

회전요동하는 원통내의 유동 및 교반특성을 위한 수치해석적 연구

김 현 민* · 서 용 권**
(1998년 9월 21일 접수)

Numerical Study on Fluid Flows and Stirring in a Circular Cylinder Subjected to Circulatory Oscillation

Hyeun Mihn Kim and Yong Kweon Suh

Key Words: Circular Cylinder(원주), Circulatory Oscillation(회전요동), Stirring(교반), MAC Method Free Surface(자유표면), Mean Flow Field(평균유동장), Particle Trajectory(입자 궤적) Visualization Experiment(가시화 실험)

Abstract

Incompressible flow inside a circular cylinder including periodically oscillating free surface waves was studied primarily by using a numerical method. We developed a finite difference scheme based on the MAC method applicable to three-dimensional free-surface flows, and applied it to the present flow model to study the flow characteristics as well as the fluid stirring. To verify the validity of our scheme, we performed a simple experiment for flow visualization. We found that the numerical results show a reasonable agreement with the observed flow patterns.

기호설명

$f_z = g/(R\omega^2)$
 g : 중력 가속도(=9.8 [m/s²])
 h^* : 자유표면 높이 [m]
 $h = h^*/R$
 H_B : 원통의 높이 [m]
 n : 시간 단계물 나타내는 상첨자
 p^* : 압력 [Pa]
 $p = p^*/(\rho\omega^2R^2)$
 P_{atm} : 대기압
 R : 원통의 내측 반경 [m]
 $Re = \omega R^2/\nu$: 레이놀즈 수
 R_T : 테이블의 요동 진폭 [m]
 t^* : 시간 [sec]
 $t = t^*\omega$

T : 테이블의 요동주기 [sec]
 u^* : x -방향 속도성분 [m/s]
 $u = u^*/(\omega R)$
 v^* : y -방향 속도성분 [m/s]
 $v = v^*/(\omega R)$
 w^* : z -방향 속도성분 [m/s]
 $w = w^*/(\omega R)$
 x^*, y^* : 수평방향 좌표 [m]
 $x = x^*/R$
 $y = y^*/R$
 z^* : 수직방향좌표 [m]
 $z = z^*/R$

그리스문자

$\beta = 1.65$ 연속방정식의 상항완화계수

$\gamma > \frac{\Delta t}{2} \max(u^2, v^2)$: 자유표면의 확산계수

Δt : 시간 간격

$\varepsilon = R_T/R$: 무차원 요동진폭

* 회원, 동아대학교 대학원 기계공학과
 ** 회원, 동아대학교 기계공학과

$$\omega = 2\pi/T$$

ν : 유체의 동점성계수 [m^2/s]

1. 서 론

본 연구는 주기적으로 변동하는 체적력을 받는 원통 내의 자유 표면 유동을 수치해석적으로 연구한 것으로서, 서와 김⁽¹⁾ 그리고 서와 박⁽²⁾의 후속 연구이다. 여기서는 비정상 3차원 Navier-Stokes 방정식을 MAC방법 (Marker-and-Cell Method)으로 수치해석하여 유동의 특징 및 그 교반 효과를 분석하였다. 본 연구에서 대상으로 삼은 유동 모델의 선정 배경과 그 연구 동향에 대해서는 참고 문헌 [1, 2]를 통해 알아볼 수 있다.

자유표면을 포함하는 유동장에 대한 수치해석은 현재 유체역학의 분야에서도 도전적 요하는 문제(challenging problem)로 인식되고 있다. 그 이유는 경계 조건을 부여해야 할 자유 표면의 형상이 미리 정해진 것이 아니고 유동장의 해외 일부가 되기 때문이다. 이와 같이, 자유표면이 결정되지 않은 상태에서 수치해석 할 때 발생하는 어려운 점은 아래와 같다.

- (1) 고정 격자계를 사용할 때는, 자유표면이 격자와 일치하지 않기 때문에 경계 조건의 적용이 쉽지 않다.
- (2) 이동 격자계를 사용할 때는, 격자계 자체가 일그러지기 때문에 공간에 대한 미분을 차별화할 때 수식이 길어지고 알고리즘이 복잡하게 된다.
- (3) 자유 표면에서의 여러 가지 조건이 통상적인 속도 조건(즉 고체 표면에서 속도가 정해지는 조건)이 아니라 전단응력과 수직응력의 조건으로 주어지므로 이것을 적용하고자 할 때 어려운 점이 따른다.
- (4) 처음에 기체로 채워진 셀(cell)이 그 다음 시간 단계에서 액체로 채워질 때, 이 셀에서 그 전단계에서 정의되지 않은 유동장을 어떻게 정하느냐 하는 문제가 대두된다.
- (5) 유동장이 정해지기 이전에는 자유표면이 정해지지 않기 때문에 일반적으로 계산시간은

더 많이 걸린다.

현재까지 자유표면의 거동을 동반하는 유체유동에 관한 수치해석은 많이 이루어지고 있다. 1965년 Harlow & Welch⁽³⁾는 MAC(Marker-and-Cell)방법을 제안하였다. 이 방법에서 자유표면은 자유표면에 띄운 많은 가상입자들의 추적에 의해 지정된다. 이 방법에서는 또한 엇갈림형 격자계의 사용이 두드러진다. 이 격자계에서는 속도와 압력이 서로 다른 점에서 정의되므로 같은 점에서 정의할 때 나타나는 해외 공간적 진동을 어느 정도 줄일 수 있는 이점이 있다. MAC 방법은 이 엇갈림형 격자계의 사용으로 더 유명하다고 볼 수 있다. 이후 MAC 방법은 다양하게 발전하였다. 1969년 Vieceili⁽⁴⁾는 MAC 방법에서 압력 방정식을 Chorin의 의사 압축성(pseudo compressibility)의 방법으로 푸는 알고리즘을 제안하였다. 1970년 Arnsden & Harlow⁽⁵⁾는 MAC를 개조하여 SMAC라 불렀다. 이 방법에서 압력 방정식의 해법이 더욱 단순화되었다. 1972년 Hirt & Cook⁽⁶⁾는 압력과 속도를 동시에 푸는 알고리즘을 사용하였다. 1980년 Hirt 등^(7,8)은 자유표면을 전혀 다른 개념으로 추적하는 소위 SOLA-VOF 방법을 제안하였다. 이것은 MAC 방법에서 가상입자들을 표면에 띄워 그 거동을 추적할 때 발생하는 많은 계산량을 줄이는 효과가 있다. 가장 최근의 연구를 보면, Armenio⁽⁹⁾는 fractional step method에 의해 대류항을 양적으로 처리하고 점성항은 음적으로 처리하는 방법을 사용하여 직사각형 탱크 내의 2차원 sloshing 문제를 수치해석하였다. Chen 등⁽¹⁰⁾은 micro cell과 macro cell을 사용하여 표면의 거동을 추적하는 알고리즘을 제안하고, 액체와 액체가 합치는 문제에 대해 적용하였다. Rudman⁽¹¹⁾은 Los Alamos 그룹의 SOLA-VOF 알고리즘을 개선시킨 FCT-VOF의 방법을 제안하였다.

그러나, 종래의 연구는 대부분 2차원에 국한되었고, 그것도 직사각형 형태의 용기 내 유동에 국한되었다. 원통형 용기 내의 자유 표면을 가지는 유동에 대한 연구에는 찾아 볼 수 없다. 본 연구에서는 원통형의 용기 내에 담긴 점성유체가 자유표면을 가지는 경우, 자유표면의 거동

과 이에 따른 유체유동을 수치해석하였다. 용기 내의 체적력은 용기를 회전요동시켜서 발생시킨다. 이러한 회전 요동은 미생물 또는 세포의 배양에서 shaker table을 사용할 때의 상황과 같다. 본 연구의 중요한 목표는 2차 유동의 확인이다. 왜냐하면, 이 2차유동은 용기 내의 유체 혼합에 매우 중요하고 이 혼합은 다시 생체 배양에 결정적으로 중요한 요소이기 때문이다. 즉, 종래의 자유표면에 대한 수치해석이 대부분 1차 유동에 국한되어 있음에 비해 본 연구는 2차유동에 주된 관심이 있기 때문에 수치해석 방법의 선택이나 격자계의 구성에 있어서도 신중을 기하지 않으면 안되는 특징을 보인다.

2. 지배방정식과 수치해석

2.1 지배 방정식

원통 내의 비압축성 유체유동을 지배하는 3차원 연속 방정식과 Navier-Stokes 방정식의 무차원 형태는 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 u + \epsilon \cos t \quad (2a)$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \nabla^2 v + \epsilon \sin t \quad (2b)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re} \nabla^2 w - f_s \quad (2c)$$

무차원 자유표면 높이 h 의 식은 아래와 같다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} = w + \gamma \nabla^2 h \quad (3)$$

여기서, 속도 u, v, w 는 표면에서 산정한 값을 사용한다. γ 와 우변의 점성항은 실제로는 존재하지 않으나 단지 수치해석적 불안정성을 사전에 방지하기 위한 것이며 Nichols & Hirt⁽¹²⁾가 적용한 바 있다. γ 는 확산계수로서 양의 상수이다. 본 연구에서는 수직벽면과 유체사이의 적심(wetting) 효과를 무시하기로 한다.

경계조건으로 측면 벽과 바닥에서는 비침투 및 점착 조건을 사용하였다. 자유표면에서의 속도 경계조건은 그 지점에서 자유표면에 접하는 두 방향의 전단응력이 0이고 수직응력이 표면 위의 기체 압력과 같다는 조건에서 주어진다. 본 수치해석에서는 수면이 완만히 경사진 것으로 가정하여 응력조건을 적용한다.^(13,14) 이 가정 하에서 수직 방향 응력이 0이라는 조건은

$$p = \frac{2}{Re} \frac{\partial w}{\partial z} \quad (4)$$

이 되며, 표면에 접하는 방향의 전단응력이 0이라는 조건은

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (5a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad (5b)$$

을 제공한다.

교반특성 해석에 필요한 유체입자의 궤적은 아래의 운동방정식에 의해 구해진다

$$\frac{dx}{dt} = u(x, y, z, t) \quad \frac{dy}{dt} = v(x, y, z, t)$$

$$\frac{dz}{dt} = w(x, y, z, t) \quad (6)$$

2.2 수치해석 방법(MAC 방법)

MAC 방법은 기본적으로 유한차분법이다. MAC 방법에서 가장 특징적인 것은 격자계를 고

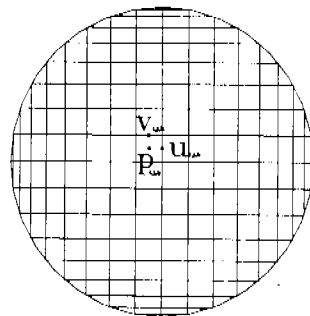


Fig. 1 Top view of the grid system for the circular cylinder.

정시키고 자유표면에서의 경계 조건은 외삽법으로 구하는 일이다. 이를 위해 필요한 것이 경계면의 추적작업이다. 원래는, 표면에 수동 입자(passive particle)들을 띄워 이들의 표류로부터 경계를 구하는 방법이 사용되었으나, 그 이후 자유표면의 경사가 그렇게 심하지 않은 경우에는 자유표면 높이에 관한 방정식을 동시에 수치해석적으로 풀어서 이로부터 추적하는 방법이 개발되었다. 여기서는 후자의 방법을 사용하였다.

본 연구에서 격자계로서는 원통의 표면이 격자점이 되도록 불균일 격자계를 사용하였으며, 속도성분이 각 직육면체 격자의 면에서 정의되고 압력은 그 중앙지점에서 정의되는 엇갈림형 격자계를 채용한다. Fig. 1은 본 연구의 격자계를 보여주고 있다. 본좌표계를 사용하면 원통 측면에서 격자가 사각형모양을 이루지는 않지만, 원통형좌표계를 사용하였을 때 중심에서 생기는 특이성은 나타나지 않는다.

운동량 방정식 (2a)-(2c)의 시간경과에 따른 진행은 1차적 오더를 갖는 오일러의 방법으로 처리한다. 다만 압력은 연속 방정식 (1)이 만족되도록 해야 하므로 반복법에 의해 계산을 하며 속도장도 반복 과정에서 동시에 보정된다. 연속 방정식 (1)의 차분식은 다음과 같다.

$$D_{i,j,k} = \frac{U_{i,j,k}^{n+1} - U_{i-1,j,k}^{n+1}}{\Delta x_i} + \frac{V_{i,j,k}^{n+1} - V_{i,j-1,k}^{n+1}}{\Delta y_j} + \frac{W_{i,j,k}^{n+1} - W_{i,j,k-1}^{n+1}}{\Delta z} \quad (7)$$

여기서 $D_{i,j,k}$ 를 디لات레이션(dilatation)이라 하며,⁽¹⁵⁾ 이것의 절대치가 모든 격자점에서 0에 가깝게 되도록 하는 것이 반복법의 목표이다. 이 값이 한계값 이하로 되지 않았을 때 압력은 아래 식으로 보정한다.

$$P_{i,j,k}^{n+1} = P_{i,j,k}^{n+1} + \delta P_{i,j,k} \quad (8a)$$

$$\delta P_{i,j,k} = \frac{-\beta D_{i,j,k}}{2\Delta t \left(\frac{1}{\Delta x_i^2} + \frac{1}{\Delta y_j^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right)} \quad (8b)$$

다음으로, 압력 조절에 따른 속도 보정은 아래와 같이 주어진다.⁽¹²⁾

$$U_{i,j,k}^{n+1} = U_{i,j,k}^{n+1} + \frac{\Delta t \delta P_{i,j,k}}{\frac{1}{2}(\Delta x_i + \Delta x_{i+1})} \quad (9a)$$

$$U_{i-1,j,k}^{n+1} = U_{i-1,j,k}^{n+1} - \frac{\Delta t \delta P_{i,j,k}}{\frac{1}{2}(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})} \quad (9b)$$

$$V_{i,j,k}^{n+1} = V_{i,j,k}^{n+1} + \frac{\Delta t \delta P_{i,j,k}}{\frac{1}{2}(\Delta y_j + \Delta y_{j+1})} \quad (9c)$$

$$V_{i,j-1,k}^{n+1} = V_{i,j-1,k}^{n+1} - \frac{\Delta t \delta P_{i,j,k}}{\frac{1}{2}(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})} \quad (9d)$$

$$W_{i,j,k}^{n+1} = W_{i,j,k}^{n+1} + \frac{\Delta t \delta P_{i,j,k}}{\Delta z} \quad (9e)$$

$$W_{i,j,k-1}^{n+1} = W_{i,j,k-1}^{n+1} - \frac{\Delta t \delta P_{i,j,k}}{\Delta z} \quad (9f)$$

한편, 자유 표면에서의 경계조건을 적용하기 위해서는 외삽법을 필요로 한다. 식 (3)에 의해 자유표면이 구해지면, 운동량 방정식으로 구해지지 않는 표면 주위 격자점에서의 속도 및 압력은 (4) 및 (5a), (5b)의 차분식에 의해 그리고 표면 내부의 격자점에서의 압력 및 속도장으로부터 선형 외삽법의 방법으로 구하였다.

본 연구에서는 x , y , 및 z 방향의 격자 수를 $42 \times 42 \times 52$ 로 하여 주로 계산을 수행하였으며, 어떠한 파라미터 조건에서 $62 \times 62 \times 82$ 로 수행한 결과와 큰 차이가 없음을 확인하였다. 수치해석시의 시간 간격 Δt 는 하나의 시간 스텝 사이에 유체입자가 이동한 거리가 격자 크기보다 클 수 없다는 Courant 조건, 그리고 운동량의 확산거리가 한 시간 스텝 사이에 역시 하나의 격자 크기보다 클 수 없다는 확산의 조건을 만족하도록 선택하였다.

3. 결과 및 검토

본 연구에서 용기는 원통이며 일정한 크기의 체적력 벡터가 일정한 각속도로 원운동을 하므로, 직관적으로 볼 때 체적력 벡터와 동일한 각속도로 회전하는 좌표계에서 관찰한다면 유동은 상대적으로 정상적으로 될 수 있음을 예측할 수 있다. 물론 표면과의 거동이 가진 주파수(여기서는 원통의 요동 진동수)에 따라 또 레이놀즈 수에 따라 상대적으로 비정상적인 거동을 보일 수

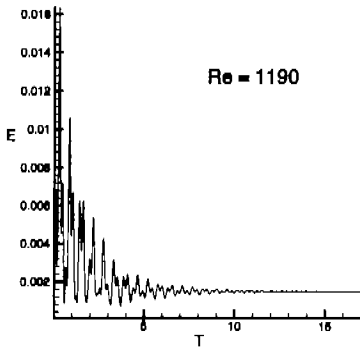


Fig. 2 Time history of the spatially averaged kinetic energy $E(t)$.

도 있으나, 본 연구에서는 이러한 상대적 정상 유동의 상태가 적어도 낮은 레이놀즈 수에서 그리고 자유표면의 고유진동수보다 훨씬 낮은 가진 진동수에서 존재할 것이라고 판단하였다. 만약 이러한 상태라면, 압력장 및 속도장을 대표하는 변수 ϕ 는 아래와 같은 형태로 된다.

$$\phi(x, y, z, t) = \phi(r, \theta - t, z) \quad (10)$$

그러면, 변수 ϕ 의 공간 전체에 걸친 적분은 시간과 무관하게 될 것이다. 본 연구에서는 레이놀즈 수가 높지 않은 경우 이러한 상대적 정상 상태가 존재한다는 것을 확인하였다. 본 연구에서는 이러한 정상 상태의 확인을 위해 아래와 같은 공간평균 운동에너지의 식을 사용하였다.

$$E(t) = \frac{1}{2V} \int_V (u^2 + v^2 + w^2) dV \quad (11)$$

Fig. 2는 시간 경과에 따른 공간평균 운동에너지 $E(t)$ 의 수렴을 보여준다. 이 그림으로부터 유동상태가 정상상태임을 확인할 수 있다.

본 연구에서는 $R=4.35$ [cm], $R_T=2$ [cm], $T=1$ [sec], 그리고 $H=2$ 및 4 [cm]의 조건에서 계산되는 파라미터 하에서 구한 수치해석 결과만을 제시하기로 한다.

Fig. 3(a), (b)는 한 순간에서의 자유표면의 높이분

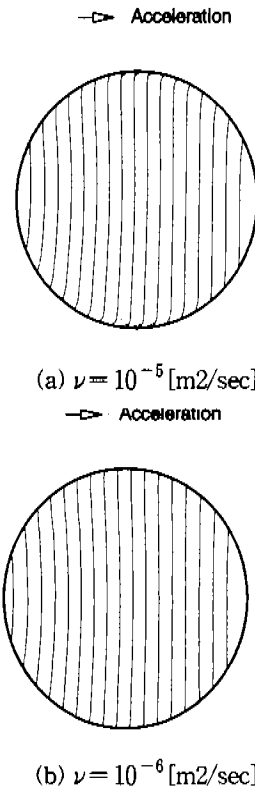


Fig. 3 Distribution of the free surface height $h(x, y, t)$ at $t=0$ in the relatively steady state, $\Delta h=0.01$

포가 시간과 더불어 체적력 벡터를 따라 회전운동한다. 특이한 것은 Fig. 3(a)의 벽면 근처에서는 중심부와 달리 수면의 동고선이 굴곡이 쳐 있는 것을 알 수 있는데, 이는 다분히 벽면에서의 점성에 기인한다. Fig. 3(b)는 물의 경우로서 점성계수가 10배나 작은 경우인데, 벽면 근처의 굴곡이 앞과 비교하여 더욱 얇은 지역에서 존재한다는 사실로부터 이를 이해할 수 있다. 이러한 현상은, 아래 쪽은 수면이 낮아지고 있는 상태이므로 벽면에서는 자유표면이 미처 따라 내려오지 못한 형태, 그리고 윗 쪽은 수면이 높아지고 있는 상태이므로 벽면에서 자유표면이 미처 올라오

지 못한 상태로 이해할 수 있다.

Fig. 4는 자유 표면에서의 순간 속도장을 위에서 본 그림이다. 중심부에서의 분포는 정성적으로 서와 김⁽¹⁾의 연구 결과(Fig. 2)와 일치함을 알 수 있다. 여기서도 벽면 근처에서의 경계층 영역에서는 점성의 영향으로 중심부와는 다른 거동을 보인다는 것을 알 수 있다.

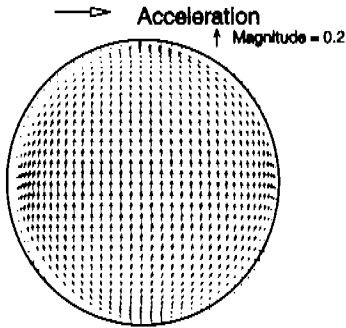
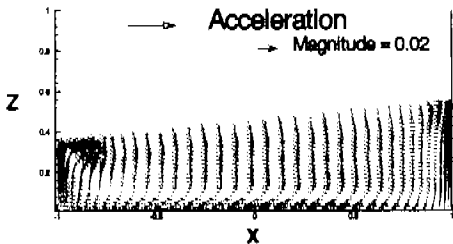
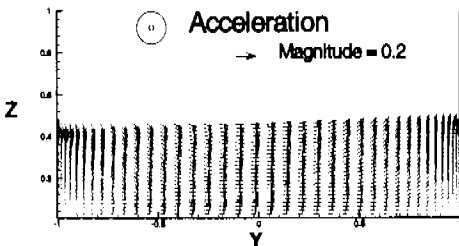


Fig. 4 Velocity vector field on the free surface at $t=0$ in the relatively steady state.



(a) On the vertical plane through x axis



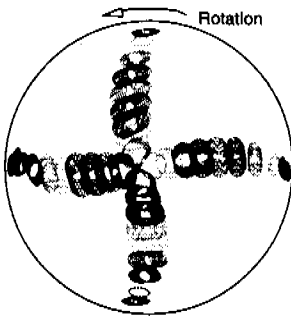
(b) On the vertical plane through y axis

Fig. 5 Velocity vectors on two vertical planes at $t=0$.

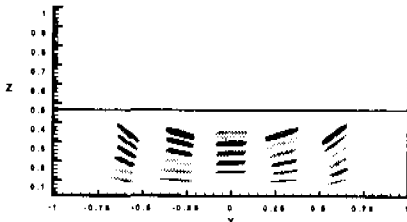
Fig. 5는 원통의 두 수직단면에서의 순간속도 벡터들을 보여준다. Fig. 5(a)는 중심축을 포함하고 체적력 방향인 단면에서의 속도 벡터를, Fig. 5(b)는 이에 수직인 수직단면에서의 속도 벡터를 각각 나타내고 있다. 지배적인 속도성분이 순간 가속도방향과 수직인 것을 알 수 있으며, 이 또한 서와 김의 연구 결과와 일치한다. 한편 Fig. 5(a)의 좌측 표면 근처의 자유 표면 바로 아래에서 강한 와류를 관찰할 수 있다. 이에 대한 원인은 다음과 같이 설명할 수 있다. 우선, 이 시점에서 이 지점의 자유표면은 가장 아래로 내려온 상태임을 주시해야 한다. 그러면, 약 반 주기 전부터 이 지점은 자유 표면이 계속 내려온 것을 경험하였으며, 이 때 표면에서 형성되는 시계 방향의(그림에서 보았을 때) 와도가 자유 표면을 따라 중심부로 나아가며 말림(rolling 또는 curling) 작용에 의해 와류 뭉치가 된다고 볼 수 있다. 반대로 우측의 자유표면 아래에서는 이러한 뚜렷한 와류뭉치를 관찰할 수 없다. 이는, 자유표면이 올라가고 있는 상태에서는 우측에서도 시계 방향의 와도가 형성되나 이 와도를 고체 벽면에서부터 떨어지게 하는 강제력이 작용하지 않기 때문에 고체 벽면에 가까이 존재하면서 벽면에서의 점성 작용으로 그 크기가 감소하기 때문인 것으로 추정할 수 있다. 좌측 벽면 자유표면 근처에서의 이러한 와류 형성은 중심부에서의 정상 2차 유동을 결정짓는 가장 큰 영향력을 발휘한다(아래에서 다시 언급).

이런 해석에 외하면 입자를 유동장에 위치시켜 놓았을 때 그 입자는 한주기 동안에 3차원 공간에서 왕복운동을 하고 거의 제자리에 돌아온다⁽¹⁾. Fig. 6은 수평 단면(Fig. 6(a))과 수직 단면(Fig. 6(b)) 상에서 분포시킨 입자들의 10 주기 동안의 궤적을 그린 것이다. Fig. 6(a)의 수평 단면을 보면 입자는 중심부에서는 원의 궤적을 그리고 가장자리로 갈수록 타원에 가까운 궤적을 그리는 것을 알 수 있다. 한편 Fig. 6(b)의 중심축을 지나는 수직 단면을 보면 입자의 궤적이 곡선의 일부만을 그리는 것을 알 수 있으며 또한 이러한 형상은 이 단면에서의 운동이 정지파(standing wave)에 가까운 형태임을 암시한다⁽¹⁾. 입자는 거의 한 주기 동안 폐곡선에 가까운 모양을 그리

지만 한 주기 후에 정확히 처음의 위치에 오지는 않으며, 이 것이 혼합을 일으키는 원인이 되며 다음에서 언급할 평균 유동장의 원인이 된다. Fig. 6(a)의 중앙에서 입자가 그리는 궤적의 크기는 서와 김⁽¹⁾의 결과에서 제시한 이론 값보다 약 20% 정도 더 작다. 이론 해석은 어디까지나 점근적 해석의 결과이므로 유한한 크기의 ϵ 에 대해서는 어느 정도의 오차가 당연히 예측된다.



(a) On the horizontal plane; particles are initially situated at $z=0.3$

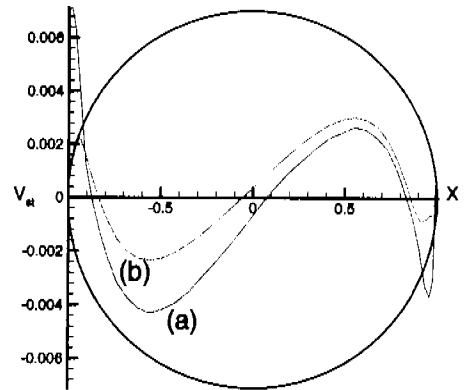


(b) On the vertical plane; particles are initially situated at $x=0$

Fig. 6 Trajectories of particles.

평균 유속은 고정된 공간에서의 시간 평균 속도로 정의할 수도 있고(Euler적 개념), 그 지점에 있던 입자가 한 주기 뒤에 이동한 위치 변화 벡터를 한 주기의 시간으로 나눈 것으로 정의할 수도 있다(Lagrange적 개념). 이론 해석⁽¹⁾ 및 그 참고문헌들에 설명되어 있지만, 전자는 고체 벽면 근처의 진동류에 의해 형성되는 오일러적 스트리밍 유동(Eulerian streaming flow)에 의한 것이며, 후자에는 이 유동에 소위 Stokes 표류속도

(Longuet-Higgins⁽¹⁶⁾ 참조)가 더해진 것이다. 참고 문헌 [1]에서 분석한 바와 같이, 일반적으로 높은 진동수로 진동하는 진동류의 1차적 해는 비점성 비회전성이며 점성 효과는 고체 벽면 또는 자유표면 근처에 국한되어 있다. Stokes 표류 속도는 비점성 영역에서 입자의 진행파적인 왕복운동에 의해 형성되는 것으로서 점성 효과와는 무관하다. 본 유동 모델에서 수평 단면 상에서는 Stokes의 표류 속도만 존재하며 반대로 중심축을 지나는 수직 단면 상에서는 오일러적 스트리밍 운동만 존재하는 것으로 알려져 있다⁽¹⁾. Fig. 7은 수평 단면 상에서 입자가 한 주기 동안 이동한 회전 방향 위치 변화를 주기로 나눈 속도로서 Stokes 표류속도에 해당한다고 볼 수 있다.



(a) $z=0.4$ (b) $z=0.2$

Fig. 7 Stokes drift velocity distributions at two horizontal planes.

본 유동 모델에서 Stokes 표류 속도는 체적력의 이동 방향(즉 반시계 방향)인 것으로 밝힌 앞의 연구 결과⁽¹⁾와 일치한다. 한편, 벽면 근처에서는 표류 속도가 반대 방향인 것이 특이하며, 이는 벽면에서의 점성작용이 1차적이기 때문에 이론과 차이가 나는 것으로 이해할 수 있다.

Fig. 8은 상대적 정상 상태에서 초기에 $y=0$ 의 수직 단면 상의 한 정사각형 영역에 1600개의 입자를 위치시켰을 때 70 주기 후에 이 입자들이

- (1) 충분히 낮은 레이놀즈 수의 유동에서, 체적력과 같이 이동하는 좌표계에서 관찰했을 때 상대적으로 정상 상태가 되는 유동 조건이 관찰되었다.
- (2) 전반적으로 순간 유동장 및 자유표면 높이는 이론 해석 결과와 정성적으로 잘 맞는다.
- (3) 측면 벽 자유 표면 아래에서의 와도 발달 및 이에 따라 형성되는 와류 동치는 그 후의 평균 시간 유동장의 형성에 결정적인 역할을 한다.
- (4) 교반효과와 가장 밀접한 관계를 가지는 시간평균 유동장에 외하면 유동은 측면 벽에서 상승하고 바닥 표면에서 중심을 향한다. 그리고, 경계층 영역에서는 순환 유동의 양상을 보인다.
- (5) 수직 단면에서의 시간 평균 유동에서 수치 해석 결과는 가시화 실험 결과와 잘 맞으며 이로부터 본 수치해석 방법의 타당성을 확인할 수 있다.

후 기

본 연구는 '97 교육부 기계공학 연구분야 지원(과제번호 ME97-E-06)으로 수행되었다.

참 고 문 헌

- (1) 서용권, 김현민, 1996, "회전요동하는 원통내의 유동특성-이론적 해석," 대한기계학회논문집(B), 제 20권, 제12호, pp. 3960~3969.
- (2) 서용권, 박준관, 1996, "회전요동하는 원통내의 유동특성-수치해석 및 실험," 대한기계학회논문집(B), 제20권, 제12호, pp. 3970~3979.
- (3) Harlow, F.H. and Welch, J.E., "Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface", *Phys. Fluids*, Vol. 8, pp. 2182~2189, 1965.
- (4) Viacelli, J.A., "A Method for Including Arbitrary External Boundaries in the MAC Incompressible Fluid Computing Technique", *J. Comput. Phys.*, Vol. 4, pp. 543~551, 1969.
- (5) Amsden, A.A. and Harlow, F.H., "The SMAC Method: A Numerical Technique for Calculating Incompressible Fluid Flows", *Los Alamos Sci. Lab. LA-4370*, 1970.
- (6) Hirt, C.W. and Cook, J.L., "Calculating of Three-Dimensional Flows around Structures and over Rough Terrain", *J. Comput. Phys.*, Vol. 10, pp. 324~340, 1972.
- (7) Hirt, C.W., Nichols, D.B., Romero, N.C., "SOLA-A Numerical Solution Algorithm for Transient Fluid Flow with Multiple Free Boundaries", *Los Alamos Sci. Lab. LA-8355*, 1980.
- (8) Hirt, C.W. and Nichols, D.B., "Volume of Fluid(VOF) method for the Dynamics of Free Boundaries", *J. Comput. Phys.*, Vol. 39, pp. 201~225, 1981.
- (9) Armenio, V., "An Improved MAC Method (SIMAC) for Unsteady High-Reynolds Free Surface Flows", *Int. J. Num. Methods in Fluids*, Vol. 24, pp. 185~214, 1997.
- (10) Chen, S., Johnson, D.B., Raad, P.E. and Fadda, D., "The Surface Marker and Micro Cell Method", *Int. J. Num. Methods in Fluids*, Vol. 25, pp. 749~778, 1997.
- (11) Rudman, M., "Volume-Tracking Methods for Interfacial Flow calculations", *Int. J. Num. Methods in Fluids*, Vol. 24, pp. 671~691, 1997.
- (12) Nichols, B.D. and Hirt, C.W., 1973, "Calculating Three-Dimensional Free Surface Flows in the Vicinity of Submerged and Exposed Structures," *J. Comput. Phys.*, Vol.12, pp. 234~246.
- (13) Hirt, C.W. and Shannon, J.P., 1968, "Free-Surface Stress Conditions for Incompressible-Flow Calculations," *J. Comput. Phys.*, Vol.2, pp. 403~411.
- (14) Nichols, B.D. and Hirt, C.W., 1971, "Improved Free Surface Boundary conditions for Numerical Incompressible-Flow Calculations," *J. Comput. Phys.*, Vol.8, pp. 434~448.
- (15) Roache, P.J., 1976, *Computational Fluid*

Dynamics, Hermosa Publishers
(16) Longuet-Higgins, M.S., 1953, "Mass Transport in Water Waves," *Phil. Trans. Roy. Soc. A245*, pp. 535~581.