

유한요소모델을 이용한 비선형 시스템의 매개변수 규명

김 원 진* · 이 부 윤*
(1999년 7월 30일 접수)

Nonlinear System Parameter Identification Using Finite Element Model

Won-Jin Kim and Boo-Youn Lee

Key Words: Finite Element Model(유한요소모델), Nonlinear Element(비선형 요소), Parameter Identification(매개변수규명), Beam Structure(보 구조물)

Abstract

A method based on frequency domain approaches is presented for the nonlinear parameters identification of structure having nonlinear joints. The finite element model of linear substructure is used to calculating its frequency response functions needed in parameter identification process. This method is easily applicable to a complex real structure having nonlinear elements since it uses the frequency response function of finite element model. Since this method is performed in frequency domain, the number of equations required to identify the unknown parameters can be easily increased as many as it needed, just by not only varying excitation amplitude but also selecting excitation frequencies. The validity of this method is tested numerically and experimentally with a cantilever beam having the nonlinear element. It was verified through examples that the method is useful to identify the nonlinear parameters of a structure having arbitrary nonlinear boundaries.

1. 서 론

실제 기계 계의 거동을 시뮬레이션하기 위해서는 계의 운동방정식에 대한 정확한 매개변수가 필요하게 되는데, 이론적인 방법으로 필요한 매개변수를 구하기는 매우 어렵다. 따라서 실험적 모델변수 규명법이 필요하게 되고, 이 분야에 대한 많은 연구가 진행되어 왔다. 일반적으로 기계 계는 다양한 형태의 연결부(joint)에 의해 결합된 부분 계(subsystems)들로 구성되고, 전체 구조물의 동적 거동은 연결부의 동특성에 의해 강한 영향을 받으므로 전체 구조물을 해석 혹은 설계할 때 연결부의 동특성은 중요한 변수로 고려되어야 한

다. 즉 연결부의 강성은 최종 구조물의 고유진동수 및 모드형상에 영향을 준다. 특히 감쇠 및 비선형 거동의 주요 원인이 연결부로부터 발생하는 경우가 많은데, 이러한 경우에는 가진 크기와 주파수에 따라 비선형 연결부의 모델변수들이 어떻게 변하는가를 알아내는 것이 중요하다. 선형 연결부의 모델변수 규명법에 대해서는 이미 많은 연구가 있었고, 실제 기계 계를 해석하기 위한 실험적 모델변수 규명에도 자주 적용된다. 그러나 비선형 연결부의 모델변수 규명에 있어서는 기존에 제안된 여러 방법을 이용할 수 있으나, 실제 적용 상에 어려운 점이 많다. 비선형 연결부의 모델변수 규명을 위하여 기존의 제안된 방법들을 살펴보면, 시간영역에서 직교다항식을 이용한 비매개변수법(nonparametric method)⁽¹⁻³⁾은 모든 좌표의 가속도, 속도, 변위에 대한 정보를 미리 알고 있어야 가능하고, 비선형 연결력을 연결부 양단의 상태(상대 속도, 변위)의 함수로 표현하는 힘-상태 사상법(force-state mapping technique)^(4, 5)은

* 회원, 계명대학교 자동차공학부

E-mail : wjkim@kmu.ac.kr

TEL : (053)580-5265 FAX : (053)580-5165

구조물에서 연결부를 분리해야 가능한 방법이다. 그리고 비선형 계의 응답을 볼테라(Volterra)급수로 표현하여 다차원 푸리에 변환하므로 얻어진 고차 주파수응답함수를 이용한 방법^(6,7)은 시스템의 모델링 및 실험방법 상에 있어서 많은 제한점을 가진다. 따라서 본 연구에서는 이러한 제한점을 보완한 주파수 영역에서의 비선형 변수규명 방법⁽⁸⁾을 도입하고, 비선형 요소를 갖는 구조물에 있어서 선형 유한요소모델을 이용한 비선형 요소의 매개변수 규명방법을 제안하였다. 그리고 제안된 방법을 비선형 요소를 갖는 보 구조물에 적용하여 모의 실험과 실제 실험을 통하여 검증하였다. 모의실험에 있어서는 세 가지의 비선형 형태를 대상으로 하였으며, 속도제곱 감쇠와 3차 강화 스프링이 포함된 비선형 연결부와 쿨롱감쇠와 3차 강화 스프링이 포함된 비선형 연결부에 대해 각각의 모델변수를 규명하였다. 실험에 있어서는 쿨롱감쇠를 갖는 보 구조물에 대한 쿨롱감쇠 계수를 규명하였다. 제안된 방법은 유한요소모델을 이용하여 비선형 연결부의 매개변수를 규명할 수 있으므로 비선형 연결부를 갖는 복잡한 구조물에 적용 가능하며, 비선형 연결부를 분리시키지 않고 실 경계조건에서 비선형 변수를 규명할 수 있는 장점을 가진다.

2. 방법의 수식화

선형 구조물 사이에 비선형 연결부가 연결되어 있는 문제에 있어서 선형 구조물의 유한요소모델을 이용하여 비선형 연결부의 모델변수를 규명하는 방법을 제시한다. Fig. 1에서와 같이 선형구조물을 유한요소모델로 모델링하고, 비선형 연결부를 분리한다.

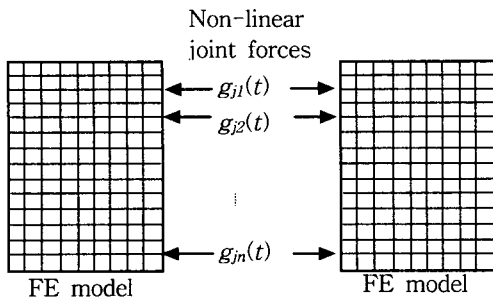


Fig. 1 Finite element model having nonlinear joints

그리고 유한요소모델에 작용하는 비선형 연결력을 외력처럼 처리하고, 유한요소모델에 대한 주파수응답함수 행렬을 이용하여 다음과 같이 주파수영역에서의 방정식을 구할 수 있다.

$$X(\omega) = H(\omega)(F(\omega) + G(\omega)) \tag{1}$$

- 여기서 $X(\omega)$: 각 노드점의 응답 벡터
- $H(\omega)$: 유한요소모델의 주파수응답함수 행렬
- $F(\omega)$: 외력
- $G(\omega)$: 비선형 연결력

유한요소모델에서 비선형 연결부가 연결되어 있지 않아 연결력이 직접 작용하지 않는 자유도, X_1 과 연결력이 작용되는 자유도, X_2 을 분리하여 식 (1)을 다시 쓰면, 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 + G_1 \\ F_2 + G_2 \end{Bmatrix} \tag{2}$$

여기서 연결력이 작용하지 않는 자유도는 연결력이 영이므로,

$$G_1 = 0 \tag{3}$$

식 (2)에서 연결력이 작용하는 자유도의 방정식만 정리하면 다음과 같다.

$$H_{22} G_2 = X_2 - H_{21} F_1 - H_{22} F_2 \tag{4}$$

식 (4)에서 오른쪽 항은 유한요소모델의 주파수응답함수의 부분행렬, 연결부의 응답과 외력으로 구성되어 있으며, 이들의 값은 해석과 측정으로 구해진다. 식 (4)의 오른쪽 항을 $R(\omega)$ 로 두고 정리하면 다음과 같이 간단한 식으로 표현된다.

$$H_{22} G_2 = R \tag{5}$$

비선형 연결력에 대한 모델을 가정하여 $G_j(\omega)$ 를 모델변수에 관해 표현하므로 변수 규명을 위한 식을 얻을 수 있다. 시간영역에서 모델변수를 다음과 같이 가정한다.

$$g(t) = \begin{Bmatrix} g_{11}(t)\beta_{11} + \dots + g_{1n_1}(t)\beta_{1n_1} \\ g_{21}(t)\beta_{21} + \dots + g_{2n_2}(t)\beta_{2n_2} \\ \vdots \\ g_{m1}(t)\beta_{m1} + \dots + g_{mn_m}(t)\beta_{mn_m} \end{Bmatrix} \tag{6}$$

여기서 β_{ij} : i -th 연결부의 j -th 모델변수

g_{ij} : i -th 연결부의 j -th 모델함수

식 (5)에서 비선형 연결부는 m 개이며, 비선형 모델변수의 개수(N)는 다음과 같다.

$$N = n_1 + n_2 + \dots + n_m \tag{7}$$

그리고 모델함수 $g_{ij}(t)$ 는 일반적으로 연결부 양단의 관련된 자유도의 응답에 대한 함수로 표현된다. $G_2(\omega)$ 를 계산하기 위하여 응답을 측정하여 함수에 대입하고, 식 (6)를 푸리에 변환한다.

$$G(\omega) = \begin{Bmatrix} G_{11}(\omega)\beta_{11} + \dots + G_{1n_1}(\omega)\beta_{1n_1} \\ G_{21}(\omega)\beta_{21} + \dots + G_{2n_2}(\omega)\beta_{2n_2} \\ \vdots \\ G_{m1}(\omega)\beta_{m1} + \dots + G_{mn_m}(\omega)\beta_{mn_m} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

여기서 식 (8)을 식 (5)에 대입하고, 비선형 모델 변수, β_{ij} 에 대해 정리하면,

$$HG(\omega)\beta = R(\omega) \quad (9)$$

여기서 $HG(\omega)$ 는 행렬의 곱 법칙에 의해 $H_{22}(\omega)$ 의 요소와 $G_{ij}(\omega)$ 의 곱으로 구성된다. 여기서 식 (9)는 복소함수로 구성되어 있으므로 다음과 같이 허수부와 실수부로 분리할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} Re(HG(\omega)) \\ Im(HG(\omega)) \end{bmatrix} \beta = \begin{bmatrix} Re(R(\omega)) \\ Im(R(\omega)) \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서 식 (10)은 미지수 벡터 β 를 갖는 선형 연립 방정식이며, 이 식을 이용하여 비선형 모델 변수에 대한 규명식을 구성할 수 있다. 비선형 변수규명에 일반적으로 많이 이용되는 정현파 가진으로 규명식을 구성할 수 있으며, 정현파 가진 입력의 크기와 주파수에 따라 각각 독립된 방정식을 얻을 수 있다. 즉 주어진 가진입력의 크기에서 가진 주파수를 변화시키는 방법, 주어진 가진 주파수에서 가진 입력의 크기를 변화시키는 방법 그리고 실험조건에 따라 두 가지 방법을 적절히 조합하는 방법을 통하여 규명식을 구성할 수 있다. 주어진 가진 주파수에서 가진 크기를 변화시키므로 독립된 방정식을 얻을 수 있다는 것은 선형시스템의 경우에 있어서는 불가능하며, 비선형시스템의 특징으로 볼 수 있다. 이러한 방법으로 식 (10)을 확장하여 구성된 결과식은 다음과 같이 간단한 형태로 표현될 수 있다.

$$Q\beta = p \quad (11)$$

그리고 식 (11)에 최소자승법을 적용하면 다음과 같이 모델변수가 구해진다.

$$\beta = [Q^T Q]^{-1} Q^T p \quad (12)$$

이상에서 제시한 비선형 모델변수 규명방법을 정리하면 Fig. 2와 같다.

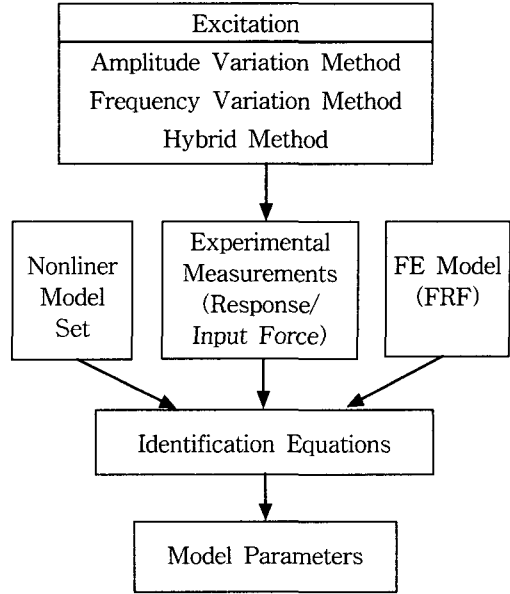


Fig. 2 Flow chart of parameter identification

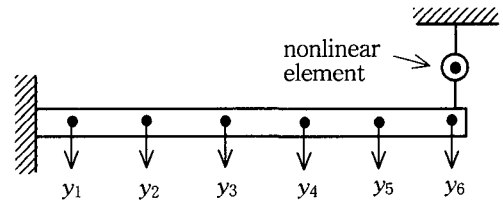


Fig. 3 Cantilever beam having nonlinear element

3. 모의 실험 및 실험

3.1 예제 계의 모의실험

유한요소모델에 의한 비선형 모델변수 규명 방법을 검증하기 위하여 Fig. 3에서와 같이 외팔보의 끝단에 두 가지 형태의 비선형 요소를 연결하였다. 보를 6 개의 요소로 나누어 유한요소모델을 수립하고, 각 노드에 있어서 수직방향의 변위에 대하여 강성행렬을 추약하였다. 그리고 유한요소모델로부터 비선형 요소가 없는 상태에서 보의 주파수응답함수를 계산하였다.

Fig. 4는 비선형 요소를 배제한 보의 유한요소 모델로부터 구한 외팔보 끝단에서의 가진력과 응답 특성을 표현하는 주파수응답함수를 나타낸 것이다. 첫 번째와 두 번째 모드의 고유진동수가 각각은 3 과 19 Hz에서 나타난다.

비선형 특성이 가장 크게 포함될 수 있고, 계

산오차에 민감하지 않도록 하기 위하여 두 개의 공진점 주변에서 비선형 모델변수를 규명한다.

보의 끝단에 연결된 두 가지 형태의 비선형 요소의 모델은 다음과 같다.

model I :

$$g(t) = y_6 \beta_1 + \dot{y}_6 \beta_2 + \dot{y}_6 |\dot{y}_6| \beta_3 + y_6^3 \beta_4 \quad (13)$$

model II :

$$g(t) = y_6 \beta_1 + \dot{y}_6 \beta_2 + \frac{\dot{y}_6}{|\dot{y}_6|} \beta_3 + y_6^3 \beta_4 \quad (14)$$

여기서 주어진 모델변수 값은 Table 1에서와 같다. 위의 두 가지 모델은 같은 형태의 선형 스프링과 점성 감쇠 그리고 변위의 세제곱에 비례하는 강화 스프링 항을 공통으로 포함하고 있다. 그리고 첫 번째 모델에는 물체의 유체내 운동에서 저항을 표현하는 속도의 제곱에 비례하는 감쇠, 두 번째 모델에는 고체의 건마찰을 표현하는 쿨롱감쇠 항이 각각 추가되어 있다.

주어진 예제에서 비선형 요소의 모델변수를 규명하기 위해서 비선형 요소가 결합된 상태에서 보의 끝단을 가진하면서 끝단의 응답을 계산한다. 그리고 주파수응답함수 $h_{66}(\omega)$ 를 이용하여 식 (4)와 동등한 식을 유도하면 다음과 같다.

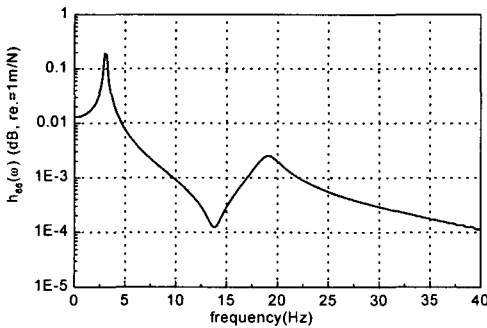


Fig. 4 Receptance $h_{66}(\omega)$ of cantilever beam

Table 1 Model parameters of nonlinear elements

Type	β_1 [N/m]	β_2 [Ns/m]	β_3 [Ns ² /m ²] [N]	β_4 [N/m ³]
Model I	4800	20	500	1.6×10^8
Model II	4800	20	3	1.6×10^8

$$h_{66}(\omega)G(\omega) = Y_6(\omega) - h_{66}(\omega)F(\omega) \quad (15)$$

여기서 $G(\omega)$ 는 비선형 요소에 의한 힘, $F(\omega)$ 는 보의 끝 단의 가진력, $Y_6(\omega)$ 는 보의 끝 단의 응답을 나타낸다. 식 (13)에서 $G(\omega)$ 를 비선형 모델함수로 표현하고, 식 (10)에서 설명한 바와 같이 비선형 모델변수에 대해 식을 정리하면, 비선형 요소의 모델변수를 규명하기 위한 결과식을 유도할 수 있다. 결과식은 앞 절에서 설명한 바와 같이 가진 방법에 의해 확장시킬 수 있으며, 다음과 같은 정현파 가진을 이용하였다.

$$f(t) = F_0 \sin 2\pi ft \quad (16)$$

보의 첫 번째 모드와 두 번째 모드 주변에서 가진력의 크기 F_0 와 가진 주파수 f 를 각각 변화시키는 다음과 같이 네 가지 방법으로 결과식을 확장하였다.

case 1) $F_0 = 80$ N 에서

$$f = 1.0, 1.4, \dots, 4.6 \text{ Hz (0.4 Hz 간격)}$$

case 2) $F_0 = 80$ N 에서

$$f = 17.0, 17.4, \dots, 20.6 \text{ Hz (0.4 Hz 간격)}$$

case 3) $f = 3$ Hz 에서

$$F_0 = 10, 20, \dots, 100 \text{ N (10 N 간격)}$$

case 4) $f = 19$ Hz 에서

$$F_0 = 10, 20, \dots, 100 \text{ N (10 N 간격)}$$

위의 네 가지의 가진 방법에 의해 식 (15)의 형태를 갖는 각각 10 개의 복소수 식을 구성할 수 있으므로 실수부와 허수부 식을 분리하면, 각 가진 방법에 대해 변수 규명을 위한 결과식이 20 개씩 구성된다.

이상의 두 가지 형태의 비선형 요소에 대한 모델변수를 각각 네 가지의 가진 방법을 적용하여 규명한 결과를 Table 2와 3에 정리하였다.

Table 2 Identified parameters of model I

Case	β_1 [N/m]	β_2 [Ns/m]	β_3 [Ns ² /m ²]	β_4 [10 ⁸ N/m ³]
case1	4799.6	20.003	499.95	1.6003
case2	4800.0	20.063	499.68	1.5998
case3	4800.0	20.000	500.00	1.6000
case4	4800.0	20.000	499.99	1.5998
True	4800	20	500	1.6

Table 3 Identified parameters of model II

Case	β_1 [N/m]	β_2 [Ns/m]	β_3 [N]	β_4 [10^8 N/m ³]
case1	4707.3	20.040	2.9806	1.6226
case2	4740.2	20.068	2.9192	1.6146
case3	4754.2	20.631	2.9205	1.6108
case4	4821.8	20.054	2.9784	1.5940
True	4800	20	3	1.6

속도 제곱 감쇠와 변위 세제곱 스프링을 포함하고 있는 비선형 요소 model I의 규명된 결과를 보면, 보의 선형 유한요소모델을 이용하여 비선형 요소의 모델변수가 매우 정확하게 규명됨을 알 수 있다. 그리고 쿨롱 감쇠와 변위 세제곱 스프링을 포함하고 있는 비선형 요소 model II의 규명된 결과를 보면, 다소의 오차가 포함되지만 대체적으로 정확한 모델변수를 얻을 수 있다. model I의 변수규명 결과에는 거의 오차가 없는 반면 model II에는 다소의 오차가 포함되는 이유는 model II에서 쿨롱감쇠의 형태가 비연속 함수로 표현되어 속도가 영에 근사한 점에서 표현이 어렵고 부호에 따라 결과력의 변화가 크기 때문이다.⁽⁸⁾

3.2 보 구조물의 실험

제안된 방법을 실험적으로 검증하기 위하여 Fig. 5에서와 같이 보의 끝단에 쿨롱감쇠를 갖는 보 구조물을 대상으로 쿨롱감쇠 계수를 규명하였다. 보 구조물의 자유단에 박판 스프링을 장착하여 보가 진동할 때 박판 스프링과 고정된 알루미늄 면 사이에 마찰이 발생하도록 장치를 구성하였다. 이때 중요한 점은 마찰이 연속적으로 일어나게 하고, 거시적으로 주어진 가진 조건에서 마찰현상의 재현성이 보장되어야 한다. 보는 가진이 쉽고, 다른 재료에 비하여 상대적으로 큰 감쇠를 가지므로 주파수응답함수의 측정이 용이한 폴리에틸렌 재질의 보를 사용하였으며, 보의 길이, 폭, 두께는 각각 600, 30, 10 mm이다. 그리고 사용된 가진기(exciter, B&K#4812)는 0.45 kg을 490 ms²의 가속도로 7 kHz까지 가진이 가능하고, 1.14 ms²의 속도 한계를 가지는 것으로 주어진 보를 가진하기에 충분한 용량을 갖는다고 볼

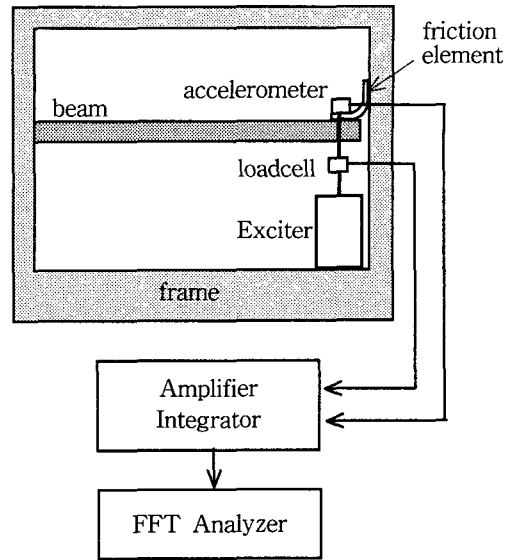
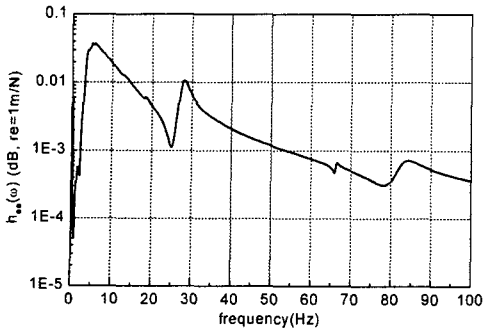


Fig. 5 Experimental apparatus

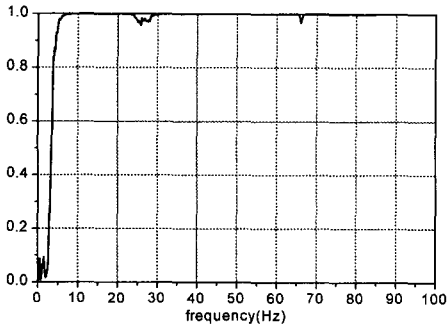
수 있다. 그런데 선정된 주파수에서 쿨롱마찰이 없을 경우에는 정현파 가진이 잘 되지만 일단 쿨롱마찰이 일어나면 가진 입력이 마찰력의 영향을 받아서 변형된다. 입력변위를 제어하기 유리한 유압 가진기나 기계적 가진기를 사용하더라도 입력 자체는 비선형력에 의해서 변형될 수 밖에 없다. 따라서 비선형 현상이 수반되는 구조물을 하나의 주파수 성분을 갖는 정현파로 정확하게 가진하기 위해서는 입력을 제어할 필요가 있다. 그러나 입력이 비선형력의 영향을 받아 변형되더라도 입력과 응답을 정확하게 측정하여 주요 가진 성분만 분리하여 사용하면 비선형 변수 규명이 가능하다.

보의 진동을 감쇠시키는 마찰력을 규명하기 위해서는 우선 마찰이 없는 상태에서 보의 선형 주파수응답함수가 필요하다. Fig. 6은 보의 마찰이 없는 상태에서 자유단을 랜덤가진(random excitation)하여 구한 자유단의 주파수응답함수와 기여도(coherence)를 나타낸 것이다.

변수규명에 필요한 주파수응답함수가 구해지면 변수규명에 이용할 주파수 선정이 필요하게 된다. 식 (12)에서 알 수 있듯이 비선형 변수를 규명할 때 선형 주파수응답함수와 비선형 응답함수의 곱으로 구성된 행렬의 pseudo-inverse를 이용한다. 따라서 변수규명을 위한 가진 주파수를



(a) Point receptance $h_{cc}(\omega)$



(b) Coherence

Fig. 6 Linear receptance at free end and its coherence

선택할 때 신호대 잡음의 비가 큰 공진점 부근에서 주파수를 선정하고, 정확한 주파수 응답함수의 값을 구하는데 유리한 감쇠가 큰 모드를 선택하였다. 여기서는 보의 두 번째 네 번째 모드에 해당되는 주파수 28~32Hz와 82~86Hz를 1Hz 간격으로 각각 5개씩 선정하였다. 쿨롱 마찰력에 대한 모델은 다음과 같은 부호함수를 사용하였다.

$$g(t) = F_d \frac{\dot{x}}{|x|} \tag{17}$$

선형 주파수 응답함수와 정현파 가진으로 얻어진 비선형 응답을 이용하여 식 (17)의 비선형 변수 (F_d)를 규명할 수 있다. 즉 쿨롱마찰 계수를 규명하기 위한 주파수 영역의 식은 다음과 같다.

$$X(\omega) = h_{cc}(\omega)\{F_e(\omega) + G(\omega)\} \tag{18}$$

식 (18)에서 하나의 주파수에 대하여 복소수 값

Table 4 Identified results of Coulomb friction parameters

2-nd mode		4-th mode	
f (Hz)	F_d (N)	f (Hz)	F_d (N)
28	0.358	82	0.563
29	0.349	83	0.616
30	0.341	84	0.631
31	0.336	85	0.598
32	0.333	86	0.576
optimum	0.359	optimum	0.602
$\dot{x}_{rms} = 0.530$ (m/s)		$\dot{x}_{rms} = 0.513$ (m/s)	
$x_{rms} = 2.756$ (mm)		$x_{rms} = 0.947$ (mm)	

을 실수부와 허수부로 분리하면 F_d 를 결정하는 두 개의 식을 얻을 수 있다. 참고적으로 비선형 응답 $x(t)$ 에서 하나의 주파수 성분(C)은 다음과 같이 사인과 코사인 함수로 피팅하여 분리할 수 있다.

$$C = A - jB$$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{N_p} x(i) \cos \omega_i \Delta t}{\frac{N_p}{2}}, \quad B = \frac{\sum_{i=1}^{N_p} x(i) \sin \omega_i \Delta t}{\frac{N_p}{2}} \tag{19}$$

여기서 N_p 는 측정 데이터 점의 수, Δt 는 샘플링 시간을 나타낸다. 두 개의 모드 주변에서 각각 선정된 5 개의 주파수에 대하여 가진 입력과 응답을 측정하고, 식 (19)의 계수 C를 구하여 식 (18)에 대입하면 쿨롱마찰 변수 규명을 위한 열 개의 방정식을 각 모드에 대하여 구할 수 있다. Table 4는 가진 주파수에 따른 쿨롱마찰 계수 및 10 개의 방정식에서 최소자승법으로 구한 최적계수 값(optimum)을 나타낸 것이다. 그리고 아래부분의 속도 및 변위의 실험값(root mean square value)은 변수규명에 사용된 보 마찰단의 응답 크기를 나타낸다.

결과에서 보면 두 번째 모드의 경우에 있어서는 쿨롱마찰력 계수가 0.359N을 가지고 네 번째 모드에서는 0.602N을 가진다. 이 두 값이 차이가 나는 이유는 쿨롱마찰 계수 규명에 사용된 응답 변위의 크기가 서로 다르기 때문이다. 즉 보 마

찰단의 변위가 큰 경우에는 박판 스프링의 수직력이 평균적으로 작아져서 작은 마찰 계수를 갖게 된다. 규명된 쿨롱마찰력 계수의 타당성을 검증하기 위해서 두 모드를 기준으로 각각 일정한 주파수 대역을 갖는 랜덤입력을 이용하여 측정된 자유단의 응답과 규명된 마찰계수로부터 계산된 응답을 비교하였다. Fig. 7는 두 번째 모드 주변에서 12~44 Hz의 주파수 대역을 갖는 랜덤입력을 주었을 경우에 측정된 응답과 계산된 응답을 비교한 것이다. 마찬가지로 Fig. 8는 네 번째 모드 주변에서 66~98 Hz의 주파수 대역을 갖는 랜덤입력을 주었을 경우에 대하여 각각의 응답을 비교하여 나타낸 것이다.

이상의 두 결과에서 보면 규명된 모델변수를 이용하여 어느 정도 정확한 응답을 예측할 수 있음을 알 수 있다. 측정응답과 계산응답 사이의

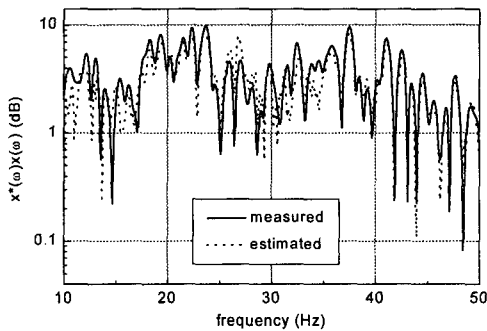


Fig. 7 Measured and estimated response power spectrum when the input force has frequency band of 12~44 Hz

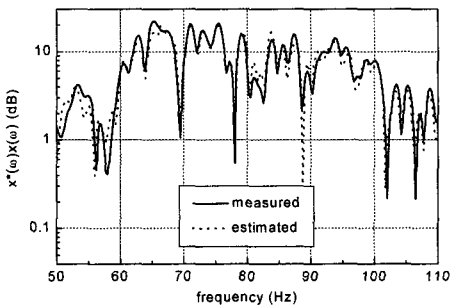


Fig. 8 Measured and estimated response power spectrum when the input force has frequency band of 66~98 Hz

오차는 모델변수 규명과정에서도 발생하고, 규명에 사용된 모델, 식 (15)가 정지 마찰력을 고려할 수 없는 모델이라는 모델 자체의 한계도 그 원인이 된다.

4. 결론

비선형 연결부를 갖는 구조물에 있어서 선형 부분 구조물의 유한요소모델을 이용하여 선형 연결부의 모델변수를 규명하는 방법을 제안하고, 모의실험과 실제 실험을 통하여 검증하였다. 모의실험에 있어서는 기계구조물에서 많이 접하게 되는 변위 세제공 강화강성, 쿨롱감쇠 및 속도 제곱 감쇠를 포함하는 비선형 연결부를 대상으로 모델변수를 규명하였다. 모의실험을 통하여 세 가지 형태의 비선형 연결부에 대해 제안된 방법을 적용하여 정확한 비선형 연결부의 모델변수를 규명할 수 있음을 알 수 있었다. 그리고 끝단에 쿨롱마찰부를 갖는 보 구조물을 대상으로 실험적으로 쿨롱마찰 계수를 규명하였다. 실험결과에서는 주어진 입력조건에 따라 응답을 예측할 수 있는 쿨롱마찰 계수를 규명할 수 있었다. 모의실험과 실험을 통하여 알 수 있듯이 제안된 방법은 임의의 경계조건을 갖는 비선형 구조물에 적용하여 비선형 연결부의 모델변수를 효과적으로 규명할 수 있다. 그리고 일반적으로 복잡한 선형 구조물 해석에 많이 사용되는 유한요소모델을 이용하여 비선형 연결부의 모델변수를 실험적으로 규명할 수 있으므로 실제 적용이 용이하다. 그러나 쿨롱 마찰을 갖는 연결부의 모델변수 규명에서 정지 마찰력을 고려할 수 없는 모델 자체의 한계를 포함한 모델 함수와 다양한 비선형 연결부에 대한 실험 기법에 대한 연구가 더 필요하다.

후 기

본 연구는 1998년도 한국과학재단 연구비지원 (과제번호 : 981-1002-014-2)에 의한 결과임.

참고문헌

(1) Masri, S. F. Miller, R. K., Saud, A.F. and

- Caughey T. K., 1987, "Identification of Nonlinear Vibrating Structures : Part I - Formulation," *Trans. of ASME, J. of Applied Mechanics*, Vol. 54, pp. 918~922.
- (2) Masri, S. F., Miller, R. K., Saud, A.F. and Caughey T. K., 1987, "Identification of Nonlinear Vibrating Structures : Part II - Application," *Trans. of ASME, J. of Applied Mechanics*, Vol. 54, pp. 923~929.
- (3) Masri, S. F., Miller, R. K., Dehghanyar, T. J. and Caughey T. K., 1989, " Active Parameter Control of Nonlinear Vibrating Structures," *Trans. of ASME, J. of Applied Mechanics*, Vol. 56, pp. 659~666.
- (4) Crawley, E. F. and Aubert, A. C., 1986, "Identification of Nonlinear Structural Element by Force-State Mapping," *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 1, pp. 155~162.
- (5) Crawley, E. F. and O'Donnell, K. J., 1987, "Force-State Mapping Identification of Nonlinear Joints," *AIAA Journal*, Vol.25, No.7, pp.1003~1010
- (6) 이건명, Tomlinson, G. R., 1995, "Volterra 급수로 나타낸 비선형 시스템 주파수 응답함수의 수렴특성," *대한기계학회논문집*, 제19권, 제8호, pp. 1901~1906.
- (7) 이건명, 1997, "고차 주파수응답함수를 이용한 비선형시스템의 매개변수 추정," *한국소음진동공학회지*, 제7권, 제2호, pp. 223~229.
- (8) 김원진, "주파수영역방법에 의한 비선형 모델 변수의 실험적 규명," *대한기계학회논문집 A권* 제22권 제2호, pp. 458~446.