 동 점성계수의 유선곡률에 따른 변화를 고려하지 못한 점, Boussinesq의 난류 동 점성계수 모델에서

$$-R_{ij} = \frac{\mu_t}{\rho} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2\delta_{ij}k}{3} \quad (6)$$

으로 사용하였으나, 이것은 난류 동 점성계수가 등방성인 스칼라량이어서 운동량의 x, y, z 방향 확산률이 같음을 시사하는데 실제로 더 고차의 난류모델에 의하면 난류 동 점성계수는 방향성이 없는 텐서로 표시되나 이 모델에서는 이 효과가 무시되었다. 그리고 대류항 차분법에서는 하이브리드 차분법을 적용하였는데 이것은 중앙차분법의 2차 정확도를 유지하면서 계산의 안정성을 얻기 위하여 셀레이놀드 수에 따라 1차 정확도의 상류차분법을 적용하기 때문에 정확한 해 사이에 발생하게 되는 오차 등을 그 요인으로 들 수 있겠다.

### 3.3 수치해석 결과

#### (1) 아래면 근처의 속도분포

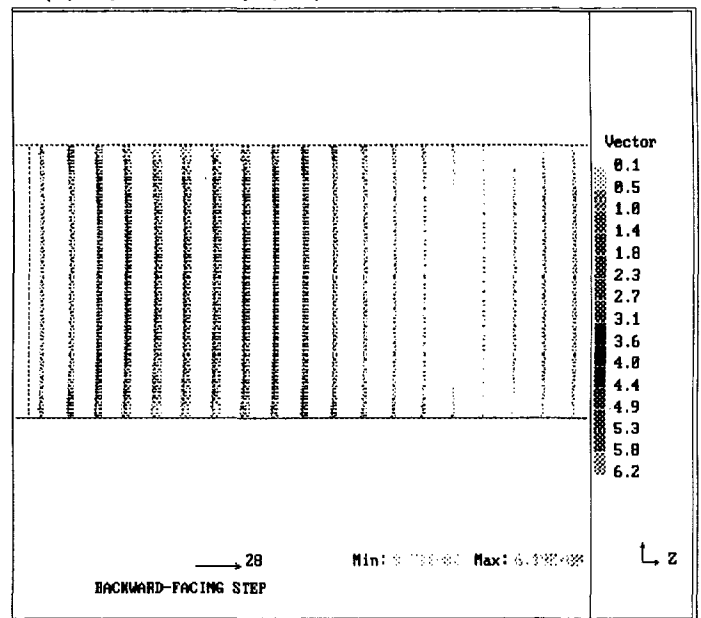


Fig. 3 Velocity vector near the step wall

유동방향을 따라 다음 Fig. 3과 같은 유동구역

이 나타난다. 첫 번째로 역방향 흐름 구역이다. 이곳은 유동 방향이 주 유동 방향에 반대인 구역이다. 옆면 가까이의 평균속도가 유동 폭 중심면에서의 속도보다 크게 나타나 있으며 이것은 양 옆면의 마찰을 고려할 때 특이한 현상이다.

실제 실험결과[1]에 의하면 계단 바로 하류지점에 세쌍의 소용돌이가 나타나며 3차원 흐름의 특성을 나타내고 있으나 본 수치 해석에서는 계산의 한계로 인하여 이에 대한 것이 나타나지는 않았다.

다음으로 유동 재접속 구역이 있는데 유동의 폭방향으로 흐름이 나타나는 곳으로 유동의 재순환과 재발달이 분리되는 지점이다.

또 재발달 유동구역이 있는데, 이곳은 아랫면 근처에서 관찰했을 때 유동 폭 중심면을 대칭으로 하는 포물선 형태의 속도 분포를 이룬다. 아랫면을 따라 유동의 속도가 언제나 유동의 흐름방향인 구역이다.

**(2) 옆면 근처의 속도분포**

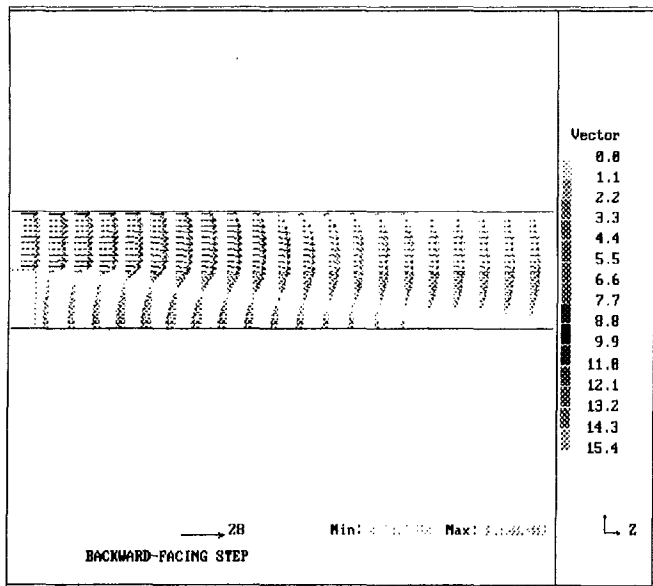


Fig. 4 Velocity vector near the side wall

Fig. 4에서 보는바와 같이 덕트 상류 구석진 부분에 계단 모서리로부터 하류 쪽으로 계단의 약 5배 떨어진 곳에 2차 재순환 현상이 관측되며 이것은 유동 폭 중심면을 기준으로 하여 반대편 구석에도 같은 위치에 발생한다. 이 2차 재순환 흐름의 영향으로 인하여 이 흐름의 발생 지점에서부터 유동의 흐름 방향이 더욱 아래쪽으로 기울어지게 되며 이것이 아랫면의 재순환에 영향을 끼쳐

양 옆면 근처에서 재접속의 길이를 크게 한다. 유동 폭 중심면에서 하부의 역방향 유동은 계단 바로 하류에서 아랫면을 따라 상부방향으로 올라와 상부 유동에 유입된다.

**(3) 윗면 근처의 속도분포**

Fig. 5에서 보는바와 같이 계단 높이의 약 5배 정도 계단하류 양 옆면 근처에서 2차 재순환 현상이 발생한다. 그러나 실제 실험 결과에 의하면 유동폭 중심을 기준으로 하여 좌우 양쪽에 한쌍씩의 소용돌이가 관측된다. 이때 만들어진 재순환 유동은 대부분의 AR에서 관측되지만 AR의 증가에 따라 가로방향으로 넓어지지 않는 것으로 길이는 늘어나는 것으로 조사되었다. 이 2차 재순환 현상의 발생 원인은 갑작스러운 유동통로의 확장에 의하여 형성된 압력 구배에 기인하여 생기게 되는 것으로 보고되어 있으며[1], 윗면과 양 옆면과의 마찰에 의한 영향을 받는 것으로 추측된다. 2차원 후향 계단 유동 수치해석의 경우 윗면 근처에 생기는 유동현상과 비교할 때 3차원 유동의 특성을 보여 주는 것이라 할 수 있겠다.

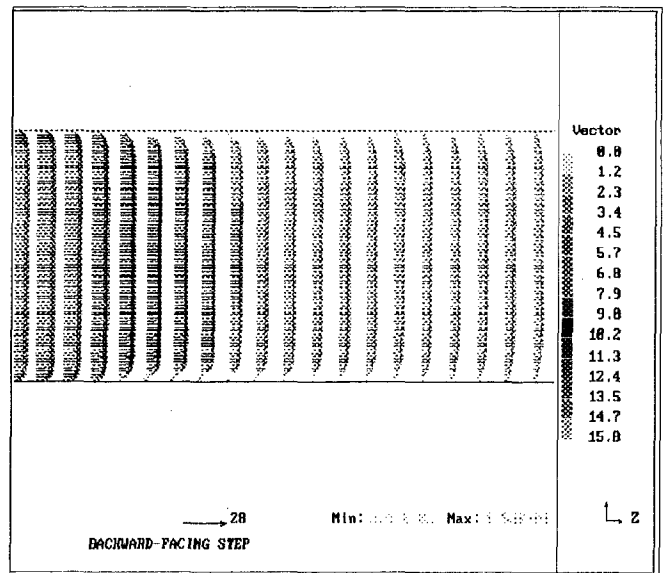


Fig. 5 Velocity vector near the flat wall

**(4) 유동 폭 중심면의 속도분포**

Fig. 6에서는 Fig. 4에서 관찰한 바와 같이 옆면 근처의 속도분포에서 나타났던 2차 재순환 현상은 윗면 근처에서는 발견되지 않았으며 양 옆면의 영향을 거의 받지 않는 유동의 모습을 보여 주고 있다. 계단의 하류에서 유동의 박리 현상, 재접속 현

상, 재발달 현상등이 명확하게 나타나며 옆면 근처의 속도 벡터와 비교할 때 아래면 근처의 속도 분포가 상대적으로 적은 것을 알 수 있는데 이는 역방향 유동이 유동 폭 중심면을 기준으로 바깥쪽에서 안쪽으로 회전하는 하나의 큰 소용돌이를 만드는 양상을 보이기 때문이다.

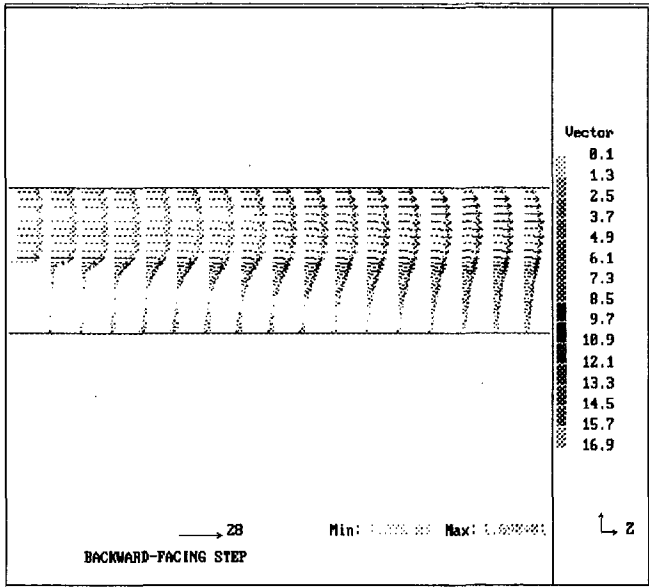


Fig. 6 Velocity vector in the centerplane

(5) 재접속 길이

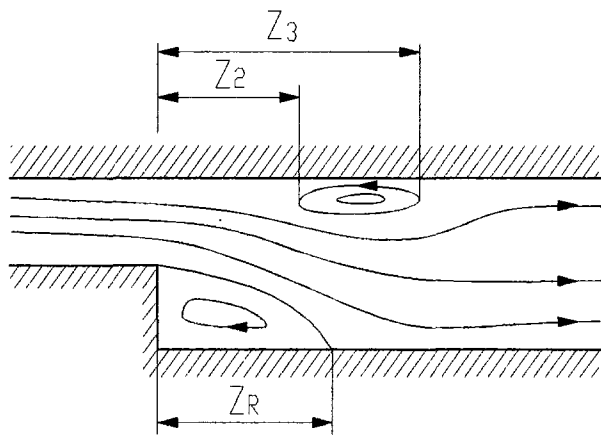


Fig. 7 Notation of the Reattachment length

Fig. 7에는 1차 및 2차 재순환 길이에 대한 표기를 나타내었다. Fig. 8에서 보는바와 같이 재접속 길이는 AR에 관계 없이 양 옆면 근처에서의 값이 유동 폭 중심면에서의 값보다 크게 나타난

다. 이것은 상단 양 옆면 근처에서 발생한 2차 재순환 유동으로 인하여 유속이 빨라지고 이로 인하여 재접속 길이가 길어지는 것으로 추측 된다. 이 값은 양 옆면으로부터 X/S가 0.5 지점까지 급격히 감소하다 0.4 지점에서 다소 완만하게 감소한다. 이 지점은 Fig. 5에서 관측한 2차 재순환의 폭방향 길이와 일치함을 알 수 있다.

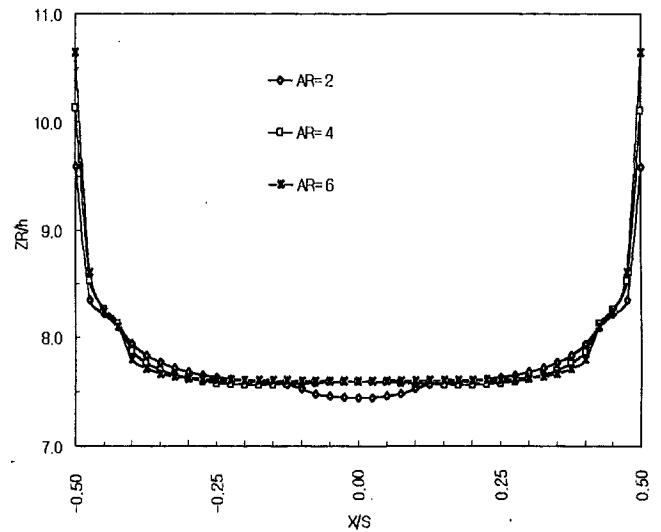


Fig. 8 Spanwise distribution of the reattachment length ( $Z_R$ )

AR이 2일 때 재접속 길이의 변화는 덕트의 폭 방향을 따라서 변화가 심하며, 이것은 양 옆면의 영향을 많이 받는다는 것을 의미하는 것이다. AR에 관계없이 전체적으로 재접속의 길이 분포는 유동 폭 중심면을 기준으로 하여 대칭이다. AR이 증가할수록 유동 폭 중심면을 기준으로 재접속 길이의 변화가 없는 구역이 넓게 나타나고 이 구역이 유동 폭 전체에서 차지하는 부분도 증가 한다. 특히 AR이 4 이상일 때  $-0.35 < X/S < 0.35$  구간에서는 거의 변화가 없는 것으로 나타 났다. 이것은 덕트의 폭이 넓어질 수록 양 옆면의 영향이 적어지고 유동의 2차원적인 특성이 강해짐을 보여주는 것이라 할수 있겠다. 대체적으로 AR의 증가에 따라 재순환 길이가 증가하나, AR의 증가와 재순환 길이의 증가는 완전하게 일치하지 않았다. Table 4에 나와 있는  $Z_R$ 의 값은 유동 폭 중심면에서 계산한 재접속 길이이다. 이것은 Fig. 9에서 보는 것과 같이 AR의 증가에 따라 증가하다가 AR이 4이상일 때부터는 거의 변화가 없는 것으로 나타난다. 이것은 AR이 커지면서 양 옆면의 영향이 적어지는 것을 보여주는 것이다. 또한  $Z_2$ 의 값은 AR이 4일 때 까지 급격히 감소하다가 AR이 6일

때에는 완만하게 감소하며 AR이 10 일 때부터 감소율은 매우 작아진다.

그러나  $Z_3$ 의 값은 AR이 증가할 때 같이 증가 하는데 증가율은  $Z_2$ 의 감소율과 일치한다. 따라서 AR의 증가에 따라 윗면 근처에서 발생한 2차 박리는 최초의 발생위치에서 유동의 전후방향으로 그 길이가 같은 양으로 늘어나는 것을 알 수 있다. 이 값의 변화도 AR이 10보다 작을 때 크게 나타나지만 10 이상일 때에는 그 변화율이 작아지며 이것 또한 양 옆면의 영향을 거의 받지 않는다는 것을 보여 주는 것이다.

AR	$Z_R/h$	$Z_2/h$	$Z_3/h$
2	7.45	5.53	8.50
4	7.59	5.13	9.19
6	7.60	5.50	9.22
10	7.62	4.76	9.41
14	7.63	4.73	9.54
20	7.64	4.72	9.64

Table 4 Variation of reattachment length

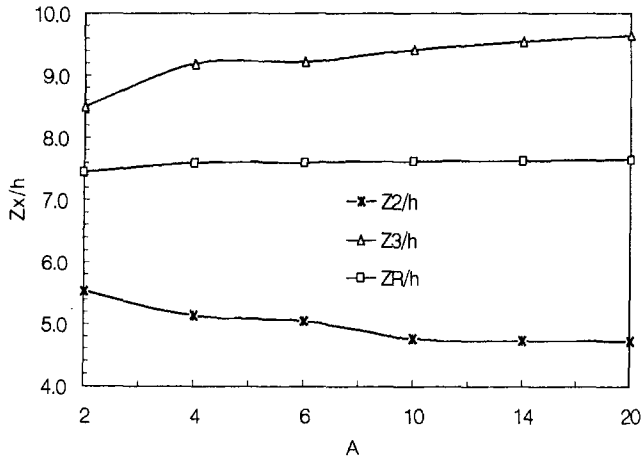


Fig. 9 Reattachment length with the variation of AR

#### 4. 결론

본 연구는 경제적 이유 또는 기술적 문제로 실험을 수행하기 어려운 후향 계단 유동을 대상으로 3차원 수치해석을 수행하여 양 옆면과 윗면이 난

류 재순환 유동장의 유동특성에 미치는 영향을 연구 분석한 것이다.

그 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다. 후향 스텝 유동에서의 재순환 길이는 유동 폭 중심면에서 보다 양 옆면에서 더 길어지고, AR이 커질수록 양 옆면의 영향이 감소하며, 계단 하류쪽으로 갈수록 유동의 2차원성이 더 강해진다는 사실을 확인하였다. 또한 윗면 모서리 부분에 발생한 재순환 현상은 AR의 변화에 따라 그 길이가 길어지고 재순환 영역의 시작점이 계단쪽으로 앞당겨지고 있다. 또한 AR의 변화에도 불구하고 윗면의 재순환 영역 x 방향 크기는 변화가 없는 것으로 조사되었다. 그러나 계산상의 여러 가지 방법들이 개선되고 있음에도 불구하고 실제 실험 값과의 많은 차이점을 보여주고 있으며 이는 아직도 난류모델 및 대류항 차분법의 개발등과 같은 많은 연구과제를 남겨두고 있다고 하겠다.

#### 참고 문헌

- [1] G.Papadopoulos & M.V.Otugen, "Separating and Reattaching Flow Structure in a suddenly Expanding Rectangular Duct" *Journal of Fluids Engineering*, vol. 117, MAR. pp. 17-23, 1995
- [2] Ching Shin & Chih-Ming Ho, "Three-Dimensional Recirculation Flow in a Backward Facing step", *Journal of Fluids Engineering*, vol. 116, JUN, pp. 228-232, 1994
- [3] B.F.Armaly, F.Durst, J.C.Pereira & B.Schonung, "Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 127, pp. 473-496, 1983
- [4] Robert W.Pitz & John W.Daily, "Combustion in a Turbulent Mixing Layer Formed at a Reward-Facing step", *AIAA Journal*, vol.21, NOV. pp. 1565-1570, 1983
- [5] G.Janssen, A.Lamers & J.Jansen, "A Numerical Parameter study for a turbulent backward-facing step problem", *The Journal of Phoenix*, vol. 6, pp. 370-380, 1992
- [6] Zhou Lixing, "Theory and Numerical Modeling of Turbulent Gas-Partical Flows and Combustion", *Science Press*, pp. 123-134,
- [7] Eaton, J.K., & Johnston, J.P., "Low frequency unsteadiness of a reattaching turbulent shear layer",

*Turbulent shear flow III*, pp. 162-170, 1982

- [8] Roos, F.W., & Kegelman, J.T., "Influence of excitation on coherent structures in reattaching turbulent shear layer", *AIAA paper* no. 86-112, 1986
- [9] de Brederode, V., & Bradshaw, P., "Three-Dimensional flow in nominally two-dimensional separation bubbles flow behind a reaward-facing step", *I.C.Aero report*, pp. 72-19, 1972
- [10] Chardron, W., Durst, F., & Whitelaw, J.H., "A symmetric flow and instabilities in symmetric dusts with sudden expansion", *Journal of fluid mechanics*, vol. 84. pp. 13-37, 1978
- [11] Badawy, M.T., El, S., Jesek, J., & Topinka, P., "Visualization of a backward-facing step flow", *Proceedings of the fifth international symposium on flow visualization*, Prague, Chechoslovakia, pp. 436, 1989.
- [12] Otugen, M.V., "Expansion ratio effect on the separated shear layer and reattachment downstream of a backward-facing step", *Experiments in fluid*, vol.10 pp. 273-280, 1991