자기 부상 방식 미세 운동 기구의 동적 모델링

정 광 석* · 백 윤 수**

(1999년 5월 14일 접수)

Dynamic Modeling of an Fine Positioner Using Magnetic Levitation

Kwang-Suk Jung and Yoon-Su Baek

Key Words: Magnetic Levitation(자기 부상), Air Core Solenoid(공심 솔레노이드), Magnetic Field Density(자기장), Magnetic Flux(자기 플럭스), Electromotive Force(기전력), Induced Current(유도 전류), Equation of Motion(운동 방정식), Optimization(최적화)

Abstract

In this paper, we introduce a positioner based on magnetic levitation to eliminate the friction which is the most severe effect to limit high resolution on the micro level. Differently from existing electromagnetic device, the proposed positioner consists of air core solenoid and permanent magnet. Although the combination produces small magnetic force, it is suitable for realizing micro motion repeatedly without the accumulation of error because there is no hysteresis caused by ferromagnetic materials, no eddy current loss, no flux saturation. First, the approximate modeling of stiffness and damping effects between the magnetic elements is made and verified experimentally. Then, we have formulated the dynamic equation of one d.o.f magnetic levitation positioner using linear perturbation method and discussed the necessity of optimization for the chief design parameters to maximize the stability performance.

1. 서 론

최근에 산업 전반에 걸쳐 기계적인 마찰이 없고 환경 변화에 둔감한 자기 부상을 이용한 액추에이터나 위치 제어 시스템이 많이 등장하고 있다. 자기 부상을 실현하는 방법으로는 여러 가지가 존재하는데 이중에서 움직이는 또는 회전하는 물체를 지지하는 전자기 방법으로는 다음의 9가지를 들 수 있다.[1]

1) 영구 자석들 사이의 반발력을 이용한 부상
2) 반자성 물질들 사이의 반발력을 이용한 부상
3) 초전도 자석을 사용한 부상
4) 도체 표면에 유기되는 맴돌이 전류에 의한 반발력을 이용한 부상
5) 자기장 안에 놓여있는 전류가 흐르는 전도체에 작용하는 힘을 이용한 부상
6) 두 평판 사이의 정전 흡인력과 조절되는 LCR 회로를 사용한 서스펜션
7) 전자석과 강자성체 사이의 자기 흡인력과 조절되는 LCR 회로를 사용한 서스펜션
8) 자화된 물체 사이의 흡인력과 제어되는 직류 전자석을 사용한 서스펜션
9) 혼합된 자기 투자율을 갖는 부상 시스템

이러한 자기 부상 방법들은 그 응용 예에서 볼 수 있듯이 각기 장, 단점을 갖고 있으며 대표적인 예로서는 자기 부상 열차를 비롯하여 자기 베어링, 방진 테이블, peg in hole 기구, 힘 센서, 자기 액추에이터 등을 들 수 있다. 육로 수송 기기의 고속화를 실현할 수 있는 방법으로 이미 상용화 단계에 있는 자기 부상 열차는 (4), (7)을 비롯하여 다양한 방법들이 제안되고 있으며[2,3] 기존의 흡인식 자기 베어링은 대부분 (7)의 방법을 취하고 있다.[4,5] 또한 진동 차폐에 사용되는 방진

* 연세대학교 대학원 기계공학과
** 회원, 연세대학교 공과대학 기계전자공학부
E-mail : ysbaek@yonsei.ac.kr
TEL : (02)361-2827 FAX : (02)362-2736

테이블은 큰 부상력의 실현을 위해 보통 (8)과 같은 방법을 취하고 있으며,[6] peg in hole 과정 중 그리퍼(gripper)의 미세한 힘 제어를 위해 (8)의 방법을 이용하여 응용한 사례도 있다.[7] 그리고 로봇 끝단에서의 정교한 힘 제어를 위해 (5)와 같은 로렌쯔 힘을 이용한 기구를 만들어 로봇 끝단에 부착시킨 예도 있다.[8] 자기 부상 방법을 액추에이터에 이용한 예를 보면 대부분 철심(iron core) 솔레노이드와 영구 자석간의 반발력이나 흡인력을 이용하는 구조를 취하는데[9,10] 이러한 철심 솔레노이드를 갖는 구조는 히스테리시스 손실, 맴돌이 전류 손실, 자기 플럭스 손실 등에 의해 정교한 운동을 만들어내는데 한계가 있다. 따라서 이러한 시스템들은 더욱 정밀한 센서를 이용하여 제어를 수행하던가[9] 아니면 이러한 손실 과정까지 모델링한 엄밀해를 이용한다.[10] 따라서 이러한 한계를 극복하고자 손실을 최소화 할 수 있는 자기 요소들, 즉 공심(air core) 솔레노이드와 영구 자석으로 구성되는 자기 부상 시스템이 제안되었다.[11] 본 논문에서는 이러한 자기 요소를 근간으로하는 자기 부상 방식의 미세 운동 기구를 제안하고 이러한 시스템의 자기 현상을 적절한 근사해로 모델링하여 실험 결과를 통해 검증한다. 자기력에 대한 근사해를 이용하여 1자유도 시스템에 대한 동적 모델링을 수행하고 주요 변수들에 대한 최적 설계 필요성과 간단한 설계 예를 제시한다.

2. 자기력 모델링

전자기 시스템은 능동적인(active) 요소와 수동적인(passive) 요소 또는 능동적인 요소로 구성되어 있는데 앞서 든 철심 솔레노이드의 여러 손실 때문에 능동적인 요소로서 공심 솔레노이드(air core solenoid)를, 수동적인 요소로서 영구 자석을 선택하였다. 이러한 자기 요소로 구성된 시스템은 영구 자석과 솔레노이드간의 상호 작용에 의해, 즉 영구 자석이 만들어 내는 자기장과 전류가 인가된 솔레노이드가 만들어내는 자기장이 서로 반응하여 부상력이 생성되며 다음과 같은 과정들에 의해 그 정량적인 크기를 계산해내는 것이 가능하다.

2.1 자기장 해석

폐회로에 흐르는 정상 전류에 의해 생성되는

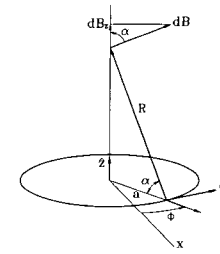


Fig. 1 Magnetic field density produced by a current loop

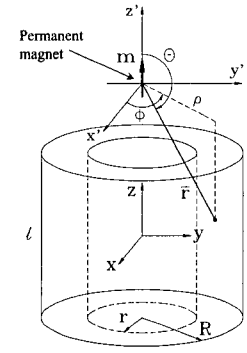


Fig. 2 Air core solenoid superposed with current loops

자기장은 비오-샤바르(Biot-Savart) 법칙에 의해 표현 될 수 있으며 Fig. 1과 같은 전류 루프(current loop)의 축상에 위치하는 임의의 점에서의 자기장은 다음처럼 구할 수 있다.[12]

$$B_z = \frac{\mu_0 I a^2}{4\pi(a^2+z^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\phi = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2+z^2)^{3/2}} \qquad (1)$$

여기에서 μ_0는 자유 공간에서의 투자율이고 I는 코일에 흐르는 전류를 나타낸다. 그러나 이러한 대칭 형상을 갖는 몇 가지 경우를 제외하고는 임의의 형상을 갖는 전도체의 전류가 만드는 자기장은 형상 전체에 대해 적분을 수행해야 하기 때문에 실제 장(field)에 대한 해석은 유한 요소법 같은 수치 해석 기법을 통해 수행한다. 그러나 적절한 가정을 통해 근사 해를 구하는 것도 가능하다. 즉, 단일 겹 솔레노이드와는 달리 본 논문에서 고려되는 Fig. 2와 같은 다중 겹 솔레노이드는 Fig. 1의 전류 루프를 축 방향과 반경 방향으로 중첩한 형태를 취하므로 내경과 외경을 갖고 있다. 따라서 이상적인 솔레노이드와 달리 임의의 점에서의 자기장을 폐형 해의 형태로 구하는 것은 불가능하다. 그러나 다중 겹 솔레노이드는 전

류 루프가 N개 중첩되어있는 형태이므로 하나의 전류 루프가 만드는 자기장의 값을 N번 중첩해서 나타내면 적절한 근사 해가 될 수 있다. 즉 식 (1)에 제시된 단일 루프의 축상의 임의의 점에서의 자기장의 값을 Fig. 2와 같은 다중 겹 루프에 적용시키기 위해 길이 방향, 반경 방향으로 적분을 수행하고 평균값을 취해 그 값에 전체 루프의 갯수 N을 곱하면 식 (2)와 같은 근사 해를 구할 수 있다. 이것은 다중 겹 솔레노이드의 코일 턴 수(coil turns no.)가 크기 때문에 적절한 가정이 될 수 있다.

$$B_z=\frac{\mu_0 NI}{2l(R-r)}\left[(z+\frac{l}{2})ln\frac{R+\sqrt{R^2+(z+l/2)^2}}{r+\sqrt{r^2+(z+l/2)^2}}\right.$$
$$\left.+(z-\frac{l}{2})ln\frac{r+\sqrt{r^2+(z-l/2)^2}}{R+\sqrt{R^2+(z-l/2)^2}}\right] \quad (2)$$

여기에서 N은 코일의 감은 수, l, R, r은 Fig. 2에 묘사된 솔레노이드의 치수이다.

2.2 공심 솔레노이드의 힘 특성

Fig. 2와 같이 솔레노이드가 만드는 자기장 내에 놓여있는, z축을 향하고 있는 자기 쌍극자 모멘트 m_z로 가정된 영구 자석에 작용하는 힘과 토크는 외부 자기장의 구배(gradient)에 의해 나타낼 수 있다.[12]

$$F=(m_z\cdot\nabla)B \ or \ F_n=m_z\frac{\partial B_n}{\partial z} \quad (3)$$

$$T=m_z\times B=m_zB_xj-m_zB_yi \quad (4)$$

여기에서 n은 x, y, z를 나타낸다. 식 (3)에 식 (2)의 자기장의 식을 대입하여 일정한 m_z에 대해 z축의 변화에 따른 힘의 변화를 보면 Fig. 3과 같다. 즉 그림에서처럼 자기 쌍극자 모멘트 즉, 영구 자석의 위치가 점선으로 된 직사각형 부분 안에 놓여 있고 그 방향이 그림에서와 같이 주어져 있을 때는 z축 방향으로 스프링과 같은 힘의 특성을 갖는 것을 알 수 있다. 이러한 특성은 영구 자석에 가해지는 힘의 발산이 음이기 때문에 발생하는 특성이라고 할 수 있다. 따라서 시스템의 z축 방향 작동 범위를 점선 안으로 유지시킬 때 그러한 시스템의 z축 방향 marginal 안정성은 보장된다.

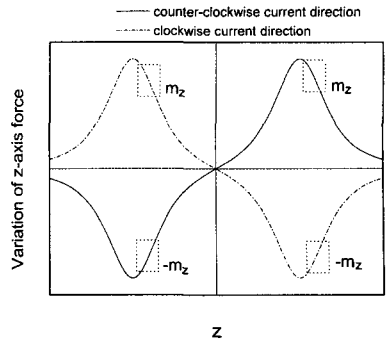


Fig. 3 Spring characteristic range of air-core solenoid and permanent magnet

2.3 기전력의 모델링

Fig. 2에서처럼 공심 솔레노이드와 상호 작용을 하는 영구 자석의 상하 방향으로의 움직임에 의해 솔레노이드에는 기전력(electromotive force)이 유도된다. 이러한 유도 기전력은 시간에 따라 변화하는 자기장 또는 시간에 따라 변화하는 자속으로 인해 발생하게 되는데 어떠한 경우에든 자속의 변화를 상쇄시키는 방향으로 생겨나게 된다. 따라서 실제 물리적인 시스템에서 이러한 기전력은 댐핑 효과로서 나타난다. 자속의 변화에 따라 유기되는 유도 기전력은 다음과 같다.[12]

$$\varepsilon=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{d}{dt}\int B\cdot da \quad (5)$$

여기에서 da는 면적 요소를 나타내는 벡터이다. 영구 자석을 자기 쌍극자로 근사화 시킬 경우 쌍극자의 움직임에 의해 공심 솔레노이드에 유기되는 유도 기전력은 다음처럼 자속을 벡터 포텐셜 'A'로 나타내면 비교적 용이하게 구할 수 있다.[12]

$$\frac{d\Phi}{dt}=\frac{d}{dt}\int_{표면}B\cdot da=\frac{d}{dt}\int_{표면}(\nabla\times A)\cdot da=\frac{d}{dt}\int_{선}A\cdot dl \quad (6)$$

위식에서 dl은 미소 위치 벡터를 나타내며 하첨자 표면, 선은 각각 면적분, 선적분을 의미한다. 자기 쌍극자가 원점에 놓여있고 z축 방향을 향하고 있을 때(Fig. 2) 점(ρ,θ,ϕ)에서의 벡터 포텐셜은 다음과 같다.[12]

$$A(\rho,\theta,\phi)=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m_z \sin\theta}{z'^2+\rho^2}\hat{\phi} \tag{7}$$

식 (7)을 식 (6)에 대입하면 Fig. 2에서와 같이 움직이는 자기 쌍극자에 의해, 쌍극자의 중심으로부터 $\bar{r}$만큼 떨어져 있는 솔레노이드의 원형 코일에 유기되는 자속은 다음과 같다.

$$\Phi_m=\int_0^{2\pi} A\cdot\bar{r}\sin\theta\, d\phi\hat{\phi}=\int_0^{2\pi}\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m_z\sin\theta}{\bar{r}^2}\bar{r}\sin\theta\, d\phi$$
$$=\int_0^{2\pi}\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m_z\bar{r}^2\sin^2\theta}{\bar{r}^3}d\phi=\frac{\mu_0}{2}\frac{m_z\rho^2}{(z'^2+\rho^2)^{3/2}} \tag{8}$$

위 식에서 z'은 자기 쌍극자의 좌표계에서 나타낸 자기 쌍극자와 관측 대상 코일의 중심점 사이의 거리이고 ρ 는 코일의 반경을 나타낸다. 내경, 외경이 r, R이고 길이가 l이며 코일의 감은수가 N인 공심 솔레노이드의 경우 자기 쌍극자와의 상대 위치에 따라 각 코일에 유도되는 자속의 크기가 각각 다르기 때문에 앞서 자기장의 근사 해를 구할 때와 마찬가지로 하나의 코일에 유기된 자속 즉, 식 (8)을 반경 방향, 길이 방향으로 전체 적분을 수행한 후 평균값을 구해서 N을 곱하면 전체 자속이 된다. 이러한 결과 역시 공심 솔레노이드의 감은수가 크기 때문에 적절한 근사해가 된다. 따라서 솔레노이드에 가해지는 자기 플럭스는 솔레노이드 좌표계와 자기 쌍극자 좌표계 사이의 거리가 $l/2$일 경우 다음과 같이 계산된다.

$$\Phi_m(z)=\frac{\mu_0 m_z N}{2(R-r)l}[(z-\frac{l}{2})\cdot\ln\frac{r+\sqrt{r^2+(z-l/2)^2}}{R+\sqrt{R^2+(z-l/2)^2}}+$$
$$(z+\frac{l}{2})\cdot\ln\frac{R+\sqrt{R^2+(z+l/2)^2}}{r+\sqrt{r^2+(z+l/2)^2}}] \tag{9}$$

위의 결과를 보면 앞서 구한 자기장의 근사해 (2)와 아주 유사한 형태를 취하는 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 영구 자석을 전류가 흐르는 원형 코일 즉, 자기 쌍극자로 가정했기 때문에 생긴 결과($m_z=I\times S$, S는 코일의 면적)이며 자기 플럭스가 단위 면적당 자기장의 세기이므로 유도된 식의 형태에 이런 일관된 특성이 나타난 것이다. 따라서 자기 쌍극자가 z방향으로 움직일 때 유도되는 기전력은 다음과 같다.

$$\varepsilon_z=-\frac{\partial\Phi_m}{\partial z}\cdot\frac{\partial z}{\partial t} \tag{10}$$

위와 같은 유도 기전력에 의해서 코일에 전류가 흐르면 이 유도 전류에 의해서 또 다른 자기 플럭스가 형성되며 따라서 전체 시스템의 자기 플럭스는 다음과 같이 주어진다.

$$\Psi(z,i)=\Phi_m(z)+\Phi_l(i) \tag{11}$$

여기에서 우측의 첫번째 항은 자기 쌍극자에 의해 만들어지는 플럭스 즉, 식 (9)에 의해 주어진 식으로 자기 쌍극자의 크기가 일정하다는 가정하에서 단지 쌍극자와 코일의 상대 위치 z만의 함수이다. 또한 두번째 항은 코일에 유도된 전류가 만들어내는 플럭스이며 코일의 자체 인덕턴스가 단지 코일 형상에만 관련되는 함수이므로 유도된 전류 i만의 함수이다. $R\Omega$ 의 저항을 갖는 코일에 전압 u가 인가됐다면 다음과 같은 방정식이 성립한다.

$$u=iR+\frac{d\Psi}{dt} \tag{12}$$

따라서 앞서 식 (11)을 위식에 대입하면

$$u=iR+\frac{d}{dt}(\Phi_m+\Phi_l)=iR+\frac{\partial\Phi_m}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t}+L\frac{di}{dt} \tag{13}$$

위에서 초기에 코일에 인가된 전압은 0이므로 식 (10)을 대입하면 다음의 방정식을 얻는다.

$$\varepsilon_z=iR+L\frac{di}{dt} \tag{14}$$

따라서 코일에 유도된 전류는 다음과 같다.

$$i=\frac{\varepsilon_z}{R}(1-e^{-t/\tau}) \tag{15}$$

여기에서 τ 는 솔레노이드의 유도 시간 상수로 L/R의 값을 의미하며 실제로 공심 솔레노이드의 자체 인덕턴스 L은 다음과 같이 실험적으로 결정된다.[13]

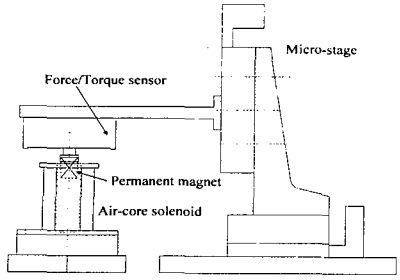


Fig. 4 Schematic diagram of calibration device

$$L(\mu H)=31.6N^2r^2/(6r+9l+10(R-r)) \quad (16)$$

앞서 구한 유도 기전력에 의해 코일에는 유도 전류가 흐르고 이러한 유도 전류는 다시 자기장을 발생시키는데 발생한 자기장과 자기 쌍극자의 상호 작용에 의해 식 (3)에서처럼 자기 쌍극자에는 다음과 같은 댐핑력이 작용하게 된다.

$$F_d=-m_z\frac{\varepsilon_z}{R}(1-e^{-t/\tau})\frac{\partial}{\partial i}(\frac{\partial B_z}{\partial z}) \quad (17)$$

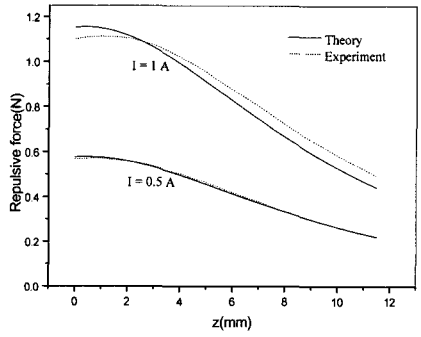
즉 식 (2)를 통해 알 수 있는 것처럼 $\partial B_z/\partial z$는 z와 전류 I의 함수이므로 식 (3)의 $\partial B_z/\partial z$를 전류에 대해 편미분 한 후 식 (15)에서 얻어진 유도 전류의 값을 대입하면 식 (17)과 같은 댐핑력에 관한 식을 얻을 수 있다.

2.4 실험 결과와의 비교

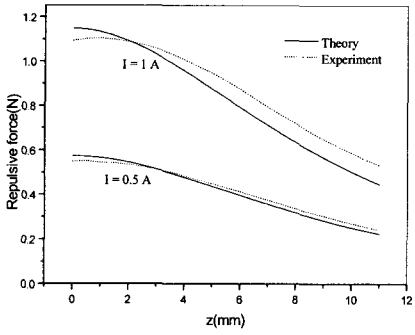
앞장에서 수행된 공심 솔레노이드와 영구 자석간의 상호 작용에 의해 발생되는 전자기 현상의 근사 해에 대한 이론 검증을 위해 두 가지 솔레노이드 모델에 대한 실험을 수행하였다. Fig. 4는 보정 실험에 사용된 장치를 나타낸다. 그림에서처럼 자기 요소들간의 자기력은 마이크로 스테이지에 의해 지지되는 6축 힘/토크 센서에 의해 측정되며 이때 두 요소간의 상대 위치는 마이크로 스테이지에 의해 수동으로 조절된다. 이때 솔레노이드에는 파워 서플라이에 의해 적정한 전류가 인가되며 또한 측정된 신호는 마이크로 컴퓨터에 의해 모니터링 된다. 인가된 전류에 의한 자기장과 자기 쌍극자 모멘트 즉, 영구 자석에 의한 자기 플럭스에 대한 이론 결과가 동일한 형태를 취하고 있으므로 인가 전류에 의해 생성되는 자기

Table 1 Parameters used in experiment

	1st solenoid	*2nd solenoid*	*Permanent Magnet*	
r (㎜)	8	8	R (㎜)	5
R (㎜)	18.1	18.35	l (㎜)	10
l (㎜)	24.6	23.8	*Magnetic Dipole*	0.6222
N	993	970	*Moment*(m_z)	($A\cdot m^2$)



(a) The first solenoid model



(b) The second solenoid model

Fig. 5 Axial force acting on permanent magnet

장에 대한 실험만을 수행하였으며 사용된 실험 모델은 Table 1에 제시되어있다. 이때 사용한 영구 자석은 자화 강도와 응집력(Coercive force)이 큰 advanced neodymium-iron- boron 계열의 자석이며 실린더 형태를 취하고 있다. Table에 제시된 솔레노이드 모델의 r, R, l, N은 각각 내경, 외경, 길이, 코일 감은 수를 나타내며 영구 자석의 R, l은 반경과 길이를 나타낸다. 이때 영구 자석의 크기를 나타내는 자기 쌍극자 모멘트의 값은 다

$$m_z = \frac{2\pi R^2 l B_z}{\mu_0\left(\frac{z+l/2}{\sqrt{R^2+(z+l/2)^2}} - \frac{z-l/2}{\sqrt{R^2+(z-l/2)^2}}\right)} \quad (18)$$

음 식에 의해 구한 결과이다.[14]

위에서 R, l은 영구 자석의 반경과 길이를 나타내며 z, B_z는 각각 관측점의 위치와 그 점에서의 자기장의 값을 나타낸다. 따라서 z축을 따라 임의의 점에서 자기장의 값을 측정한 후에 측정점과 그 값을 식 (18)에 대입하면 영구 자석의 자기 쌍극자 모멘트의 값을 계산할 수 있다. 이론식은 식 (2)와 (3)을 조합하여 계산한 결과이고 이때 영구 자석은 솔레노이드의 축 방향과 평행한 경우에 대해서 측정한 결과이므로 발생하는 토크는 없다. Fig. 5는 축 방향 힘에 대한 이론 값과 실험 값과의 비교 결과이며 정성적, 정량적으로 모두 만족스러운 것을 알 수 있다.

여기에서 첫번째 모델에 대해 자기 인덕턴스를 구해보면 $0.000673H$인데 첫번째 모델의 저항이 약 8Ω 이므로 유도 시간 상수는 약 0.00008이다. 따라서 시스템의 이동 속도가 크지 않은 시스템에서는 유도 기전력에 의해 유기되는 유도 전류의 상승 시간(rising time)을 굳이 고려할 필요가 없다는 것을 알 수 있다. 실제 시뮬레이션을 수행해 보아도 이러한 상승 시간에 대한 영향이 거의 나타나지 않으며 실제 간단한 실험을 수행해 본 결과 발생하는 전류에 따른 인가 전압이 거의 사각파 형태를 갖는 것을 알 수 있다. 따라서 식 (17)의 댐핑력은 다음과 같이 가정될 수 있다.

$$F_d = -m_z \frac{\varepsilon}{R}\frac{\partial}{\partial i}\left(\frac{\partial B_z}{\partial z}\right) \quad (19)$$

3. 시스템의 동적 모델링 및 최적화

Fig. 2에 묘사된 공심 솔레노이드와 영구 자석으로 이루어진 시스템에 대해 동적 모델링을 수행한다. 이 때 영구 자석을 포함하는 부상되는 부분은 구속 기구를 이용해서 솔레노이드의 축 방향을 따라서만 움직이도록 하면 z축 방향의 자유도만이 존재하는 1자유도 시스템이다. 또한 z축 방향 운동 범위를 미소 영역으로 제한하면 다음과 같이 선형적인 형태로 모델링하는 것이 가능하다.

3.1 운동 방정식

고정단에 부착되어있는 솔레노이드의 좌표계를 기준으로 영구 자석의 힘 평형 방정식의 일차 변분(variation) 형태를 구해보면 다음과 같다.

$$m\delta\ddot{z} = \delta F \quad (20)$$

위 식에서 m은 영구 자석의 질량을 의미한다. 우측 항에 주어진 힘은 앞장에서 논의한 솔레노이드와 영구 자석간의 상관 관계, 즉 두 요소간의 조합에 의해 발생하는 강성력과 감쇄력 그리고 부상 물체의 중력으로 표현하는 것이 가능하다. 자기장은 전류 i와 위치 z의 함수이고 자기장의 시간에 따른 변화율은 $\dot{z}$, z 그리고 유도 전류의 함수이므로 힘의 일차 변분은 다음 식 (21)과 같이 강성력과 댐핑력의 합으로 표현할 수 있으며 부상 물체의 중력항은 공칭 전류에 의한 부상력으로 소거된다.

$$\begin{aligned}\delta F(\dot{z},z,i) &= \delta F_d(\dot{z},z) + \delta F_s(z,i) \\ &= -\frac{\partial F_d}{\partial \dot{z}}\delta\dot{z} - \frac{\partial F_s}{\partial z}\delta z + \frac{\partial F_s}{\partial i}\delta i \\ &= -k_{dz}\Big|_{z=z_0,i=i_{ind}}\delta\dot{z} - k_z\Big|_{z=z_0,i=i_0}\delta z + k_i\Big|_{z=z_0}\delta i\end{aligned} \quad (21)$$

여기에서 i_{ind}는 유도 전류를, z_0와 i_0는 공칭점과 공칭 전류를 나타낸다. 위식에서 z에 대한 댐핑력의 변화는 그 양이 상대적으로 적기 때문에 무시한다. 강성력 Fs는 식 (2)와 (3)을 통해 계산되고 감쇄력 F_d는 식 (19)에 의해 계산된다. 또한 k_{dz}, k_z, k_i는 각각 z축 방향으로의 댐핑 계수, 강성 계수, 힘 상수를 나타내는데 실제로 다음과 같은 형태를 취한다.

$$\text{stiffness coefficient} : m_z\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial B_z}{\partial z}\right) \quad (22)$$

$$\text{damping coefficient} : m_z\frac{\partial}{\partial \dot{z}}\left(\frac{\varepsilon_z}{R}\right)\frac{\partial}{\partial i}\left(\frac{\partial B_z}{\partial z}\right) \quad (23)$$

$$\text{force constant} : m_z\frac{\partial}{\partial i}\left(\frac{\partial B_z}{\partial z}\right) \quad (24)$$

유도된 시스템의 z방향 운동 방정식은 다음과 같다.

$$m\delta\ddot{z} + k_{dz}\delta\dot{z} + k_z\delta z = k_i\delta i \tag{25}$$

3.2 시스템 강성 및 댐핑의 최적화

전자석의 부피를 일정하게 유지시킬 때 일정 전류하에서 자기장의 구배를 극대화하는 즉, 영구 자석에 가해지는 반발력을 최대화하는 솔레노이드의 각 수치와 그 때의 영구 자석과의 상대 위치가 Fig. 6에 주어져 있다. 즉 자기장 안에 놓여 있는 영구 자석 즉, 자기 쌍극자 모멘트에 가해지는 힘은 식 (3)으로 주어져 있으므로 Fig. 5의 결과는 다음과 같은 목적 함수와 구속 조건에 의해 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\max. \quad \frac{\partial B_z}{\partial z} \\ &subject\ to. \quad Volume = cons\tan t \end{aligned} \tag{26}$$

Fig. 6의 결과가 의미하는 것은 부피를 일정하게 유지시킬 때 솔레노이드가 만들어내는 자기장

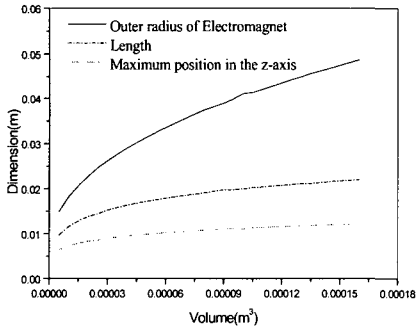


Fig. 6 Optimization of solenoid dimensions & operating position maximizing magnetic force for constant volume

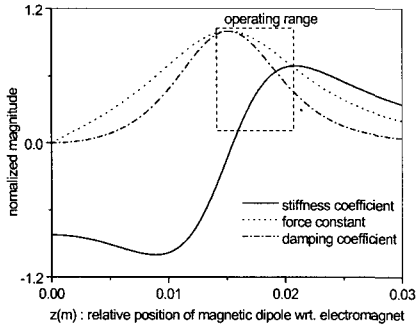


Fig. 7 Variation of each coefficient according to relative position of permanent magnet to solenoid

은 외경에 비례하게 되지만 자기장의 구배는 어떤 최적의 값을 갖는다는 것을 의미한다. 즉, 솔레노이드의 치수나 자기 쌍극자와의 상대 위치에 따라 힘의 크기나 힘의 변화율이 상당히 달라진다. Fig. 7은 Table 1에 제시된 솔레노이드의 치수와 물성치에 기초한 각 변수 즉, (22), (23), (24)의 변화 선도를 나타낸다. 곡선의 경향을 보면 각 변수들의 값이 작동 영역 내에서 다른 극값을 갖던가 반비례하는 형태를 취하는 것을 알 수 있다. 따라서 부상되는 부위의 관성 값이 주어지면 관련되는 전자기 요소들의 최적화 과정이 반드시 수행되어야 한다. 실제로 Fig. 2에 묘사된 1자유도 시스템의 최적화는 다음의 목적 함수에 의해 수행될 수 있다.

$$\begin{aligned} &min. \quad \Phi(r,R,l,z,I) \\ &\Phi = [\frac{1}{k_{dz}^2} + \frac{1}{k_z^2} + \frac{1}{k_i^2}] \end{aligned} \tag{27}$$

여기에서 r, R, l, z, I는 각각 솔레노이드의 내경, 외경, 길이, 영구 자석과의 상대 위치, 공칭 전류를 의미한다. 위 목적 함수의 각 항은 앞서 언급한 운동 방정식의 강성 계수, 댐핑 계수, 힘 상수를 의미하며 목적 함수에 대한 구속 조건은 부상되는 물체의 무게이다. 이러한 솔레노이드의 치수와 공칭 위치의 최적화 과정을 통해서 주어진 시스템은 더욱 적은 전류로 강성과 댐핑의 증가를 통해 더욱 큰 안정성을 갖는 것이 가능해진다. 이러한 최적 설계 과정은 본 논문에서 고려되는 것과 같은 자기 요소를 갖는 시스템이라면 어느 시스템의 설계 과정에도 적용할 수 있을 것으로 판단된다.

3.3 최적화 설계 예

앞절에 주어진 목적 함수와 구속 조건을 이용하여 1자유도 자기 부상 시스템의 최적화를 수행한 결과가 Table 2에 주어져 있다. 최적화 과정은 ADS(A Fortran Program for Automated Design Synthesis)[15]를 이용하여 수행하였으며 초기 변수로 지정한 값들은 부상 시스템의 질량 0.1kg, 영구 자석의 자기 쌍극자 모멘트 $0.6809\,A\cdot m^2$, 솔레노이드의 체적 20.373㎤, 코일 반경 0.5㎜등이다. 앞서 설명한 것처럼 동일한 솔레노이드의 부피하에서 솔레노이드의 주요 치수와 영구 자석과의

Table 2 Optimized design specification

	Initial Spec.	Optimized Spec.
r (㎜)	8	8
R (㎜)	22	19.5
l (㎜)	15.4	20.6
z (㎜)	10.7	13.2
I (A)	1	0.807
k_z (N/m)	25.6987	34.5
k_{dz} ($N \cdot s/m$)	0.2096	0.2122
k_i (N/A)	1.209	1.216
N	865	944

상대 위치를 최적화함으로써 더욱 적은 전류만으로도 더욱 큰 강성, 댐핑을 얻는 것이 가능하다는 것을 알 수 있다. 따라서 본 논문에서 고려되는 미세 운동 기구를 설계할 때에 이러한 공칭점과 공칭 전류 그리고 솔레노이드의 치수 선택은 시스템의 성능에 중요한 영향을 끼친다.

4. 결 론

본 연구에서는 기존의 위치 결정 기구에서 정밀한 운동을 실현하는데 가장 걸림돌이 되는 기계적인 마찰을 무시할 수 있는 자기 부상 방식의 미소 위치 결정 기구를 제시하고 자기력에 대한 근사해를 구해 실험적으로 타당함을 보였다. 또한 유도된 이론식을 이용하여 간단한 1자유도 시스템에 대한 운동 방정식을 끌어내고 각 변수, 즉 강성 계수, 댐핑 계수, 힘 상수에 대해 시스템의 각 설계 변수의 변화에 따라 최적의 값이 존재함을 보였다. 따라서 시스템의 안정 성능을 최대화하고 공칭 전류를 최소화하기 위해 주요 설계 변수에 대한 최적화 과정이 필요함을 보이고 그 과정과 1자유도에 대한 최적 설계 예를 제시하였다.

후 기

본 연구는 97년도 한국과학재단 지정 연세대학교 정보저장기기센터(CISD) 지원과제(과제명 : 초정밀 위치 기기 및 제어 기술 개발, 과제번호 : 97K3- 0912-01-02-1) 연구비 지원에 의한 연구 결과이며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

(1) Jayawant, B. V., 1981, *Electromagnetic Levitation and Suspension Techniques*, London : Edward Arnold.

(2) Atherton, D. L., 1980, "Maglev Using Permanent Magnets," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 16, No. 1, pp. 146～148.

(3) Tsukamoto, O., Chen, J. Z., 1988, "A New Magnetic Levitation System with AC Magnets," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 24, No. 2, pp. 1497～1500.

(4) 정호섭, 1993, "원추형 능동 자기베어링계의 모형화 및 제어," 대한기계학회논문집, 제99권, pp. 3073～3082.

(5) Imlach, J., 1991, "Measured and Predicted Force and Stiffness Characteristics of Industrial Magnetic Bearings," *J. of Tribology, ASME*, Vol. 113, pp. 784～788.

(6) Nagaya, K., 1995, " A Noncontact Permanent Magnet Levitation Table with Electromagnetic Control and Its Vibration Isolation Method using Direct Disturbance cancellation Combining Optimal Regulators," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 31, pp. 885～896.

(7) Tsuda, M., Higuchi, T., and Fujiwara, S., 1987, "Magnetic Supported Intelligent Hand for Precise Assembly," in Proc. 13th Ann. *IEEE Industrial Electron., Con.* (IECON '87), pp. 926～933.

(8) Hollis, R. L., Salcudean, S. E., Peter Alla, A., 1991, "A Six-Degree-of-Freedom Magnetically Levitated Variable Compliance Fine-Motion Wrist: Design, Modeling, and Control," *IEEE Trans. Robotics and Automations*, Vol. 7, No. 3, pp. 320～332.

(9) Echeverria, I., Rubio, M., 1995, "High-Precision Magnetic Levitation Device with Electro-Optical Feedback, *Rev. Sci. Instrum.*, Vol. 66, pp. 3931～3938.

(10) Nagaya, K., Arai, N., 1991, "Analysis of a Permanent Magnet Levitation Actuator With

Electromagnetic Control," *J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, ASME, Vol. 113, pp. 472~478.

(11) Steve Chen, S. J., Busch-Vishiniac, I. J., 1995, "A Magnetically Levitated, Automated, Contact Analytical Probe Tool," *IEEE Trans. on Semiconductor Manufacturing*, Vol. 8, No. 1, pp. 72~78.

(12) Purcell, E. M., 1995, *Electricity and Magnetism*, Vol. 2, McGraw-Hill.

(13) Edminster, J. A., *Electromagnetics, Schaums outlineseries*, McGraw-Hill.

(14) Wangsness, Roald K., 1979, *Electromagnetic fields*, John Wiley & Sons.

(15) Vanderplaats, G. N., 1985, "ADS-A Fortran Program for Automated Design Synthesis - Version 1.10," *NASA CR-177985*.