

# 모드형상의 웨이블릿 변환을 이용한 보의 결함 진단

김윤영\* · 이호철\*\* · 이용욱\*\*

(1999년 5월 28일 접수)

## Damage Detection in a Beam Via the Wavelet Transform of Mode Shapes

Yoon Young Kim, Ho Cheol Lee and Young Wook Lee

**Key Words:** Damage Detection(결함 진단), Mode Shapes(모드 형상), Wavelet(웨이블릿)

### Abstract

Perhaps, this is the first attempt which applies the wavelet transform to the fundamental vibration mode for damage detection in a beam. Contrary to most existing detection methods on mode shapes, the present method directly works only with the fundamental mode of a damaged beam: no vibration mode shape of a undamaged beam is necessary. Applying the concept of vanishing moments of wavelet functions, we show that wavelet functions are effective damage detectors. Both numerical and experimental results confirm the effectiveness of the present method.

### 1. 서 론

구조물의 안전성을 평가하는 문제는 구조물의 유지 및 보수문제와 직결되어 있을 뿐만 아니라 인명에 직접적인 영향을 준다는 측면에서 매우 중요한 공학적 문제 중의 하나로 대두되고 있다. 만약 시스템에 존재하는 결함을 미리 관찰해서 그 위치와 정도를 평가할 수 있다면 적절한 보수나 교체를 통해서 수명을 늘이거나 비용을 절감할 수 있을 뿐만 아니라 잠재적인 위험요소를 제거함으로써 재난을 예방할 수도 있을 것이다. 최근에 활발한 연구가 진행되고 있는 지능 구조물

은 이러한 안전성 평가 기술이 유용하게 사용되는데 대표적인 응용분야이다.

일반적으로 구조물의 안전성을 평가하는 문제는 다음의 세 가지 질문에 대한 답을 찾는 것을 목적으로 한다.

1. 주어진 시스템에 결함이 존재하는가?
2. 만일 결함이 존재한다면 결함의 위치는 어떻게 되는가?
3. 존재하는 결함의 정도는 시스템의 안전성과 관련하여 어떠한 평가를 내릴 수 있는가?

위의 질문에 대한 답을 얻기 위해 여러 가지 실험방법이 연구되어 왔다. 그 중에서 진동신호를 이용하여 결함을 진단하는 방법은 다른 결함 진단방법에 비해 상대적으로 진동신호 획득이 용이한 장점이 있다. 물론 이 기법은 초음파 신호를 이용하여 파악할 수 있는 국부균열의 진단에 이용되기 곤란하나, 볼트 풀림이나 비교적 크기가 큰 구조결함 등의 진단에 효율적으로 사용될 수 있다.

\* 회원, 서울대학교 기계항공공학부, 정밀기계설계 공동연구소

E-mail : yykim@snu.ac.kr

TEL : (02)880-7154 FAX : (02)883-1513

\*\* 서울대학교 웨이블릿 응용 구조설계 및 진단 연구실

통상 진동 신호에는 구조물의 동적 특성이 포함되어 있는데, 구조물의 동적 특성을 다음과 같이 크게 두 영역에서 기술할 수 있다. 질량, 강성, 연성 등의 구조 파라미터를 이용해서 구조물의 동적 특성을 나타내는 방법과 고유주파수, 고유모드, 감쇠 등의 모달 파라미터를 이용해서 나타내는 방법이 그것인데 이들 두 가지 표현방법은 각각 독립적으로 구조물의 안전성을 평가하는데 이용되어 왔다.

구조 파라미터를 이용한 결함 진단법<sup>(1,2)</sup>들은 대체로 유한 요소법을 통해 얻은 질량 및 강성 행렬을 이용하기 때문에 회전 자유도가 없는 트러스 구조물 등의 결함 진단에 많이 적용되어 왔다. Zimmerman<sup>(3)</sup> 등은 최소 차수 섭동법(Minimum Rank Perturbation)을 이용하여 구조물에 생긴 강성의 변화의 위치와 정도를 평가하는 방법을 제시하였다. Kahl<sup>(4)</sup> 등은 보에서의 회전 자유도 문제를 스트레인 게이지를 통해 얻은 데이터를 이용하여 해결할 수 있는 방법을 제시하였다.

모달 파라미터를 이용한 결함 진단법 중 가장 간단한 것은 고유 주파수의 변화를 이용하는 것이다. 하지만 이 방법으로는 결함의 유무를 파악할 수 있으나 결함의 위치를 찾아내기 어렵다. 그러나 효율적인 결함 진단법이란 실험을 통해 얻을 수 있는 데이터를 통해 결함의 위치 및 정도(extent)까지도 찾을 수 있어야 할 것이다.

Yuen<sup>(5)</sup>은 외팔보의 유한 요소 모델을 통해 얻은 고유 주파수와 모드 형상을 이용한 방법을 제시하였다. Pandey<sup>(6)</sup> 등은 변위 모드의 유한 차분법을 이용하여 얻은 곡률모드의 차이를 이용한 방법을 제시하였다. 이를 통해 변위 모드보다는 곡률 모드가 결함에 더욱 민감하다는 것을 밝혔다. Maia<sup>(7)</sup> 등은 위의 방법을 전달함수에 적용하여 곡률 전달함수를 이용한 방법을 제시하였다. Pandey<sup>(8)</sup> 등은 연성 행렬을 실험을 통해 구하는 방법을 제시하여 이를 결함 진단의 한 방법으로 쓰일 수 있음을 보였다.

최근 Ratcliffe<sup>(9)</sup>은 정상적인 상태의 보에 대한 정보 없이 단지 결함이 있는 보의 모드 형상에 라플라시안(Laplacian)을 적용한 정보만을 이용하여 결함을 진단하는 방법을 연구하였는데, 이는 위에 언급한 곡률 모드와 같은 개념이다. 하지만 이 라플라시안 데이터에 3차의 다항함수를 커브

피팅하여 얻은 함수의 변화를 적용하여 보다 작은 양의 결함 진단에도 효과적으로 사용될 수 있음을 보였다. 이 방법은 정상적인 상태의 보에 대한 정보 없이 결함을 진단할 수 있다는 점에서 가장 진보된 방법으로 볼 수 있다. 그러나 일반적으로 라프라스시안과 같은 미분 연산자를 적용하는 경우, 실험 오차에 큰 영향을 받을 수 있다는 단점이 있다.

본 연구에서는 정상적인 상태의 보에 대한 정보 없이 가장 저차의 진동모드만으로 결함의 위치를 진단할 수 있는 새로운 웨이블렛 변환 결함 진단기법을 제안하였다. 구조물의 특정부위에 강성 등의 변화로 인한 결함이 발생하는 경우 결함의 특성이 구조물의 모드 형상에 특이점으로 반영된다는 것에 착안하여 특이점 진단에 효과적인 웨이블렛 함수를 선정하였다. 본 연구에서 제시된 방법은 결함이 존재하기 이전의 정보를 필요로 하지 않고 결함이 있는 구조물의 모드 형상만을 이용하여 결함을 진단할 수 있다는 점에서는 Ratcliffe의 연구와 동일하지만 실험적으로 구하는 모드형상에 대한 직접적인 연산을 수행하지 않는 특징이 있다. 또한 이 기법은 본 연구에서 다루는 진동모드 뿐만 아니라 시간영역에서의 진동 신호에 대해서도 적용될 수 있기 때문에, 그 응용가능성이 대단히 높아 현재 후속 연구가 진행 중이다.

본 논문에서는 특정 위치에 강성값이 변화된 결함(두께변화)이 있는 보 구조물을 대상으로 수치해석과 실험을 통하여 첫 번째 고유모드를 구하였다. 여기서 얻어진 진동모드에 웨이블렛 변환을 적용하여 결함의 위치를 찾아냄으로써 본 연구에서 제시된 결함 진단 방법의 유효성을 확인하였다. 또한 결함진단을 가능하게 하는 웨이블렛의 선정방법을 이론적으로 살펴보았다.

## 2. 웨이블렛 변환

### 2.1 연속 웨이블렛 변환

연속 웨이블렛 변환이란 연속 웨이블렛 함수를 이용해서 신호를 분석하는 새로운 방법을 말한다. 만일 분석하고자 하는 신호를  $f(t)$ , 웨이블렛 함수를  $\psi_{u,s}(t)$ 라고 하면 웨이블렛 변환은 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$W_f(u, s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{u,s}^*(t) dt \quad (1)$$

여기서 웨이블릿 함수란 특정 조건을 만족하는 모 웨이블릿 함수(mother wavelet function)를 정의하고 식 (2)에서와 같이 이를 시간축에 대해서 스케일링(scaling)하고 위치이동(translation) 시킨 일련의 함수들을 지칭한다. (웨이블릿에 대한 이론적인 내용은 참고문헌 Daubechies,<sup>(10)</sup> Chui,<sup>(11)</sup> Mallat,<sup>(12)</sup> Vetterli<sup>(13)</sup> 참고)

$$\psi_{u,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) \quad (2)$$

여기서  $s$  는 스케일을 나타내는 변수이고  $u$  는 위치이동을 나타내는 변수이다.

Fig. 1은 몇 가지 스케일과 위치이동값에 대하여 대표적인 웨이블릿 함수들 중 하나인 Morlet 웨이블릿을 예로 보인 것이다. Fig. 1에서 알 수 있듯이 스케일  $s$  는 푸리에 변환에서 사용되는 주파수  $\omega$  의 역수와 비슷한 개념으로 이해할 수 있다.

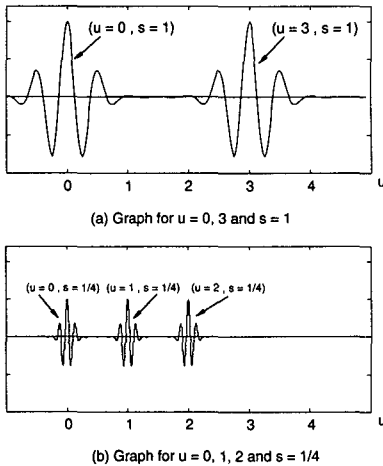


Fig. 1 Examples of wavelet functions

결과적으로 웨이블릿 변환은 해석하고자 하는 신호가 특정 시간 혹은 위치( $u$ ) 근방에서 가지고 있는 특성을 다양한 스케일( $s$ )을 이용해서 분석해 내는 방법을 제공해 준다. 즉, 신호에 포함되어 있는 미세한 변화에 해당되는 특성은 작은 스케일의 웨이블릿을 통해서, 넓은 영역에 걸쳐있는 특성은 큰 스케일의 웨이블릿을 통해서 분석할 수 있는 것이다.

2.2 립슈츠 지수와 특이점

웨이블릿 변환은 신호의 압축, 잡음 제거 등 많은 응용분야를 확보하고 있는데 함수의 특이점 분석도 그 대표적인 응용분야 중 하나이다.

립슈츠의 정규성(Lipschitz regularity)은 신호에 존재하는 국부적인 특이점을 분석해내는 일반적인 방법으로 사용할 수 있다. 임의의 함수  $f(t)$  에 대하여 립슈츠의 규칙성은 립슈츠의 지수(Lipschitz exponent)로 표시할 수 있다.

만일 함수  $f(t)$  에 대하여 다음의 조건을 만족하는  $m(=[a])$  차의 다항함수  $p_\nu(t)$  와  $K(>0)$  가 존재하면  $f(t)$  는 점  $\nu$  에서 립슈츠  $a$  라고 한다.

$$|f(t) - p_\nu(t)| \leq K|t - \nu|^a \quad (3)$$

여기서  $[a]$  는  $a$  를 넘지 않는 최대의 정수를 나타낸다.

특정 구간  $[a, b]$  에 존재하는 모든 점의 립슈츠 지수가  $a$  라면 함수  $f(t)$  는 구간  $[a, b]$  에서 균일하게 립슈츠  $a$  라고 말한다. 만일 구간내에서 립슈츠 지수  $a$  가 서로 다르다면 그중 최대값이 그 구간에서의 립슈츠 지수가 된다.

$p_\nu(t)$  를 함수  $f(t)$  의 테일러 다항식으로 선택하면

$$p_\nu(t) = \sum_{k=0}^{m-1} \frac{f^{(k)}(\nu)}{k!} (t - \nu)^k \quad (4)$$

테일러 정리에 의해서  $\nu \in [a, b]$  근방의  $t$  에 대해서 다음이 성립함을 알 수 있다.

$$\forall t \in [\nu-h, \nu+h],$$

$$|\epsilon_\nu(t)| \leq \frac{|t-\nu|^m}{m!} \sup |f^{(m)}(u)|, \quad (5)$$

$$u \in [\nu-h, \nu+h]$$

여기서  $\epsilon_\nu(t)$ 는  $f(t)$ 와  $p_\nu(t)$ 간의 오차를 나타내는 함수로서 식 (5)는  $\epsilon_\nu(t)$ 의  $\nu$ 근방에서의 거동을 보여준다. 식 (3)과 식 (5)를 통해서 립쉬츠  $\alpha$ 를 함수  $f(t)$ 의 미분가능성과 연결시킬 수 있으며 이는 미분 불가능 점, 즉 특이점을 규정하는데 사용할 수 있을 것이다. 예를 들어  $\alpha$ 가  $\nu$ 에서  $0 \leq \alpha < 1$ 인 값을 가지면 함수  $f(t)$ 는 일차 미분이 불가능한 함수가 되는 것이다.

2.3 웨이블릿 소멸 모멘트

소멸 모멘트(vanishing moment)란 웨이블릿 함수들이 가지고 있는 중요한 특징들 중의 하나로, 만일 웨이블릿 함수  $\psi(t)$ 가  $n$ 차의 소멸 모멘트를 가진다면 다음의 식 (6)를 만족하게 된다.

$$\int t^k \psi(t) dt = 0 \quad \text{for } 0 \leq k < n-1 \quad (6)$$

결국  $n$ 의 소멸 모멘트(vanishing moments)를 가진 웨이블릿 함수는  $n-1$  차 이하의 다항 함수와 직교(orthogonal)관계에 있다는 특징을 가지게 된다.

함수  $f(t)$ 가 주어진 점  $t_0$ 에서  $n-1$ 번 미분 가능하고  $n$ 번째 미분이 불가능한 함수라고 가정하면  $f(t)$ 는  $t_0$ 근방에서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$f(t) = p_{t_0}(t) + \epsilon_{t_0}(t) \quad (7)$$

여기서  $p_{t_0}(t)$ 는  $n-1$ 차 다항 함수이고  $\epsilon_{t_0}(t)$ 는 특이점을 표현하는 함수이다. 소멸 모멘트  $n$ 이 특이점을 표현하는 립쉬츠 지수  $\alpha$ 보다 큰 웨이블릿을 이용하여  $f(t)$ 에 대하여 웨이블릿 변환(W)을 실행하면 식(5)에 의해서  $p_{t_0}(t)$ 의 웨이블릿은 다음과 같이 모두 사라짐을 알 수 있다.

$$Wp_{t_0}(u, s) = \int p_{t_0}(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) dt = 0 \quad (8)$$

결국  $f(t)$ 의 웨이블릿 변환은 특이점을 표현하는 함수  $\epsilon_{t_0}(t)$ 의 웨이블릿 변환과 같게 된다.

$$Wf(u, s) = W\epsilon_{t_0}(u, s) \quad (9)$$

따라서 이와 같은 특성을 갖는 웨이블릿은 특이점 분석에 매우 유용하기 때문에 결함 진단에 유용하게 사용될 수 있음을 알 수 있다.

2.4 이산 웨이블릿 변환

연속 웨이블릿 변환이 분석하고자 하는 신호가 연속적인 신호인 경우에 사용됨에 반해서 분석하고자 하는 신호가 연속적인 신호를 표본 추출한 신호(sampled data)인 경우에는 이산 웨이블릿 변환이 사용된다.

이산 웨이블릿 변환은 Fig. 2에서와 같이 해석하고자 하는 신호를 이산 고주파 성분 통과 필터(discrete high pass filter)를 이용하여 신호상의 미세한 특징을 분석하고 이산 저주파 성분 통과 필터(discrete low pass filter)를 이용하여 신호를 분석 전체적인 특징을 분석해 내는 것을 지칭한다. 연속 웨이블릿 변환에서 사용되는 웨이블릿 함수는 고주파 성분을 통과시키는 필터에 대응하는 것으로 볼 수 있다. 만일 저주파 성분을 통과시키는 필터를 통과한 신호에 대하여 이러한 과정을 반복적으로 적용하면 다음과 같이 계층적으로 신호를 분석할 수 있게 된다. (Fig. 3 참고)

해석하고자 하는 신호가 유한한 개수의 표본을 가진다면 유한한 개수의 계층이 만들어지게 되며 이러한 계층구조의 가장 하단에 존재하는 저주파 성분 통과 필터를 통과한 신호는 주어진 신호 전체의 평균값을 나타내게 된다.

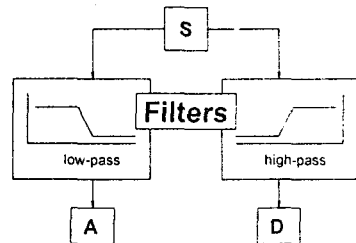


Fig. 2 Process of DWT (Discrete Wavelet Transform)

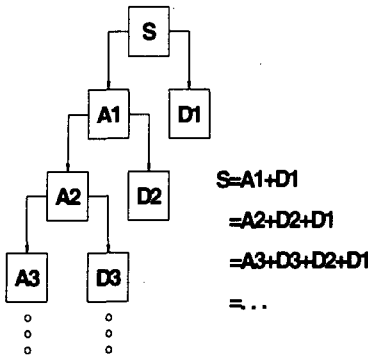


Fig. 3 Tree structure of DWT

연속 웨이블릿 변환에서와 마찬가지로 신호상에 존재하는 특이점들은 미세한 변화들을 추적해 내는 고주파 성분 통과 필터를 통과한 결과(D1, D2,...)들에 나타나게 된다.

연속 웨이블릿 변환과는 달리, 어떤 신호가 이 산웨이블릿 변환으로 변환된 다음, 원래의 신호로 완벽한 재생이 가능하려면 특정한 조건을 만족하도록 웨이블릿을 설계해야만 한다. 이중 가장 대표적인 것이 쌍직교 웨이블릿<sup>(10-13)</sup> (Biorthogonal Wavelet)으로 본 연구에서는 이 웨이블릿을 사용하고자 한다. 쌍직교 웨이블릿은 일반 웨이블릿과 달리 신호를 분석(analysis)할 때와 재구성(synthesis)할 때 각각 서로 다른 필터를 사용하는 특징을 가지고 있다.

### 3. 웨이블릿 변환과 결함진단

#### 3.1 이론적 배경

구조물에 생기는 결함에는 여러 가지 종류가 존재한다. 본 연구에서는 웨이블릿 변환이 결함진단에 사용될 수 있는 예로서 보의 특정부위의 두께가 정상적인 두께보다 작아지는 경우를 살펴 보았다.

Fig. 4에 보인 모델은 구조물의 안전성을 해치는 결함 중 구조물의 특정부위의 강성이 정상적인 강성보다 작아지는 것으로 인해서 생기는 결함을 대표할 수 있다.

물론 Fig. 4에 있는 구조물의 엄밀한 해석은 탄성학적인 이론을 바탕으로 해야 한다. 그러나 실험적으로 예측하는 진동신호가 보의 표면에서의

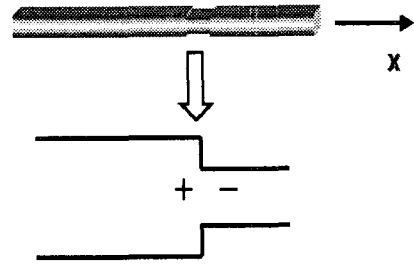


Fig. 4 A beam with an abrupt thickness change

횡방향 변위이기 때문에 오일러 보 이론을 이용하여 이 문제의 특이성을 살펴볼 수 있을 것이다.

이 이론에 따르면 Fig. 4의 불연속부의 좌우(+,-)에 연속조건에 의해 다음의 식들이 성립된다.

$$\text{displacement : } w^+ = w^- \tag{10a}$$

$$\text{rotation : } \frac{dw^+}{dx} = \frac{dw^-}{dx} \tag{10b}$$

$$\text{moment : } \left( EI \frac{d^2w}{dx^2} \right)^+ = \left( EI \frac{d^2w}{dx^2} \right)^- \tag{10c}$$

$$\text{shear force : } \left( EI \frac{d^3w}{dx^3} \right)^+ = \left( EI \frac{d^3w}{dx^3} \right)^- \tag{10d}$$

횡변위  $w$ 는 보의 높이가 불연속, 즉 굽힘강성  $EI$ 가 불연속하므로 식 (10c,d)에 의해서 2, 3차 미분치가 불연속이어야 한다. 한편 식 (10a,b)에 의해서 1차 미분값까지는 연속이므로 이곳에서 함수  $w$ 의 립슈츠 지수  $\alpha$ 는  $1 < \alpha < 2$ 가 됨을 알 수 있다.

이상의 이론적 해석으로부터, Fig. 4에서와 같은 결함을 가지는 보의 모드 형상은 결함이 있는 부분에서 최소한 두 번째 미분값이 불연속적임을 알 수 있다. 결과적으로 2.2절에서 보인 이론을 이용하면 웨이블릿 변환을 이용하여 이러한 종류의 결함을 찾아낼 수 있게 됨을 알 수 있다.

#### 3.2 수치 예제

식 (6)의 특징을 갖는 웨이블릿에 의한 이상진단 가능성을 보여주기 위하여 먼저 유한 요소 해

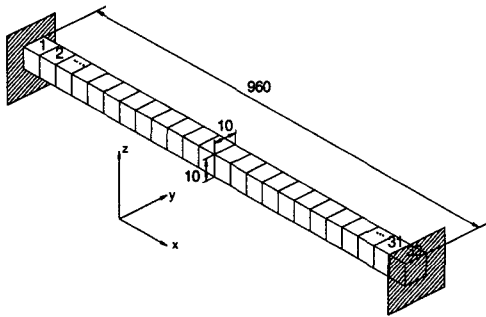


Fig. 5 Clamped-clamped beam model

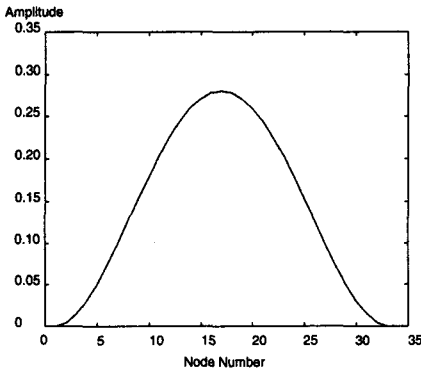


Fig. 6 The first mode shape of clamped-clamped beam (10% height change)

석을 통해서 나온 모드 형상에 대하여 이산 웨이블릿 변환을 적용해 보았다.

본 수치예제에 사용된 모델은 일정한 단면을 가진 양단이 고정된 보 (clamped-clamped beam) 및 단순 지지보(simply supported beam)이다. 양단 고정인 보의 기하학적 형상을 Fig. 5에 나타내었으며 이 형상은 단순 지지보에도 적용된다. 보는 총 32개의 선형 요소로 모델링하였으며 재료의 밀도와 탄성계수 값은 각각  $2.7 \text{ kg/m}^3$ ,  $70\text{GPa}$ 이다.

(a) 양단 고정보

Fig. 6은 양단 고정보에서 10번째 요소(절점 번호 10, 11)의 높이를 10% 감소시킨 모델의 첫 번째 모드 형상을 나타낸다. 식(10)을 통해 알 수 있는 바와 같이 모드 형상은 첫 번째 미분값이 연속적이기 때문에 모드 형상 자체만으로는 결함의 위치를 찾아 낼 수가 없다.(Fig. 6을 참조할 것)

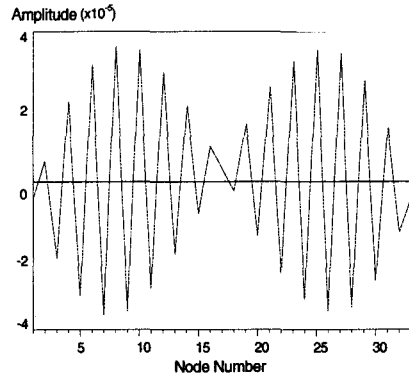


Fig. 7 The first level detail coefficient (D1) of the first mode shape of a clamped-clamped beam (10% height change). The Haar wavelet is used

2절과 3절에서 기술한 이론에 따르면 소멸 모멘트가 1인 웨이블릿 함수로는 이차 미분값에서 생기는 불연속점을 찾아 낼 수 없다. Fig. 7은 소멸 모멘트가 1인 하아 웨이블릿(Haar Wavelet)을 이용하여 수치적으로 계산된 모드 형상을 웨이블릿 변환한 첫 번째 상세 계수(detail coefficients) D1을 나타낸 것인데 결함의 존재 및 위치를 확인할 수 없음을 알 수 있다. D1은 신호의 가장 미세한 변화를 추적하는 상세계수이므로 모드형상에 존재하는 결함지점은 D1에 반영된다. 결함의 위치를 추적하는데 있어 D1 이상, 즉 D2, D3와 같은 상세계수는 필요없다.

Fig. 8~Fig. 10은 각각 2,3,4의 소멸 모멘트를 가지는 쌍직교 웨이블릿(biorthogonal wavelet)을 이용하여 10%의 높이 변화로 인한 결함을 가진 보의 모드 형상을 웨이블릿 변환한 뒤 첫 번째 상세 계수를 보인 것이다. 2절과 3절에서 기술한 이론에 의하면 소멸 모멘트가 2 이상인 웨이블릿을 이용하면 특이점이 찾을 수 있어야 한다. 하지만 이 그림에서 확인할 수 있는 바와 같이 소멸 모멘트가 4 이상이 되어야 특이점이 실제로 특이점을 구분할 수 있음을 알 수 있다. 이는 현재 사용하고 있는 모드 형상이 일정한 간격만큼씩 떨어져 있는 노드점에서 계산된 일종의 표본 추출된 정보이기 때문에 나타나는 현상이다.

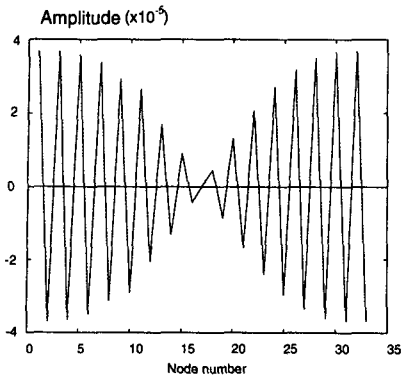


Fig. 8 The first level detail coefficient (D1) of the first mode shape of clamped-clamped beam (10% height change). The biorthogonal wavelet with 2 vanishing moments is used

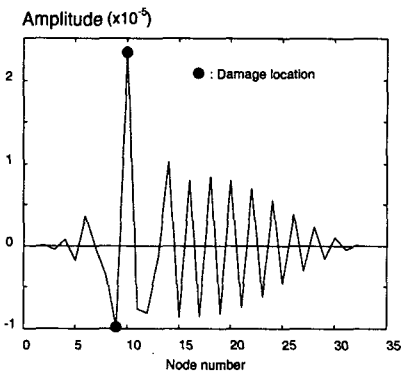


Fig. 9 The first level detail coefficient (D1) of the first mode shape of clamped-clamped beam (10% height change). The biorthogonal wavelet with 3 vanishing moments is used

이와 같이 모드 형상에 대한 해석적인 결과를 사용하지 않고 수치 해석이나 실험과 같이 표본 추출된 결과를 사용하는 경우에는 미세한 결함에 대해서도 결함을 보다 정확하게 진단해내기 위해서 높은 차수의 소멸 모멘트를 가지는 웨이블릿을 사용해야 함을 알 수 있다.

이제 웨이블릿을 이용한 결함 진단이 어느 정도의 미세한 결함까지 찾아낼 수 있는지를 단순 지지보의 경우를 통해서 확인해 보고자 한다.

(b) 단순 지지보(simply supported beam)

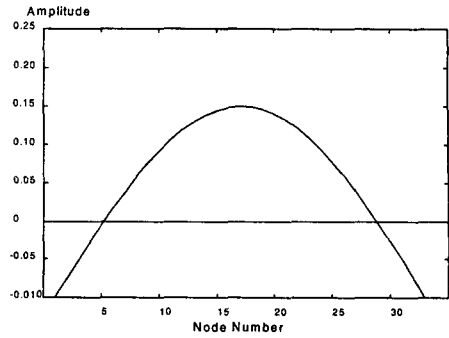


Fig. 10 The first mode shape of simply supported beam (10% height change)

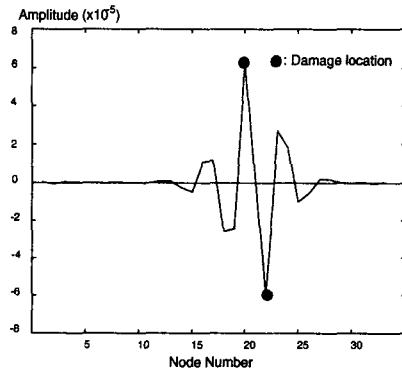


Fig. 11 The first level detail coefficient (D1) of the first mode shape of clamped-clamped beam (10% height change). The biorthogonal wavelet with 4 vanishing moments is used

Fig. 10은 단순 지지보에서 20번째 요소(절점 번호 20, 21)의 높이를 10% 감소시킨 경우의 첫 번째 모드 형상을 나타낸다.

단순 지지보의 경우에 대해서도 양단 고정보에서와 마찬가지로 Fig. 11의 모드형상을 관찰하는 것만으로는 결함의 유무나 그 위치를 찾아 낼 수 없다.

Fig. 11~14는 각각 10%, 5%, 1%, 0.5%씩 단면을 감소시킨 단순 지지보에 대하여 5차의 소멸모멘트를 갖는 쌍직교 웨이블릿을 이용하여 웨이블릿 변환을 수행한 결과를 나타낸다. 단면이 감소된 정도는 결함의 정도를 대표한다고 말할 수 있다.

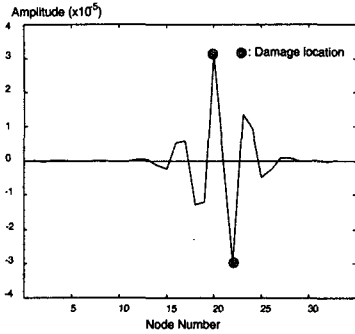


Fig. 12 The first level detail coefficient (D1) of the first mode shape of simply supported beam (5% height change)

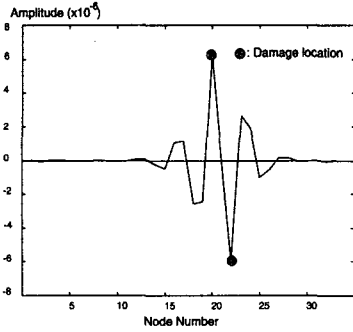


Fig. 13 The first level detail coefficient (D1) of the first mode shape of simply supported beam (1% height change)

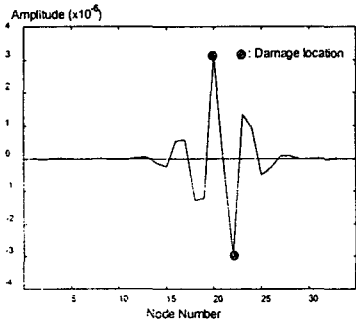


Fig. 14 The first level detail coefficient (D1) of the first mode shape of simply supported beam (0.5% height change)

Fig. 11~14에서 확인할 수 있는 바와 같이 웨이블릿을 이용한 결함 진단법을 이용하면 매우 미세한 결함에 대해서도 정확하게 그 존재 유무와 위치를 진단해 낼 수 있음을 확인할 수 있다.

수치해석 결과로부터, 웨이블릿 변환을 이용하면, i) 이상이 없는 보의 진동모드에 대한 정보 없이 결함의 위치(물론 유무를 포함)를 찾을 수 있다는 사실과, ii) 매우 미소한 결함(0.5%의 높이 변화)도 찾을 수 있다는 중요한 사실을 알 수 있다. 물론 실제 실험데이터에는 잡음이 혼재해 있기 때문에 아주 미소한 결함을 진동모드로부터 찾아내기는 어려울 것이다. 이 경우에는 초음파 등을 이용하여 결함 진단을 수행할 수 있으며, 현재 웨이블릿을 이용한 보다 실용적인 결함진단 기법을 연구 중에 있다.

#### 4. 실험을 통한 검증

수치예제를 통해서 확인된 결과를 검증하기 위해서 양단 자유 상태의 보에 대하여 실험을 수행하였다.

실험은 길이가 1000mm, 단면 10mm×10mm인 알루미늄 합금으로 이루어진 보에 대하여 수행하였으며 알루미늄 합금의 물성치는 수치예제에서 주어진 것과 같다. 전체 보에 40mm 간격으로 일정한 25개의 측정점을 표시하였으며 이 측정점은 수치예제에서 절점에 해당한다. 결함은 보의 특정부위(16번째 요소; 절점 번호 16,17)의 단면을 40% 감소하는 것으로 구현하였다. 실험은 양끝단에 존재하는 두 개의 측정점을 제외한 24개의 측정점에서 수행되었으며 가진은 충격가진을 사용하였고 응답은 가속도계를 이용하였다.

Fig. 15에서 확인할 수 있는 바와 같이 실험을 통해서 구해진 보의 모드 형상 그 자체만으로는 결함이 존재하는지 또 결함의 위치가 어디인지를 진단해 낼 수 없다. 주어진 첫 번째 진동모드 실험 결과로부터 결함의 위치를 진단해 내기 위해서 두 가지 종류의 웨이블릿을 이용하여 웨이블릿 변환을 수행하였으며, 그 결과를 Fig. 16과 Fig.17에 제시하였다.

Fig. 16과 Fig. 17은 모두 수치 예제에서 사용한 것과 같은 쌍직교 웨이블릿을 이용하여 얻은 결과이지만 Fig. 16에서는 소멸모멘트가 모두 3인 웨이블릿을 사용하였으며 Fig. 17에서는 소멸 모



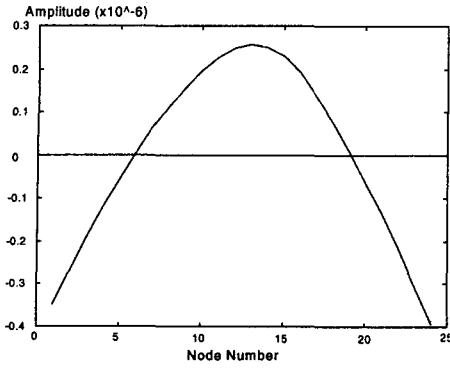


Fig. 15 The experimental first mode shape of a freely supported damaged beam. The cross area of the 17 elements is reduced by 40%

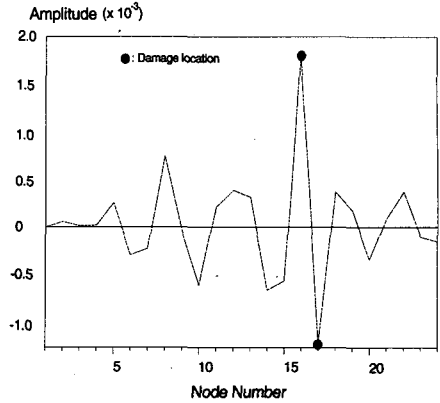


Fig. 17 The first level detail wavelet coefficient (D1) of the first mode shape depicted in Fig. 16. The biorthogonal wavelet with 7 vanishing moments is used

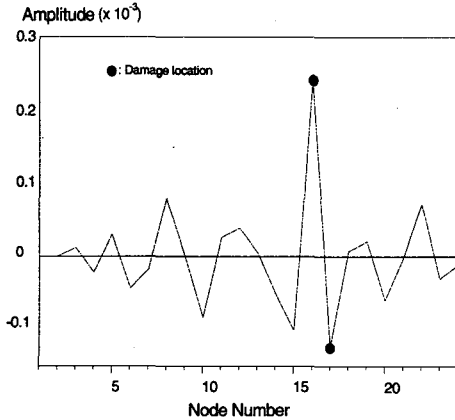


Fig. 16 The first level detail wavelet coefficient (D1) of the first mode shape depicted in Fig. 16. The biorthogonal wavelet with 3 vanishing moments is used

### 5. 결 론

본 연구에서는 최근 많이 사용되고 있는 새로운 신호처리 기법인 웨이블릿 변환을 이용한 구조물의 결함진단 방법을 제시하였다. 이 방법을 이용하여 저차의 고유 모드만으로도 보에 존재하는 결함의 위치를 정확히 진단할 수 있음을 제시하였다. 특히 결함이 존재하지 않는 정상적인 구조물에 대한 자료가 없이도 결함진단이 가능함을 보여주었다. 여러 종류의 경계 조건을 갖는 결함이 있는 보 구조물에 대하여 수치해석 및 실험을 통한 모드 해석을 수행하고 이에 대하여 본 연구에서 제시한 웨이블릿 변환을 적용하여 본 연구의 타당성을 검증하였다.

### 후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 산업설비 안전성 평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

### 참고문헌

(1) Lim, Tae W., 1991, "Structural Damage Detection Using Modal Test Data," AIAA Journal,

멘트가 7인 웨이블릿을 이용하였다. 이 그림으로부터 첫 번째 모드의 웨이블릿 계수 (D1)으로부터 결함의 위치를 잘 찾아낼 수 있음을 알 수 있었다.

이상의 수치해석 및 실험결과로부터 보의 모드 형상 자체만으로는 결함에 대한 어떤 정보도 바로 알아낼 수 없으나, 적절한 웨이블릿 함수를 이용한 웨이블릿 변환을 이용하면 결함의 존재 유무와 결함의 위치에 대한 정보를 정확히 찾아낼 수 있다는 것을 보여주고 있다.

- Vol. 29, No. 12, pp. 2271~2274.
- (2) Lim, Tae W. and Kashangaki, Thomas A. L., 1994, "Structural Damage Detection of Space Truss Structures Using Best Achievable Eigenvectors," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 5, pp. 1049~1057.
- (3) Kaouk, Mohamed and Zimmerman, David C., 1994, "Structural Damage Assessment Using a Generalized Minimum Rank Perturbation Theory," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 4, pp. 836~842.
- (4) Kahl, K. and Sirkis, J. S., 1996, "Damage Detection in Beam Structures Using Subspace Rotation Algorithm with Strain Data," *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 12, pp. 2609~2614.
- (5) Yuen, M. M. F., 1985, "A Numerical Study of the Eigenparameters of a Damaged Cantilever," *Journal of Sound and Vibration*, 103(3), pp. 301~310.
- (6) Pandey, A. K., Biswas, M. and Samman, M. M., 1991, "Damage Detection from Changes in Curvature Mode Shape," *Journal of Sound and Vibration*, 145(2), pp. 321~332.
- (7) Maia, N. M. M., Silva, J. M. M. and Sampaio, R. P. C., 1997, "Localization of Damage Using Curvature of the Frequency Response Functions," *Proc. of IMAC 15*, Vol. 2, pp. 942~946.
- (8) Pandey, A. K. and Biswas, M., 1994, "Damage Detection in Structures Using Changes in Flexibility," *Journal of Sound and Vibration*, 169(1), pp. 3~17.
- (9) Ratcliffe, C. P., 1997, "Damage Detection Using A Modified Laplacian Operator on Mode Shape Data," *Journal of Sound and Vibration*, 204(3), pp. 503~517.
- (10) Daubechies, I., 1992, *Ten lectures on Wavelets*, SIAM.
- (11) Chui, C. K., 1997, *Wavelets: A Mathematical Tool for Signal Analysis*, SIAM.
- (12) Mallat, S., 1998, *A wavelet tour of signal processing*, Academic Press.
- (13) Vetterli, M. and Kovacevic, J., 1995, *Wavelets and Subband Coding*, Prentice Hall Inc.
- (14) Misiti, M., Misiti, Y., Oppenheim, G. and Poggi, J. M., 1997, *Wavelet Toolbox User's Guide*, MathWorks, Inc.