

자동화된 경계고정좌표 생성법과 자연대류 문제에 대한 적용

최 일 곤* · 맹 주 성**
(1998년 7월 27일 접수)

Automated Body-Fitted Grid Generation Method with Application to Natural Convection Problem

Choi, IL Kon and Maeng, Joo Sung

Key Words: Automated Body-Fitted Grid(자동화된 경계 고정 격자), Elliptic Grid Generation(타원형 격자 생성), Full-Boundary Control(전-경계 제어), Control Function(제어 함수), Natural Convection(자연 대류), Rayleigh Number(Rayleigh 수)

Abstract

This paper suggests an automatic elliptic grid generation method that is well-suited for the numerical mapping of complex geometries which are easily obtained from general CAD programs. An LBLADI solver is used for the governing mapping equations to have the strong diagonal dominance. The full boundary control method is adopted to determine the control functions of the equations, which allows the control of the grid regarding spacing and angle control at all boundary surfaces. The solution method presented here provides the capability of mapping very complicated geometries by defining grid point locations only along the boundaries. In the automated elliptic grid generation procedure, it is showed that strong diagonal dominance is essential to achieve successful mapping irrespective of the initial grid condition provided. To demonstrate the robustness of this method, it is applied to the thermal flow like the natural convection between eccentric cylinders. The results agree well with others'.

기호설명

- D : 원판의 직경
- e_o : 편심도
- h : 원판에서의 국부 열전달 계수
- k : 열 전도도
- L : $R_o - R_i$
- Φ : 수직 대칭면으로부터의 각 변위
- Pr : Prandtl 수
- P, Q : 제어 함수

- R : 원판의 반지름
- Ra : Rayleigh 수
- ΔS : 경계면과 인접한 격자선과의 거리
- T : 온도
- \vec{T}_e, \vec{T}_n : 경계면에서의 접선 및 법선 벡터
- x, y : 물리적 공간에서의 좌표
- 그리스문자
- α, β, γ, J : 기하학적 계수
- θ : 경계면에서 교차하는 격자선 사이 각
- ξ, η : 계산 공간에서의 좌표
- 하첨자

* 회원, 한양대학교 대학원 기계공학과
** 회원, 한양대학교 기계공학과

- i : 내부 원판
- o : 외부 원판

1. 서 론

불규칙하고 복잡한 영역에 대한 유동을 성공적으로 해석하기 위해서는 정확한 해를 얻기에 앞서 빠르고 쉬운 격자 생성이 선행되어야 한다. 실제로 이러한 유동 해석에서 차지하는 대부분의 작업 시간은 격자 생성에 소요되고 있다. 따라서 CAD동으로부터 형상 자료가 주어졌을 때 최소한의 사용자 입력만으로 격자 생성을 가능하게 하는 자동화된 격자 생성은 격자의 질 이상으로 중요한 것이다. 일반적 형상에서 정렬 격자를 구성하기 위한 방법은 크게 나누어 대수적 내삽에 의한 직접법과 일단의 편미분 방정식을 풀게 되는 간접법이 있다. 단순한 형상에서는 대수적 격자 생성으로 충분하지만 격자 접침이 발생할 가능성이 있다. 반면에 편미분 방정식에 의한 격자 생성은 항상 평활한 격자를 얻을 수 있고 격자 제어가 용이할 뿐만 아니라 격자 생성의 자동화가 가능하다는 장점을 가지고 있다. 타원형 미분 방정식을 사용한 격자 생성에서 가장 널리 사용되고 있는 방법은 변환된 평면에서 SOR (successive over relaxation)에 의한 준-선형 타원형 방정식의 해를 구함으로써 실제 좌표계를 생성하는 J.F. Thompson^(1,2)의 방법이다. 이 방법의 성패는 대부분 해석적(TFI 등)으로 결정하게 되는 초기 격자 분포에 절대적으로 의존하게 된다. 그러나 최종적인 격자와 유사한 분포를 가지는 초기 내부 격자를 해석적으로 얻는다는 것은 사용자에게 큰 부담이 될뿐더러 형상이 복잡해질수록 이런 어려움이 가중되는데 이런 점은 격자 생성 자동화에 결정적인 단점이 된다. P.E. Raad와 J.W. White⁽³⁾는 SOR에 의한 해는 대각 지배성(diagonal dominance)이 약하기 때문에 초기 격자 분포에 매우 민감한 초기 격자 외존성을 가진다고 하였다. 그들은 J.F. Thompson^(1,2)이 사용한 준-선형 타원형 방정식에 시간 도함수 항을 추가한 과도 격자 생성 방정식(transient grid generation equations)에 인수화 음해법(the factored implicit scheme)을 적용함으로써 강한 대각 지배성을 확보하여 주어진 초기 조건에 관계없는 격자를 생성할 수 있었다. 한편, 곡률이 심한 경계나 모서리 등에서 양질의 격자를 얻기 위하여 다양한 제어 함수가 고안되었다.⁽⁴⁻⁷⁾ 그러

나 이 제어 함수들은 경계 및 내부 격자를 제어하는 과정에서 큰 절대 값을 갖게 되기도 한다. R.L. Sorenson,⁽⁷⁾ J.F. Thompson^(1,2) 그리고 R.M. Coleman⁽⁸⁾ 등은 제어함수가 큰 값을 가지게 될 경우에 프와송 시스템은 최대값 정리가 약해지거나 완전히 잃어버리게 되어 음의 Jacobian을 가지게 되고 결과적으로 격자선이 꼬이는 경우가 발생할 수도 있다고 하였다. 특히 K. Matsuno와 H.A. Dwyer⁽⁹⁾는 일반적으로 격자 생성 방법식의 차분에 사용하는 중앙 차분법은 Z 변수($Z_1 = \beta^2 P/\alpha$ 와 $Z_2 = \beta^2 Q/\gamma$)가 2보다 클 경우에 수치적 불안정성을 야기한다고 하였다. K. Hsu와 S.L. Lee⁽¹⁰⁾는 국부 해석해를 사용하는 가중 함수 스킴(the weighting function scheme)으로 격자 방정식을 이산화하여 기존의 중앙 차분 적용시 음의 Jacobian이 얻어졌던 경우에서 성공적인 결과를 얻었다. 그들은 격자 방정식의 수치적 불안정성이 중앙 차분에 의한 절단 오차 때문이라고 결론지었다. 한편, 경계에서의 직교성이나 격자 분포에 기반을 두고 고안된 제어함수들⁽⁴⁻⁷⁾은 상당수의 반복계산을 필요로 하며 경우에 따라서 격자와 제어가 만족스럽지 못할 경우가 많다. 이러한 문제를 해결하기 위한 여러 가지 시도 중 특히 전 경계 제어법(full boundary control method)은 격자의 제어에 있어서 매우 탁월함을 보여주었다.⁽¹¹⁻¹⁴⁾ 특히 전 경계 제어법에 의한 제어함수의 결정은 무엇보다도 제어함수가 임의의 큰 절대 값을 가지지 않고 유계치(bounded value)를 갖게 됨으로써 수치적 불안정성을 감소시켜준다. 이러한 특성은 격자 생성 방정식의 자동화에 반드시 요구되는 성격이라고 할 수 있다. 앞서의 연구결과들을 살펴보면 격자 생성 자동화를 위한 타원형 격자 방정식의 수치적 안정성을 확보하기 위해서는 중앙 차분에 의한 절단 오차의 제거, 이산화된 격자 방정식의 해법의 대각 지배성 확보 그리고 절대값이 유계가 되는 제어함수의 선택으로 요약할 수 있다. 본 연구자는 P.E. Raad와 J.W. White⁽³⁾가 중앙 차분의 사용에도 불구하고 대수 격자 방정식의 풀이에 강력한 대각 지배성을 확보하여 수치적 안정성을 얻을 수 있었던 것에 주목하여 P.E. Raad와 J.W. White⁽³⁾의 격자 방정식에 전 경계 제어법을 도입하여 격자 생성의 자동화와 동시에 강력한 격자 제어를 통한 양질의 격자를 얻은바 있다.⁽¹⁴⁾ 그러나 시간 도함수

함에 의하여 빠른 수렴성과 안정성을 얻을 수 있었던 반면 일정한 시간 단계(time step)를 결정해야 한다는 또 다른 과제를 남겨놓았다. 따라서 본 연구에서는 시간 도함수 항이 없는 격자 방정식에 ADI를 사용하여 거의 같은 수준의 대각 지배성을 확보하고 동시에 전 경계 제어법을 적용한 격자 제어로 격자 생성의 자동화를 달성하여 양질의 격자를 얻는데 성공하였다. 그리고 그 결과를 편심 원판 사이 영역에서의 자연 대류 유동 해석에 적용하였다.

2. 격자 생성 알고리즘

격자 생성을 위한 J.F. Thomson^(1,2)의 타원형 편미분 방정식은 다음과 같다.

$$\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} + J^2(Px_{\xi} + Qx_{\eta}) = 0 \quad (1)$$

$$\alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} + J^2(Py_{\xi} + Qy_{\eta}) = 0 \quad (2)$$

여기에서 $\alpha = x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2$, $\beta = x_{\xi}x_{\eta} + y_{\xi}y_{\eta}$, $\gamma = x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2$, $J = x_{\xi}y_{\eta} - y_{\xi}x_{\eta}$ 이며 P, Q 는 내부 영역 격자점의 분포를 제어하는 제어함수이다. 이 미분방정식을 중앙 차분으로 이산화시켜 생기는 대수 방정식은 line by line 형태의 TDMA를 각 격자선 방향으로 교대로 적용한 ADI에 의하여 해를 구한다. SOR과는 달리 ADI에 의하여 해를 구하면 강력한 대각 지배성을 확보하게 됨으로써 격자 생성 방정식의 초기 추정치(initial guess)인 초기 격자분포에 독립적인 격자를 생성할 수 있을 것이다. 본 연구에서 적용한 전 경계 제어법(full boundary control method)은 격자 생성 방정식을 푸는 때 반복마다 P, Q 를 식 (3), 식 (4)와 같이 보정하게 되며 첫번째 반복계산에서는 0으로 놓는다.

$$P^{k+1} = P^k + FFP \cdot \Delta P \quad (3)$$

$$Q^{k+1} = Q^k + FFQ \cdot \Delta Q \quad (4)$$

여기서 k 는 k 번째 반복 계산을 나타낸다. 보정량을 원천항에 더하기 전에 상수 FFP, FFQ를 미리 곱해준다. 최적화된 값은 아니지만 본 연구에서는 0.1로 고정하였다. $\Delta P, \Delta Q$ 는 경계에 따라서 결정하게 되는데 $\eta = const$ 인 경계에서 각과 간격의 제어는 다음과 같은 방법으로 한다.

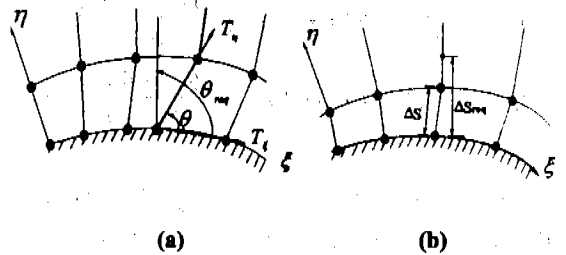


Fig. 1 (a) Angle control at a surface $\eta = const$ line with respect to the ξ direction
(b) Distance control at a surface $\eta = const$ with respect to the η direction

먼저, 경계와 교차하는 격자선이 이루는 각 θ 는 내적에 의하여 구한다.

$$\theta = \text{Cos}^{-1} \left(\frac{(\vec{T}_{\xi} \cdot \vec{T}_{\eta})}{\|\vec{T}_{\xi}\| \|\vec{T}_{\eta}\|} \right) \quad (5)$$

여기에서 $\vec{T}_{\xi}, \vec{T}_{\eta}$ 는 접선 및 법선 벡터를 나타낸다. 요구 각 θ_{req} (대부분의 경우에 90°)로 P 의 보정량 ΔP 를 나타내며 다음과 같다.

$$\Delta P = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{\theta_{req} - \theta}{\theta} \right) \quad (6)$$

이 식에서 arctan는 ΔP 가 over flow 값을 갖지 않게 하기 위한 것이며 다른 어떤 기하학적 의미를 갖는 것은 아니다. 극한의 경우에 $(\theta_{req} - \theta) \rightarrow 0$ 이 된다. ΔQ 의 결정도 유사한 과정을 적용한다. $\eta = const$ 인 경계와 그 인접 격자선 사이에서의 간격은

$\Delta S = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ 이다. 요구되는 거리 ΔS_{req} 로 ΔQ 를 나타내면 다음과 같다.

$$\Delta Q = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{\Delta S_{req} - \Delta S}{\Delta S} \right) \quad (7)$$

$\xi = const$ 인 경계에서 각과 간격의 제어도 마찬가지로 방법으로 위와 같은 과정을 적용시키면

$$P^{k+1} = P^k \pm FFP^* \tan^{-1} \left(\frac{\Delta S_{req} - \Delta S}{\Delta S_{req}} \right) \quad (8)$$

$$Q^{k+1} = Q^k \pm FFQ^* \tan^{-1} \left(\frac{\theta_{req} - \theta}{\theta_{req}} \right) \quad (9)$$

가 되는데 여기에서 \pm 는 ξ_1, ξ_{max} 의 최소값과 최대값에 따라서 선택한다. 모든 경계에서의 $\Delta P, \Delta Q$ 를 결정하고 나면 4경계에서의 P, Q 를 알게 되며 내부 계산영역에서의 P, Q 값은 다음과 같은 내삽식에 의하여 구한다.

$$F(\xi, \eta) = \frac{1}{2} \left[F_{\xi_{min}} \cdot \exp \left(-A_1 \frac{\xi - 1}{\xi_{min}} \right) + F_{\xi_{max}} \cdot \exp \left(-A_2 \frac{\xi_{max} - \xi}{\xi_{max}} \right) + F_{\eta_{min}} \cdot \exp \left(-A_1 \frac{\eta - 1}{\eta_{min}} \right) + F_{\eta_{max}} \cdot \exp \left(-A_2 \frac{\eta_{max} - \eta}{\eta_{max}} \right) \right] \quad (10)$$

여기에서 $F(\xi, \eta)$ 는 각각 P, Q 를 나타내며 $A_j, j = 1, 2, 3, 4$ 는 $A_j < 1$ 인 상수이다.

3. 자연 대류 유동 해석

정상 상태의 자연 대류 유동을 해석하기 위하여 질량, 운동량 그리고 에너지에 대한 보존 방정식을 비직교 격자 상에서 유한 체적법으로 이산화하였고 밀도에 대한 온도의 영향은 Boussinesq의 근사를 사용하여 모형화하였다. 대류항의 차분은 van Leer의 κ -스킵⁽¹⁵⁾을 사용하였으며 해의 안정성을 확보하고 메모리와 연산 시간을 절약하기 위하여 1차 풍상 스킵에 대한 지연수정(deferred correction)으로 구현하였다. 여기에서는 $\kappa=1/3$ 스킵(3차 풍상 스킵, CUI)을 사용하였다. 확산항은 중앙 차분으로 근사시켰으며 주 확산은 내재적으로, 교차 확산은 외재적으로 처리하였다. 속도-압력의 연립은 SIMPLE 알고리즘에 의해서 이루어지며 압력에 있어서 속도-압력 비연립에 의한 진동을 피하기 위하여 연속 방정식에서 쉘면 속도 계산시 Rhie and Chow's의 압력 가중 내삽⁽¹⁶⁾을 도입하였다. 결과적인 이산화 방정식은 Stone's SIP⁽¹⁷⁾를 적용하여 해를 구하게 된다.

4. 결과 및 고찰

4.1 격자 생성의 자동화

격자생성 자동화란 사용자에게 단지 형상에 대한 자료만을 요구한다는 것이다. 즉 경계에 대한 자료만을 가지고 격자를 생성할 수 있도록 해야 한다는 것이다. 따라서 사용자가 얻고자하는 최종 격자는 임의로 주어진 초기조건으로부터 자동적으로 얻을 수 있어야 한다. 여기에서는 최종 격자점들이 이러한 임의로 주어진 초기 조건으로부터 독립적이라는 것을 보여주기 위하여 초기 내부 격자를 최종적으로 얻어질 격자와 외도적으로 다르게 위치시키고 난 후 격자 방정식이 수렴함에 따라 최종 격자점들 얻는 과정을 다양한 예제들을 통하여 보여주었다.

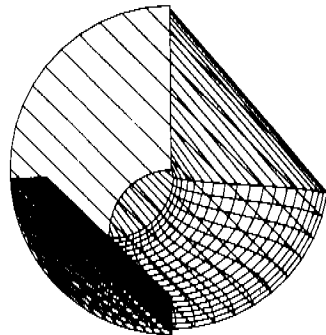


Fig. 2 Initial condition.

Fig. 2는 편심 원관 형상의 내부격자 (31×21)를 TFI로 생성하여 x 와 y 좌표를 서로 바꾸어줌으로써 외도적으로 초기 조건을 열악하게 주어진 것을 나타낸 것이다. Fig. 3은 5회의 반복을 수행한 후의 결과를 나타낸 것인데 불과 몇 번의 반복만으로 대부분의 격자가 내부 영역으로 복귀하고 있는 것을 보여주고 있다. Fig. 4는 완전히 수렴한 최종 격자를 보여주고 있는데 모든 경계에서의 직교성과 밀집도의 제어가 뛰어난 것을 확인할 수 있다. 모든 예제들에 대한 수렴 조건은 전 영역에서 잔차의 총합이 10^{-4} 에 도달할 때까지로 하였으며 이 경우에는 110번의 반복회수가 필요하였다.

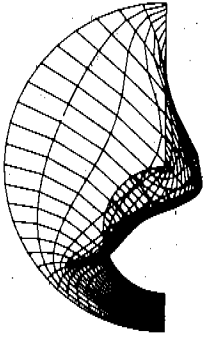


Fig. 3 Intermediate grid.

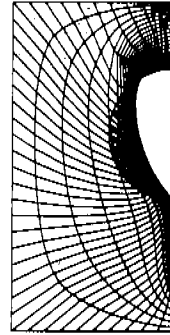


Fig. 6 Intermediate grid.

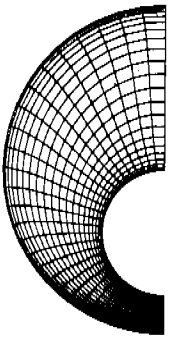


Fig. 4 Final grid.

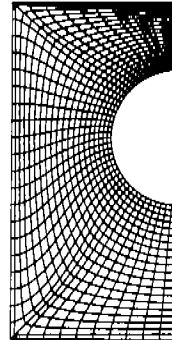


Fig. 7 Final grid.

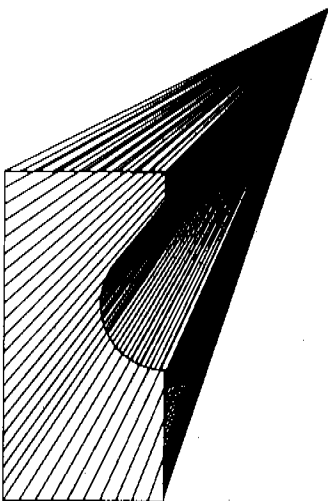


Fig. 5 Initial condition.

Fig. 5, 6, 7은 사각 덩치 내에 존재하는 원주 형상 (41×21)에 대하여 각각 초기 격자, 5회 반복 계산 후 및 최종 격자를 나타낸 것이다. 초기 격자를 모두 $x=1.0$, $y=1.5$ 에 즉, 외부 영역에 위치시켰으며 130번의 반복 계산으로 수렴된 결과를 얻을 수 있었다. 역시 모든 경계에서 격자 제어 가 훌륭하게 이루어진 것을 알 수 있다. Fig. 8, 9, 10은 윗면이 정현 함수인 Coleman 문제⁽⁸⁾라고 알려진 형상 (21×21)을 나타낸 것이다. R.M. Coleman⁽⁸⁾은 중앙 차분에 의한 이산화와 SOR에 의한 해법으로 옴의 Jacobian이 나타나 최종 격자에서 내부 격자 중 일부가 외부 영역에 위치하게 되어 격자 생성에 실패하였다. 그러나 본 연구에서는 외도적으로 Coleman 문제보다 더욱 공동 을 깊게 했으며 초기 격자는 영역의 최대값과 최소값을 등간격으로 나누어 얻어진 열악한 상태인 데도 불구하고 5번 반복 후에 대부분의 격자가

영역 내부에 위치하였고(Fig. 9) 137번의 반복 계산 후에는 최종 격자가 얻어졌다.(Fig. 10)

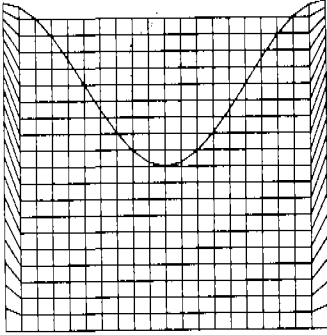


Fig. 8 Initial condition.

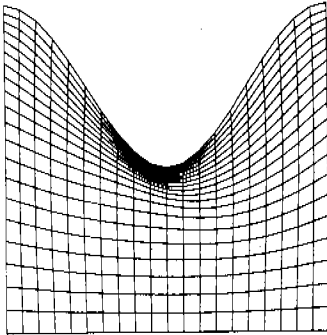


Fig. 9 Intermediate grid.

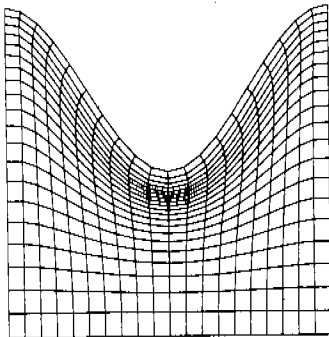


Fig.10 Final grid.

Fig. 11, 12, 13은 열교환기 등에서 사용하고 있는 실제 형상으로 급격하고도 불연속적인 곡률을 가지는 경계로 이루어진 판다발에 대한 격자 생성을 보여주고 있다. (31×21) 판 배치의 대칭성을 고려한 형상에 대하여 각각 초기격자, 5번 반복 후 및 170번 반복 후의 수렴 격자를 보여주고 있다. 특히 초기 격자의 좌표는 모두 0으로 주었는데 이 경우에 모든 영역에서 $\alpha = \beta = 0$ 이기 때문에 SOR에 의한 계산에서는 0으로 나누어지는(divided by zero) 결과가 나타나 격자 생성에 실패하게 된다. 그러나 ADI를 사용한 본 연구에서는 초기값에 관계없이 성공적인 사상을 얻을 수 있었다.

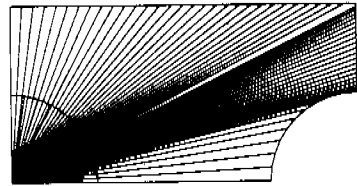


Fig. 11 Initial condition.

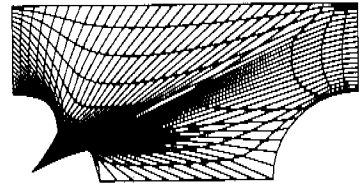


Fig. 12 Intermediate grid.

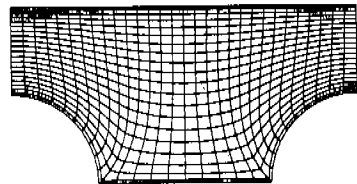


Fig. 13 Final grid.

이상의 결과를 살펴보면 임의로 주어진 초기 격자에도 불구하고 성공적으로 최종 격자를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 이에 대한 설명은 다음으로 가능하다. 프와송 격자 방정식은 열생성 P 와 Q 를 갖는 열전도 문제와 같고 종속변수 ϕ, ψ 는 온도와 같다고 생각할 수 있다. 따라서 열 생성 P 와 Q 의 값에도 불구하고 두 등온선 사이에 교차선은 존재하지 않는다. 최종적인 격자가 음의 Jacobian을 갖게되는 결과^(1,2,8,9)는 이러한 자연 법칙을 위반하는 것처럼 보인다. 그러나 이러한 경우라 하더라도 제어함수의 값이 작다면 거의 라플라스 방정식과 같은 정도의 최대값 정리를 유지할 수 있을 것으로 생각된다. 그러나 이들의 계산 과정을 살펴보면 공통적으로 중앙 차분을 사용하였으며 또한 대수 방정식을 푸는데 SOR을 사용하였다. 따라서 이들은 중앙 차분에 의한 절단 오차와 아울러 대각 지배성이 거의 없는 SOR을 사용함으로써 수치적 안정성 확보에 대한 안전장치가 절여되어 있다는 것을 알 수 있다. 더욱이 그들이 사용한 제어함수는 경우에 따라서 큰 값을 갖게되어 결과적으로 수치적 불안정성을 더해주게 된 것으로 보인다. 따라서 초기에 외부 영역에 존재하는 격자가 내부 영역으로 복귀하는 것은 지배 방정식이 가진 본래의 성격이지만 결과적으로 약한 대각 지배성과 과도한 제어함수의 크기로 인하여 해의 안정성을 확보하지 못하였기 때문에 임의의 초기 조건에서 격자 생성 방정식의 해를 얻는데 실패하는 것으로 생각할 수 있다. 그러나 본 연구에서는 ADI에 의하여 강한 대각 지배성을 확보하였으며 또한 식 (6), (7)에서 보는 바와 같이 제어함수의 보정량 $\Delta P, \Delta Q$ 의 값이 $-\pi/2$ 에서 $\pi/2$ 사이의 값으로 유계가 되어 결과적으로 수치적 안정성을 확보함으로써 자동적인 격자 생성이 가능하게 된 것이다. 이상의 결과에서 살펴볼 때 본 연구에서 개발된 방법은 사용자가 단지 형상 데이터만 입력하면 직교성과 밀집도에 대한 제어 능력이 우수한 격자를 자동적으로 생성시켜주는 격자 생성 자동화에 유용하리라는 것을 알 수 있다.

4.2 수평 편심 원주 사이의 자연 대류

위에서 개발한 양질의 격자를 가지고 편심 원주 사이 영역의 열전달 문제에 적용시켜보았다.

수평 편심 원주 사이의 자연 대류 문제는 수많은 응용 때문에 광범위한 관심을 받아왔으며 또한 실험이나 수치 해석 결과가 다양하게 존재하는 벤치마크 문제이기도 하다.⁽¹⁹⁻²¹⁾ 내부 원주는 일정 온도로 유지되고 있으며($T_H=1$) 외벽은 저온($T_C=0$)을 유지하고 있다. 중력은 수직 방향으로 작용하고 있다. 계산 영역은 수직 대칭면이 존재하기 때문에 반-단면만 고려하였다. 따라서 대칭 단면에 대한 경계조건은 모두 Neumann 조건을 주었는데 본 연구에서는 모든 경계에서 직교성이 확보되어 있으므로 특별한 처리없이 경계조건을 정확하고도 쉽게 줄 수 있었다. 편심 원주의 수직 편심도는 $e_v/L = -0.623$, Prandtl수 0.706, 직경비 2.6, 그리고 반경 차 $L = R_o - R_i$ 를 기본으로 한 Rayleigh수는 49,300이다. 이것은 T.H. Kuehn과 R.J. Goldstein⁽¹⁸⁾이 수행한 실험 조건 중의 하나와 대응하는 것이다. 계산에 사용된 제어 체적의 수는 31×21 이며 운동량, 압력 수정 방정식 그리고 에너지 방정식에 사용된 하향 이완 계수는 각각 0.8, 0.2, 0.9였다. 해의 수렴 판정은 전 영역에 걸친 각 방정식 잔차의 총합 중에서 가장 큰 것이 10^{-5} 범위에 들어오도록 하였다. 수렴하는데 필요한 반복계산 회수는 286번이었다.

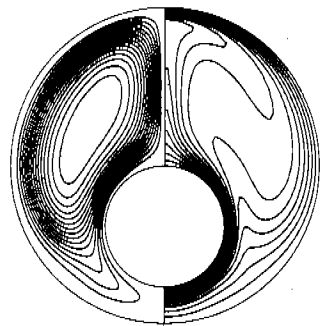


Fig. 14 Predicted streamlines and isotherms.

Fig. 14는 본 연구의 계산 결과로부터 유선과 등온선을 나타낸 것이다. 내부 원주가 아래 벽에 가까이 편심되어있어 온도의 전도(inversion)가 현저하게 나타나는 것을 볼 수 있다. 본 연구에서는 속도 및 온도에 대한 초기 조건을 모두 0

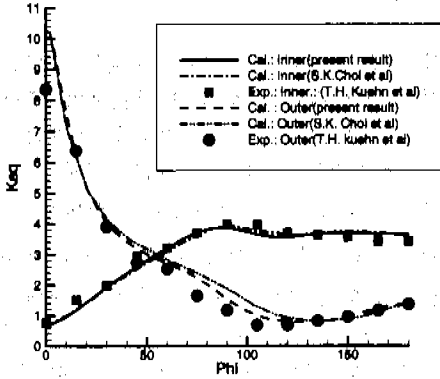


Fig. 15 Local equivalent conductivity distribution.

으로 주었으므로 단일 셀(unicellular)의 유동 형태를 보여주고 있다. Fig. 15는 T.H. Kuehn과 R.J. Goldstein⁽¹⁸⁾가 측정된 실험 결과와 S.K. Choi et al⁽²⁰⁾의 계산 결과를 본 연구의 결과와 함께 비교하기 위하여 원주 내의 벽을 따른 국부 등가 열전도 계수값 나타낸 것이다. 국부 등가 열전도 계수(local equivalent conductivity)는 다음과 같이 정의된다. 여기에서도 경계 격자의 직교성으로 인하여 열전도 계수는 간단하고도 정확하게 구할 수 있었다.

$$k_{eq} = h_i D_i \frac{\ln(D_o/D_i)}{2k} \text{ for inner cylinder (11)}$$

$$k_{eq} = h_o D_o \frac{\ln(D_o/D_i)}{2k} \text{ for outer cylinder (12)}$$

여기에서 h_i 와 h_o 는 각각 내벽 및 외벽에서의 국부 열전달 계수이다. Fig. 15는 본 연구에서의 해석 결과는 실험 결과와 매우 잘 일치하며 특히 S.K. Choi et al⁽²⁰⁾의 계산(51×31)보다 상대적으로 작은 격자를 사용하였음에도 불구하고 전체적으로 더욱 정확한 결과를 보여주었다. Table 1, 2는 실험 결과와 수치 해석 결과를 비교하여 나타낸 것이다. 내벽에서의 실험 결과의 최대 편차는 10% 미만이며 그 평균값은 4% 정도이다. 그러나 외벽에서는 국부적으로 90°와 120°사이에서 큰 편차를 나타내는데 최대 편차는 32.8%이며 평균 편차는 12%이다. 한편 S.K. Choi et al⁽²⁰⁾의 결과는 내벽에서는 평균 편차가 본 연구의 결과보다 다소 작은 3% 정도인 반면에 외벽에서는 최대 편차가 61.2%이고 평균 편차는 21.2%로 본 연구의 결과가 더욱 정확함을 보여주고 있다. 그러나 이 지점에서의 값은 절대값이

Table 1 Local equivalent conductivity distribution(inner cylinder).

Phi	Experiment	Choi et al	Present
0	0.75	0.73	0.82
30	1.98	1.90	1.93
60	3.22	3.10	3.21
90	3.97	3.89	3.85
120	3.69	3.66	3.57
150	3.56	3.73	3.69
180	3.42	3.55	3.65

Table 2 Local equivalent conductivity distribution(outer cylinder).

Phi	Experiment	Choi et al	Present
0	8.36	10.22	10.02
30	3.90	4.18	4.06
60	2.53	2.84	2.72
90	1.16	1.87	1.54
120	0.68	0.94	0.81
150	0.96	0.90	0.96
180	1.37	1.38	1.36

상대적으로 작기 때문에 전체 열전달량에는 크게 영향을 미치지 못할 것으로 생각된다.

5. 결론

타원형 편미분 방정식에 의한 자동화된 격자 생성법을 개발하였으며 그 결과를 자연 대류 문제에 적용하였다. 여기에서 다음과 같은 결론을 도출할 수 있었다.

(1) 중앙 차분에 의한 절단 오차에 기인한 수치적 불안정성 문제를 ADI를 적용하여 대각 지배성을 확보함으로써 해결할 수 있었다.

(2) 전경계 제어법에서는 제어함수 보정값의 절대값이 항상 $\pi/2$ 에서 $-\pi/2$ 사이의 값을 가지게 되므로 수치적 불안정성이 해소된다.

(3) 본 방법은 전경계에서 직교성이 확보되므

로 절단면(branch cut)이나 접합 인접면(patch interface)에서의 격자선이 연속적인 기울기를 가지게 되므로 별도의 특별한 처리가 불필요하다.

(4) 본 연구에서 개발한 격자 생성법은 형상 데이터만 입력하면 되므로 사용자 지향의 자동적인 격자 생성이 가능하다.

(5) 본 연구에서 개발된 격자 생성법은 직교성 및 밀집도의 제어가 탁월하기 때문에 주어진 경계조건의 적용을 용이하고도 정확하게 할 수 있고 또한 열전달 계수 등의 계산을 쉽고 정확하게 할 수 있다.

참고문헌

- (1) Thompson, J. F., Thames, F. and Mastin, C. W., 1974, "Automatic Numerical Generation of Body-Fitted Curvilinear coordinate System for Fields Containing any Number of Arbitrary Two-Dimensional Bodies," *Journal of Computational Physics*, Vol.15, pp.299~319.
- (2) Thompson, J. F., Warsi, Z. U. Z., and Mastin, C. W., 1985, *Numerical Grid Generation, Foundation and Applications*, North-Holland, New York, U.S.A., pp.188~271.
- (3) Raad, P. E and White, J. W., 1988, "A Transient Automated Mapping Procedure for Complex Geometries," *Numerical Grid Generation in Computational Fluid Mechanics '88*, Pineridge Press Limited, Swansea, United Kingdom, pp.237~245.
- (4) Soni, B. K., 1993, "Elliptic Grid Generation System: Control Function Revisited-I," *Applied Mathematics and Computation*, Vol.59, pp.151~163.
- (5) Eiseman, P. R., 1985, "Grid Generation for Fluid Mechanics Computations," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol.17, pp.487~522.
- (6) Middlecoff, J. F. and Thomas, P. D., 1979, "Direct Control of the Grid Point Distribution in Meshes Generated by Elliptic Equations," *ALAA-79-1462*, Williamsburg, VA.
- (7) Sorenson, R. L., 1980, "A Computer Program to Generate Two-Dimensional Grids about Airfoils and Other Shapes by the Use of the Poisson's Equation," *NASA TM-81198*
- (8) Haussling, H. J. and Coleman, R. M., 1981, "A Method for Generation of Orthogonal and Nearly Orthogonal Boundary-fitted Coordinate Systems," *Journal of Computational Physics*, 43, pp.373~381.
- (9) Matsuno, K. and Dwyer, H. A., 1988, "Adaptive Methods for Elliptic Grid Generation," *Journal of Computational Physics*, 77, pp.40~52.
- (10) Hsu, K. and Lee, S. L., 1991, "A Numerical Technique for Two-Dimensional Grid Generation with Grid Control at All of the Boundaries," *Journal of Computational Physics*, 96, pp.451~469.
- (11) Hilgenstock, A., 1988, "A Fast Method for the Elliptic Generation of Three-Dimensional Grids with Full Boundary Control," *Numerical Grid Generation in Computational Fluid Mechanics '88*, Pineridge Press Limited, Swansea, United Kingdom, pp.137~146.
- (12) Rossow, C. C. and Ronzheimer, A., 1991, "Multi-Block Grid Generation Around Wing-Body-Engine-Pylon Configurations," *Proceedings of the Third International Conference on Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics and Related Fields*, Barcelona, Spain, pp.357~367.
- (13) Doursat, C. and Perronnet, A., 1991, "Geometrical Control of the First Coordinate Surface off the Boundary," *Proceedings of the Third International Conference on Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics and Related Fields*, Barcelona, Spain, pp.629~640.
- (14) 최일곤, 배명형, 맹주성, 1996, "완전 경계 조절법을 도입한 과도 격자 생성법," *대한 기계학회 춘계 학술대회 논문집*, pp.326~331.
- (15) van Leer, B., 1979, "Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme; A Second-order Sequel to Gudnov's Method," *Journal of Computational Physics*, 2, pp.101~136.
- (16) Rhie, C. M. and Chow, W. L., 1983, "A

- Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Isolated Airfoil with Trailing Edge Separation," *AIAA*, Vol.21, pp.1525~1532.
- (17) Stone, H. L., 1968, "Iterative Solution of Implicit Approximations of Multi-Dimensional Equations," *SIAM Journal of Numerical Analysis*, Vol.5, pp.530~558.
- (18) Kuehn, T. H. and Goldstein, R. J., 1978, "An Experimental Study of Natural Convection Heat Transfer in Concentric and Eccentric Horizontal Cylindrical Annuli," *Journal of Heat Transfer*, Vol.100, pp.635~640.
- (19) Karki, K. C., 1986, "A Calculation Procedure for Viscous Flows at All Speeds In Complex Geometries," *Ph.D. Thesis*, The University of Minnesota, pp.162~183.
- (20) Choi, S. K., Nam, H. Y. and Cho, M., 1994, "Use of Staggered and Non-staggered Grid Arrangements for Incompressible Flow Calculations on Nonorthogonal Grids," *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol.25, pp.193~204.
- (21) Li, Y. S., Zhan, J. M. and Sun, Ming-Guang, 1998, "Matching Boundary Condition to Physical Boundary Conditions with Applications to Natural Convection Problems," *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol.33, pp.621~634.