

유체유동에 의한 외력을 고려한 회전 블레이드의 동역학적 거동해석

서 석* · 유흥희** · 윤준용***

(1999년 12월 22일 접수)

Dynamic Analysis of a Rotating Blade Considering the Fluid Induced External Force

Seok Seo, Hong Hee Yoo and Joon Yong Yoon

Key Words: Dynamic Analysis(동적 해석), Pretwisted(초기 비틀림을 갖는), Rotating Blade(회전 블레이드), Fluid Induced External Force(유체유동에 의한 외력), Stiffness Variation Effect(강성변화 효과), Natural Frequency Variation(고유진동수 변화)

Abstract

A dynamic modeling of a rotating pretwist blade which interacts with the fluid is proposed in this study. The hybrid deformation variable modeling method is employed to derive the equations of motion. The external force and moment induced by the fluid (with fixed configurations of the blade) are obtained by fluid flow analysis and tabulated in a database. This database is efficiently utilized to save the computational effort to calculate the dynamic response of the blade. The numerical results show that the fluid affects the transient response as well as frequency characteristics of the system.

1. 서 론

헬리콥터나 발전용 가스 터빈 등의 블레이드는 공기나 가스 등의 유체 속에서 회전운동을 하므로 유체와 간섭을 일으킨다. 블레이드의 회전운동은 유체유동을 발생시키며 유체유동은 압력분포의 변화를 일으켜 블레이드에 외력을 가하게 된다. 외력을 받은 블레이드는 탄성 변형으로 인하여 그 형상이 변화하게 되며 이는 또 다시 다른 형태의 압력 분포를 발생시키게 된다. 이같이 유체 유동과 블레이드의 동적 변형은 서로 밀접한 연관성을 갖고 있다.

회전운동을 하는 블레이드의 동적 특성 변화에 관한 연구는 상당한 역사를 갖고 있는데, 대부분의 연구가 진동 해석에⁽¹⁻⁵⁾ 초점을 모으고 있다. 이 분야에는 최근까지 엄청난 양의 문헌이 발표되고 있는데 이에 관한 문헌조사 및 정리는 참고 문헌 (4, 5)에 잘 나타나 있다. 블레이드의 진동 해석에 관한 연구와 달리 과도 해석에 대한 연구는 비교적 많이 이루어지지 못한 실정이다. 이는 회전 운동에 의한 동특성 변화를 고려하기 위해서 종래의 방법으로는 비선형 모델링 방법의⁽⁶⁻⁸⁾ 사용되는데 이는 모델링의 복잡성과 계산의 효율성에 문제를 야기시키기 때문이다. 최근 들어 이러한 비선형 모델링과 정확도에 있어서 동일한 선형 모델링이^(9,10) 소개되면서 이 분야에 대한 효율적인 연구의 가능성을 보여주고 있다.

본 연구에서는 최근 소개된 블레이드형 구조물의 선형 동적 모델링에 근거하여 외부로부터 가

* 회원, 한양대학교 대학원 기계설계학과

** 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : hhyoo@email.hanyang.ac.kr

TEL : (02)2290-0446 FAX : (02)2293-5070

*** 회원, 한양대학교 기계공학부

해지는 유체유동에 의한 외력을 고려한 모델링을 유도하고 해석을 수행하려 한다. 유체유동에 의한 외력을 효율적으로 고려하기 위하여 유체의 속도 및 반응각에 따른 유동 및 압력 분포를 구하고 이를 저장하여 동적 해석을 위한 데이터베이스로 이용한다. 본 연구는 유체 유동해석과 구조해석을 분리시켜 실시함으로써 해석의 효율성을 크게 제고할 수 있다는 점에서 큰 의미를 갖는다고 판단된다.

2. 운동방정식

이 절에서는 초기 비틀림각과 단면 편심을 갖고 유체내에서 회전하는 블레이드의 운동방정식을 유도하려 한다. 블레이드는 균질하고 등방성이며 단면적은 일정하다는 가정을 사용하였다. 또 방정식의 유도과정을 간명하게 보여주기 위해 전단효과와는 본 연구에서 고려하지 않았다.

Fig. 1은 단면 편심을 갖고 초기 비틀림을 갖는 블레이드의 형상을 나타낸다. 이 블레이드는 전단 중심과 질량 중심이 일치하지 않는 단면 편심으로 인해 \hat{a}_3 축을 중심으로 회전운동을 할 때 비틀림 운동이 발생한다. Fig. 2는 변형전 보의 탄성축상 일점 P_0 가 변형발생으로 P_1 의 위치로 이동할 때, 발생하는 변위를 보여주는데 그 변위를 \vec{u} 라 표시하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{u} = u_1 \hat{a}_1 + u_2 \hat{a}_2 + u_3 \hat{a}_3 \tag{1}$$

여기서, u_1, u_2, u_3 와 보의 인장길이 s 는 다음과 같은 근사적 관계를 갖는다.

$$s = u_1 + \frac{1}{2} \int_0^x \left[\left(\frac{\partial u_2}{\partial \sigma} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_3}{\partial \sigma} \right)^2 \right] d\sigma \tag{2}$$

본 논문에서는 최종적으로 선형화된 운동방정식을 유도하며 일반관성력을 구할 때 식 (2)가 사용된다.

인장 및 굽힘 변위와 비틀림각을 나타내는 변형 변수들은 Rayleigh-Ritz 가상모드법을 사용하여 다음과 같이 근사화한다.

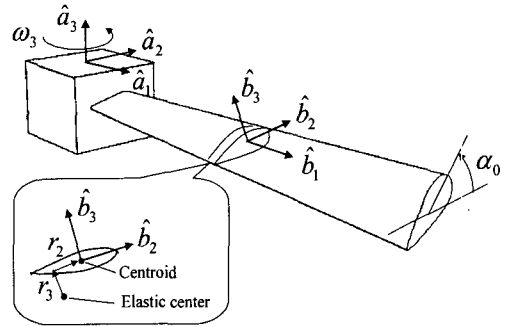


Fig. 1 Example of a pre-twisted blade with cross section eccentricity

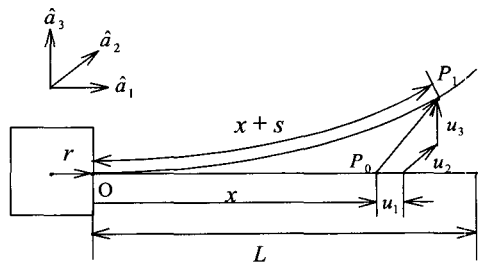


Fig. 2 Elastic axis deformation of a cantilever beam

$$\begin{aligned} s(x, t) &= \sum_{i=1}^{\mu_1} \phi_{1i}(x) q_{1i}(t) \\ u_2(x, t) &= \sum_{i=1}^{\mu_2} \phi_{2i}(x) q_{2i}(t) \\ u_3(x, t) &= \sum_{i=1}^{\mu_3} \phi_{3i}(x) q_{3i}(t) \\ \theta_1(x, t) &= \sum_{i=1}^{\mu_4} \phi_{4i}(x) q_{4i}(t) \end{aligned} \tag{3}$$

여기서, $\phi_{1i}, \phi_{2i}, \phi_{3i}, \phi_{4i}$ 는 가상 모드함수들이며, $q_{1i}, q_{2i}, q_{3i}, q_{4i}$ 는 해당 모드좌표들이고, $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ 는 각 모드좌표들의 수이다.

Kane의 방법을 사용하면 운동방정식은 다음과 같은 식으로부터 구할 수 있다.

$$F_{ki}^* + F_{ki} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, \mu_k, k=1, \dots, 4) \tag{4}$$

여기서

$$F_{ki}^* = - \int_0^L \rho \frac{\partial \vec{v}^P}{\partial q_{ki}} \cdot \vec{a}^P dx - \int_0^L \frac{\partial \vec{\omega}^{dB}}{\partial q_{ki}} \cdot (\vec{a}^{dB} \cdot \vec{I} + \vec{\omega}^{dB} \times \vec{I} \cdot \vec{\omega}^{dB}) dx \quad (5)$$

$$F_{ki} = F_{ki}^U + F_{ki}^F \quad (6)$$

$$F_{ki}^U = - \frac{\partial U}{\partial q_{ki}} \quad (7)$$

$$F_{ki}^F = \int_0^L \vec{F} \cdot \frac{\partial \vec{v}^P}{\partial q_{ki}} dx + \int_0^L \vec{T} \cdot \frac{\partial \vec{\omega}^{dB}}{\partial q_{ki}} dx \quad (8)$$

여기서 F_{ki}^* 는 일반관성력, F_{ki} 는 일반작용력이라 하고 F_{ki}^U 는 탄성에너지에 의한 일반작용력이고 F_{ki}^F 는 유체유동에 의한 일반작용력이다. 또한 \vec{F} 와 \vec{T} 는 각각 보의 단면 중심에 가해지는 단위길이당 합력과 토크이다. 또한 여기서 L 은 블레이드의 길이, ρ 는 단위 길이 당 질량, U 는 탄성에너지, \vec{v}^P 는 단면의 질량 중심점의 속도, \vec{a}^P 는 가속도, $\vec{\omega}^{dB}$ 는 단면의 각속도, 그리고 \vec{a}^{dB} 는 각가속도를 각각 의미한다. 또한, \vec{I} 는 보 단면의 단위 길이 당 관성다이아드를 나타내며 A 는 단면적이다.

보의 임의 단면에 작용하는 유체유동에 의한 외력들은 항상 그 단면 중심에 가해지는 하나의 합력과 토크로 대체될 수 있다. 이들을 임의의 단면에 고정된 좌표계 $\hat{b}_1, \hat{b}_2, \hat{b}_3$ 를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{F} = F_1 \hat{b}_2 + F_2 \hat{b}_3 \quad (9)$$

$$\vec{T} = T \hat{b}_1 \quad (10)$$

이를 이용해 유체에 의한 일반작용력을 구하면 다음과 같다.

$$F_{1i}^F = - \sum_{j=1}^{\mu_1} \int_0^L (F_1 \sin \alpha + F_2 \cos \alpha) \phi_{1i} \phi_{3j}' dx q_{3j} - \sum_{j=1}^{\mu_2} \int_0^L (F_1 \cos \alpha - F_2 \sin \alpha) \phi_{1i} \phi_{2j}' dx q_{2j} \quad (11)$$

$$F_{2i}^F = \sum_{j=1}^{\mu_2} \int_0^L r_2^a (F_1 \cos \alpha - F_2 \sin \alpha) \phi_{2i}' \phi_{2j}' dx q_{2j} + \sum_{j=1}^{\mu_2} \int_0^L r_2^a (F_1 \sin \alpha + F_2 \cos \alpha) \phi_{2i}' \phi_{3j}' dx q_{3j} + \int_0^L (F_1 \cos \alpha - F_2 \sin \alpha) \phi_{2i} dx - \sum_{j=1}^{\mu_1} \int_0^L (F_1 \sin \alpha + F_2 \cos \alpha) \phi_{2i} \phi_{4j} dx q_{4j} \quad (12)$$

$$F_{3i}^F = \sum_{j=1}^{\mu_2} \int_0^L r_3^a (F_1 \cos \alpha - F_2 \sin \alpha) \phi_{3i}' \phi_{2j}' dx q_{2j} + \sum_{j=1}^{\mu_2} \int_0^L r_3^a (F_1 \sin \alpha + F_2 \cos \alpha) \phi_{3i}' \phi_{3j}' dx q_{3j} + \int_0^L (F_1 \cos \alpha + F_2 \sin \alpha) \phi_{3i} dx - \sum_{j=1}^{\mu_1} \int_0^L (F_1 \cos \alpha - F_2 \sin \alpha) \phi_{3i} \phi_{4j} dx q_{4j} \quad (13)$$

$$F_{4i}^F = \sum_{j=1}^{\mu_1} \int_0^L \{ (F_1 r_2^a + F_2 r_3^a) \cos \alpha - (F_1 r_3^a - F_2 r_2^a) \sin \alpha \} \phi_{4i} \phi_{4j} dx q_{4j} + \int_0^L \{ (F_1 r_2^a + F_2 r_3^a) \sin \alpha - (F_1 r_3^a - F_2 r_2^a) \cos \alpha \} \phi_{4i} dx + \int_0^L T \phi_{4i} dx \quad (14)$$

여기서 r_2^a 와 r_3^a 는 Fig. 1에서 보듯이 \hat{b}_2 와 \hat{b}_3 방향 단면 편심량을 나타낸다. 식 (4)~(8)을 이용하여 운동방정식을 구한 후 선형화하여 행렬식으로 나타내면 (참고문헌 (11) 참조) 다음과 같다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_f \quad (15)$$

여기서 \mathbf{q} 는 일반좌표 벡터, \mathbf{M} 은 질량 행렬, \mathbf{C} 는 강체 회전운동에 의해 나타나는 행렬(gyro effect), \mathbf{K} 는 강성 행렬, \mathbf{F} 는 강체운동에 의해 나타나는 외력 벡터, \mathbf{F}_f 는 식 (11)~(14)에서 구해진 유체에 의한 일반작용력 벡터를 나타낸다. \mathbf{F}_f 를 제외한 나머지 행렬식에 대한 자세한 형

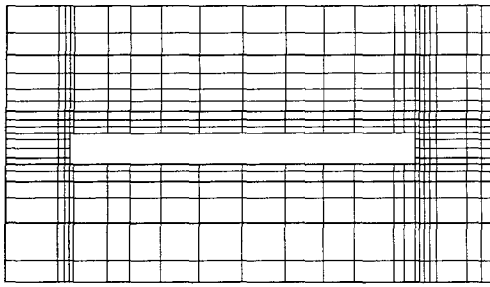


Fig. 3 CFD meshes for the analysis

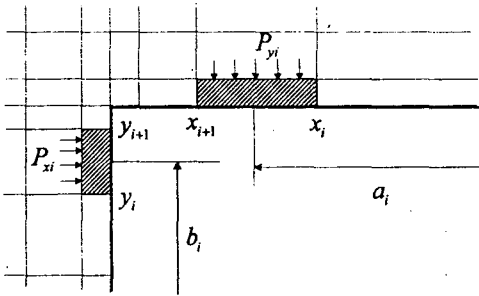


Fig. 4 Pressure distribution at each mesh

태는 본 연구의 선행연구 결과인 참고문헌 (11)에 자세히 나타나 있다.

식 (11)~(14)에 포함된 유체에 의한 힘을 구하기 위해 유한차분법을 적용한 해석방법을 사용하는 상용프로그램인 CFD-ACE를 이용하며 주어진 유속과 입력각에 대한 사각단면을 갖는 보 주위에 발생하는 압력을 구하게 된다. Fig. 3은 사각 단면에 대한 CFD-ACE의 유한차분 모델을 보여 주고 있으며 Fig. 4는 보 단면 좌측 상단부분을 나타낸 것이다. 유체유동 해석에 의한 압력분포를 이용하여 보의 도심에 작용하는 합력을 구하게 되는데 이는 다음과 같이 계산한다.

$$F_1 = \sum_i^{\text{좌측면}} P_{xi}|y_{i+1} - y_i| - \sum_i^{\text{우측면}} P_{xi}|y_{i+1} - y_i|$$

$$F_2 = \sum_i^{\text{하단면}} P_{yi}|x_{i+1} - x_i| - \sum_i^{\text{상단면}} P_{yi}|x_{i+1} - x_i|$$

(16)

$$T = \sum_i^{\text{우측면}} P_{xi}|y_{i+1} - y_i|b_i - \sum_i^{\text{좌측면}} P_{xi}|y_{i+1} - y_i|b_i$$

$$- \sum_i^{\text{하단면}} P_{yi}|x_{i+1} - x_i|a_i + \sum_i^{\text{상단면}} P_{yi}|x_{i+1} - x_i|a_i$$

(17)

Table 1 Numerical data used for the simulation

| Notations | Descriptions | Numerical data |
|-----------|---------------|-----------------------------|
| ρ | 단위길이당 질량 | 1.626×10^{-2} kg/m |
| L | 보의 길이 | 30 cm |
| E | 영의 계수 | 70 GPa |
| G | 전단 계수 | 25.9 GPa |
| A | 보의 단면적 | 2×10^{-2} cm |
| b | 단면의 가로길이 | 1 cm |
| h | 단면의 세로길이 | 0.02 cm |
| r | Rigid hub의 반경 | 12 cm |
| ρ_f | 유체의 밀도 | 1.156 kg/m ³ |
| μ | 유체의 점성계수 | 1.71×10^{-5} |

여기서

$$a_i = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}, \quad b_i = \frac{y_i + y_{i+1}}{2} \quad (18)$$

이 식들에서 x, y 좌표값은 단면의 도심을 기준으로 구한 것이다. 이러한 방법으로 유속과 입력각에 따른 결과합력과 결과합 토크를 데이터베이스화 하여 동적 해석 수행 시 사용하게 된다.

3. 수치 해석

본 절에서는 공기 중에서 블레이드의 회전운동이 주어질 때 자유단에서의 변위를 구하는 문제를 다루려고 한다. 주어진 회전운동은 다음과 같은 시간함수로 표시된다.

$$\omega_s = \begin{cases} \frac{\Omega_s}{T_s} [t - (\frac{T_s}{2\pi}) \sin(\frac{2\pi t}{T_s})] & \text{if } 0 \leq t \leq T_s \\ \Omega_s & \text{if } t \geq T_s \end{cases} \quad (19)$$

여기서 t 는 시간을, T_s 는 정상 각속도에 도달하기 위한 시간을, Ω_s 는 그 때의 각속도를 각각 의미하며, 본 논문의 수치해석에서는 $T_s = 15$ sec, $\Omega_s = 300$ rpm의 값이 사용되었다.

편심과 초기 비틀림 각이 없는 블레이드의 경우 입력각이 영이기 때문에 면내굽힘 방향의 힘

만 작용하게 된다. 사각 단면을 갖는 보의 경우, 단면의 중횡비가 3% 이내인 경우는 Blasius의 정리를⁽¹²⁾ 이용하여 유체에 의해 가해지는 힘을 계산할 수 있다. 이 때 유체에 의해 단면에 발생하는 단위 길이당 결과합력과 토크는 다음 식과 같이 해석적으로 잘 알려져 있다.

$$\vec{F} = -2\beta\sqrt{\rho_f\mu U^3 b} \hat{a}_2, \quad \vec{T} = 0 \quad (20)$$

여기서 b 는 보 단면의 가로 길이, U 는 유체의 속도, ρ_f 는 유체의 밀도, μ 는 유체의 점성계수를 나타내고, β 는 0.332를 사용한다.

CFD-ACE에 의한 결과의 정확성을 검증하기 위해서 Blasius의 정리에 의한 해석적 모델을 사용한 결과와 비교하였다. 이때 사용한 보와 유체의 제원은 Table 1과 같다. Fig. 5는 본 논문에서 사용하려는 CFD방법에 의한 결과가 해석적 모델에 의한 결과와 비교적 잘 일치하는 것을 나타낸다. 이 결과는 비록 비틀림각이나 편심이 없는 경우에 국한되는 것이기는 하나 비틀림이나 편심은 구조적 특성과 관련된 것이며 이에 대한 정확성은 선행연구를 통하여 조사되었다. 따라서 이 그림은 유체유동 효과를 더한 본 논문에 제시된 모델링 방법의 신뢰성을 보여주는 결과이다.

Fig. 6과 Fig. 7은 초기 비틀림각의 크기가 10도와 30도인 블레이드가 유체내에서 회전운동을 할 때 자유단에서 발생하는 동적 변위를 유체효과가 없는 경우와 더불어 보여주고 있다. 이 수치해석에서는 단면의 세로길이(h)로 0.06 cm를 사용하였다. 단면의 세로길이와 보의 단면적을 제외한 다른 데이터값들은 Table 1과 같다. 이 그림은 유체의 효과를 고려하면 유체의 효과가 없을 때에 비하여 상대적으로 변위가 대단히 커진다는 것을 보여주고 있다.

Fig. 8은 회전 각속도에 따른 변위의 변화를 나타낸 것이다. 회전 각속도가 증가함에 따라 유체유동 압력에 의한 부양력이 증가하여 변위도 커지는 것을 보여주고 있다.

Fig. 9는 초기 비틀림각이 없는 보를 회전시켜 얻은 면내방향의 변위를 고속푸리에변환(FFT)을 사용하여 얻은 결과인데 위 그림은 유체가 없는 경우 그리고 아래 그림은 유체가 있는 경우의 결과를 비교하고 있다. 두 그림은 유체유동에 의한

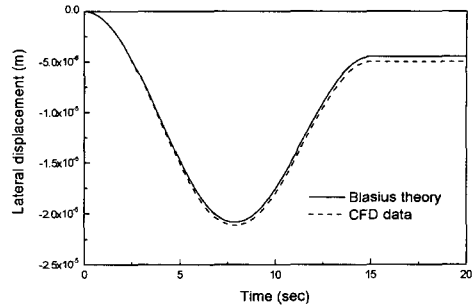


Fig. 5 In-plane displacement with zero angle of attack

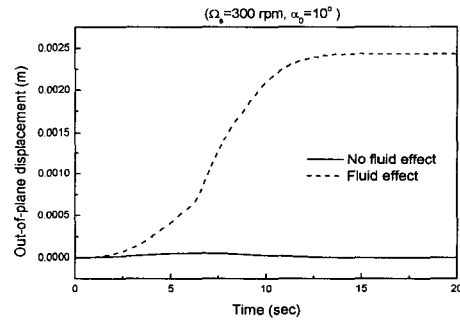


Fig. 6 Out-of-plane displacement with angle of attack ($\alpha_0=10^\circ$)

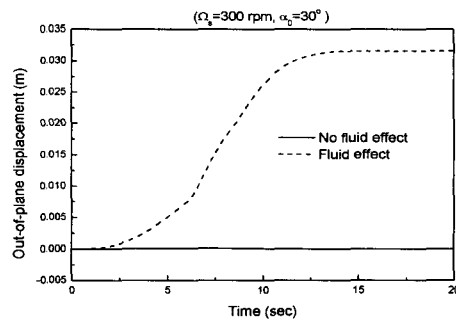


Fig. 7 Out-of-plane displacement with angle of attack ($\alpha_0=30^\circ$)

외력이 감쇄력과 같이 작용한다는 것을 보여주고 있다. 수직축은 변위의 변환된 양의 크기를 나타내며 여기서는 그 크기보다 유체효과에 의한 변화의 양상을 보여주는데 목적을 가지므로 그 단

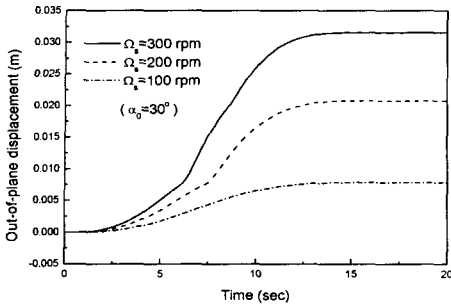


Fig. 8 Out-of-plane displacement with different angular velocities

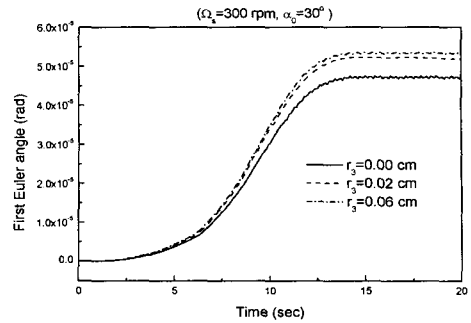


Fig. 11 Effect of eccentricity with fluid effect

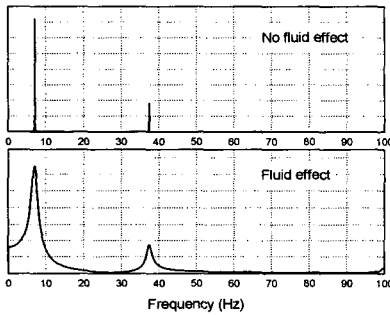


Fig. 9 Fluid effect in frequency response

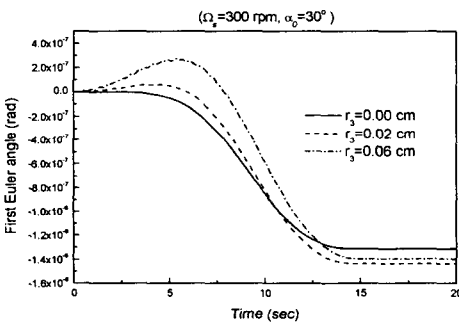


Fig. 10 Effect of eccentricity with no fluid effect

위는 그림에 나타내지 않았다.

Fig. 10과 Fig. 11은 초기 비틀림각의 크기가 30도인 블레이드에 δ_3 방향의 편심을 주어 각각 유체가 있는 경우와 없는 경우에 대하여 편심의 영향을 비틀림 변위를 통해서 나타낸 그림이다.

Fig. 10에서는 편심이 없을 경우 비틀림각이 줄어드는 결과를 볼 수 있는 반면, 편심이 있으면 비틀림 각이 일시적으로 증가하는 결과를 보인다. 이는 보의 면외방향 변위에 의해 비틀림각이 감소하려는 경향이 편심에 의해 일시적으로 증가하려는 방향으로 변한다고 볼 수 있다. Fig. 11에서는 유체에 의한 외력이 지배적으로 작용하여 유체에 의한 효과가 없을 때 나타난 비틀림각의 감소 현상은 나타나지 않고 비틀림각이 일정 구간 계속 증가하는 결과를 보인다. 또한 편심량의 크기에 따라서 정상상태에서의 변위도 커지는 것을 관찰할 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 선행연구에서 제시된 블레이드형 구조물의 선형 동적 모델링을 기반으로 하여 유체유동에 의한 외력을 고려한 동적 모델링을 유도하고 수치해석을 수행하였다. 본 연구에서 제시된 해석 방법은 유체유동해석 프로그램을 이용해 블레이드의 받음각과 속도에 따른 압력분포를 구한 후 이를 데이터 베이스로 정립하며 후에 동적 해석시 이를 보간하여 이용하는 방법이다. 이러한 방법은 유체 유동해석과 동적 구조해석을 분리하여 수행할 수 있어 이들을 연성하여 해석하는 종래의 방법에 비해서 모델링의 편이성 및 계산의 효율성이 증가할 것이므로 이 분야의 실용적인 해석 방법으로서 큰 의미를 갖는다고 판단된다.

후 기

이 논문은 1997년 한국학술진흥재단의 학술연구비에 의하여 지원되었음.

참고문헌

- (1) Putter, S. and Manor, H., 1978, "Natural Frequencies of Radial Rotating Beams," *J. Sound and Vibration*, 56, pp. 175~185.
- (2) Kuo, Y. H., Wu, T. H., Lee, S. Y., 1994, "Bending Vibration of a Rotating Non-uniform Beam with Tip Mass and an Elastically Restrained Root," *Computer & Structure*, Vol. 22, No. 2, pp. 229~236.
- (3) Yokoyama, T., 1988, "Free Vibration Characteristics of Rotating Timoshenko Beams," *Int. J. of Mech. Sci.*, Vol. 30, No. 10, pp. 743~755.
- (4) Leissa, A., 1981, "Vibration Aspects of Rotating Turbomachinery Blades," *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 34, No. 5, pp. 629~635.
- (5) Rao, J., 1987, "Turbomachinery Blade Vibration," *Shock Vib. Dig.*, 19, pp. 3~10.
- (6) Christensen, E. and Lee, S., 1986, "Nonlinear Finite Element Modeling of the Dynamics of Unrestrained Flexible Structures," *Computers and Structures*, 23, pp. 819~829.
- (7) Simo, J. and Vu-Quoc, L., 1986, "On the Dynamics of Flexible Beams under Large Overall Motions-the Plane Case : Part I and Part II," *Journal of Applied Mechanics*, 53, pp. 849~863.
- (8) Belytschko, T. and Hsieh, B., 1973, "Nonlinear Transient Finite Element Analysis with Converted Coordinates," *Int. J. Numerical Methods Eng.*, Vol. 7, pp. 255~271.
- (9) Kane, T., Ryan, R. and Banerjee, A., 1987, "Dynamics of a Cantilever Beam Attached to a Moving Base," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 10, pp. 139~151.
- (10) Yoo, H., Ryan, R. and Scott, R., 1995, "Dynamics of Flexible Beams Undergoing Overall Motions," *J. of Sound and Vibration*, 181(2), pp. 261~278.
- (11) 이봉기, 유홍희, 윤준용, 1999, "단면 편심 및 초기 비틀림각을 갖는 회전 외팔보의 동적 모델링 및 해석," 대한기계학회논문집, 제23권, 제1호, pp. 107~118.
- (12) White, Frank M., 1991, *Viscous Fluid Flow*, McGraw-Hill, New York.