횡방향 하중을 받는 금속모재 복합재료의 파손구조

함종호*· 이형일**· 조종두***
(1999년 5월 6일 접수)

Failure Mechanism of Metal Matrix Composites Subject to Transverse Loading

Jongho Ham, Hyungyil Lee and Chongdu Cho

Key Words : Composite(복합재), Creep(크리프), Energy Density(에너지 밀도), Fiber(섬유), Finite Element Analysis(유한요소법), FRMMC(섬유강화 금속모재 복합재), Matrix(모재), Triaxiality Factor(삼축인자)

Abstract

Mechanical behaviors of uniaxially fiber-reinforced metal matrix composites under transverse loading conditions were studied at room and elevated temperatures. A mono-filament composite was selected as a representative analysis model with perfectly bonded fiber/matrix interface assumption. The elastic-plastic and visco-plastic models were investigated by both theoretical and numerical methods. The product of triaxiality factor and effective strain as well as stress components and strain energy was obtained as a function of location to estimate the failure sites in fiber-reinforced metal matrix composite. Results showed that fiber/matrix interfacial debond plays a key role for local failure at the room temperature, while void creation and growth in addition to the interfacial debond are major concerns at the elevated temperature. It was also shown that there would be an optimal diameter of fiber for the strong fiber-reinforced metal matrix composite.

1. 서 론

섬유강화 금속모재 복합재료 (fiber reinforced metal matrix composite, FRMMC)는 그 무게에 비하여 우수한 강성과 강도, 치수안정성, 진동감쇠 특성의 장점으로 인하여 다양한 설계상의 요구를 충족시켜 줄 수 있다. 대부분의 FRMMC는기존의 재료보다 비강도와 비강성은 높지만 보강섬유의 방향에 의존하는 이방성 재료이다. 이러한 FRMMC의 재료파손 과정에서는 섬유파괴 (fiber fracture), 모재균열 (matrix cracking) 그리고 계면파괴 (fiber-matrix interfacial fracture) 등의 3가지 형태를 관찰할 수 있다. 본 연구에서는 계면파괴에 초점을 맞추어 파손특성을 살펴보기로 한다. FRMMC에서 축방향 하중은 주로 섬유에 의해서 전달되지만, 횡방향 하중은 모재와 섬유/모재의 계면에 의해 전달되기 때문에, 일반적으로 FRMMC는 횡방향 기계적 성질이 취약한 특성을 가지고 있다. 그러므로 FRMMC를 일반적인 하중이 작용하는 구조물에 사용하기 위해서는 횡방향의 기계적 거동을 이해하는 것이 필수적이다. 횡방향 하중시 계면을 통한 하중전달로 인해 응력

* 서강대학교 대학원 기계공학과
** 회원, 서강대학교 기계공학과
E-mail : hylee@ccs.sogang.ac.kr
TEL : (02)705-8636 FAX : (02712-0799
*** 회원, 인하대학교 기계공학과

분포 상태가 매우 복잡하게 되므로, 복합재료의 횡방향 하중문제는 주로 유한요소법과 같은 수치해석적 방법으로 접근된다. 횡방향 하중에 대한 여러 가지 기하학적 조건과 가정에 따른 해석결과가 기존의 연구들[1~5]에서 제시되었다. Adams[1]는 횡방향 하중을 받는 복합재료의 비선형 거동을 연구하였다. 또한 Adams와 Tsai[2] 그리고 Sendeckyi와 Yu[3]는 횡단면에서 보강섬유 배열형상이 횡방향 단면계수에 미치는 영향을 살펴보았다. Chen과 Lin[4] 그리고 Takahashi와 Chou[5]는 복합재료의 계면상태를 완전 계면분리 상태로 나누어 유효 탄성계수와 강도의 변화를 조사하였다. 그러나 이러한 제반 연구들이 상온에서 복합재료의 탄성 및 비선형 거동을 다룬 반면, 고온은 물론 상온에서 파손구조를 다룬 연구는 많지 않다. 이에 따라 고온 환경에서 주로 사용되는 금속모재 복합재료 구조물의 설계기술 및 신뢰성 제고를 위해서는 기계적 거동 및 파손기구를 여러 온도범위에서 다각도로 검토해 볼 필요가 있다.

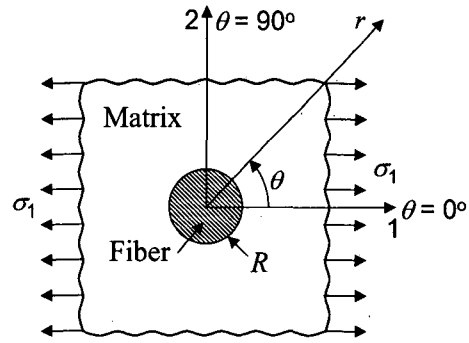
낮은 연성을 갖는 금속모재 복합재료에서는 최대 인장응력이 수직으로 작용하는 결정입계를 따라서 손상이 축적되고 인근의 다른 손상과 연결되어 거시적 균열이 형성됨으로써 파손이 진전된다. 한편 연성이 비교적 높은 복합재의 경우에는 국부적 소성변형에 따른 손상축적이 최종 파단으로 이어진다. 따라서 일반적으로 파손진행은 최대인장응력이 작용하는 부분, 탄성에너지가 가장 많이 축적되는 부분 그리고 소성이 가장 심하게 일어나는 부분 등에서 예상된다. 이와 더불어 하중을 받는 재료의 온도상태에 따라 공극의 형성 및 성장 위치 그리고 미소네킹 위치 등이 달라지게 된다.

이와 같은 복합재 파손구조에 대한 일반적 이해를 배경으로, 본 연구에서는 금속모재 복합재료가 단축과 양축 횡방향 하중을 받을 때, 기계적 거동 및 그에 따른 파손특성을 예측하기 위하여 이론식 전개에 의한 방법과 상용 유한요소해석 코우드 ABAQUS[6]에 의한 2차원 평면변형률 유한요소해석을 사용한다. 이를 토대로 복합재료 모재와 섬유의 탄·소성 거동, 하중조건 변화가 복합재료의 기계적 거동 및 파손과정에 주는 영향을 분석한다.

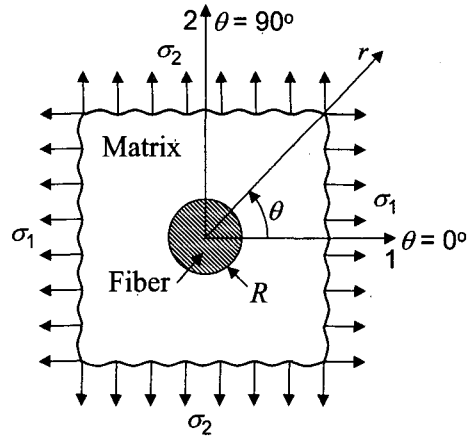
2. 해석적 접근

복합재의 응력상태를 해석적으로 구하기 위하여 Fig. 1의 단일섬유 복합재료모델에 대해 다음과 같은 가정들을 한다.

(1) 섬유는 원형 실린더 탄성체이다.
(2) 완전 계면접합 상태이다.
(3) 금속모재는 섬유의 직경에 비해서 충분히 크다.
(4) 단위 모델 사이의 상호작용은 없다.
(5) 상온에서 금속모재는 탄성재료이다.
(6) 고온에서 금속모재는 정상상태 (steady state) 크리프 재료이다.
(7) 횡단면에서 평면변형률 상태이다.



(a) Uniaxial loading



(b) Biaxial loading

Fig. 1 Sectional cell of fiber reinforced metal matrix composite subject to (a) uniaxial loading and (b) biaxial loading

2.1 FRMMC의 상온 거동

Fig. 1(a)와 같이 1축 방향으로 인장응력 σ_1을 받는 FRMMC의 모델에 대한 탄성응력과 변위는 섬유가 강체 혹은 원형구멍인 두 경우에 대해 문헌[7]에서 완전 해석해를 접할 수 있다. 그러나 이러한 극단적인 경우의 해는 상한 및 하한값을 표현하므로, 제한적인 지식을 추론하기 위하여 이용할 수 있지만 그 값의 폭이 너무 크다. 따라서 본 연구에서는 동일한 모델형상에 대하여 섬유가 변형체인 보다 실제적인 경우에 대하여 다음과 같은 이론적 응력해석을 수행한다.

무한 모재에 반지름 R인 섬유가 존재하는 복합재료에 Fig. 1(a)와 같이 횡단면에 σ_1의 단축 인장응력이 작용하는 경우를 고려해 보자. 이 경우 단축 인장응력에 의한 모재 횡단면내의 탄성응력과 변위를 구하는데 필요한 Airy 응력함수, ϕ^m은 그림처럼 설정된 기하형상과 원통좌표계 (r, θ)를 기준으로 다음과 같이 표현된다.[7]

$$\phi^m = \frac{\sigma_1 r^2}{4} - \frac{\sigma_1 r^2}{4}\cos 2\theta + A\log r + B\cos 2\theta + C r^{-2}\cos 2\theta \tag{1}$$

여기서 A, B, C는 경계조건에 의해 결정되는 상수들이다. 또한 Airy 응력함수로부터 정의에 따라 도출되는 모재내 각 응력성분들은 다음과 같다.

$$\sigma^m_{rr} = \frac{\sigma_1}{2} + \frac{\sigma_1}{2}\cos 2\theta + \frac{A}{r^2} - \frac{4B\cos 2\theta}{r^2} - \frac{6C\cos 2\theta}{r^4} \tag{2-1}$$

$$\sigma^m_{\theta\theta} = \frac{\sigma_1}{2} - \frac{\sigma_1}{2}\cos 2\theta + \frac{A}{r^2} + \frac{6C\cos 2\theta}{r^4} \tag{2-2}$$

$$\sigma^m_{r\theta} = -\frac{\sigma_1 \sin 2\theta}{2} - \frac{2B\sin 2\theta}{r^2} - \frac{6C\sin 2\theta}{r^4} \tag{2-3}$$

이에 상응하는 변위성분들은 응력-변형률과 변형률-변위 관계들로부터 다음과 같이 유도된다.

$$2\mu^m u^m_r = \frac{\sigma_1}{4}(x^m-1)r + \frac{\sigma_1}{4}2r\cos 2\theta - \frac{A}{r} + B(x^m-1)\frac{1}{r}\cos 2\theta + 2C\frac{1}{r^3}\cos 2\theta \tag{3-1}$$

$$2\mu^m u^m_\theta = -\frac{\sigma_1}{4}2r\sin 2\theta - B(x^m-1)\frac{1}{r}\sin 2\theta + 2C\frac{1}{r^3}\sin 2\theta \tag{3-2}$$

여기서 상첨자 m은 모재를 나타내고, μ^m은 모재의 전단계수이고, 평면변형률인 경우 $x^m = 3-4\nu^m$이다.

유사한 방법으로 섬유에 대한 응력함수와 이에 따른 각 응력과 변위성분들은 미정상수들 D, E, F를 포함하여 다음과 같이 표현된다.

$$\phi^f = Dr^2 + Er^4\cos 2\theta + Fr^2\cos 2\theta \tag{4}$$

$$\sigma^f_{rr} = 2D - 2F\cos 2\theta \tag{5-1}$$

$$\sigma^f_{\theta\theta} = 2D + 12Er\cos 2\theta + 2F\cos 2\theta \tag{5-2}$$

$$\sigma^f_{r\theta} = 6Er^2\sin 2\theta + 2F\sin 2\theta \tag{5-3}$$

$$2\mu^f u^f_r = (x^f-1)Dr + (x^f-3)Er^3\cos 2\theta - 2Fr\cos 2\theta \tag{6-1}$$

$$2\mu^f u^f_\theta = (x^f+3)Er^3\sin 2\theta + 2Fr\sin 2\theta \tag{6-2}$$

여기서 상첨자 f는 섬유를 의미하고, μ^f는 섬유의 전단계수이고, 평면변형률인 경우 $x^f = 3-4\nu^f$이다.

이제 모델의 경계조건들로 부터 위식들에 포함되어 있는 6개의 미정계수들 (A, B, C, D, E, F)을 결정하자. 이 해석에서는 반지름이 R인 섬유와 모재 사이의 계면이 완전접합인 경우를 고려하고 있으므로, 모재와 섬유의 계면을 따라 다음과 같은 경계조건들을 만족해야 한다.

$$\sigma^m_{rr} = \sigma^f_{rr}, \quad \sigma^m_{r\theta} = \sigma^f_{r\theta}, \quad u^m_r = u^f_r, \quad u^m_\theta = u^f_\theta \tag{7}$$

위의 경계조건으로부터 다음과 같은 6개의 식들을 얻을 수 있다.

$$\frac{\sigma_1}{2} + \frac{A}{R^2} = 2D \quad (2\theta = \pi/2)$$

$$\frac{\sigma_1}{2} - \frac{4B}{R^2} - \frac{6C}{R^4} = -2F \quad (\theta = 0)$$

$$-\frac{\sigma_1}{2} - \frac{2B}{R^2} - \frac{6C}{R^4} = 6ER^2 + 2F \quad (2\theta = \pi/2)$$

$$\frac{1}{\mu^m}\left\{\frac{\sigma_1}{4}(x^m-1)R - \frac{A}{R}\right\} = \frac{1}{\mu^f}D(x^f-1)R \quad (2\theta = \pi/2)$$

$$\frac{1}{\mu^m}\left\{\frac{\sigma_1}{4}(x^m+1)R + \frac{B}{R}(x^m-1) + \frac{2C}{R^3}\right\} = \frac{1}{\mu^f}\{E(x^f-3)R^3 - 2FR\} \quad (\theta = 0)$$

$$\frac{1}{\mu^m}\left\{-\frac{\sigma_1 R}{2} - \frac{B}{R}(x^m-1) + \frac{2C}{R^3}\right\} = \frac{1}{\mu^f}\{E(x^f+3)R^3 + 2FR\} \quad (2\theta = \pi/2)$$

위의 6개의 식을 연립하여 풀면 주어진 응력 σ_1 과 섬유반경 R 그리고 모재와 섬유의 재료상수 μ^m, μ^f, x^m, x^f 의 항으로 6개의 상수들이 아래와 같이 결정된다.

$$A=\frac{\sigma_1 R^2}{2}\frac{\mu^f(x^m-1)-\mu^m(x^f-1)}{\mu^m(x^f-1)+2\mu^f}$$

$$B=\frac{\sigma_1 R^2}{2}\frac{(3\mu^f+2x^f\mu^m)(\mu^m-\mu^f)}{x^m\mu^f(3\mu^f+2x^f\mu^m)+\mu^m(6\mu^f+5x^f\mu^m)}$$

$$C=-\frac{\sigma_1 R^2}{4}\frac{(3\mu^f+3x^f\mu^m)(\mu^m-\mu^f)}{x^m\mu^f(3\mu^f+2x^f\mu^m)+\mu^m(6\mu^f+5x^f\mu^m)}$$

$$D=\frac{\sigma_1}{4}\frac{\mu^m(x^m-1)+2\mu^f}{\mu^m(x^f-1)+2\mu^f}$$

$$E=-\frac{\sigma_1}{6R^2}\frac{3\mu^f(\mu^m-\mu^f)}{x^m\mu^f(3\mu^f+2x^f\mu^m)+\mu^m(6\mu^f+5x^f\mu^m)}$$

$$F=-\frac{\sigma_1}{4}\frac{3\mu^m\mu^f-x^f(9\mu^f+5x^f\mu^m)-x^m\mu^f(3\mu^f+2x^f\mu^m)}{x^m\mu^f(3\mu^f+2x^f\mu^f)+\mu^m(6\mu^f+5x^f\mu^m)}$$

위의 미정계수들 (A, B, C, D, E, F)을 식 (2)와 식 (5)에 대입함으로써, 횡방향으로 단축하중을 받는 완전계면접합 모델에 대하여 섬유와 모재내에 존재하는 응력성분들은 탄성범위 내에서 완전하게 결정된다.

2.1.1 계면분리

탄성한계 내에 있는 FRMMC에서 탄성에너지 밀도 w는 다음과 같이 체적변화 에너지와 전단변형 에너지의 합으로 이루어진다.

$$w=\frac{(1+2\nu)}{6E}(\sigma_r+\sigma_\theta+\sigma_z)^2+\frac{(1+\nu)}{6E}[(\sigma_r-\sigma_\theta)^2+(\sigma_\theta-\sigma_z)^2+(\sigma_z-\sigma_r)^2+6\sigma_{r\theta}^2] \quad (8)$$

여기서 본 연구에서와 같이 평면변형률 조건이 부과되는 경우 $\sigma_z=\nu(\sigma_r+\sigma_\theta)$ 이다. 평면변형률에서 식 (8)을 이용하여 계면에서 탄성에너지 W는 다음과 같이 표현된다.

$$W=\int_v w\,dv = w_e v \quad (9)$$

여기서 v는 계면근처의 유효체적 (계면분리시 방출되는 탄성에너지 양을 표현할 수 있는 체적)인데, 섬유의 길이를 l이라 하면, v는 섬유체적 $\pi R^2 l$에 비례하므로 $v=\xi\pi R^2 l$로 표현할 수 있다. 또한 w_e는 평균값의 정리에 의하여 계면에서 일어나는 탄성에너지 밀도범위 내에 존재하는 값이다. 즉 섬유체적크기에 대한 계면의 상대 유효체적은 비례상수 ξ의 항으로 표현된다.

계면에서 새로운 표면 (여기서는 계면이 모두 분리되는 극단적인 경우)이 형성되려면 계면근처의 유효체적에 존재하는 탄성에너지의 총량이 계면분리시 새로운 표면형성에 필요한 표면에너지를 초과하여야 한다. 따라서 계면분리가 일어나기 위한 기준은 $W-\gamma A\geq 0$ 인데, 이 관계에 식 (9)를 대입하면 다음과 같은 계면분리 조건식 (10)이 얻어진다.

$$w_e\xi R-2\gamma\geq 0 \quad (10)$$

여기서 γ는 계면의 표면에너지이고, A는 섬유의 표면적 $2\pi R l$이다. 식 (10)은 복합재료에서 섬유의 부피비가 같더라도 섬유와 모재의 계면분리는 섬유의 크기 즉 계면면적이 클수록 쉽게 일어날 수 있다는 크기효과를 나타내며, 통상의 실험적 관찰사항을 잘 설명해 준다. 계면분리가 일어난 계면 주위에는 응력 재분포가 발생하고, 이러한 경우 분리된 계면 부근의 모재에서 응력집중이 심화되며, 모델은 섬유와 모재 사이의 계면을 따른 접촉문제로 대치될 것이다. 결과적으로 복합재료에서 섬유크기의 증가는 계면분리의 가능성을 높이고 응력집중의 범위를 증가시키게 되어 계면면적이 커질수록 급속한 모재 파손의 가능성이 커진다.

2.1.2 공극의 형성과 성장

Davis와 Connelly[8]는 균질한 저탄소강에서 소성변형에 의한 국부파손의 초기단계를 근사적으로 설명하는 지배변수로 삼축인자 (Triaxiality Factor, TF)를 제안하였다. 본 연구에서는 Davis와 Connelly[8]의 균질재료에서 고안된 TF의 개념을 토대로, 금속모재 복합재료에서 일어나는 초기 파손과정을 모재의 TF를 사용하여 기술하고자 한다. Davis와 Connelly는 삼축인자 TF를 다음과 같이 유효응력 σ_e에 대한 평균응력 (정수압) σ_p의 비로 정의하였다.

$$TF=\frac{3\sigma_p}{\sigma_e}=\frac{\sqrt{2}(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)}{[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2]^{0.5}}=\frac{2(\sigma_r+\sigma_\theta+\sigma_z)}{\sqrt{3}[(\sigma_r-\sigma_\theta)^2+4\sigma_{r\theta}^2]^{0.5}} \quad (11)$$

위식에서 마지막 관계는 평면변형률 조건을 적용하여 유도한 것이다. *TF*는 정의에 의하여 단순재료의 경우 단축인장을 받는 경우에는 +1이 되고, 순수전단의 경우에는 0, 그리고 단축압축을 받는 경우에는 -1이 된다. 모든 방향으로 동일한 인장응력을 받는 경우에는 +∞가 되므로, 이 경우에는 재료파손이 순수 취성특성을 보이게 된다. 연성측정에 유용한 이 인자를 사용하여 정의되는 연성소실의 척도인 연성변형률 ε_s는 평면변형률의 경우 다음과 같다.

$$\varepsilon_s \equiv TF \cdot \varepsilon_e = TF \cdot \left\{ \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\varepsilon_r^2 + \varepsilon_{r\theta}^2} \right\} \tag{12}$$

여기서 ε_e는 Mises의 유효변형률이다. 식 (12)로 정의되는 ε_s는 재료의 연성소실 (ductility exhaustion)로 인한 파손을 결정하는 데 유용하다는 것이 실험적으로 증명되었다.[8,9] 단순인장 시편의 경우에 *TF*=1 이므로 이 경우 연성변형률은 유효변형률과 같다. 실험적으로 유효변형률이 큰 곳에서 국부손상이 일어나며, 또한 *TF*가 클수록 연성소실에 의한 손상이 일어난다.[8] 따라서 이 두 인자의 곱으로 정의되는 연성변형률은 국부적으로 "소실된 연성"의 척도로 이용될 수 있으며, 국부파손은 이 값이 높은 곳에서 일어난다.

2.2 FRMMC의 고온 거동

본 모델의 가정에서 섬유는 강체이며, 금속모재는 정상상태 크리프 구역에 있으므로 재료의 구성방정식은 $\sigma_e = \sigma_c \dot{\varepsilon}_e^{\,m}$이다. 여기서 유효변형률속도는 $\dot{\varepsilon}_e = 2\sqrt{\dot{\varepsilon}_r^{\,2} + \dot{\varepsilon}_{r\theta}^{\,2}} / \sqrt{3}$ 으로 정의된다. 또한 $m\,(\le 1)$은 변형률속도 경화지수, σ_c는 응력단위의 계수이다. 다축 응력상태에서의 응력과 변형률속도 성분관계는 $\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\lambda}\,(\sigma_{ij} + \sigma_p\,\delta_{ij})$이고, 여기서 $\dot{\lambda} = 1.5\,\dot{\varepsilon}_e / \sigma_e$ 이다. 단축인장 응력을 받는 power-law 크리프 재료에 함유된 단일섬유의 응력성분들과 변위속도장 성분들은 Lee와 Gong[10,11]에 의해 다음과 같이 구해졌다.

$$\sigma_r = \frac{\sigma_1}{2}[\ \sigma_P - \eta^{m-1}(Re\ \cos 2\theta - Im\ \sin 2\theta)\ ]$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_1}{2}[\ \sigma_P + \eta^{m-1}(Re\ \cos 2\theta - Im\ \sin 2\theta)\ ] \tag{13}$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{\sigma_1}{2}\,\eta^{m-1}(Re\ \sin 2\theta - Im\ \cos 2\theta)$$

여기서 (r, θ)는 Fig. 1의 극좌표계이고 $\sigma_p(r, \theta)$, Re, Im, η는 다음과 같다.

$$\sigma_p(r,\theta) = \sigma_p(\infty,\theta) + 4 \cdot 2^{-m} \int_0^x \eta^{m-1}[P\cos(\beta+2\theta) - Q\sin(\beta+2\theta)](-x^{-2}\,dx)$$

$$P = m\frac{\partial \eta}{\partial r} - \eta x \frac{\partial \beta}{\partial \theta}$$

$$Q = \eta \frac{\partial \beta}{\partial r} + m x \frac{\partial \eta}{\partial \theta}$$

$$Re = \left(\frac{\sigma_1}{4}\right)^{1/m} [\ (3x^4 - 2x^2)\cos 4\theta - 1]$$

$$Im = -2\left(\frac{\sigma_1}{4}\right)^{1/m} (3x^4 - 2x^2)\ \sin 4\theta$$

$$\eta = |\ Re + iIm\ |,\ \ \beta = \tan^{-1}\left(\frac{Im}{Re}\right),\ \ \sigma_p(\infty,\theta) = \sigma_1$$

여기서 $x = R/r$로 정의되었다. 또한 반경방향의 변위속도성분 V_r과 원주방향의 변위속도성분 V_θ는 다음과 같다.

$$V_r = 2K(m)\left(\frac{\sigma_1}{4}\right)^{1/m}\left(r - 2\frac{R^2}{r} + \frac{R^4}{r^3}\right)\cos 2\theta$$

$$V_\theta = -2K(m)\left(\frac{\sigma_1}{4}\right)^{1/m}\left(r - \frac{R^4}{r^3}\right)\sin 2\theta \tag{14}$$

$$K(m) = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{2\sqrt{3}}{\sigma_c}\right)^{1/m}$$

2.2.1 계면분리

비압축 크리프 재료의 에너지 밀도율 $\dot{w}$은 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{w} = \int \sigma_e\, d\dot{\varepsilon}_e = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{1+n}\left(\frac{n}{1+n}\right)\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_o}\right)^n \sigma_1 L \tag{15}$$

$$L = [\ (3x^4 - 2x^2)^2 + 1 - 2(3x^4 - 2x^2)\cos 4\theta]^{\,0.5(1+n)/n}$$

여기서 $n = 1/m$로 정의되었다. 계면에서 총 탄성

에너지율 $\dot{W}$은 식 (9)와 유사한 개념으로 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{W} = \int_v \dot{w} dv = \dot{w}_e (\xi \pi R^2 \ell) \tag{16}$$

계면에서 새로운 표면을 형성하기 위한 기준은 앞에서 설정된 $W - \gamma A \geq 0$의 관계와 식 (16)을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{w}_e \xi R t - 2\gamma \geq 0 \tag{17}$$

여기서 t는 외부하중이 작용한 후 경과된 시간이다. 식 (17)에 의해, 상온에서와 같이 고온에서도 섬유의 반경이 큰 복합재료일수록 계면분리가 훨씬 쉽다는 것을 알 수 있다.

2.2.2 공극의 형성과 성장

상온에서와 같이 고온에서도 *TF*의 개념을 이용하여 공극형성에 의한 국부파손을 분석한다. 재료가 정상상태 크리프구역에서 거동할 때, 다축 응력장 하에서 임계변형률과 변형률은 각각 $\varepsilon_m|_{\lim} = \dot{\varepsilon}_e \tau$와 $\varepsilon_m = \dot{\varepsilon}_e t$로 주어진다. 여기서 τ는 국부파손시간(local failure time)이고, t는 하중이 작용한 후 경과된 시간이다. 이를 바탕으로 다음과 같은 임계연성 소실값을 정의할 수 있다.

$$\varepsilon_s|_{\lim} = TF\ \varepsilon_m|_{\lim} = TF\ \dot{\varepsilon}_e \tau \tag{18}$$

여기서 $TF\ \dot{\varepsilon}_e$의 값은 국부적으로 "소모된 연성"의 지표이고, $TF\ \dot{\varepsilon}_e$의 값이 높을수록 국부 파손이 더욱 빨리 일어난다. $TF\ \dot{\varepsilon}_e$의 개념은 고온 인장실험하에서 공극시작 정도를 알아내는 유효한 개념임이 실험적으로 증명되었다.[8,9]

3. 유한요소해석

크리프 재료의 해석을 위한 유한요소법 이론[12~16]은 매우 널리 알려져 있다. 본 장에서는 상용 유한요소해석 프로그램인 *ABAQUS*[6]를 이용하여 장섬유로 보강된 금속모재 복합재료가 횡방향 하중을 받는 경우에 대해, 상온 또는 고온하의 복합재료 거동 특성을 살펴본다.

유한요소해석 모델로는 알루미늄 모재에 SiC 섬유가 보강된 복합재료를 설정하였다. SiC/Al 계 금속복합재료는 상온뿐만 아니라 100℃ 이상의 높은 온도까지 기계적 성질이 유지되고 열전도성이 좋아 고온에서의 응용에 많은 관심을 받는 복합재료이다. 탄성 유한요소해석에 사용한 복합재료, 각 구성재료 물성치는 ($E_{Al}, E_{Sic}, \nu_{Al}, \nu_{Sic}$) = (70GPa, 450GPa, 0.33, 0.17)이다. FRMMC 해석시 복합재 전체부피에 대한 섬유의 부피비가 주요 변수로 작용하게 되는데, 이에 관해서는 기존의 연구[17,18]에서 광범위하게 다루어졌다. 따라서 본 연구에서는 해석의 편의상 모재대 섬유의 부피비를 실제 금속모재에서 일반적으로 사용되는 10%로 가정하여 해석한다.

상온해석은 선형탄성재료와 변형경화 탄소성 재료에 대하여 살펴본다. 이때 변형경화재의 응력과 변형률 사이의 관계식은 Rice와 Rosengren[19]이 제안한 다음과 같은 식을 사용한다.

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} = \begin{cases} \dfrac{\sigma}{\sigma_o} & \text{for } \sigma \leq \sigma_o \\ \left(\dfrac{\sigma}{\sigma_o}\right)^n & \text{for } \sigma > \sigma_o;\ 1 < n < \infty \end{cases} \tag{19}$$

여기서 σ_o는 인장항복응력, $\varepsilon_o = \sigma_o / E$는 항복변형률이고, n은 변형경화지수이다. 이와 같은 재료모델식을 사용함으로써, 일반적으로 사용되는 Ramberg-Osgood 재료모델과는 달리 명시적인 선형탄성 구간과 그에 따른 동일한 항복응력을 정의할 수 있다. 유리 천이온도 (glass transition temperature) 561K인 고온에 대해 해석을 수행하므로, 금속모재는 탄성-2차 크리프 거동을 보인다. 크리프 하에서 변형률 속도 $\dot{\varepsilon}$와 응력 σ의 관계는 $\sigma_e = \sigma_c\ \dot{\varepsilon}_e{}^m$이다. 고온 해석시에 모재의 전반부에서 온도분포가 일정하다는 가정하에서 잔류응력이 없는 경우를 고려한다. 또한 재료가 일정하중하에서 크리프거동을 나타내는 시간을 100시간으로 설정하여 해석하였다.

유한요소해석시 재료는 J_2 증분소성이론을 따르는 등방성 탄소성 재료를 사용하며, 상온에서는 소변형 이론을 고온에서는 대변형이론을 적용한다. 이때, 소성역에서 발생할 수 있는 비압축성과 관련된 문제를 피하기 위해, 8절점 감차적분요소 CPE8R

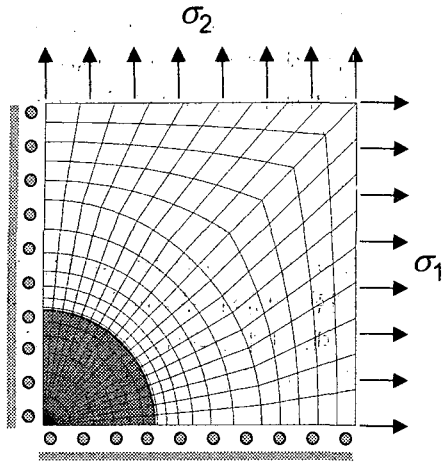


Fig. 2 Finite element mesh of composite material

요소들 (ABAQUS 라이브러리[6])을 이용한다. 하중과 기하형상의 대칭성을 고려하여 Fig. 2와 같이 전체 구조의 1/4만 유한요소 모델링한다. 요소망은 약 350개의 요소와 1100개의 절점들을 포함한다. 또한 복합재료모델의 섬유와 모재 사이 계면은 완전접합 상태로 가정하고, 평면변형률 해석을 수행한다. 대칭성을 고려하여 모델 경계조건을 설정하고, 하중은 다음과 같은 단축과 양축하중을 가한다.

(1) 단축하중 : $\sigma_1 = 30$MPa

(2) 양축하중 : $\sigma_1 = 30$MPa (고정값)

$\sigma_2/\sigma_1 = 0.5,\ 0.75,\ 1.0$.

4. FRMMC의 재료파손 구조

4.1 상온에서의 기계적 거동

Fig. 3는 선형탄성 모재에 대해 이론식 (2)와 유한요소해석으로 구한 원주방향 응력분포를 나타낸다. 섬유부분을 강체로 가정한 유한요소해와 동일한 경우의 이론해가 잘 일치함을 볼 수 있다. 최대 원주방향 응력은 $\theta = 0^\circ$, $R/r = 0.8$에서 발생한다. Fig. 4는 변형경화 탄소성 모재에 대한 유한요소 해석으로 반경방향응력의 응력분포를 보여주고 있다. 변형경화성이 커질수록 (변형경화지수가 작을수록) 반경방향응력이 증가하며 정성적으로는 선형탄성모재와 동일한 경향을 나타냄을 알 수 있다. Fig. 5는 양축하중시 하중비의 변화에 따른 원주방향

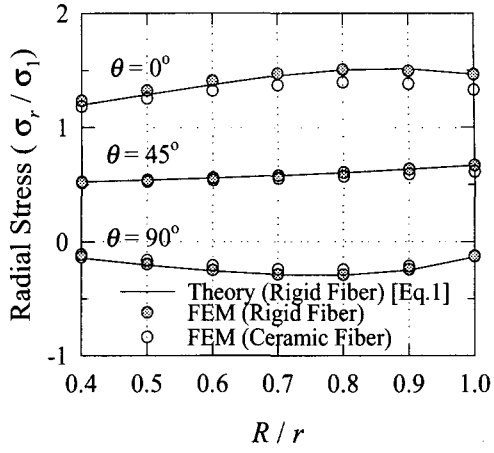


Fig. 3 Radial stress distributions obtained from both theoretical approach and finite element analyses, where $R/r = 1$ corresponds to the fiber/matrix interface, and $R/r < 1$ the matrix region (see Fig. 1)

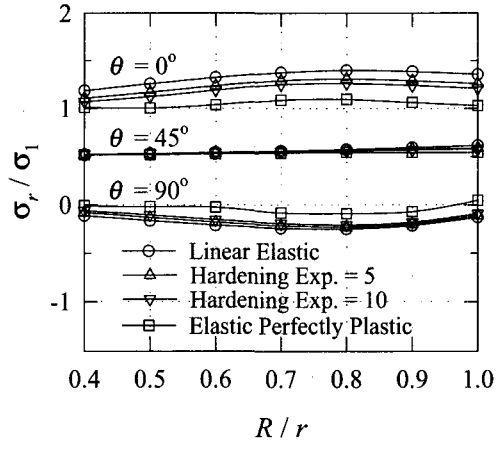
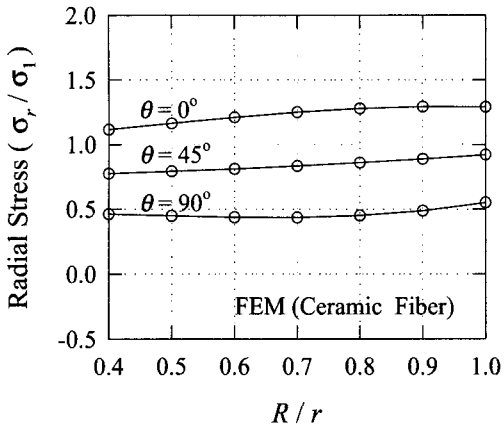
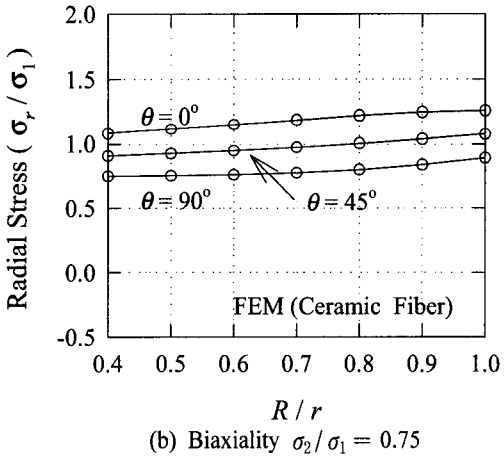


Fig. 4 Radial stress distribution by the finite element method, where $R/r = 1$ stands for the fiber/plastic hardening material matrix interface

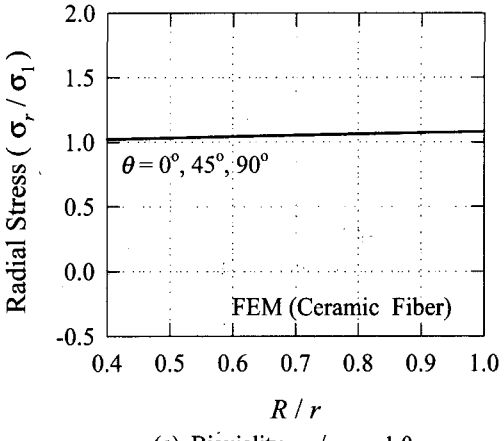
응력분포를 보여준다. 하중비가 증가 (단축하중에서 정수압하중으로 이동)함에 따라 최대응력과 최소 응력의 차이가 감소하며, 하중비가 1인 경우 모든 각도에서 응력 분포는 일치하게 된다. Fig. 6(a)-6(c)는 계면에서 각도에 따른 여러 응력성분 들의 분포를 각 응력비에 대해 보여준다. Fig. 6(a)는 여러 각도에서 계면의 원주방향 응력분포를 나타내는데,



(a) Biaxiality $\sigma_2 / \sigma_1 = 0.5$

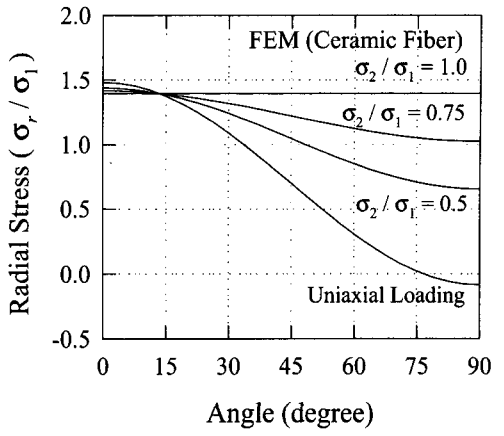


(b) Biaxiality $\sigma_2 / \sigma_1 = 0.75$

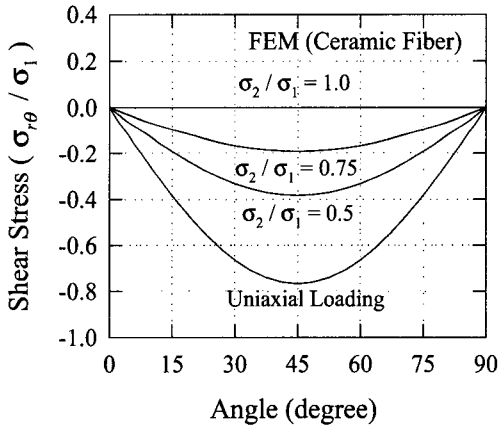


(c) Biaxiality $\sigma_2 / \sigma_1 = 1.0$

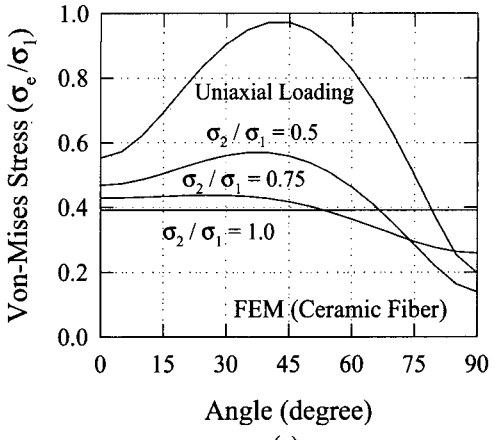
Fig. 5 Finite element solutions for radial stress distribution under various biaxialities



(a)



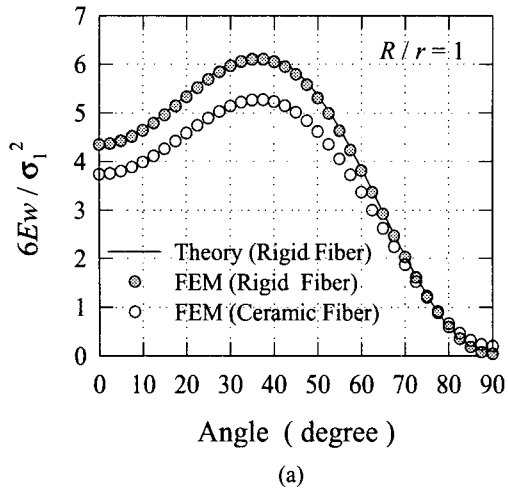
(b)



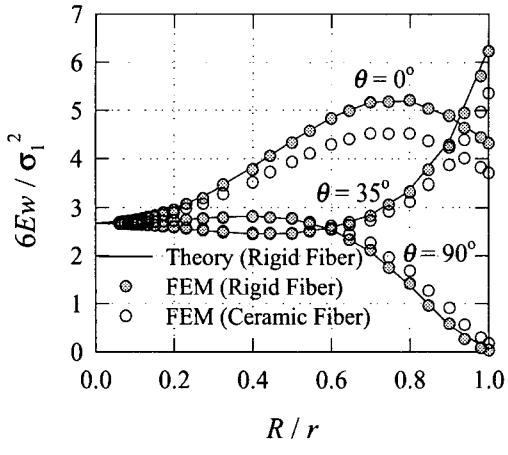
(c)

Fig. 6 Finite element solutions for each stress component distributions along the interface under various biaxialities

응력비가 증가함에 따라 $\theta=0°$에서는 거의 균일한 응력값을 갖는 반면, $\theta=90°$에서 응력값이 증가함을 볼 수 있다. 정수압하중상태인 응력비=1일 경우 계면에서 균일한 원주방향 응력분포가 나타낸다. 취성재료의 경우 최대수직응력성분에 의한 계면의 분리는 이론적으로 항상 $\theta=0°$에서 발생할 것으로 예상되며 단축하중에서 벗어나는 경우 인장수직응력에 의한 계면분리의 가능성은 주위의 여러 각도에서 발생할 수 있다. Fig. 6(b)에는 계면에서 각도에 따른 전단응력 변화를 나타나고 있는데, 단축하중시 전단응력의 절대값이 $\theta=45°$에서 가장 큰 값을 가지고, 응력비가 증가할수록 그 값이 감소함을 알 수 있다. Fig. 6(c)는 응력비가 변함에 따라 나타나는 계면에서 예측되는 유효응력분포로, 단축하중에서 응력비가 증가할수록 유효응력은 전체적으로 감소하여 평준화되는 경향이 관찰된다. 단축하중의 경우, $\theta=45°$에서 유효응력의 최대값이 나타나지만 응력비가 증가할수록 최대값이 크게 낮아지며, 응력비가 1이 되면 균일한 유효응력이 나타난다. 따라서 계면주위에서 국부소성이 진행되는 경우 $\theta=45°$에서 최초로 모재항복이 발생한다고 볼 수 있다.



(a)



(b)

Fig. 7 Stored energy density (w) distribution for linear elastic material from both theoretical formula [Eq.(3)] and finite element analyses under the uniaxial loading is shown: (a) along the interface (R/r = 1) at various angle (b) along three radial lines (θ=0°, 35°, 90°)

Fig. 7(a)는 1축 방향으로 작용하는 단축하중의 경우 계면을 따라 분포하는 탄성에너지 밀도를 보여주는데, $\theta=35°$ 근방에서 최대값이 나타난다. 또한 Fig. 7(b)는 $\theta=0°$, 35°, 90°에서 계면으로부터의 거리에 따른 탄성에너지 밀도를 보여주는데, $\theta=0°$인 경우 최대 에너지 밀도는 계면에서 떨어진 부분에서 예측된다. 이는 계면근처 1축상의 모재에 파손이 발생할 수 있음을 의미한다. $\theta=35°$인 경우 계면에 근접할수록 탄성에너지 밀도가 증가한다. 그림에서 탄성에너지 밀도의 최대값은 $\theta=35°$인 계면에서 나타나므로 복합재 계면분리는 에너지 측면에서 보면 $\theta=35°$부근에서 발생할 것으로 예상된다.

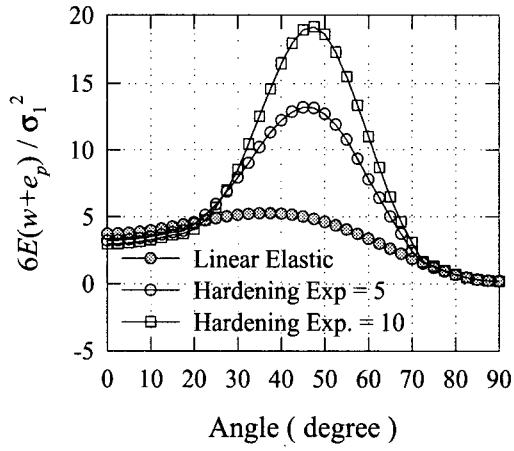


Fig. 8 Stored energy density distribution for plastic hardening material along the interface at various angle from finite element method analyses

Fig. 8은 변형경화탄소성 재료에서의 계면을 따른 탄성에너지 밀도와 소성분산에너지 밀도의 합으로, 변형경화성이 감소할수록 에너지 밀도는 증가하고, 또한 그 최대값이 나타나는 각도가 이동함 (변형경화지수가 10일 때 $\theta=47°$)을 알 수 있다. 즉 전체 에너지 밀도를 계면분리의 예측하는 인자로 사용하면, 탄성에너지 밀도를 기준으로 할 때와는 다른 각위치에서 계면분리가 발생하게 된다.

Fig. 9은 $\theta=0°$, 45°, 90°에서 계면으로부터의 거리에 따른 무차원화된 삼축인자와 유효변형률의 곱, $TF\varepsilon_e$을 나타낸다. $\theta=0°$에서 $\theta=45°$, 90° 보다 더 큰 $TF\varepsilon_e$값이 나타나고, $\theta=0°$에서 계면으로 접근할수록 $TF\varepsilon_e$값이 증가한다. $TF\varepsilon_e$는 국부적으로 "소실된 연성"의 크기를 나타내므로, 최대값이 나타나는 지점에서 공극의 형성과 성장에 의한 초기 단계의 국부파손이 일어남을 알 수 있다.

종합적으로 상온에서 선형탄성 금속모재 복합재료가 단축인장하중을 받고 있는 경우에는, 최대 반지름방향 수직응력이 작용하는 위치는 $\theta=0°$이고 R/r=0.8인 계면 부근, 최대 $TF\varepsilon_e$ 값이 나타나는 $\theta=0°$인 계면, 그리고 최대탄성에너지 밀도가 존재하는 $\theta=35°$인 계면에서 파손진행이 일어나게 된다. 또한 변형경화 탄소성 모재의 복합재료가 단축인장하중을 받는 경우에는 선형탄성 모재와 정성적으로 동일한 경향을 나타낸다.

4.2 고온에서의 기계적 거동

Fig. 10은 고온에서 이론식에 의한 응력분포와 유한요소해석으로 구한 응력분포를 나타내고 있는데 최대 응력이 발생하는 위치는 계면부근에서 $\theta=0°$인 지점이다. 여기서 이론해와 유한요소해가 해석적 방법이 정성적으로 비슷하면서도 다소 오차가 보이는 것은, 이론식에는 모재만 power-law 크리프 재료를 사용하고 섬유는 강체로 가정한 반면, 유한요소해는 알루미늄 합금 모재와 SiC 섬유 복합재가 모두 power-law 크리프 거동을 따르기 때문이다. Fig. 11(a)-11(c)는 고온에서 양축하중이 반지름방향 응력에 미치는 영향을 도시하고 있는데, 응력비가 증가함에 따라 상온에서와 마찬가지로 응력의 최대값과 최소값 차이가 감소하나, 최대값이 발생하는 위치는 하중비가 증가함에 따라 계면쪽으로 이동하게 된다.

Fig. 12(a)는 단축하중 (응력비=0)을 받는 고온재료에서 계면을 따라 분포하는 계면분리를 예측할 수 있는 인자인 탄성에너지 밀도율을 보여주는 것으로, $\theta=45°$ 근방에서 최대값을 가짐을 볼 수 있다. 또한 Fig. 12(b)에서 $\theta=0°$, 90°의 에너지 밀도율 분포가 동일하게 나타나며, $\theta=45°$인 계면에서 최대 탄성에너지 밀도율이 나타남을 볼 수 있다. Fig. 12(a)-(b)에서 수직축은 해석시 고려한 경화지수 $m=0.5$인 경우에 대하여 무차원화 되어있다 [식 (15) 참조].

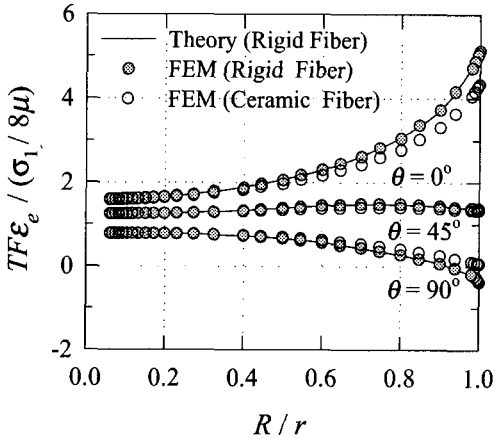


Fig. 9 The product of triaxiality factor (TF) and normalized effective strain distribution

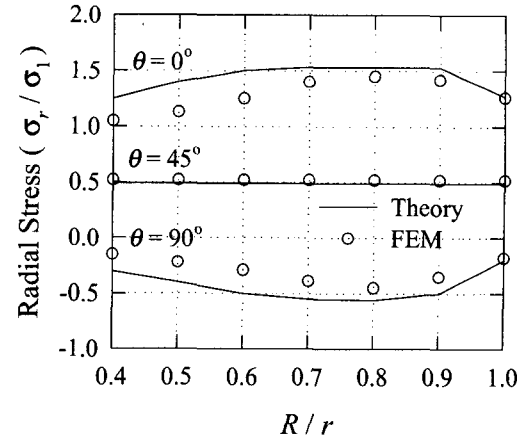
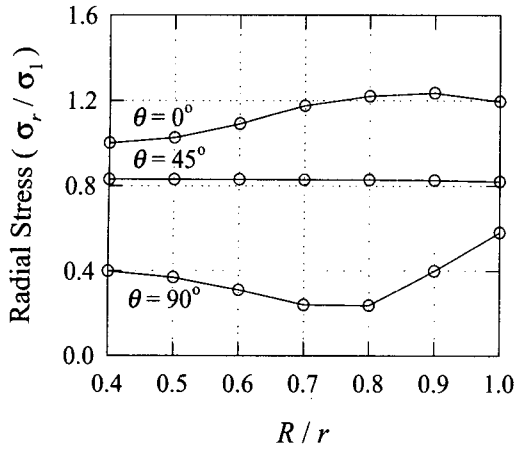
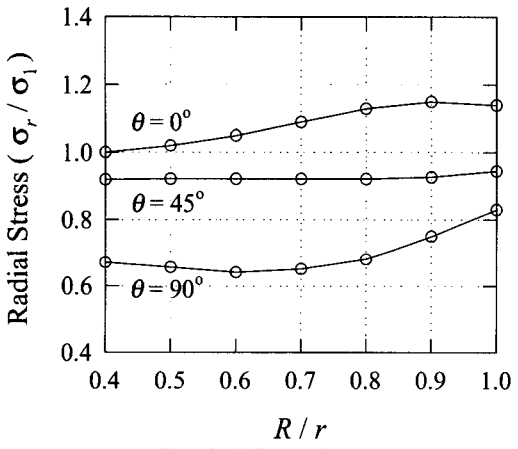


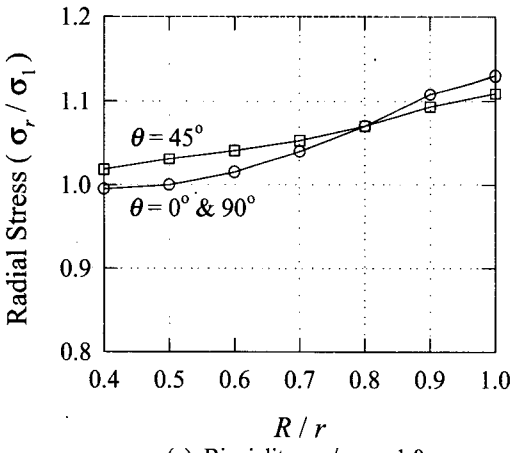
Fig. 10 Radial stress distributions by the finite element method and theoretical creep analysis



(a) Biaxiality $\sigma_2 / \sigma_1 = 0.5$

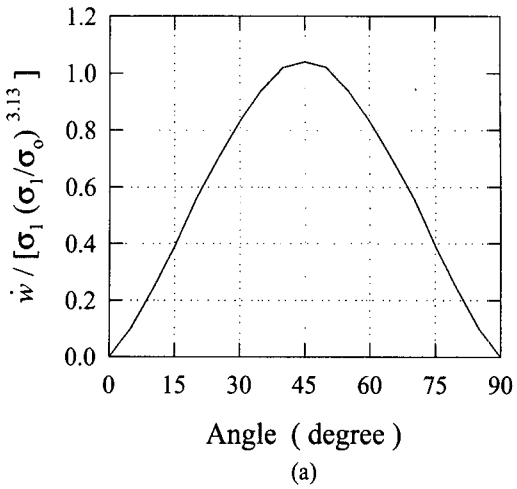


(b) Biaxiality $\sigma_2 / \sigma_1 = 0.75$

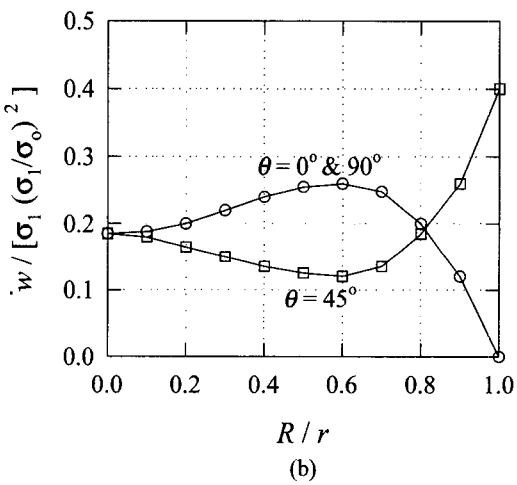


(c) Biaxiality $\sigma_2 / \sigma_1 = 1.0$

Fig. 11 Radial stress distribution by the finite element method for various biaxialities



(a)



(b)

Fig. 12 Normalized energy density rate distribution: (a) along the interface at various angle (b) along the interface is shown with radial distance for $\theta = 0^\circ$, 35°, 90°

Fig. 13은 Fig. 12(b)와 마찬가지로 단축하중을 받는 고온재료에서, 세 개의 각 위치에서 반경방향을 따른 [식 (14)에서 $m = 0.5$ 인 경우에 대해 무차원화된] $TF\ \dot{\varepsilon}_e$ 의 값을 보여주는데, 그 최대값이 $\theta = 0^\circ$ 계면 외부에서 발생함을 알 수 있다. 즉 고온에서 복합재료의 초기 파손위치가 반경방향응력 및 $TF\ \dot{\varepsilon}_e$ 의 최대값이 존재하는 계면에서 약간 떨어진 1축상에 공극이 생성되어 섬유방향으로 성장하며, 또한 공동화된 섬유로부터 떨어진 위치에서 새로운 공극이 발생하여 공동화 현상이 계속 반복적으로 이루어져 복합재료의 파손이 일어날 수 있다. 공극과 섬유 사이의 거리는 섬유의 크기가 작아짐에 따라서

감소하기 때문에 공극의 결합정도는 섬유의 크기가 작은 다섬유 복합재료에서 쉬워지므로 결과적으로 섬유 크기의 감소는 재료의 강도를 저하시킬 수 있다. 이는 식 (17)에 의한 계면파손에 대한 섬유의 크기효과에 대한 관찰과는 다르므로 상온과는 달리 고온에서는 파손측면에 유리한 최적의 섬유지름이 존재할 것으로 판단할 수 있다.

삼축인자는 정수압과 octahedral 평면상의 전단응력 비로 정의된 것으로 이는 단위부피의 팽창양과 뒤틀림양의 비교로 고려될 수 있다. 본 고온연구에서의 재료는 비압축성으로 가정하고 있으므로 뒤틀림의 양이 주로 파손과정에 영향을 미친다고 예상할 수 있다. 따라서 양축하중의 경우 "뒤틀림 에너지"와 양적비례관계에 있는 유효응력의 분포를 살펴보면 Fig. 14와 같다. 유효응력 분포는 응력비가 증가함에 따라, 원주방향응력 분포와 비슷하게, 최대값과 최소값의 차이가 감소하게 되고, 최대값이 나타나는 위치가 계면쪽으로 이동하는 것을 볼 수 있다.

앞의 그림에서 언급된 무차원화된 $TF\,\dot{\varepsilon}_e$ 의 값은 초기파손상태에서 공극의 발생을 예측하는 데 유용하다. 유한요소해석 등의 수치적 방법으로 얻어진 결과를 후처리하여 얻어진 무차원화된 $TF\,\dot{\varepsilon}_e$ 의 분포도는 초기파손의 위치를 예측하는 데 매우 유용하게 이용될 수 있다. Fig. 15(a)-(c)는 고온에서 양축하중을 받고 있는 복합재료에 대하여 이같은 분포도를 보여주고 있다. 그림을 통해 고온에서 양축하중을 받고 있는 금속모재 복합재료의 초기 공극의 성장은 대체로 계면 (근처)에 존재할 것으로 보이며, 응력비의 값이 커짐에 따라서 공극발생 예상 위치는 2축방향으로 이동함을 확인할 수 있다.

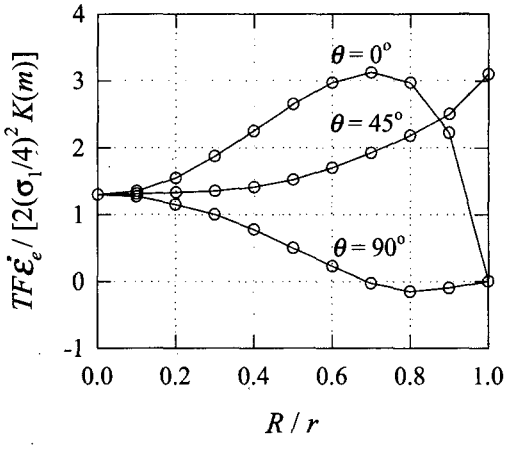
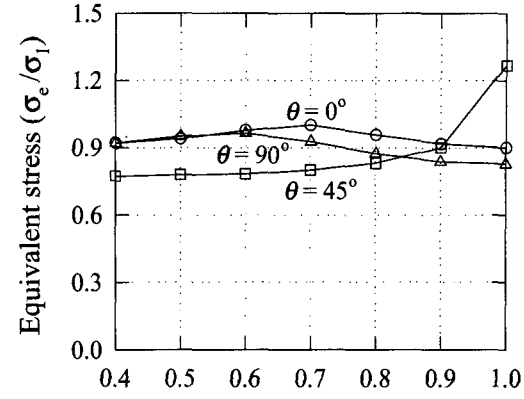
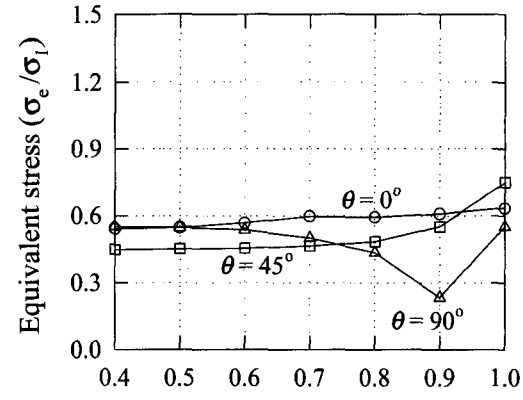


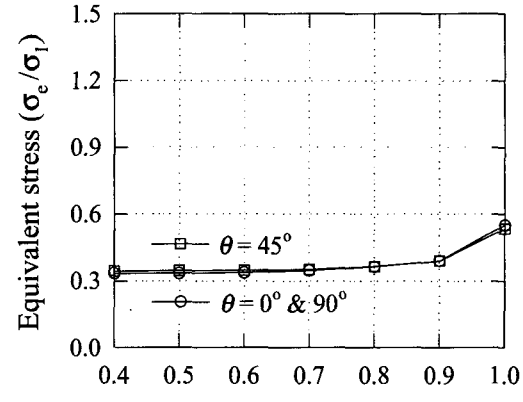
Fig. 13 The product of triaxiality factor (TF) and normalized effective strain distribution for creep material



(a) Biaxiality $\sigma_2/\sigma_1 = 0$

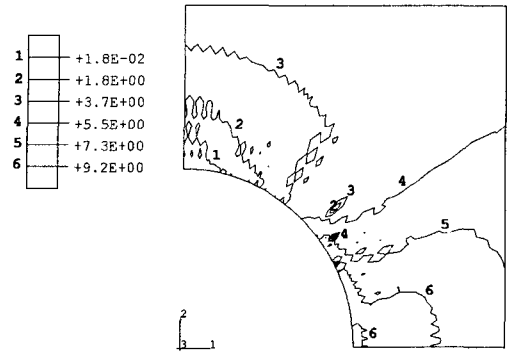


(b) Biaxiality $\sigma_2/\sigma_1 = 0.5$

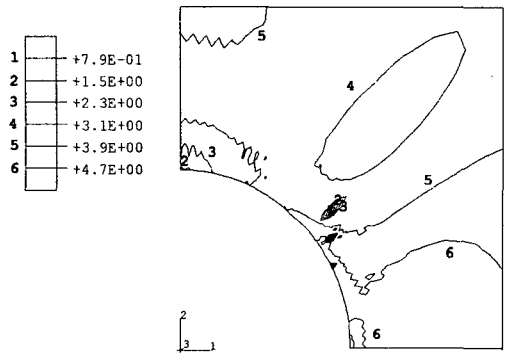


(c) Biaxiality $\sigma_2/\sigma_1 = 1.0$

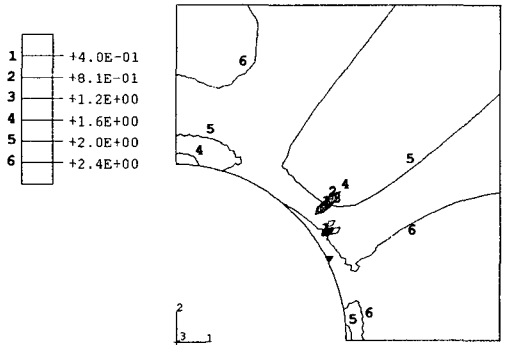
Fig. 14 Von-Mises stress distribution by the finite element method for various biaxialities



(a) Biaxiality $\sigma_2/\sigma_1 = 0$



(b) Biaxiality $\sigma_2/\sigma_1 = 0.5$



(c) Biaxiality $\sigma_2/\sigma_1 = 0.75$

Fig. 15 Contour plots of the product of *TF* and effective strain rate for loading ratios 0, 0.5 and 0.75 at elevated temperatures

5. 결 론

본 연구에서는 금속모재 복합재료가 단· 양축 횡방향 하중을 받을 때, 이론해석과 평면변형률 유한요소해석을 사용하여, 다음과 같은 금속모재 복합재의 상온, 고온 파손거동 특성을 살펴보았다.

(1) 단축 횡하중을 받는 경우에 상온에서는 섬유와 모재의 계면분리가 초기 국부 파손의 주된 원인이며, 고온에서는 공극의 형성과 성장 및 계면분리가 파손과정의 주된 원인이다.

(2) 단축 횡하중을 받는 경우에 상온에서는 섬유크기의 증가는 재료강도를 저하시키는 반면에, 고온에서는 파손측면에서 재료의 강도를 극대화 시키는 최적의 섬유크기가 존재한다.

(3) 양축 횡하중을 받는 경우에 상온에서는 응력비가 증가 ($\sigma_2/\sigma_1 \leq 1$)함에 따라서 최대응력비가 계면 쪽으로 이동한다.

(4) 양축 횡하중을 받는 경우에 고온에서는 단축 하중에서의 거동과 다르게, 계면 쪽에서 취약한 면을 나타내어 계면에서 떨어진 위치보다 더 파손이 먼저 일어난다.

(5) 삼축인자와 유효변형률의 곱은 초기 공극 형성을 예측하는데 유용하게 이용될 수 있다.

후 기

본 연구는 1995년도 교육부 학술연구 조성비 (기계공학 ME95-C-15)에 의하여 연구되었으며, 세 번째 저자 (조종두)는 이에 감사드립니다.

참고문헌

(1) Adams, D. F., 1970, "Inelastic Analysis of a Unidirectional Composite Subjected to Transverse Normal Loading," *Journal of Composite Materials*, Vol. 30, pp. 310~328.

(2) Adams, D. F. and Tsai, S. W., 1969, "The Influence of Random Filament Packing on the Transverse Stiffness of Unidirectional Composites," *Journal of Composite Materials*, Vol. 3, pp. 368~381.

(3) Sendeckyi, G. P. and Yu, I. W., 1971, "Some Exact Results in Transverse Deformation of Fiber Reinforced Composites," *Journal of Composite Materials*, Vol. 5, pp. 533~536.

(4) Chen, P. E. and Lin, J. M., 1969, "Transverse Properties of Fibrous Composites," *Materials Research Standards*, Vol. 9, No. 8, pp. 29~33.

(5) Takahashi, K. and Chou, T. W., 1988, "Transverse Elastic Moduli of Unidirectional Fiber Composites with Interfacial Debonding," *Metallurgy Transaction A*, Vol. 19A, pp. 129~135.

(6) ABAQUS *User's Manual*, 1995, Version 5.5, Hibbitt, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, RI.

(7) Muskhelishivili, N. I. 1963, "Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity," *Noordhoff*, 4th Edition, p. 224.

(8) Davis, E. A. and Connelly, F. M., 1959, "Stress Distribution and Plastic Deformation in Rotating Cylinders of Strain-hardening Material," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 81, pp. 25~30.

(9) Manjoine, M. J., 1983, "Damage and Failure at Elevated Temperature," *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 105, pp. 58~62.

(10) Lee, Y. S. and Gong, H., 1987, "Application of Complex Variables and Pseudo-stress Function to Power-law Materials and Stress Analysis of Single Rigid Inclusion in Power-law Materials Subjected to Simple Tension and Pure Shear," *International Journal of Mechanical Science*, Vol. 29, No. 10/11, pp. 669~694.

(11) Lee, Y. S. and Batt, T. J., 1989, "An Investigation of Void Formation on a Bonded Interface of Power Law Creep Materials Containing a Cylindrical Particle," *Acta Mechanica*, Vol. 79, pp. 183~205.

(12) Snyder, M. D. and Bathe, K-J, 1981, "A Solution Procedure for Thermo Elastic-plastic and Creep Problems," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 64, pp. 49~80.

(13) Zienkiewicz, O. C., Watson, M. and King, I. P., 1968, "A Numerical Method of Visco-elastic Stress Analysis," *International Journal of Mechanical Science*, Vol. 10, pp. 807~827.

(14) Srinatha, V. and Lewis, R. W., 1981, "A Finite Element Method for Thermoviscoelastic Analysis of Plane Problems," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 25, pp. 21~33.

(15) 신의섭, 김승조, 1995, "분리-혼합 개념과 다영역 기지 분할법을 도입한 복합재료의 열점성 모델," 한국항공학회지, 제23권, 제3호.

(16) 신의섭, 1996, "분리-혼합 기법을 이용한 복합재료의 열탄소성 거동에 관한 연구," 서울대학교 박사학위 논문.

(17) Christman, T., Needleman, A. and Suresh, S., 1989, "An Experimental and Numerical Study of Deformation in Metal Ceramic Composites," *Acta Metallurgy of Material*, Vol. 37, p. 3029.

(18) Du, Z.-Z., McMeeking, R. M., and Schmauder, S., 1995, "Transverse Yielding and Matrix Flow Past the Fibers in Metal Matrix Composites," *Mechanics of Materials*, Vol. 21, pp. 159~167.

(19) Rice, J. R. and Rosengren, G. F., 1968, "Plane Strain Deformation Near a Crack-tip in a Power Law Hardening Material," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 16, pp. 1~12.