

## 박판보 요소와 셀 요소를 이용한 T 조인트 진동 해석

김진홍\*· 김현석\*\*· 김윤영\*\*\*

(2000년 1월 27일 접수)

### Free Vibration Analysis of a T Joint Using Thin-Walled Beam and Shell Elements

Jin Hong Kim, Hyeon Seok Kim and Yoon Young Kim

**Key Words:** T-Joint(T 조인트), Thin-Walled Beam(박판보), Shell(셀), Pseudo Inverse Matrix(가상 역행렬)

#### Abstract

This paper proposes an efficient beam-shell modeling technique for the free vibration analysis of a T-joint thin-walled beam structure. Except a small portion of a T-joint which is modeled by shell elements, the structure is modeled by thin-walled beam elements that can describe warping and distortion. In order to match the shell and thin-walled beam elements at the interface of the dissimilar elements, a technique based on a pseudo inverse matrix is formulated. This paper also examines the role of the thin-walled element taking into account the distortion and warping deformation degrees of freedom in predicting accurately the dynamic characteristics of a T-joint thin-walled structure.

#### 1. 서 론

자동차 차체의 초기 설계단계에서는 차체를 단순하게 모델링하여 해석하는 것이 경제적, 시간적으로 효율적이다. 그러나 자동차 차체의 기본 골격이 되는 부재들의 결합부의 경우, 예를 들어 자동차의 센타 필라-루프 레일 같은 박판보로 이루어진 조인트는 매우 복잡한 거동을 보이기 때문에 그 해석이 특히 어려운 것으로 알려져 있다. 이와 관련하여 조인트를 간단하면서 정확하게 모델링하고 그 특성을 예측하기 위한 여러 가지 방법이 제시되고 있다. Fig. 1은 차체 센타 필라에 해당하는 부위를 판/셀 유한 요소로 모델링 한 것인데, 통상적으로 이렇게 상세하게 모델링

하는 경우 좋은 결과를 얻을 수 있다. Balch와 Steele<sup>(1)</sup>은 염밀해를 이용하여 T형 조인트에 대한 해석을 수행한 바 있다. 조인트의 변형과 관련해서 Sunami<sup>(2,3)</sup> 등은 T형상과 L형상의 박스 보 조인트를 모델로 하여 전단 변형에 의한 조인트의 영향을 연구하였다. 그러나 이러한 염밀한 접근 방식은 조인트 특성을 이해하는데는 많은 도움을 줄 수 있으나 단면의 형상이 미리 결정되어 있지 않은 초기 설계 단계에서는 부적절할 뿐만 아니라 매우 비효율적이다.

따라서 Fig. 2와 같이 조인트 부위의 유연성을 고려한 가상의 스프링으로 대체하고 나머지는 통상의 보 요소로 모델링하는 방법이 많이 이용되어 왔다.<sup>(4)</sup> 조인트 부위의 유연성을 무시하고 단순히 보 요소만으로 모델링하면 차체 전체 강성이 실제보다 크게 나타나는 경향이 있다는 것이 알려진 바 있다.<sup>(4,5)</sup> Garro와 Vullo<sup>(6)</sup>는 차체 결합부에 대한 동적 특성을 연구하였다. Lee와 Nikolaidis<sup>(7)</sup>는 2차원 조인트 모델을 이용하여 결합부의 강성, 회전 중심의 오프 세트, 결합부재간의 연성효과에 대한 연구를 수행하였다. 또한

\* 서울대, 정밀기계설계공동연구소

\*\* 현대 자동차(주)

\*\*\* 회원, 서울대 기계항공공학부,

정밀기계설계공동연구소

E-mail: yykim@snu.ac.kr

TEL: (02)880-7154 FAX: (02)883-1513

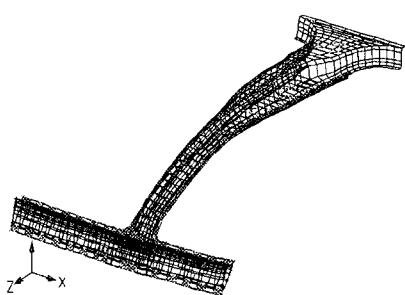


Fig. 1 A detailed model of the center pillar of a vehicle car

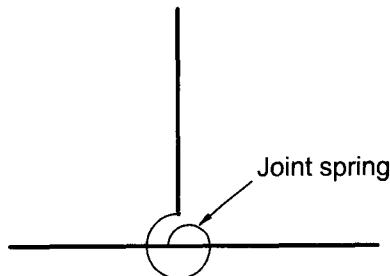


Fig. 2 A simple model using joint springs

El-sayed<sup>(8)</sup>는 유한요소해석을 이용하여 결합부를 스프링으로 모델링하여 그 강성값들을 계산한 바 있다. Lubkin<sup>(9)</sup>은 상용차에서 사각단면을 갖는 H형 구조물에 대한 조인트 부위의 강성을 평가하고 해석한 바 있다.

그러나 지금까지의 조인트 강성 평가기법으로는 박판보로 이루어진 조인트의 복잡한 거동을 (예를 들면, 뒤틀림과 찌그러짐) 기술할 수 없는 문제점이 있다.

이러한 문제점을 극복하기 위해 조인트 부위는 판/셀 요소로 모델링하고 나머지는 통상의 6자유도계를 갖는 보요소로 모델링하는 방법을 들 수 있다. 이 때 두 가지 요소(판/셀 요소와 보요소) 사이는 강체 요소(rigid element) 등으로 연결하여 모델링하는 방법이다. 이 경우 전체적인 굽힘 운동이라든지 또는 그와 관련된 조인트 운동에서는 정확한 결과를 예측할 수 있으나 기존의 6자유도를 갖는 보요소를 사용함으로써 단면 변형

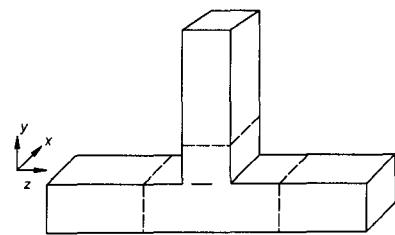


Fig. 3(a) A typical T-joint model

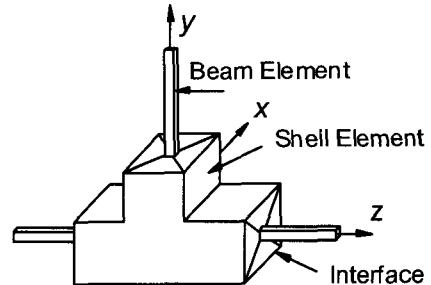


Fig. 3(b) Shell + beam

과 함께 일어나는 조인트의 특성은 정확하게 보로 전달되지 않는 단점이 있다.

따라서 본 논문에서는 자동차의 센타필라를 이상화한 T형 조인트(Fig. 3(a))를 대상으로 이러한 기준의 단점을 극복할 수 있는 새로운 모델링 기법을 제시하고자 한다. 우선 Fig. 3(b)와 같은 방법으로 조인트 특성을 정확하게 나타낼 수 있도록 조인트 부위를 판/셀 요소를 사용하여 모델링하되, 나머지 부분은 박판보의 특성을 잘 나타낼 수 있도록 박판보 요소를 사용하는 것을 제안하였으며 그 타당성을 검증하였다. 또한 가상 역행렬을 이용하여 이종 요소를 결합할 수 있는 방법을 고찰하였다.

본 연구에서 사용하는 박판보 요소는 통상의 보요소와 달리 Vlasov<sup>(10)</sup>의 박판보 이론에 기초하여 단면 찌그러짐(distortion)과 뒤틀림(warping)을 기술할 수 있으며 정적 해석과 동적 해석 모두에 적용될 수 있는 새롭게 개발된 사각 폐단면 박판보 요소이다.<sup>(11,12,13)</sup> 이 박판보 요소는 6개의 자유도에 찌그러짐과 뒤틀림 자유도를 추가한 요소로서, 판/셀요소와 결합하면서도 셀 구조물의 국부적인 특성을 1차원 보 요소로도 그대로 유지할 수 있는 장점이 있다.

## 2. 이종 요소의 결합 기법

Fig. 3(b)에서와 같이 이종요소를 결합하여 해석을 수행하는 경우 결합부('interface'로 표시됨)에서 셀로 모델링된 부위와 박판보로 모델링된 부위의 총 자유도가 다르기 때문에 연결이 그리 간단하지 않다. Fig. 3(b)의 결합부 주위를 셀과 박판보 요소로 모델링한 것을  $yz$ 평면에서 보면 Fig. 4와 같이 되는데, 결합부  $z=0$ 의 결합면에서 셀 모델링면 ( $z'$ )에서의 총 자유도수( $N$ )와 박판보 모델링 면 ( $z^+$ )에서의 총 자유도수( $n$ )가 일치하지 않음을 알 수 있다.

결합면  $z$ -에서의 셀 요소의 절점 수와 자유도수를 각각,  $N_e$ ,  $N_d$ 라고 하고 결합면  $z^+$ -에서의 보요소의 자유도를  $n_d$  (보의 절점수  $n_e=1$ )라고 하자.

$$N = N_e \times N_d > n = 1 \times n_d$$

그리고 접합면에서 박판보 요소의 변위 벡터를  $\mathbf{d}_j$  (총 자유도= $n$ ), 셀 요소의 변위 벡터를  $\mathbf{D}_j$  (총 자유도= $N$ ), 박판보 요소의 힘 벡터를  $\mathbf{f}_j$ , 셀 요소의 힘 벡터를  $\mathbf{F}_j$ 로 정의하자.

먼저 접합면 ( $z=0$ )에서의 변위  $\mathbf{d}_j$ 와  $\mathbf{D}_j$ 의 관계를 구해보자 한다. 이를 위해 박판보 이론에 의한 변위장을 3차원 단면에 적용하여 다시 이를 셀 변위로 표시하여 다음과 같은 관계를 구한다.

$$\mathbf{D}_j = \mathbf{T}_j \mathbf{d}_j \quad (1)$$

식 (1)에서의 변환 행렬  $\mathbf{T}_j$ 의 성분들은 다음 절에서 구체적으로 다루기로 한다.

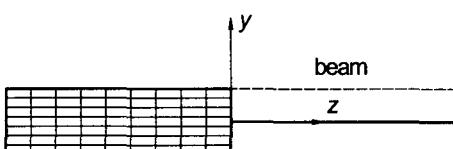


Fig. 4 Shell elements + beam elements

$\mathbf{d}_j$ 를  $\mathbf{D}_j$ 로 표시하기 위해서 다음과 같은 가상 역행렬  $\widetilde{\mathbf{T}}_j^{-1}$ 를 사용하고자 한다.

$$\mathbf{d}_j = \widetilde{\mathbf{T}}_j^{-1} \mathbf{D}_j \quad (2)$$

여기서 가상 역행렬  $\widetilde{\mathbf{T}}_j^{-1}$ 는 다음과 같이 표현된다.<sup>(14)</sup>

$$\widetilde{\mathbf{T}}_j^{-1} = (\mathbf{T}_j^T \mathbf{T}_j)^{-1} \mathbf{T}_j^T \quad (3)$$

그런데  $\mathbf{F}_j$ 와  $\mathbf{f}_j$ 의 관계를 얻기 위해서 다음과 같이 두 자유도로 표시된 변위장에 의한 가상 일이 동일하다는 조건을 적용한다. 즉,

$$\mathbf{F}_j^T \delta \mathbf{D}_j = \mathbf{f}_j^T \delta \mathbf{d}_j \quad (4)$$

여기서  $\delta$ 는 가상 변위를 나타내기 위해 사용되었다. 식 (1)과 식 (2)를 식 (4)에 대입하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{F}_j = (\widetilde{\mathbf{T}}_j^{-1})^T \mathbf{f}_j \quad (5)$$

$$\mathbf{f}_j = \mathbf{T}_j^T \mathbf{F}_j \quad (6)$$

지금까지 접합 지역에서의 셀 요소의 변위와 힘을 박판보 요소의 변위와 힘으로 나타낼 수 있음을 보였다.

셀과 보 요소로 모델링된 부분에 대해 운동 방정식을 기술하면

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ii} & \mathbf{M}_{ij} \\ \mathbf{M}_{ji} & \mathbf{M}_{jj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{D}}_i \\ \tilde{\mathbf{D}}_j^s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ii} & \mathbf{K}_{ij} \\ \mathbf{K}_{ji} & \mathbf{K}_{jj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{D}_i \\ \mathbf{D}_j^s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_i \\ \mathbf{F}_j^s \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m}_{jj} & \mathbf{m}_{ji} \\ \mathbf{m}_{ij} & \mathbf{m}_{ii} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{d}}_j^b \\ \tilde{\mathbf{d}}_i \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{jj} & \mathbf{k}_{ji} \\ \mathbf{k}_{ij} & \mathbf{k}_{ii} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_j^b \\ \mathbf{d}_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_j^b \\ \mathbf{f}_i \end{Bmatrix} \quad (8)$$

여기서,  $(\cdot)$ 은 시간에 대한 2차 미분량을 나타내고,  $\mathbf{K}$ 와  $\mathbf{M}$ 은 셀 요소로 모델링된 부재에 대한 강성 및 질량 행렬을  $\mathbf{k}$ 와  $\mathbf{m}$ 은 박판보 요소로 모델링된 부재에 대한 강성 및 질량 행렬을 나타낸다. 식 (7,8)에서 아랫첨자 ' $i$ '는 접합부이외의 내부를, ' $j$ '는 접합부의 자유도를 표시하되 상첨자  $b, s$ 는 보와 셀 요소로 모델링된 부위를 나타낸다.

다. 식 (7)의  $D_j^s$ 와  $F_j^s$ 를  $d_j^s$ 와  $f_j^s$ 로  
기술하기 위해 먼저 변위를 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{Bmatrix} D_i \\ D_j^s \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} D_i \\ d_j^s \end{Bmatrix} \quad (9)$$

여기서

$$[T] = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & T_j \end{bmatrix}, \quad I = \text{identity matrix}$$

식 (9)를 식 (7)에 대입한 후  $T^T$ 를 앞에서 곱하면  
다음의 결과를 얻는다.

$$\begin{bmatrix} M_{ii} & M_{ij} T_j \\ T_j^T M_{ji} & T_j^T M_{jj} T_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{D}_i \\ \bar{d}_j^s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ij} T_j \\ T_j^T K_{ji} & T_j^T K_{jj} T_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_i \\ d_j^s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_i \\ f_j^s \end{Bmatrix} \quad (10)$$

그런데  $d_j^s = d_j^b = d_j$ 와  $f_j^s + f_j^b = f_j$ 라는  
조건을 이용하여 식 (8)과 식 (10)을 합쳐 쓰면  
다음의 식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M_{ii} & M_{ij} T_j & 0 \\ T_j^T M_{ji} & T_j^T M_{jj} T_j + m_{jj} & m_{ji} \\ 0 & m_{ij} & m_{ii} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{D}_i \\ \bar{d}_j \\ \bar{d}_i \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ij} T_j & 0 \\ T_j^T K_{ji} & T_j^T K_{jj} T_j + k_{jj} & k_{ji} \\ 0 & k_{ij} & k_{ii} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_i \\ d_j \\ d_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_i \\ f_j \\ f_i \end{Bmatrix} \quad (11) \end{aligned}$$

식 (11)에서  $d_j$ 를 구한 후, 식 (9)에 대입하면  
 $D_j^s$ 도 구할 수 있게 된다.

### 3. 박판보에서의 결합 기법

#### 3.1 변환 행렬 유도

앞 절에서 변환 행렬  $T_j$ 를 구하면 자유도가 다른 절점을 합성할 수 있음을 보였다. 본 절에서는 이를 구체적으로 구해보자 한다.

본 논문에 사용된 박판보 요소는 단면의 쪽그

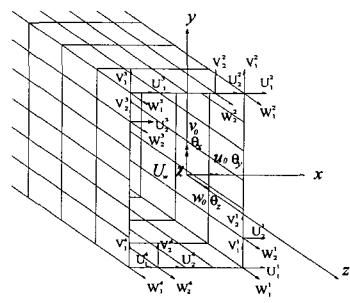


Fig. 5 Displacements at the interface

러짐과 뒤틀림을 기술할 수 있도록 8자유도를 가진는 보 요소이다. 즉 통상의 6개의 자유도에 쪽그러짐 자유도와 뒤틀림 자유도를 추가한 것이다.

보의 인장, 굽힘, 비틀림, 쪽그러짐, 뒤틀림이 일어날 경우(Fig. 5 참조), 단면의 각각의 변의 중심에서는  $x$ ,  $y$ ,  $z$  방향의 셀 변위  $U(x, y, z)$ ,  $V(x, y, z)$ ,  $W(x, y, z)$ 를 다음과 같이 보 중심 절점에서 변위  $u_0, v_0, w_0, \theta_x, \theta_y, \theta_z, \chi$   $U_w$ 로 표현할 수 있다. 여기서  $u_0, v_0, w_0$ 와  $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 는 보 요소 절점의  $x, y, z$  방향으로의 변위와 각축에 대한 회전각을 나타낸다. 또한  $\chi$ 와  $U_w$ 는 각각 쪽그러짐과 뒤틀림의 양을 나타내는 자유도이다.(참고문헌<sup>(10)</sup> 참조)

$x$ -축 굽힘;

$$\begin{aligned} U(x, y, z) &= 0 \\ V(x, y, z) &= v_0(z) \\ W(x, y, z) &= w_0(z) + y \cdot \theta_x(z) \end{aligned} \quad (12)$$

$y$ -축 굽힘;

$$\begin{aligned} U(x, y, z) &= u_0(z) \\ V(x, y, z) &= 0 \\ W(x, y, z) &= w_0(z) + x \cdot \theta_y(z) \end{aligned} \quad (13)$$

$z$ -축 인장;

$$\begin{aligned} U(x, y, z) &= V(x, y, z) = 0 \\ W(x, y, z) &= w_0(z) \end{aligned} \quad (14)$$

비틀림;

$$\begin{aligned} U(x, y, z) &= \Psi_{\theta_x}(x, y) \cdot \theta_z(z) \\ V(x, y, z) &= \Psi_{\theta_y}(x, y) \cdot \theta_z(z) \\ W(x, y, z) &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

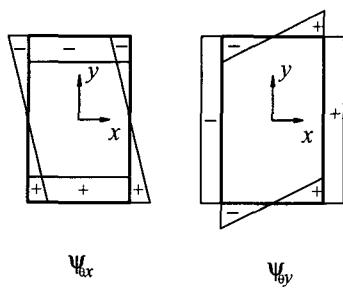


Fig. 6 Shape functions of the rigid body rotation,  $\theta$

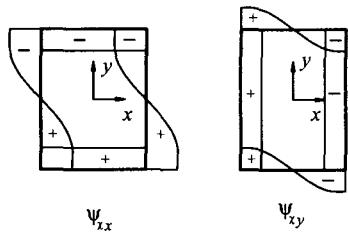


Fig. 7 Shape functions of distortion  $\chi$

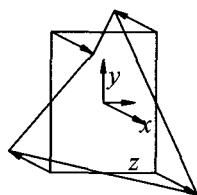


Fig. 8 Shape function  $\Psi_{U_w}$  of the out-of-plane warping deformation  $U_w$

찌그러짐;

$$\begin{aligned} U(x, y, z) &= \Psi_{xx}(x, y) \cdot \chi(z) \\ V(x, y, z) &= \Psi_{xy}(x, y) \cdot \chi(z) \\ W(x, y, z) &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

뒤틀림;

$$\begin{aligned} U(x, y, z) &= 0, \quad V(x, y, z) = 0 \\ W(x, y, z) &= \Psi_{Uw}(x, y) \cdot U_w(z) \end{aligned} \quad (17)$$

식 (12~17)에서 쓰인 형상 함수  $\Psi_{\theta x}$ ,  $\Psi_{\theta y}$ ,  $\Psi_{xx}$ ,  $\Psi_{xy}$ ,  $\Psi_{Uw}$ 는 비틀림과 찌그러짐 그리고 뒤틀림에 관련된  $x$ ,  $y$ 만의 형상 함수로 Fig. 6, 7, 8

에 그려 놓았다. 이에 대한 자세한 유도는 참고 문헌<sup>(12)</sup>를 참조한다. 여기서 사용하는 셀 요소는 각 절점의 회전각도 자유도로 갖지만, 본 논문에서는 셀 요소를 Guyan 행렬 축소법<sup>(15)</sup>을 이용하여 셀 변위 자유도 ( $U$ ,  $V$ ,  $W$ )로 나머지 셀 회전각을 나타냄으로써 회전각을 별도의 자유도로 취급하지 않았다.

Fig. 5에서처럼 네 변에서의 절점 변위들을 다음과 같이 표현할 수 있는데 상첨자 1, 2, 3, 4는 각 변의 숫자를 아래첨자는 그 변에서 새로 시작하는 절점 번호를 가리킨다.

$$\begin{aligned} U_k^1 &= u_0 - y \cdot \theta_z - \left(\frac{3}{2}y - \frac{2}{h^2}y^3\right) \cdot \chi \\ V_k^1 &= v_0 + \frac{b}{2} \cdot \theta_z - \frac{b}{2} \cdot \chi \\ W_k^1 &= w_0 + y \cdot \theta_x + \frac{b}{2} \cdot \theta_y + \frac{b}{2}y \cdot U_w \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} U_k^2 &= u_0 - \frac{h}{2} \cdot \theta_z - \frac{h}{2} \cdot \chi \\ V_k^2 &= v_0 + x \cdot \theta_z - \left(\frac{3}{2}x - \frac{2}{b^2}x^3\right)\chi \\ W_k^2 &= w_0 + \frac{h}{2} \cdot \theta_x + x \cdot \theta_y + \frac{h}{2}x \cdot U_w \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} U_k^3 &= u_0 - y \cdot \theta_z - \left(\frac{3}{2}y - \frac{2}{h^2}y^3\right) \cdot \chi \\ V_k^3 &= v_0 - \frac{b}{2} \cdot \theta_z + \frac{b}{2} \cdot \chi \\ W_k^3 &= w_0 + y \cdot \theta_x - \frac{b}{2} \cdot \theta_y - \frac{b}{2}y \cdot U_w \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} U_k^4 &= u_0 + \frac{h}{2} \cdot \theta_z + \frac{h}{2} \cdot \chi \\ V_k^4 &= v_0 + x \cdot \theta_z - \left(\frac{3}{2}x - \frac{2}{b^2}x^3\right)\chi \\ W_k^4 &= w_0 - \frac{h}{2} \cdot \theta_x + x \cdot \theta_y - \frac{h}{2}x \cdot U_w \end{aligned} \quad (21)$$

결합부에서 셀 요소의 변위 벡터  $D_j$ 와 박판 보 요소의 변위 벡터  $d_j$ 를 식 (22)와 같이 정의하면,

$$D_j = \{ U_1^1, V_1^1, W_1^1, \dots, U_1^2, V_1^2, W_1^2, \dots, U_1^3, V_1^3, W_1^3, \dots, U_1^4, V_1^4, W_1^4 \}^T \quad (22)$$

$$d_j = \{ u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z, \chi, U \}^T$$

식 (18~21)을 이용하여 변환 행렬  $T_j$ 를 구성하게 된다.

$$\begin{matrix} D_j \\ (3n \times 1) \end{matrix} = \begin{matrix} T_j \\ (3n \times 8) \end{matrix} \cdot \begin{matrix} d_j \\ (8 \times 1) \end{matrix}$$

### 3.2 직선 박판보의 수치 해석 결과

먼저 이종 요소의 결합 기법의 타당성을 검증하기 위해 Fig. 9와 같은 치수의 직선 박판보에 대하여 진동 해석을 수행해 보았다. (단, 탄성계수  $E = 2 \times 10^{11} \text{ N/mm}^2$ , 밀도  $\rho = 7.8 \times 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$ ) 전체 길이의 10%만을 셀요소로 모델링하고 나머지는 박판보 요소를 사용하였다. 이 때 사용한 셀요소는 상용유한요소 프로그램인 NASTRAN<sup>(16)</sup>의 CQUAD4 요소를 사용하였다. Table 1은 양단이 자유인 경계 조건을 갖는 직선 박판보의 진동 해석 결과이고 (%는 상대 오차를 나타냄) 그 중에서 두 번째, 세 번째 모드를 그려보았는데 (Fig. 10~11), 셀로 전체를 모델링한 경우와 본 연구에서 수행한 방법이 서로 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

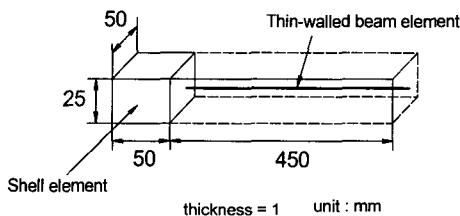


Fig. 9 Dimensions of a straight thin-walled beam

Table 1 Natural frequencies depending on modeling techniques. ( $N_e$  denotes the number of elements)

Mode No.	Shell ( $N_e=800$ )	Shell ( $N_e=48$ ) + beam ( $N_e=36$ )
1st	729.1Hz	770.7Hz (5.7%)
2nd	929.0Hz	916.7Hz (1.3%)
3rd	1094.2Hz	1102.6Hz (0.8%)
4th	1098.4Hz	1043.6Hz (5.0%)
5th	1253.6Hz	1272.3Hz (1.5%)

두 번째, 세 번째 모드는 찌그러짐이 심하게 일어나는 모드로서 특히 조인트에서 심하게 영향을 주는 모드라고 볼 수 있으며, 조인트 구조물에서도 유사한 현상을 관찰할 수 있다.

이는 8자유도계 박판보 요소가 실제 판/셀과 같은 다른 차원의 요소와 결합하면서 정확한 결과를 얻을 수 있음을 보여주고 있다.

다른 모드에 비해 첫 번째 고유진동수에 대한 오차가 상대적으로 큰 이유는 본 논문에서는 비틀림과 관련된 단면 변형만을 추가하여 굽힘이 지배적인 첫 번째 모드에는 별 영향을 주지 못하기 때문이다.

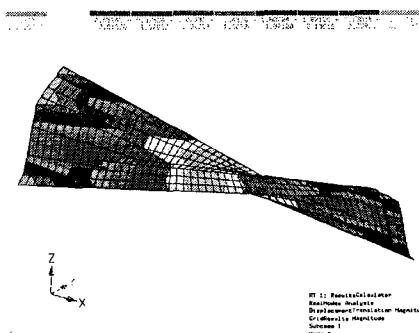


Fig. 10(a) The second mode of the full shell model

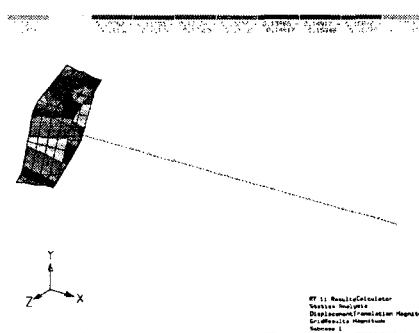


Fig. 10(b) The second mode of the shell + beam model

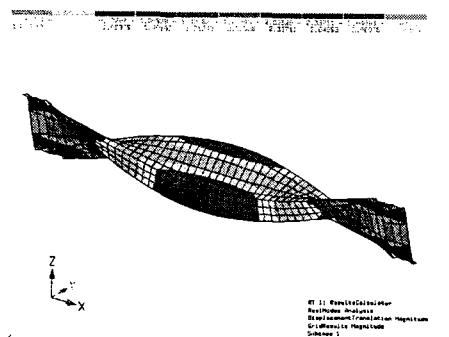


Fig. 11(a) The third mode of the full shell model

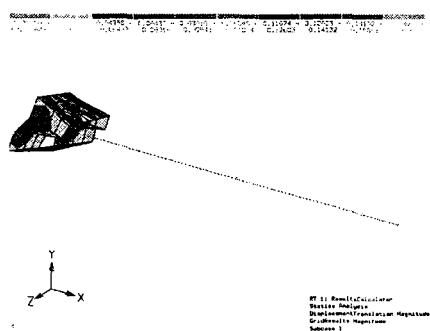


Fig. 11(b) The third mode of the shell + beam model

#### 4. T 조인트 진동해석

직선 박판보에서 셀과 박판보를 이용한 모델링 기법의 타당성을 검증하였으므로, 이것을 이용하여 Fig. 12의 T-조인트 구조물의 진동해석을 수행하였다.

Fig. 12에서  $L_j$ 는 조인트 부위의 길이로서 셀요소로 모델링하는 부분을 가리키며, 이를 제외한 나머지 부분을 8자유도 고차 보요소를 사용하였다. Table 2는 T-조인트의 진동해석시 사용될 모델을 보여주고 있는데, 조인트를 포함한 모든 부위를 셀요소로 모델링한 경우(Model I), 조인트부위를 셀요소로 모델링하고 다른 부위는 6자유도 보요소(CBAR 또는 CBEAM)로 결합한 경우(Model II, 단 이종 요소간의 연결은 강체 요소를 이용하였다.), 마지막으로 조인트 부위를 셀요소

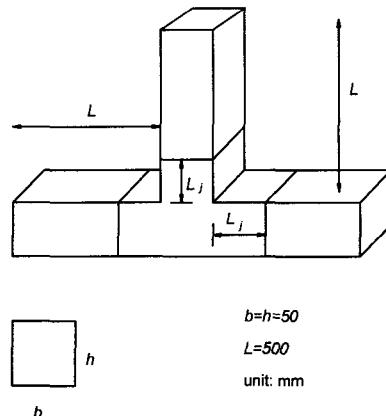


Fig. 12 Dimensions of a T-joint

Table 2 Various models for the T-joint in Fig. 12

Model I	Shell ( $N_e=1872$ )
Model II	Shell ( $N_e=60$ ) + CBEAM ( $N_e=51$ )
Model III (Present)	Shell ( $N_e=60$ , $L_j$ ( $L_j/b$ ) = 50mm(1.0))+ thin-walled beam ( $N_e=51$ )

Table 3 Natural frequencies

Mode	Model I	Model II	Model III
1st	212.2Hz	223.2Hz	223.4Hz
2nd	277.5Hz	285.6Hz	286.1Hz
3rd	292.1Hz	N/A	288.6Hz
4th	300.2Hz	N/A	293.6Hz
5th	337.7Hz	340.1Hz	343.9Hz
6th	553.2Hz	N/A	528.3Hz

로 모델링하고 나머지 부위를 박판보 요소로 모델링한 경우(Model III, 이종 요소간의 연결은 가상역행렬을 이용한 변환행렬이용)의 3가지 모델을 고려하였다. Model III의 경우 조인트 부위( $L_j$ ,

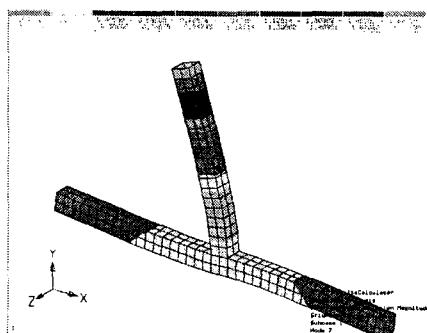


Fig. 13(a) The first mode by Model I

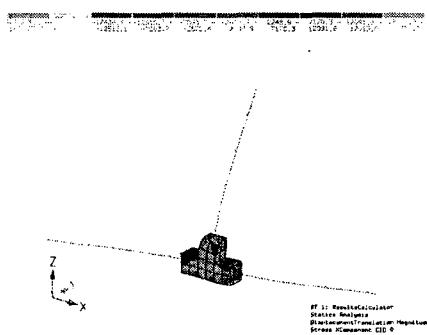


Fig. 13(b) The first mode by Model III

의 길이)를 얼마만큼 잡느냐에 대한 영향도 살펴 볼 수 있겠으나 그 영향은 미비한 것으로 알려졌다.<sup>(17)</sup>

Table 3은 모든 경계가 자유인 경우의 고유진동수를 비교한 결과이다.

Model III의 경우에는 최저차에서부터 여섯번째 진동수까지 전체를 셀로 모델링한 결과(Model I)에 5% 이내의 오차로 근접하고 있는 것을 볼 수 있다. Model I은 총 1872의 셀요소를 사용하였고 충분히 수렴된 결과이다. Figs. 13~16은 각각 Model I의 경우와 Model III의 경우의 고유 모드를 그려놓았다.

Model II는 기본적인 굽힘모드(첫번째, 두 번째)와 관련된 것은 잘 표현할 수 있으나 그 다음 조인트 부위의 박벽 단면이 심하게 찌그러지는 모드(세번째, 네 번째)에 대해서는 예측하는 것이 불가능하다는 것을 알 수 있다.

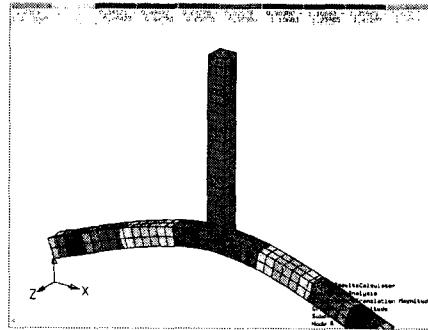


Fig. 14(a) The second mode by Model I

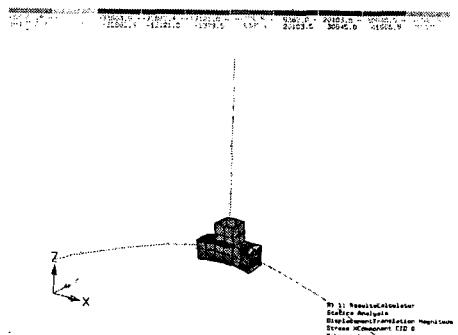


Fig. 14(b) The second mode by Model III

## 6. 결 론

본 논문에서는 T형 조인트를 정확하면서도 간단하게 모델링하는 방법을 제시하였다. 특히 가상 역행렬을 이용한 이종 요소의 결합 기법의 효율성을 입증하였다. T형 조인트와 같은 셀 구조물의 진동 해석의 경우 이종 요소간에 결합을 통해 그 특성을 올바르게 유지할 수 있기 위해서는 통상의 보요소 대신 박판보 요소(찌그러짐과 뒤틀림 자유도가 포함된 요소)를 이용해야 한다는 사실을 제시하였다. 이 방법으로 조인트 전체를 셀로 모델링하는 방법에 비하여 전체적으로 적은 요소수로도, 신뢰할 만한 결과를 얻을 수 있는데, 셀로 모델링하는 경우에 비해 전체 자유도를 20%이하로 줄이면서도 오차가 5%이내의 정확한 고유진동수를 구할 수 있다. 한편 이러한 모델 기법을 바탕으로 차체 최적화 해석에 유용하게 사용할 수 있을 것이다. 일반적으로 최적화 과정

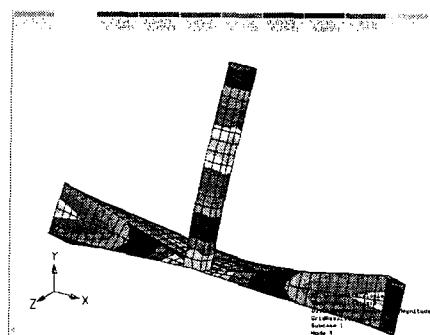


Fig. 15(a) The third mode by Model I

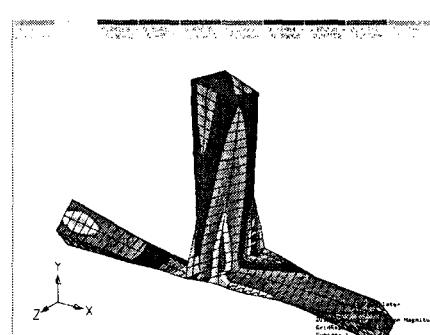


Fig. 16(a) The fourth mode by Model I

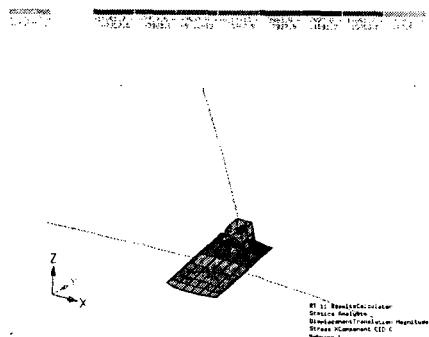


Fig. 15(b) The third mode by Model III

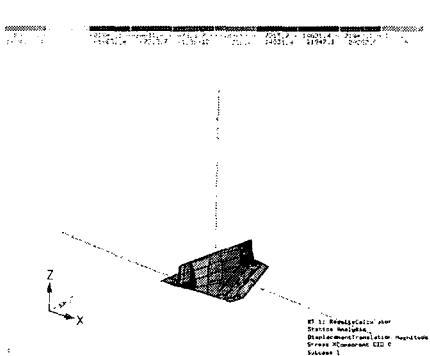


Fig. 16(b) The fourth mode by Model III

은 상당한 반복 해석과 시간을 필요로 하는데 차체 전체를 판/씰요소로 모델링하는 경우에 비교하여 상당한 시간을 줄일 수 있을 것이다.

현 단계에서는 두 가지 이종요소를 각각 모델링하여 해석하는 것이 비교적 단순한 사각형 단면 형상에 수행하였으나 이후 이 논문의 연구 결과를 확장하면 차체의 A-필라, B-필라 등의 조인트 해석에도 효과적으로 사용될 수 있으리라 기대된다.

#### 참고문헌

- (1) Balch, C. D. and Steele, C. R., 1987, "Asymptotic Solutions for Warping and Distortion of Thin-Walled Box Beams," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 54, pp. 165~173.
- (2) Sunami, Y., Yugawa, T., and Yoshida, Y., 1988, "Analysis of Joint Rigidity In-Plane Bending of Plane-Joint Structures," *JSCE Review*, Vol. 9, No. 2, pp. 44~51.
- (3) Sunami, Y., Yugawa, T., and Yoshida, Y., 1990, "Analysis of Joint Rigidity of the Automotive Body Structure-out-of-Plane Bending of Plane-Joint Structures," *JSCE Review*, Vol. 11, No. 3, pp. 59~66.
- (4) 김윤영, 김진홍, 강정훈, 임홍재, 1995, "박스 보 T형 조인트의 강성 평가에 관한 연구," 한국자동차공학회논문집 제3권, 제4호, pp. 68~77.
- (5) Chang, D. C., 1974, "Effects of Flexible Connections on Body Structural Response," *SAE Transactions*, Vol. 83, pp. 233~244.
- (6) Lee, K. and Nikolaidis, E., 1992, "A Two-Dimensional Model for Joints in Vehicle Structures," *Computers & Structures*, Vol. 45, No. 4, pp. 775~784.
- (7) Garro, L. and Vullo, V., 1986, "Deformations Car Body Joints under Operation Conditions," *SAE 863197*, pp. 5403~5420.
- (8) El-sayed, M. E. M., 1989, "Calculation of Joint

- Spring Rates Using Finite Element Formulation," *Computers & Structures*, Vol. 33, No. 4, pp. 977~981.
- (9) Lubkin, J. L., 1974, "The Flexibility of a Tubular Welded Joint in a Vehicle Frame," *SAE 740340*, pp. 1518~1522.
- (10) Vlasov, V. J., *Thin Walled Elastic Beams*, Israel Program for Scientific Translations, 1961.
- (11) 송상현, 1996, "사각단면 박판보의 유한요소 개발," 석사학위 논문, 서울대학교 대학원 기계 설계학과.
- (12) 김윤영, 김진홍, 송상현, 1998, "비틀림을 받는 직사각 폐단면 박판보 유한요소 개발," 대한 기계학회논문집 A권 제22권, 제6호, pp. 947~954.
- (13) Kim, Y. Y. and Kim, J. H., 1999, "Thin-Walled Closed Box Beam Element for Static and Dynamic Analysis," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 45, pp. 473~490.
- (14) Bjerhammar, A., 1973, *Theory of Errors and Generalized Matrix Inverses*, Elsevier Scientific Publishing Company, New York.
- (15) Guyan, R. J., 1965, "Reduction of Stiffness and Mass Matrices," *AIAA Journal*, Vol. 3, p. 380.
- (16) MSC/NASTRAN *User's manual*, ver 68, MSC co.
- (17) 김현석, 1997, "T 조인트 저진동 해석을 위한 이종 유한 요소 결합 기법," 석사학위 논문, 서울대학교 대학원 기계설계학과.