

## 보강재로 보수된 균열평판의 파괴역학적 해석 ( I )

정기현\* · 양원호\*\* · 조명래\*\*\*  
(1999년 11월 24일 접수)

### Fracture Mechanics Analysis of Cracked Plate Repaired by Patch ( I )

Ki-Hyun Chung, Won-Ho Yang and Myoung-Rae Cho

**Key Words:** Adhesive(접착), Debonding(분리), Adhesive Shear Stress(접착전단응력), Reduction of Stress Intensity Factor(응력확대계수 감소율)

#### Abstract

The enhancement of service life of damaged or cracked structures is currently major issue to the researchers and engineers. In order to improve the life of cracked aging aircraft structures, the repair technique which uses adhesively bonded boron/epoxy composite patches is being widely considered as a cost-effective and reliable method. This paper is to study the performance of the bonded composite patch repair of a plate containing an inclined central through-crack. A 3-dimensional finite element method having three layers to the cracked plate, composite patch and adhesive layer, is used to compute the stress intensity factor. In this paper, the reduction of stress intensity factors near the crack-tip are determined to evaluate the effects of various non-dimensional design parameter including; composite patch thickness, and material properties of the composite patch and thickness of the adhesive layer, materials of patch etc., and the crack length. Finally, The problem of how to optimize the patch geometric configurations has been discussed.

#### 1. 서 론

항공산업의 급속한 발전과 더불어 항공기 재료의 안전성에 대한 인식도 급속히 진전되기 시작하였다. 특히 항공기 구조물에 결함이 존재할 경우 이에 대한 적절한 보수 방법들이 필요하였고, 그에 대한 연구가 시작되었다. 1970년대에 들어서면서 AMRL(Aeronautical and Maritime Research Laboratory)의 Alan Baker에 의해 본격적인 연구가 수행되어진 이래, 1980초에는 미국에서 많은 연구를 수행하였다.

특히, 실제적인 구조물에 균열이 존재할 때 기

존의 균열진전의 억제 방법으로는 균열의 보수 방법이 적절하지 못하다. 따라서 실제적인 균열진전 억제 방법들이 많이 연구되어 왔다. 항공구조물의 경우 장시간 피로하중이 작용하고, 이러한 피로하중에 의해 균열이 발생하여, 수명을 단축시킬 뿐 아니라, 안전사고의 발생 가능성이 증가하였다. 이러한 항공구조물에서 피로 수명을 증가시키기 위해 복합 보강판을 접착해서 보수하는 방법들의 연구가 크게 진전되었다.

실제적인 구조물에서 균열을 보수하는 방법에는 크게 두 가지 방법이 있다. 첫 번째는 균열이 존재하는 부분을 잘라내고, 그 위에 새로운 재료를 봉합하는 방법이다. 두 번째 방법은 보강재를 결함이 존재하는 부분에 부착하는 방법으로 기존의 손상된 부분을 제거하지 않고 그 위에 부착하기 때문에 피로특성, 파괴역학적 안전성 설계 및 경제적인 면에서 많은 이점이 있어 균열 보수 방법으로 많이 사용되어 지고 있다. 보강재로서 복합 보강재를 사용하는 것은 일반 금속재료들을

\* 회원, 성균관대학교 대학원

E-mail : khchung@nature.skku.ac.kr

TEL : (031)290-7496 FAX : (031)290-5849

\*\* 회원, 성균관대학교 기계공학부

\*\*\* 회원, 인덕대학 기계설계과

사용하는 것에 비해 비강도, 비강성 및 내피로 특성(fatigue resistance) 등이 우수하여 많이 사용되고 있다.

복합 보강재가 부착된 균열을 가진 재료의 파괴역학적 특성을 파악하기 위해 균열 선단에서의 에너지 해방률(energy release rate,  $G$ )<sup>(1~4)</sup>과 응력 확대계수(stress intensity factor,  $K$ )의 감소율을 연구하는 것이 매우 중요하다 하겠다.

많은 학자들이 이러한 보수방법들에 대해 적절한 연구를 위해서 실험적인 방법<sup>(5)</sup>과 수치해석적인 방법들을 도입하여 연구를 수행하였다. 특히 그 중에서 수치해석적인 방법에서는 유한요소법과 경계요소법을 이용해서 연구를 수행하였다.

Chu와 Ko<sup>(6)</sup>는 붕괴된 등매개요소(collapsed isoparametric element)를 사용하여 균열 근방에서의 특성들을 파악하였다. 그러나 이 방법은 균열을 조밀한 요소망을 구성해야 하기 때문에 많은 자유도가 요구되어 지는 단점이 있었다. 이러한 문제를 해결하기 위해 Denney<sup>(7)</sup>는 유한요소 교호법(finite element alternating method)을 도입하여 이러한 문제를 해결하였다.

본 연구에서는 균열이 존재하는 보강된 판재에 대하여 파괴역학적 접근을 위해 균열 주위에서의 응력확대계수의 감소율과 응력분포를 파악한 후, 최적의 보강방법을 제시하기 위한 기초적인 연구를 수행하고자 한다.

## 2. 파괴역학적 해석

### 2.1 보강재로 보수된 균열평판의 해석

Fig. 1과 같이 균열이 복합재료 보강재로 보수되어진 균열 평판의 파괴역학적 해석을 수행한다. 균열이 존재하는 등방성 재료에 이방성 재료인 복합 보강판이 부착되어진 경우 탄성학적인 응력해석 및 파괴역학적 거동을 해석하는 것이 매우 힘들다. 따라서 본 해석에서는 몇 가지 가정을 사용하여 해석을 수행하였다.

1) 판재, 보강재 및 접착부는 선형적인 탄성거동을 한다고 가정하여, 각각의 층(layer)에서는 분리(debonding)는 발생되지 않는다.

2) 접착층(adhesive layer)의 두께는 판재 및 보강재에 비해 상대적으로 아주 작아서 접착층에서 발생하는 전단응력은 판재와 보강판 사이의 물체력(body force)으로 고려하며, 평면 응력상태(plane

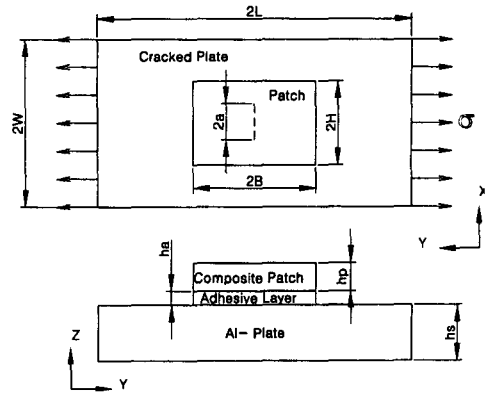


Fig. 1 Configuration of bonded repair for cracked plate

stress condition)라고 할 수 있다.

3) 등방성 균열 평판에 보강재가 부착되어진 경우, 형상 및 재료 물성치의 비대칭에 의한 굽힘(bending)은 고려하지 않는다.

### 2.2 응력확대계수

파괴의 특성을 파악하기 위해 파괴인성치인 응력확대 계수값을 구함으로써 균열의 거동을 파악할 수 있다. Fig. 1과 같이 복합재료로 보강된 균열평판의 해석을 수행하기 위해 먼저, 2차원 응력확대 계수를 이론적으로 구한 후에 유한요소법의 해석에서 구한 값과 비교한다. 그리고 3차원 유한요소 해석을 수행하여, 본 연구에서 고찰하고자 하는 균열의 보수방법과 이에 따른 파괴역학적 인자들의 영향을 고찰한다.

균열이 존재하는 2차원 모델에 대해, Isida의 응력확대 계수<sup>(8)</sup>는 다음과 같이 계산된다.

$$K_I = \sigma \sqrt{(\pi \times a)} \cdot F(\alpha, \beta) \quad (1)$$

여기서,  $F(\alpha, \beta)$ 는 형상 인자들에 의해서 결정되는 값들이고,  $\alpha = (2a/2W)$ ,  $\beta = (2L/2W)$ 이다.

2차원 유한요소망으로 구성된 균열 선단에서의 응력확대계수의 계산은 다음의 식으로 구할 수 있다.

$$K_I = \frac{2G}{(\kappa + 1)} \left( \frac{\pi}{2l} \right)^{1/2} [ (4v_{B2} - v_{C2}) - (4v_{B1} - v_{C1}) ] \quad (2)$$

여기서,  $G$ 는 전단탄성계수,  $v_B, v_C$ 는 균열의 끝단의 붕괴된 요소의  $y$ -방향으로의 균열개구변위 (Crack Opening Displacement : COD)이고,

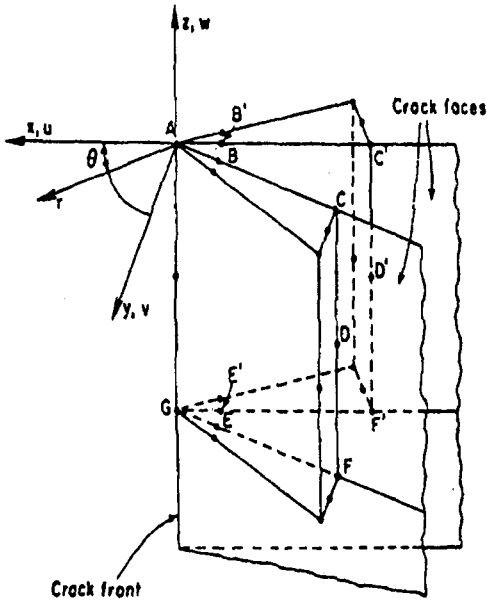


Fig. 2 Arrangement of quarter point wedge element along segment of crack front

$$\kappa = \begin{cases} 3-4\nu & (\text{Plane strain}) \\ \frac{3-\nu}{1+\nu} & (\text{Plane stress}) \end{cases} \text{로 정의된다.}$$

Fig. 2와 같은 3차원 유한요소 모델의 응력확대 계수는 균열 선단에서 붕괴된 1/4절점 특이요소를 사용하였으며, 응력확대계수의 계산 방법은 Ingraffa와 Manu<sup>(9)</sup>에 의해 제안된 균열개구변위방법에 의하여 구하였다

$$K_I = \frac{E}{4(1-\nu^2)} \sqrt{\frac{\pi}{2L_1}} [(2v_B - v_C + 2v_E - v_F - 2v_B + v_C - 2v_E + v_F - v_D) + \frac{1}{2} \eta (-4v_B + v_C + 4v_E - v_F + 4v_B - v_C - 4v_E + v_F) + \frac{1}{2} \eta^2 (v_F + v_C - 2v_D - v_F - v_C + 2v_D)] \quad (3)$$

2차원 간략화된 모델에 대해 유한요소법을 수행한 후, 응력확대계수를 구하기 위해 얻어진 개구변위값을 식 (2)에 대입하여 구한 결과와 식 (1)과 같이 Isida가 제안한 응력확대계수값의 계산식에 의해서 구한 결과를 Table 1에 나타내었다. 두 결과의 오차율은 약 1.0~1.5% 이내에서 만족할 만한 결과를 얻을 수 있었다.

Table 1 Comparison of S.I.F of cracked plate

( unit : MPa · mm<sup>1/2</sup> )

Crack (2a)	Analytical <sup>(8)</sup>	F.E.M	Error(%)
10	2.74	2.77	1.08
12	3.00	3.04	1.32
16	3.47	3.51	1.14
20	3.88	3.93	1.52
24	4.26	4.32	1.39
28	4.62	4.68	1.28
30	4.79	4.85	1.24

### 2.3 응력확대계수 감소를

보강재가 부착된 균열 평판의 파괴역학적 안전성 평가 기준으로 응력확대 계수 감소율(reduction of stress intensity factor : K\*)을 다음과 같이 정의한다.

$$K^* = 1 - K_p / K_u \quad (4)$$

여기서, K<sub>p</sub>는 보강재가 부착되었을 때의 응력확대 계수이며, K<sub>u</sub>는 보강재가 부착되지 않은 경우의 균열평판의 응력확대 계수 값이다. K\*가 증가하면 상대적으로 균열진전이 억제되고 K\*가 작으면 파괴될 가능성이 크다.

### 2.4 접착전단응력

보강판과 판재 사이를 접착제로 부착하였기 때문에 분리 문제가 발생할 수 있다. 이러한 분리의 인자로서 보강재와 판재 사이의 접착 전단응력이 해석 인자가 된다. 앞에서 가정한 것과 같이 접착층에서의 전단응력은 오직 y축으로만 존재하여, τ<sub>xz</sub>는 존재하지 않는다.

모재와 보강재 사이에서는 다음과 같은 평형방정식을 만족해야 한다.

$$\frac{d\sigma_{yy}^s}{dy} = \frac{\tau_{yz}}{h_s}, \quad \frac{d\sigma_{yy}^p}{dy} = -\frac{\tau_{yz}}{h_p} \quad (5)$$

여기서, σ<sub>yy</sub><sup>s</sup>, σ<sub>yy</sub><sup>p</sup>는 모재와 보강재에서의 y 방향의 응력성분이고, τ<sub>yz</sub>는 접착층에서의 전단응력이다.

응력과 변형률관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx}^s &= \frac{1}{E_s} (\sigma_{xx}^s - \nu_s \sigma_{yy}^s), & \epsilon_{yy}^s &= \frac{1}{E_s} (\sigma_{yy}^s - \nu_s \sigma_{xx}^s) \\ \epsilon_{xx}^p &= \frac{1}{E_x} (\sigma_{xx}^p - \nu_x \sigma_{yy}^p), & \epsilon_{yy}^p &= \frac{1}{E_y} (\sigma_{yy}^p - \nu_y \sigma_{xx}^p) \end{aligned} \quad (6)$$

**Table 2** Material properties for the aluminum, the boron/epoxy patch, and the adhesive layer

	Young's modules (GPa)			Shear modules (GPa)			Poisson's ratio		
	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$G_{12}$	$G_{13}$	$G_{23}$	$\nu_{12}$	$\nu_{13}$	$\nu_{23}$
Al-plate	71.02	-	-	-	-	-	0.32	-	-
Patch	208.1	8.18	8.18	7.24	7.24	4.94	0.677	0.677	0.035
Adhesive	2.2	-	-	-	-	-	0.32	-	-

여기서,  $E_s$ 는 등방성 모재의 탄성계수(Young's modulus),  $E_x, E_y$ 는 복합재료 보강재의 x, y-방향의 탄성 계수이다.

등방성 모재와 복합재료 보강재 사이에서의 적합조건식은 다음과 같다.<sup>(10)</sup>

$$\tau_{yz} = \frac{v^s - v^p}{F} \quad (7)$$

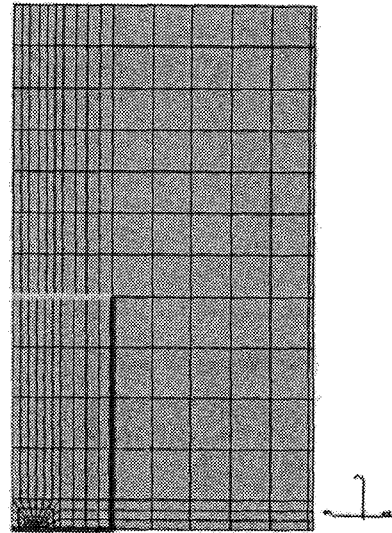
여기서,  $F = \frac{h_a}{G_a} + \frac{h_s}{4G_s} + \frac{3h_p}{8G_p}$  이고,  $G_a, G_s$  및  $G_p$ 는 각각 접착층, 모재 및 보강재의 전단탄성계수(shear moduli)이다.

### 3. 유한요소해석

본 연구는 Fig. 1과 같이 관통균열  $2a=20mm$ 을 갖는  $240 \times 360 \times 3mm$ 의 알루미늄판재 위에 보강재로써  $80 \times 160mm$ 의 복합재료 Boron/epoxy판재를 모재의 양쪽에 부착하는 양쪽 패칭(double patching)을 하였다. 부착재는 에폭시(epoxy)를 사용했으며, 두께는  $0.2mm$ 로 하였다. 본 해석에서 사용된 재료들의 물성치는 Table 2와 같다.

하중은 단순인장하중으로써 모델의 y방향으로  $\sigma_y = 0.689MPa$ 을 가하였다.

유한요소 모델은 Fig. 3과 같이 하중 및 기하학적 대칭성을 고려하여 1/8로 모델링하였으며, 모재 및 보강재는 3차원 20절점 요소로 구성하고 부착재는 2차원 전단 스프링 요소(shear spring element)를 사용하였다. 본 연구를 위한 유한요소 해석 프로그램으로서는 ABAQUS Ver 5.8을 사용하였다.



**Fig. 3** Finite element modeling

### 4. 결과 및 고찰

#### 4.1 보강재 두께에 대한 영향

Fig. 4~5는 보강재 두께에 따른 응력확대계수(K) 및 감소율( $K^*$ )을 나타낸 그림이다.

균열이 존재하는 판재 위에 보강재 두께가 0.2~1.4mm까지 변화는 형상에 대해 균열선단의 두께 중심에서 파괴역학적 해석을 수행하였다.

본 해석에서 보강재가 부착되지 않은 판재의 응력확대계수( $K_u$ )는 Table 1에서 균열길이  $2a=20mm$ 일 때의 응력확대 계수  $3.93MPa \cdot mm^{1/2}$ 이다. 보강재의 두께에 따른 응력확대계수의 감소양상을 Fig. 4에, 무차원 응력확대계수 감소율을 Fig. 5에 나타내었다.

두께가 증가함에 따라 무차원 응력확대계수의 감소율( $1-K_p/K_u$ )이 약 78~90%정도로 나타났으며, 보강재의 두께가 증가함에 따라 감소율은 증가함을 알 수 있었다.

#### 4.2 보강재 재료에 대한 영향

Fig. 6~7은 보강재 재료를 각각 판재와 동일한 알루미늄과 Boron/epoxy복합재료를 사용했을 때의 응력확대계수 값과 응력확대계수 감소율을 도시하였다. 보강재로써 복합재료를 사용하는 것이 알루미늄을 사용하는 것과 비교하여 응력확대계

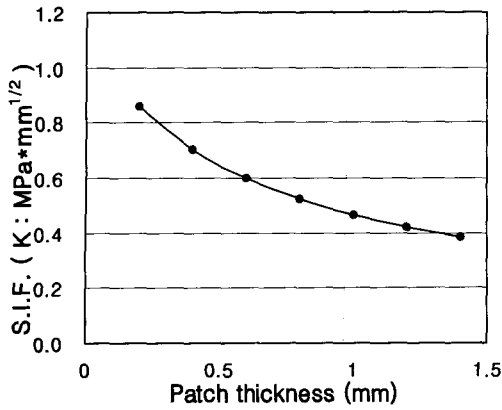


Fig. 4 Stress intensity factors with respect to patch thickness ( $2a = 20mm$ )

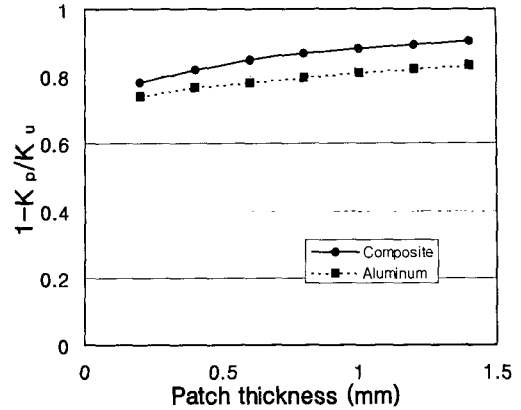


Fig. 7 Nondimensionalized reduction of S.I.F. for Al and Br/Ep patch ( $2a = 20mm$ )

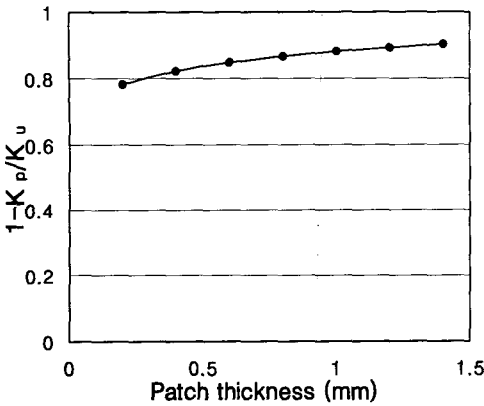


Fig. 5 Nondimensionalized reduction of S.I.F. with respect to patch thickness ( $2a = 20mm$ )

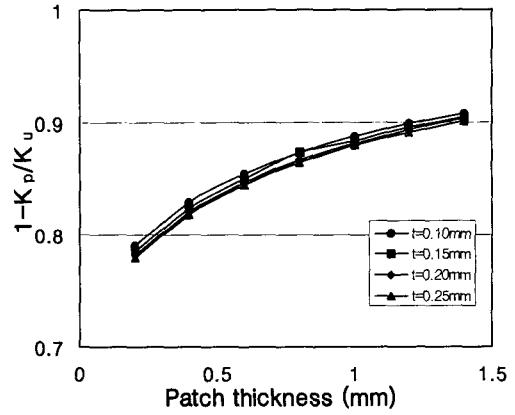


Fig. 8 Reduction of S.I.F. with respect to variable of adhesive thickness

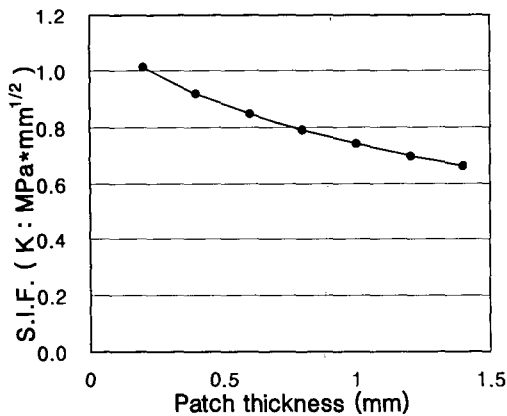


Fig. 6 Stress intensity factors with respect to Al-patch thickness ( $2a = 20mm$ )

수 감소율이 약 5~7% 증가했으며, 보강재로서 복합재료를 사용하는 것이 훨씬 균열진전을 억제시켜 줌으로써 좀더 보수적이고 안전한 보수방법이라 할 수 있겠다. 또한, 복합재료는 중량에 비해 강성, 강도 및 온도특성 등이 우수하여 항공기와 같이 무게를 최소화하고 급격한 온도변화에 대응해야 하는 측면에서 많이 사용될 수 있다.

#### 4.3 접착층 두께에 대한 영향

Fig. 8은 접착층의 두께에 따른 응력확대계수 감소율을 나타낸 것이다. 접착층의 두께를 0.1mm ~ 0.25mm로 변화시켰을 때 응력확대계수 감소율은 접착층의 두께가 감소할수록 균열 진전 억제에 효과적임을 알 수 있다.

4.4 보강재 위치에 따른 접착전단응력의 분포

Fig. 9는 보강재의 특정한 두 부분에서의 접착 전단응력의 분포를 나타낸 것이다. 균열중심 (crack center)은 균열의 중심부 위치에서의 보강재와 등방성 모재 사이의 접착전단응력을 나타낸 것이고, 보강재 끝단(end patch)은 y방향으로 보강재의 끝부분에서의 보강재와 모재사이의 접착전단응력을 나타낸 것이다

해석 결과에 의하면 균열중심에서의 접착전단 응력은 보강재의 두께가 증가할수록 급격히 감소 하지만, 보강재 끝단에서의 접착 전단응력의 분포는 보강재의 두께가 증가할수록 증가함을 알 수 있다.<sup>(10)</sup>

따라서, 최적의 보강재는 균열중심에서는 두껍고, 끝으로 갈수록 얇아지는 형상이다. 그러나 위의 형상은 가공상의 어려움이 존재하는 바, 기존의 보강재를 사용하되 끝단부분을 테이퍼(taper)지게 하므로써 접착 전단응력을 감소시킬 수 있다.

4.5 보강재 형태에 따른 영향

Fig. 10~11은 보강재의 형상을 균열을 완전히 덮는 보강재 형상(overall type)과 균열을 부분적으로 덮는 보강재 형상(partial type)에 따른 균열확대계수와 응력확대계수 감소율을 도시하였다. 본 절에서 부분적인 보강재 형상에서의 보강판은 보강재 두께( $h_p$ )는 1.0mm이며 접착층의 두께( $h_a$ )는 0.2mm인 정사각형 형상을 갖는 Boron/epoxy 복합 재료를 사용하였다.

해석결과 균열 선단(crack tip)에 아주 작은 보강판을 부착한 경우 응력확대계수는 균열을 완전히 덮는 보강재 형상의 경우에 비해 6배정도 증가하였으며, 응력확대계수 감소율도 약 2배정도 줄어 들었다. 또한 보강재의 크기를 점차 증가시킬 경우 응력확대계수가 급격하게 저하됨을 알 수 있었다.

또한, 직사각형의 기존의 보강판과 정사각형의 보강판을 비교할 경우 응력확대 감소율에서는 별 차이는 없었다. 그러나, 보강판 형태를 부분적으로 덮는 보강재 형상으로 할 경우 보강판의 크기가 상대적으로 작아져서 분리를 유발할 수 있는 접착전단응력이 크게 증가할 것이다. 따라서 경제적인 설계를 위해서는 보강재의 크기를 줄일수록 효과적이거나, 새로운 분리의 문제가 제기될 수 있을 것이라 생각된다.

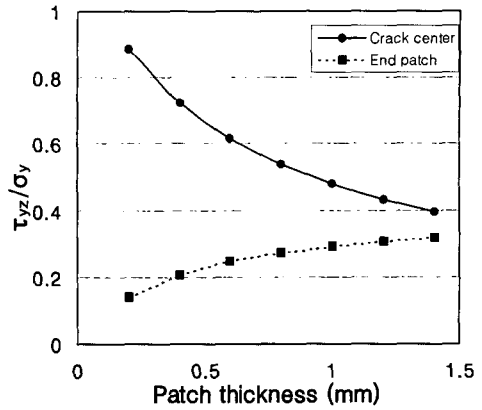


Fig. 9 Nondimensionalized adhesive shear stress with respect to patch thickness

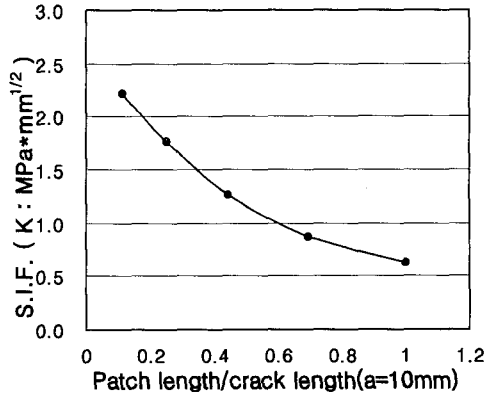


Fig. 10 Stress intensity factors with respect to variable of patch size ( 2a = 20mm)

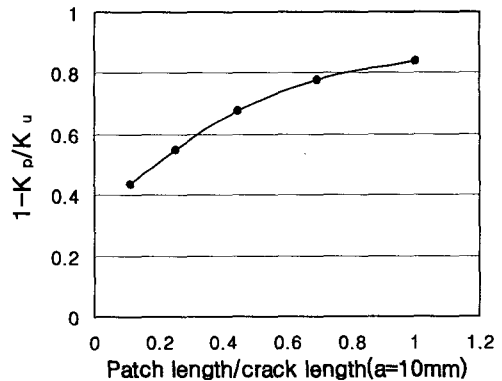


Fig. 11 Nondimensionalized reduction of S.I.F. at the variable patch size ( 2a = 20mm)

## 5. 결 론

## 참고문헌

본 연구에서는 균열이 존재하는 알루미늄판재에 보강재를 부착한 모델에 대해 파괴역학적인 해석을 수행하였다. 연구인자로서 보강재의 두께에 대한 영향, 보강재 종류에 대한 영향 및 접착층 두께에 따른 영향과 전단응력 분포를 해석하고, 최적의 보강재 형상을 제시하기 위해 형상들을 변화시켜 가면서 해석을 수행한 결과, 다음의 결론들을 얻을 수 있었다.

(1) 균열 위에 복합재료 보강재를 부착할 경우의 응력확대계수는 보강재를 부착하지 않은 판재의 응력확대계수( $K_I$ )의 약 10~22%로 감소하였다. 또한 보강재의 두께가 증가할수록 응력확대계수의 감소율이 크게 나타난다.

(2) 보강재 재료로 Boron/epoxy 복합재료 및 알루미늄을 사용했을 때 응력확대계수 감소율은 Boron/epoxy 복합재료를 사용했을 경우가 감소율이 더 커서 균열진전 억제에 더 효과적이다.

(3) 접착층의 두께가 얇을수록 균열진전억제에 효과적이다.

(4) 보강재에서 균열중심 부근 위치에서의 접착전단응력은 보강재 두께가 증가함에 따라 감소하나, 분리에 영향을 줄 수 있는 보강재 끝단부근의 접착전단응력은 보강재 두께가 증가함에 따라 증가한다. 따라서, 보강재 끝단이 테이퍼진 형상을 사용하면 접착전단응력을 감소시킬 수 있다.

(5) 보강재 형상은 균열을 완전히 덮는 보강재 형상(overall type)이 부분적으로 덮는 보강재 형상(partial type)보다 효과적임을 알 수 있으며, 응력확대계수 감소율이 약 2배정도 증가하였다. 또한 부분적으로 덮는 보강재 형상의 경우 분리를 유발할 수 있는 접착전단응력이 증가할 것으로 생각된다.

## 후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들에게 감사드립니다.

- (1) Turaga, V. R. S., Umamaheswar, Singh, R., 1999, "Modelling of a Patch Repair to a Thin Cracked Sheet," *Eng. Frac. Mech.*, pp. 267~289.
- (2) Schubbe, J. J., and Mail, S., 1999, "Investigation of a Cracked Thick Aluminum Panel Repaired with a Bonded Composite Patch," *Eng. Frac. Mech.*, pp. 305~323.
- (3) Naboulsi, S., and Mail, S., 1997, "Fatigue Crack Growth Analysis of Adhesively Repaired Panel Using Perfectly and Imperfectly Composite Patched," *Theor. Appl. Frac. Mech.*, pp. 13~28.
- (4) Rose, L. R. F., 1982, "A Cracked Plate Repaired by Bonded Reinforcements," *Int. Jour. of Frac.*, Vol. 18. No. 2, pp. 135~144.
- (5) Schubbe, J. J., 1997, "Fatigue Behavior in Thick Aluminum Panels with a Composite Repair," *AIAA-98*, pp. 2434~2760.
- (6) Chu, R. C., and Ko, T. C., 1989, "Isoparametric Shear Spring Element Applied to Crack Patching and Instability," *Theor. Appl. Frac. Mech.*, 17, pp. 93~102.
- (7) Denney, J. J., 1995, "Fatigue Response of Cracked Aluminum Panel with Partially Bonded Composite Patch," *M.S. Thesis, Air Force Inst. of Tech.*
- (8) Isida, M., 1971, "Effect of Width and Length on Stress Intensity Factors of Internally Cracked Plates under Various Boundary Conditions," *Int. Jour. Frac.*, Vol. 7, No. 3, pp. 301~316.
- (9) Ingrassia, A. R., 1980, "Stress Intensity Factor Computation in Three Dimensions with Quarter Point Element," *Int. J. Numerical Meth. Eng.*, pp. 1427~1445.
- (10) Jones, R. and Callinan, R. J., 1979, "Finite Element Analysis of Patched Cracks," *J. Struct. Mech.*, Vol. 7, pp. 107~130.