

보 이론을 이용한 대퇴골 재생성의 해석

김승종* · 정재연* · 하성규**
(1999년 2월 22일 접수)

Bone Remodeling Analysis of Femur Using Hybrid Beam Theory

Seung-Jong Kim, Jae Youn Jeong and Sung Kyu Ha

Key Words : Bone Remodeling(골 재생성), Artificial Hip Joint (인공 고관절), Hip Prosthesis(인공 고관절 보철물), Internal Remodeling(내적 재생성 과정), Femur(대퇴골), Beam theory(보이론)

Abstract

An investigation has been performed to develop an analysis tool based on a nonlinear beam theory, which can be used to predict the long-term behavior of an artificial hip joint. The nonlinear behavior of the femur arise from the coupled dependence of the bone density and the mechanical properties on each other. The beam theory together with its numerical algorithm is developed to take into account the nonlinear bone remodeling process of the femur that is long enough to be assumed as a beam. A piecewise linear curve for the bone remodeling rate is used in the bone remodeling theory and the surface area density of bone is modeled as the third order polynomial function of bone density. At each section of the beam, a constant curvature is assumed and the longitudinal strains are also assumed to vary linearly across the section. The Newton-Rhapson iteration method is used to solve the nonlinear equations for each cross section of the bone and a backward method is used to march along the time. The density and the remodeling signal are calculated along with time for the various time steps, and the developed beam theory has been verified by comparing with the results of finite element analysis of a remodeling bone with an artificial hip joint of titanium prosthesis subjected to uni-axial loads and pure bending moment. It is concluded that the developed beam theory can be used to predict the long-term behavior of the femur and thus to design the artificial hip prosthesis.

기호설명

E : 탄성계수
 G : 전단 탄성계수
 K_x, k_v : 곡률
 K_ϕ : 단위 길이당의 비틀림 변형률
 M : 모멘트
 P : 축방향 하중
 $\dot{\gamma}$: 자유표면 변형속도
 S_v : 자유표면밀도
 U : 변형 에너지
 ρ : 골 밀도

ρ_{min} : 최소 골 밀도
 ρ_{max} : 최대 골밀도
 $\hat{\rho}$: 무공극 상태의 골 밀도
 $\dot{\rho}$: 골 재생성 속도
 φ : 골 재생성 신호
 φ^* : 평형 상태에서의 골 재생성 신호
 v : 푸아송 비
 ϵ_0 : 축방향 하중에 대한 변형률
 ϵ_z : 축방향 변형률
 σ_z : 축방향 응력
 $\bar{\sigma}$: 유효 응력
 γ_{z0} : 전단 변형률
 τ_{z0} : 전단 응력
 Ψ : 레지듀얼

* 한양대학교 대학원 기계설계학과

** 회원, 한양대학교 기계공학과

E-mail : sungha@email.hanyang.ac.kr

TEL : (0345)400-5249 FAX : (0345)501-0754

1. 서론

대퇴골 골두에 발생하는 골 질환 또는 교통사고와 추락 등의 불의의 사고로 인한 대퇴 골두의 파손은 자연적 치유가 불가능하므로 Fig. 1과 같이 대퇴골과 대퇴 고관절의 기능을 대신할 수 있는 인공의 보철물을 대퇴골 내에 삽입하는 인공 고관절 대치술(total hip replacement : THR)을 수행하게 된다.⁽¹⁾ 이때 대퇴골에 삽입하는 보철물을 인공 고관절 보철물이라 한다.

인공 고관절 대치술 후 환자의 운동에 의해 발생하는 대부분의 응력은 보철물에서 흡수하며 이를 응력방패현상(stress shielding)이라 한다. 이는 보철물과 골의 물성치 차이에서 기인한다. 환자의 인공 고관절에서는 응력방패현상과 운동량의 감소에 의한 골 내 응력 분포 변화로 인하여 골 밀도 분포가 정상적인 대퇴골과 달라지게 되므로 골 재생성 과정에 의한 골 흡수가 일어나게 된다.⁽²⁾ 골 흡수가 심화 되면 보철물과 접촉 하고 있는 대퇴골의 골 밀도의 감소에 의한 골 강도 저하로 골과 보철물 사이에 해리(loosening)가 발생하게 되며 재수술을 요하게 된다. 따라서 현재 인공 고관절 대치술의 가장 중요한 관심사는 골 흡수에 의한 해리현상을 최소화하여 재수술의 비용과 환자의 고통을 줄일 수 있으며 장기적으로 사용이 가능한 보철물의 개발이다. 이를 위해 보철물의 설계시 보철물 삽입 후 인공 고관절의 장기적 거동을 예측하기 위한 해석 기법의 개발이 필요하다.

과거에는 인공 고관절에 나타나는 역학적인 거동을 대부분 실험적인 방법에 의해 해석 하였으나 실험적 방법에 비하여 시간과 비용이 적게 드는 유한요소법은 최근 들어 복잡한 인공 고관절의 해석을 위한 필수적인 도구로 이용되고 있다. 유한요소법을 이용한 인공 고관절의 연구는 2차원 모델을 통한 연구에서 컴퓨터의 대형화 추세에 따라 복잡한 3차원 모델을 이용한 해석이 가능하게 되었다. 그러나 3차원 모델의 해석에 있어 대퇴부가 갖는 형상의 복잡성과 하중조건 다양함 그리고

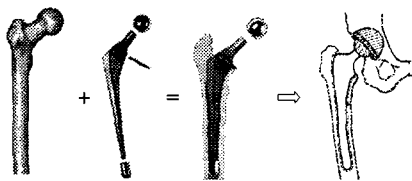


Fig. 1 Representation of total hip replacement

비선형 문제의 해를 찾기 위한 반복계산으로 인해 많은 시간과 비용이 요구된다. 따라서 본 연구에서는 인공 고관절의 장기적인 거동을 해석하기 위해 골 재생성 과정을 모델링하고 많은 시간과 비용이 소모되는 3차원 유한요소해석의 단점을 보완하기 위해 보 이론을 적용한 인공 고관절의 해석 기법을 제시하고자 한다.

2. 이론

2.1 골 재생성 이론

2.1.1 골의 밀도와 탄성계수와의 관계

대퇴골은 내측의 해면골(cancellous bone)과 해면골을 둘러싸고 있는 외측의 피질골(cortical bone)로 구성되며 상부의 대퇴 골두가 골반과 연결되어 대퇴 고관절을 구성한다. 해면골은 등방성 물질의 성질을 보이나 피질골은 미세적인 관점에서 불평행 방향과 종 방향의 물성치가 다른 이방성 재료의 성질을 갖는다. 많은 연구자들은 실험을 통해 피질골의 탄성계수 비가 0.5에서 1의 값을 갖음을 밝혀냈으며 본 논문에서는 피질골을 등방성 재료라 가정한다.⁽³⁾

골의 탄성계수와 골 밀도는 다음과 같은 관계로 표현된다.⁽⁴⁾

$$E = Cp^k \quad (1)$$

여기서 C 와 k 는 실험에 의해 결정되는 상수이다.

2.1.2 골 재생성 이론

인체의 골 조직은 외부 환경에 대응하여 최적의 물성치와 형상을 유지하며 외부 환경의 변화, 즉 외과적 수술에 의한 보철물 삽입이나 운동량의 변화 등으로 인하여 평형 상태와 달라진 하중 조건에 대응하여 골의 소멸과 생성 작용을 통하여 골 조직의 물성치와 형상을 최적화 시킨다. 골 조직의 물성치와 형상의 최적화란 하중 조건의 변화로 인한 골 내 응력 분포의 변화를 평형 상태 일때의 응력 분포로 되돌리기 위하여 골 조직의 물성치와 형상이 변화되는 과정이며 전자를 내적 골 재생성(internal remodeling), 후자를 외적 골 재생성(external remodeling)이라 하며 본 논문은 그 중 내적 재생성 과정에 대하여 논한다.^(5,6) 외부 환경의 변화로 인해 달라진 대퇴골 내에서의 응력은 평형 상태에서의 응력과 편차에 비례하는 자유표면

변형속도, \dot{r} 를 발생시키며 이 때 시간에 따른 골 밀도의 변화, $\dot{\rho}$ 는 다음의 식으로 표현 된다.⁽⁷⁾

$$\dot{\rho} = S_v \dot{r} \rho \quad (2)$$

2.1.3 자유표면 밀도

골 조직은 많은 공극이 존재하는 다공성 물질로써 골의 생성과 소멸은 공극의 표면에 존재하는 골아 세포와 파골 세포의 작용에 의하여 발생한다. 자유표면 밀도는 골의 단위 부피, V 당의 공극의 표면적, A 의 비로서 식 (3)과 같이 표현된다.

$$S_v = \frac{A}{V} \quad (3)$$

1984년 Martin은 골의 자유표면 밀도와 밀도의 관계를 실험에 의해 Fig. 2와 같음을 보였다.⁽⁸⁾

2.1.4 골 재생성 신호 및 자유표면 변형속도

자유 표면 변형 속도는 골 내 공극의 표면에서 발생하는 골 재생성 작용에 의한 공극의 표면 변형 속도로서 유효 응력의 합으로 정의되는 골 재생성 신호의 함수이다.⁽⁷⁾ 유효 응력은 골 조직에서 발생하는 각각의 응력 성분과 변형률에 의한 변형 에너지와 탄성 계수와와의 곱의 제곱근으로 다음과 같이 표현된다.⁽⁷⁾

$$\bar{\sigma} = \sqrt{2EU} \quad (4)$$

골 재생성 신호(ϕ)는 골 재생성 과정의 진행 방향과 크기를 결정하는 지표로서 사람의 반복 운

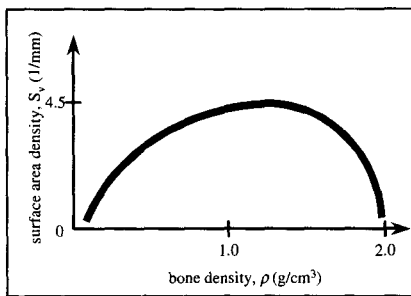


Fig. 2 Representation of relation between surface area density and bone density

동 상태에서부터 측정되는 유효 응력의 단위 시간동안의 합으로써 다음과 같이 표현된다.⁽⁹⁾

$$\phi = \sum_{i=1}^N (n_i \bar{\sigma}_i^m)^{\frac{1}{m}} \quad (5)$$

n 은 각각의 하중의 단위시간 동안의 반복 횟수이고 m 은 반복 횟수가 골 재생성 신호의 형성에 영향을 미치는 정도를 결정하는 실험상수이며 N 은 하중의 개수를 의미한다. 식 (5)는 고려하는 하중 상태가 다수일 경우 각각의 하중상태에 대한 유효 응력을 구해야 하므로 많은 계산량이 요구된다. 또한 골이 재생성하는 시간의 단위에 비해 하중이 가해지는 시간의 단위가 극히 짧으므로 해석 식 (5)는 다음과 같이 표현할 수 있다.⁽⁹⁾

$$\phi = N n^m \bar{\sigma}^{\frac{1}{m}} \quad (6)$$

식 (5)와 식 (6)을 이용하여 골 재생성 신호를 구하는 것을 각각 동시적 방법(simultaneous method)과 순차적 방법(sequential method)이라 한다. 순차적 방법은 단위 시간동안 하나의 하중 상태만이 존재한다고 가정되며 골의 장기적 거동 변화를 고려할 때 두 방법에 의하여 측정되는 골 재생성 신호는 서로 같은 값을 갖는다.⁽⁹⁾ 자유표면 변형속도는 하중에 대하여 측정되는 골 재생성 신호(ϕ)와 평형 상태의 골 재생성 신호, ϕ^* 와의 편차, e 그리고 상수와의 곱으로서 다음과 같다.⁽⁷⁾

$$\dot{r} = c e \quad (7)$$

2.2 수치해석을 위한 골 재생성 이론의 모델링

골 재생성 이론에 의한 골의 장기적 거동 변화의 수치해석을 위해서 골 재생성 이론의 수학적인 모델링이 필요하며 이는 곧 골 재생성 속도의 모델링을 의미한다. 골 재생성 속도를 구성하는 자유 표면 밀도와 자유 표면 변형 속도의 모델링은 다음과 같다.

2.2.1 자유표면 밀도의 모델링

Fig. 3에서와 같이 본 논문에서는 수치해석을 위해 Fig. 2의 자유표면 밀도를 식 (8)의 밀도의 3차 다항식으로 모델링하였으며 사용되는 밀도의 최소값과 최대값 사이의 자유표면 밀도의 값을 해석시 사용하였다.

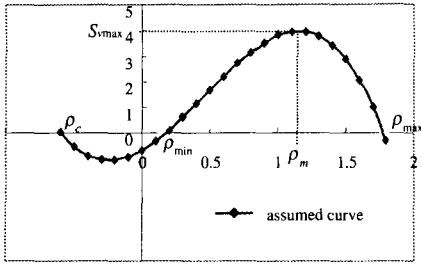


Fig. 3 Modeling of surface area density as the third order polynomial function of bone density for numerical analysis.

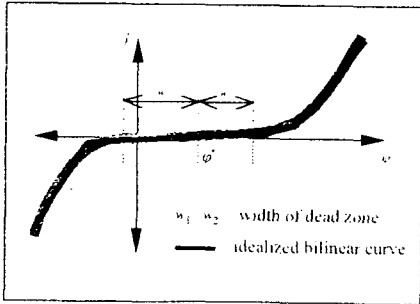


Fig. 4 Idealized piecewise linear curve of bone remodeling rate.

$$S_v(\rho) = C_s(\rho - \rho_{\max})(\rho - \rho_{\min})(\rho - \rho_c) \quad (8)$$

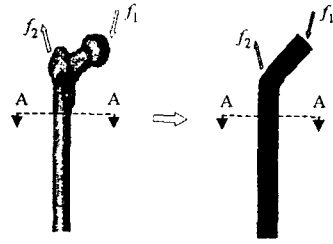
2.2.2 자유표면 변형속도의 모델링

비선형적인 분포를 보이는 자유표면 변형속도는 식 (9)의 각각의 기울기를 갖는 4개의 선형 함수로서 Fig. 4와 같이 근사화 시킬 수 있다.⁽⁷⁾ 평형상태에서의 골 재생성신호, ϕ 의 좌우 일정 영역에서는 골 재생성이 거의 일어나지 않는 사구역 (dead zone)이 존재하며, 그쪽에 비하여 작은 기울기를 갖는 직선으로 표현된다.

$$r = \begin{cases} c_1(e + (c_1 - c_2)w_1); & e < -w_1 \\ c_2e & ; -w_1 \leq e < 0 \\ c_3e & ; 0 \leq e < w_2 \\ c_4(e + (c_3 - c_4)w_2); & e > w_2 \end{cases} \quad (9)$$

2.3 보 이론

보 이론을 이용한 골 재생성 과정의 해석은 유한요소법과 같이 대퇴골 전체에 대한 모델링 대신 해석이 필요한 대퇴골의 단면만을 추출하여 단면



(a) Intact femur (b) Simplified beam model of femur

Fig. 5 Simplification of the geometry of intact femur for applying to beam theory

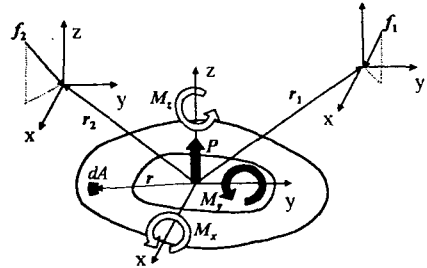


Fig. 6 Stress resultants at cross-section A-A.

에 대한 해석을 수행한다. 체중과 근육등에 의한 하중을 받는 Fig. 5(a)와 같은 대퇴골은 Fig. 5(b)와 같은 빔 구조물로 가정할 수 있다. 대퇴골의 단면 A-A에서 발생하는 골 재생성 과정의 해석을 수행하고자 할 때 단면 A-A에 작용하는 하중은 단면의 도심을 원점으로 하여 Fig. 6과 같이 3개의 모멘트 성분과 하나의 축방향 하중으로 표현되며 식 (10)과 같이 쓸 수 있다.

$$M = \begin{cases} M_x = \int \sigma_z y dA \\ M_y = -\int \sigma_z x dA \\ M_z = \int \tau_{z\theta} r dA \end{cases} \quad (10)$$

$$P = \int \sigma_z dA$$

모멘트와 축 방향 하중에 의한 단면에서의 변형률은 식 (11)과 같이 가정할 수 있고

$$\epsilon_z = \epsilon_o - \kappa_y x + \kappa_x y \quad , \quad \gamma_{z\theta} = r\kappa_\theta \quad (11)$$

변형률과 응력의 관계는 다음과 같다.

$$\sigma_z = E\epsilon_z \quad , \quad \tau_{z\theta} = G\gamma_{z\theta} \quad (12)$$

식 (10)은 식 (11)과 식 (12)로부터 다시 표현된다.

$$\begin{aligned}
 P &= \int E(\varepsilon_o - \kappa_y x + \kappa_x y) dA \\
 M_x &= \int E(\varepsilon_o - \kappa_y x + \kappa_x y) y dA \\
 M_y &= -\int E(\varepsilon_o - \kappa_y x + \kappa_x y) x dA \\
 M_z &= \int r^2 G \kappa_\phi dA
 \end{aligned} \tag{13}$$

식 (13)을 행렬식으로 다시 나타내면 다음과 같다.

$$\bar{K} \varepsilon = F \tag{14}$$

여기서,

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} \int E dA & \int E y dA & -\int E x dA & 0 \\ \int E y dA & \int E y^2 dA & -\int E x y dA & 0 \\ -\int E x dA & -\int E x y dA & \int E x^2 dA & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \int r^2 G dA \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \varepsilon &= \{ \varepsilon_o \quad \kappa_x \quad \kappa_y \quad \kappa_\phi \}^T, \\
 F &= \{ P \quad M_x \quad M_y \quad M_z \}^T \text{이다.}
 \end{aligned}$$

식 (14)으로부터 변형률을 계산한 후 식 (11), (12)로써 응력을 구하고 식 (4)와 식 (5)(또는 식 (6))으로부터 유효 응력($\bar{\sigma}$)과 골 재생성 신호(ϕ)를 구하여 골 재생성 속도를 계산한다. 골 재생성 속도의 일련의 계산 절차는 Fig. 7과 같다.

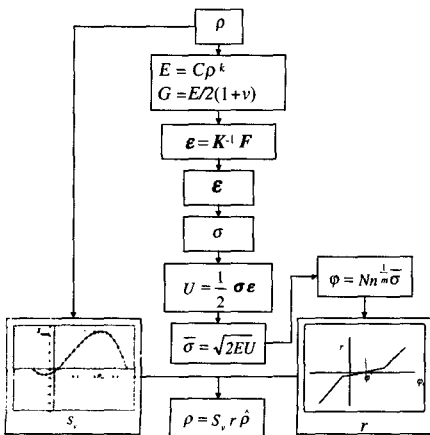


Fig. 7 Procedure of the calculation of bone remodeling rate

2.4 해석을 위한 수치기법

골 내 자유 표면 밀도와 자유 표면 변형 속도는 각각 골 밀도와 탄성 계수, 변형 에너지의 함수이며 변형 에너지는 응력과 탄성 계수의 함수이고 응력과 탄성 계수는 다시 골 밀도의 함수로써 각각의 항은 골 밀도에 대하여 연성되어 있는 비선형 식으로써 골의 장기적 거동 해석에 의해 누적되는 오차와 시간 증분(Δt)의 선택에 대한 영향을 줄이기 위한 알고리즘이 필요하다.

트래피조이드 방법(trapezoidal method)을 적용하여 시간증분, Δt 후의 골 밀도는 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\rho^{t+\Delta t} = \rho^t + \Delta t \left((1-\alpha) \dot{\rho}^t + \alpha \dot{\rho}^{t+\Delta t} \right) \tag{15}$$

골 밀도의 증분은 상수 α 의 비로써 각각 외연적 방법과 내연적 방법에 의한 증분의 평균값을 사용하며 α 의 범위는 0에서 1까지의 값을 갖는다. 특히 α 가 0일 때 전방 오일러법(forward Euler method), 1일 때 후방 오일러법(backward Euler method) 그리고 α 가 0.5일 때 크랭크 니콜슨 방법(Crank-Nicholson method)을 의미한다. 뉴턴 랩슨법(Newton-Rhapson method)을 이용하여 골 밀도의 증분, $\Delta \rho$ 를 구하기 위해 식 (15)로부터 다음과 같이 레지듀얼(Ψ)을 정의한다.

$$\Psi = \rho^{t+\Delta t} - \rho^t - \Delta t \left((1-\alpha) \dot{\rho}^t + \alpha \dot{\rho}^{t+\Delta t} \right) \tag{16}$$

식 (16)을 골 밀도(ρ)에 대하여 다음과 같이 일차항까지 테일러 전개하고

$$\Psi(\rho) + \frac{\partial \Psi}{\partial \rho} \Delta \rho = 0 \tag{17}$$

식 (16)과 식 (17)로부터 $\Delta \rho$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\Delta \rho = - \frac{\Psi}{1 - \alpha \left(\frac{\partial S_v^{t+\Delta t}}{\partial \rho} r^{t+\Delta t} + S_v^{t+\Delta t} \frac{\partial r}{\partial \rho} \right)} \rho \Delta t \tag{18}$$

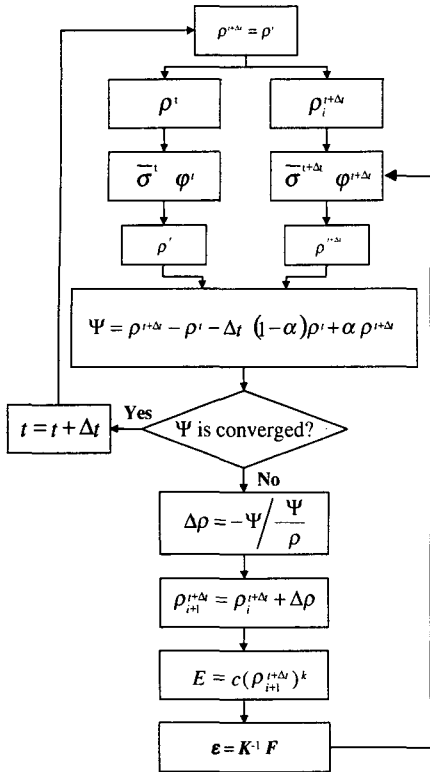


Fig. 8 Algorithm of bone remodeling analysis.

식 (18)로써 구해진 골 밀도 증분을 이용하여 시간단계, $t + \Delta t$ 에서의 골 밀도와 함께 탄성계수를 갱신한다.

$$E = C(\rho^{t+\Delta t})^k \quad (19)$$

갱신된 골 밀도값과 물성치에 대한 레지듀얼의 수렴여부를 점검하여 모든 요소에 대하여 만족하였을 경우 시간을 갱신하여 다음 시간대의 계산이 수행된다. 전체 과정의 순서도는 Fig. 8과 같다.

3. 검증 및 고찰

3.1 단순 보를 이용한 검증

보 이론을 이용한 골 재생성 과정 해석의 검증을 위하여 대퇴골의 단면을 단순화시킨 원형 단면을 가진 3개의 층으로 구성된 다층구조 보(hybrid beam)에 각각 인장 하중과 굽힘 하중만이 작용하는 Fig. 9(a)와 Fig. 9(b)의 모델에 대하여 골 재생성 이론이 도입된 3차원 6면체 유한 요소를 이용하

Table 1 Cases of verification model

Case	L ₁	L ₂	L ₃	Force
a-2	cortical	cancellous	cancellous	P
a-3	cortical	cancellous	titanium	P
b-2	cortical	cancellous	cancellous	M
b-3	cortical	cancellous	titanium	M

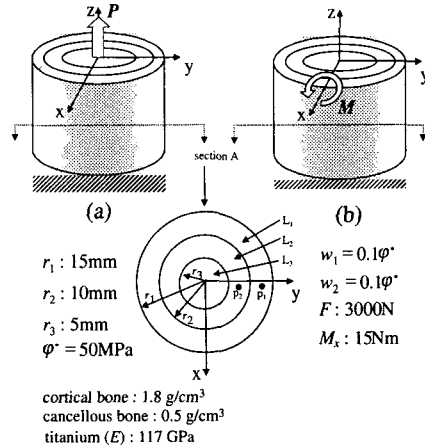
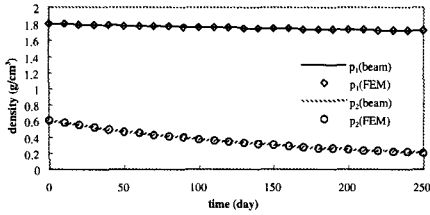


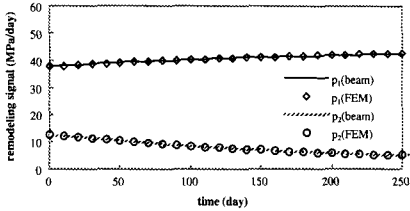
Fig. 9 Verified beam models with circular cross-section

여 모델링한 유한 요소법의 해석과 빔 이론과의 해석 결과를 비교하였다. Table 1과 같이 4 경우에 대하여 해석을 수행하였다. a-2, b-2는 보철물이 없는 건강한 대퇴골을 단순화한 모델로써 해면골의 물성치를 가지는 중심 층과 중간 층, 피질골의 물성치를 가지는 외각 층으로 구성되며 a-3, b-3은 보철물이 삽입되어있는 상태를 가정한 티타늄의 물성치를 가지는 중심층, 중간 해면골 층 그리고 외각의 피질골 층으로 구성되어 있다. 평형상태의 골 재생성 신호는 50MPa, 골 재생성 제한 구역은 ϕ 의 좌우 10%로 설정하였다. 해석 결과의 비교를 위하여 각각 피질골 층과 해면골 층의 내측점인 p_1 과 p_2 지점에서의 밀도 변화 값과 골 재생성 신호를 취하여 빔 이론과 유한요소법에 의한 해석 결과를 비교하였다.

골 밀도의 변화는 측정되는 골 재생성 신호와 평형상태에서 골 재생성 신호와의 편차에서 비롯되며 평형상태에서의 응력 분포 상태 회복, 즉 골의 물성치 변화를 통한 평형 상태의 골 재생성 신호를 회복하기 위하여 골 밀도가 증감하게 된다. Fig. 10에서 보듯이 피질골의 물성치를 가지는 p_1 지점은 해면골의 물성치를 가지는 p_2 보다 큰 하중이 작용하고 평형 상태에서의 골 재생성 신호, 50MPa을 회복하기 위하여 골 밀도가 점차 감소되며 상대적으로 작은 하중이 전달되는 해면골 층의 p_2 지점은 보다 급격한 골 밀도의 감소를 관찰할 수 있다. 또한 Fig. 11에서처럼 티타늄 재질의

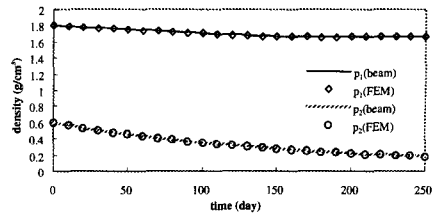


(a) Density change

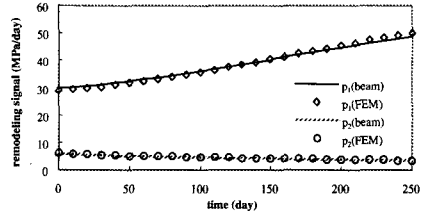


(b) Change of bone remodeling signal

Fig. 10 The behavior of beam model(case a-2) according to time

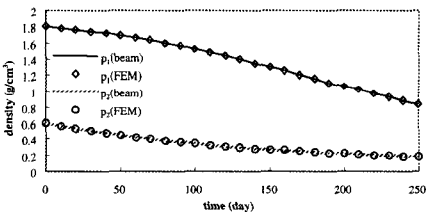


(a) Density change

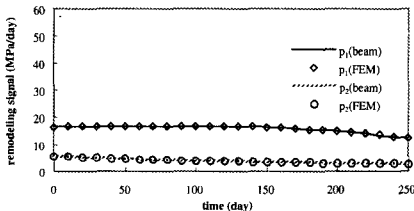


(b) Change of bone remodeling signal

Fig. 12 The behavior of beam model(case b-2) according to time



(a) Density change

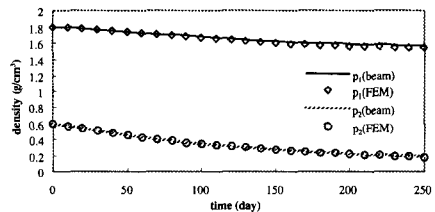


(b) Change of bone remodeling signal

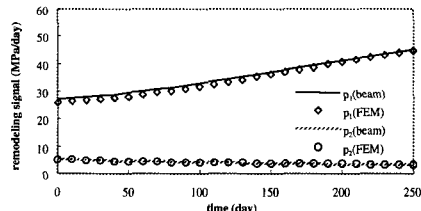
Fig. 11 The behavior of beam model(case a-3) according to time

보철물이 삽입되어 있는 모델은 골 조직보다 큰 물성치를 갖는 보철물에 대부분의 하중이 전달되는 응력방패 현상이 일어나 외측 피질 골층의 골 밀도는 급속하게 감소한다.

Fig. 12는 굽힘 하중만이 작용하는 b-2의 경우 내측보다 외측에서 큰 응력이 발생하며 외측에서 측정되는 골 재생성 신호가 50MPa 도달함에 따라 골 밀도가 일정한 값으로 수렴한다. 또한 Fig. 13에서처럼 티타늄 재질의 보철물이 삽입되어 있는 b-3의 경우는 피질 골 층이나 해면골 층 모두 골 밀도는 지속적인 감소를 보이고 있다. 각각의 경우에 대하여 빔 이론의 해와 유한요소법에 의한



(a) Density change



(b) Change of bone remodeling signal

Fig. 13 The behavior of beam model(case b-3) according to time

해는 5% 이내의 오차 범위에서 같은 결과를 보여 주고 있다.

식 (16)에서의 α 의 선택과 시간 증분의 선택이 해석에 미치는 영향을 알아보기 위해 Fig. 9(a)의 단축하중하의 보로써 α 가 각각 0, 0.5, 1일 때와 시간 증분이 5, 10일 때의 해를 비교하였다. Fig. 14에서 알 수 있듯이 α 가 0, 1일 때는 시간 증분의 선택에 대하여 해의 편차가 발생하나 α 가 0.5인 경우는 시간 증분의 영향을 받지 않음을 알 수 있다.

순차적 방법 또는 동시적 방법으로 정의되는 골 재생성 신호의 정의 증분 논문은 Jacob 이 제

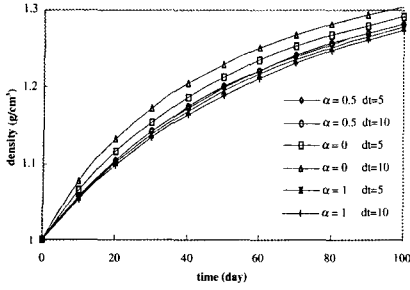


Fig. 14 Comparison of the behavior of beam model according to time step and α .

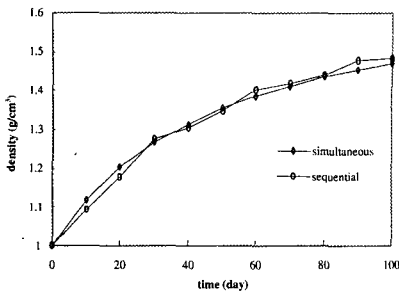


Fig. 15 Comparison of the behavior of beam model between simultaneous and sequential method.

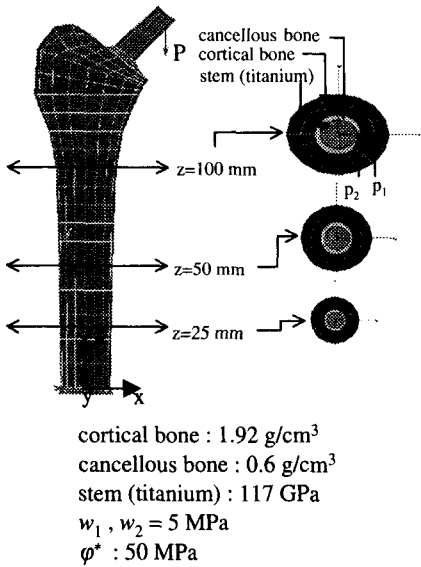
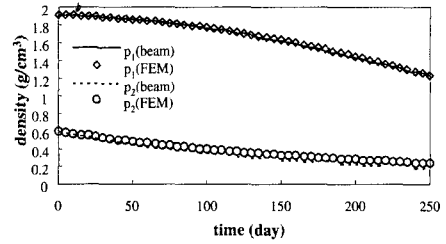
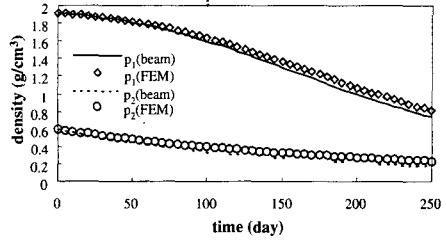


Fig. 16 Three dimensional FEA model of treated femur

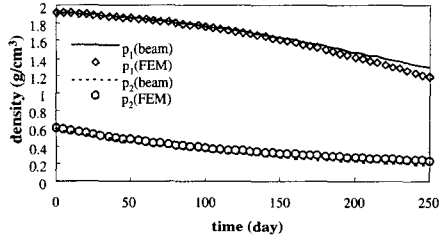
안한 순차적 방법을 이용하여 해석을 수행하였다. 순차적 방법은 동시적 방법에 비하여 계산량이 적



(a) At $z=25 \text{ mm}$



(b) At $z=50 \text{ mm}$



(c) At $z=100 \text{ mm}$

Fig. 17 Comparison of density change between FEM and beam analysis along the height of treated femur

어지는 이점이 있으며 두 방법에 의한 해석의 결과를 비교하기 위하여 Table 1의 a-2 모델에 2000N, 3000N, 4000N의 하중을 가하고 단위 시간 동안의 반복회수 각각 1000, 2000, 10000 회 가하여 골 밀도의 변화를 비교하였다. Fig. 15에서 보듯이 두 방법은 3%이내의 근소한 결과를 보인다.

3.2 3 차원 모델을 이용한 검증

Fig. 16과 같이 티타늄 재질의 보철물이 삽입되어 있는 대퇴골의 3 차원 유한요소 모델의 높이 방향을 따라 25mm, 50mm, 100mm의 지점의 단면을 추출하여 p_1 과 p_2 지점에서의 밀도 변화를 각각 보 이론과 유한요소법으로 해석하여 결과를 비교하였다.⁽¹⁰⁾ z 축과 15° , y 축과 5° 의 경사로 대퇴골 neck에 각각 2000N, 1500N, 1000N의 하중을 10000회의 반복 회수로서 가하여 단위 시간 (1 day)내에 3 가지 하중상태가 작용하는 복합 하중을

고려하였다. Fig. 17에서 보듯이 원형 단면의 보에서와 마찬가지로 실제 모델에서도 보 이론과 유한요소법에 의한 해석은 서로 같은 결과를 보여준다. 하중이 가해지는 지점과 가까운 단면에서의 보 이론과 유한요소법의 해의 편차는 적절치 못한 요소생성에 의한 유한요소의 형상과 비선형 해석에서 비적합 모드가 고려되지 않는 3차원 6면체 요소의 특징에 의한 것으로 사료된다.

4. 결론

본 연구에서는 보 이론을 이용하여 보철물 삽입 후 인공 고관절의 거동에 대한 비선형 해석이 수행되었다. 이를 위해 기존의 골 재생성 이론을 수학적으로 모델링하고 자유표면 밀도를 골 밀도의 3차 함수로 모델링하여 수치해석이 가능토록 하였으며 비선형 수치해석 기법에 대한 수식을 정립하였다.

건강한 대퇴골과 인공 고관절의 모델을 이용하여 3차원 유한요소법의 결과와 비교함으로써 보 이론을 검증하였으며 시간 증분과 비선형 해석 기법에 대한 비교를 통해 시간 증분에 대한 오차를 최소화 함으로써 골 조직의 장기적인 거동 변화 해석에 대한 신뢰성을 증가시킬 수 있었다. 또한 순차적 방법과 동시적 방법의 결과가 서로 일치함을 알 수 있었다. 따라서 본 연구에서 제시한 보 이론을 적용하여 해석이 필요한 부분의 단면 형상만을 취하여 모델링하고 보 이론에 의한 해석을 수행함으로써 인공 고관절 보철물의 설계 시간과 비용의 감소가 가능하다.

참고문헌

- (1) Harkess, J. W., 1992, *Arthroplasty of hip, Campbell's Operative Orthopaedics*, 8th eds., Vol. 1, Mosby Year Book, St. Louis, Missouri.
- (2) McCarthy, C. K., Steinberg, G. G., Agren, M. D., Wyman, E., and Baran, D. T., 1991, "Quantifying Bone Loss from the Proximal Femur After Total Hip Arthroplasty," *Journal of Bone and Joint Surgery*, Vol. 73B, pp. 774~778.
- (3) Hayes, W. C., 1991, "Bone Mechanics: From Tissue Mechanical Properties to an Assessment of Structural Behavior," *Basic Orthopaedic Biomechanics*, V. C. Mow and W. C. Hayes eds., Raven Press Ltd., New York, pp. 195~210
- (4) Carter, D. R., Hayes, W. C., 1977, "The Compression Behavior of Bone as a Two-Phase Porous Structure," *Journal of Bone and Joint Surgery*, Vol. 59A, pp. 954~962.
- (5) Frost, H. M., 1964, *Law of Bone Structure*, Springfield, Charles C. Thomas.
- (6) Frost, H. M., 1986, "Intermediary Organization of the Skeleton," Vol. 1, Boca Raton, CRC-Press.
- (7) Orr, T. E., 1990, "The Role of Mechanical Stresses in Bone Remodeling," Dissertation for Degree of Ph. D of Stanford University, Stanford, California.
- (8) Martin, R. B., 1984, "Porosity and Specific Surface of Bone," In *CRC Critical Reviews in Biomedical Engineering*, pp. 179-222, CRC Press, Boca Raton, Florida.
- (9) Jacobs, C. R., 1994, "Numerical Simulation of Bone Adaptation to Mechanical Loading," Dissertation for Degree of Ph. D of Stanford University, Stanford, California.
- (10) Jeong, J. Y., 1998, "Structure Analysis of Artificial Hip Joint and Design of Composite Hip Prosthesis," Dissertation for Degree of Ph. D of Hanyang University.