

## 단섬유 보강 이방성 사출성형품의 휨 해석

정성택\* · 김진곤\*\* · 구본홍\*\*\*

(1999년 11월 18일 접수)

### Warpage Analysis of Fiber Reinforced Injection Molded Parts

Seong Taek Chung, Jin Gon Kim and Bon Heung Koo

**Key Words :** Warpage Analysis(휨해석), Fiber Orientation(섬유배향), Residual Stress(잔류응력), Injection Molded Parts(사출성형품), Flat Shell Element(평면셀요소)

#### Abstract

A warpage analysis program has been developed for fiber-reinforced injection molded parts. The warpage is predicted from the residual stress and anisotropic thermo-mechanical properties coupled with fiber orientation in the integrated injection molding simulation. A simple elastic model is used for the calculation of thermally and pressure-induced residual stresses which are employed as the initial conditions in the structural analysis. To improve the reliability of warpage analysis, a new triangular flat shell element superimposing well-known efficient plate bending and membrane element is presented. The numerical examples address the necessity to use anisotropic models for fiber-reinforced materials and show that predicted warpage is in good agreement with experimentally measured one.

#### 1. 서 론

단섬유 보강 사출성형품은 일반 플라스틱 성형품에 비해 우수한 열/기계적 특성 때문에 그 적용 범위가 확대되고 있다. 그러나, 섬유배향(fiber orientation)에 따른 이방성 물성 변화 때문에 일반 성형품과는 다른 수축(shrinkage)과 휨(warping) 변형이 발생하게 된다. 일반 플라스틱 재료에 대한 사출성형 공정, 성형품의 잔류응력, 수축 및 휨에 관한 연구<sup>(1~7)</sup>는 오래 전부터 활발히 진행되어 오고 있다. 단섬유 보강 플라스틱 사출성형의 경우에는 주로 섬유배향과 성형품의 평균 물성에 관한 연구<sup>(8~10)</sup>가 주를 이루고 있으며, 섬유배향과 연계된 수축 및 휨 변형에 관한 연구<sup>(11,12)</sup>는 상대적으로 미미한 편이다.

본 연구에서는 삼성전자에서 개발해온 사출성형 해석 프로그램인 CAPA (Computer Aided Plastics Applications)의 충전/보압/냉각 공정 및 섬유배향 해석을 바탕으로 단섬유 보강 사출성형품의 잔류응력과 이방성 물성을 계산하고 수축 및 휨 해석을 수행할 수 있는 프로그램을 개발하였다. 섬유배향과 이방성 열/기계적 물성을 체계적으로 연계시키기 위하여 배향텐서를 도입하였다. 서로 다른 섬유배향을 갖는 두께방향의 각 층은 각각의 배향축에 대하여 직교 이방성 물성을 갖는다고 가정하였다. 고화온도 이상에서의 잔류응력은 무시하고 용융수지의 온도가 고화온도 이하로 떨어진 이후를 탄성체로 가정하여 열과 압력에 의한 잔류응력을 계산하였다. 휨 구조해석을 위해 두께가 비교적 얇은 사출성형품에 적층판 이론을 적용하여 합력과 합모멘트 및 재료의 인장강성행렬과 굽힘강성행렬을 구하였다.

휨 구조해석은 선형소변위해석과 대변위해석으로 구분할 수 있지만, 본 연구에서는 선형소변위

\* 회원, Bestner, Inc.

E-mail : stchung@bestner.com

TEL : (02)568-1464 FAX : (02)568-1828

\*\* 삼성전자, 중앙연구소

\*\*\* VM Tech

해석만을 고려하였다. 이형 후 과정(post-molding stage) 동안 사출성형품은 어떠한 외부의 구속조건도 갖지 않는다. 따라서, 이러한 사출성형품의 수치해석 시 발생하는 강체거동을 방지하기 위하여 정적으로 정정인 구속조건을 자동적으로 찾아 경계조건으로 부과하도록 하였다. 구조해석에 사용되는 요소는, 기존의 사출성형해석이 삼각형요소에 의해 이루어지므로, 평면삼각형셀요소를 사용하였다. 하지만, 이러한 삼각형셀요소는 사각형요소에 비해 정확성이 많이 떨어지고, 복잡한 형상의 경우 해석시간상의 이유로 충분히 조밀한 요소망을 가지게 모델링하기 어려운 현실적인 문제점을 들을 가진다. 본 연구에서는, 이러한 문제점을 개선하기 위해 Batoz 등<sup>(13)</sup>이 제안한 이산 Kirchhoff 이론에 근거한 DKT 굽힘요소와 면내변형이 지금까지 알려진 삼각형요소 중 가장 우수한 것으로 알려진 Bergan 등<sup>(14)</sup>의 막요소를 결합한 새로운 평면셀요소를 정식화하여 해석에 이용하였다.

4 절에서는 본 연구에서 개발한 프로그램을 이용하여 단섬유 보강 사출성형품에 대한 수축 및 휨 해석을 수행하였다. 먼저, 중심에 원형 구멍을 가지는 직사각 평판 모델에 대한 수치해석을 통하여 단섬유 보강 플라스틱 복합재료와 동방성을 가지는 일반수지의 수축 특성을 비교해 보았으며, 이로부터 섬유에 의한 이방성 수축 효과를 살펴볼 수 있었다. 그리고, 실제 단섬유 보강 사출성형품에 대한 휨 해석결과를 상용 소프트웨어인 Moldflow 의 해석결과 및 실험결과와 비교하였다. 매우 복잡한 형상의 사출성형품에서도 본 연구에서 개발한 프로그램이 실제 제품에서 발생하는 휨변형과 상당히 유사한 결과를 보여주었으며, 이로부터 본 연구에서 개발한 휨해석 프로그램의 신뢰성을 확인할 수 있었다.

## 2. 이방성 물성 및 잔류응력 해석

### 2.1 성형 공정 및 섬유 배향

단섬유 보강 사출성형품에 대한 이형 후의 수축 및 휨 예측을 위해서는 이방성 열/기계적 물성 및 잔류응력 해석이 선행되어야 한다. 이를 위해서는 사출성형공정 중에 고분자수지의 온도 및 압력 변화와 섬유배향에 대한 해석이 필요하다. 금형 상하 캐비티면의 비대칭 온도분포에 의한 휨의 영향을 고려하기 위해서는 금형냉각해석도 병행되어야 한다.

두께가 얇은 사출성형품에 대한 용융수지의 금형 내 충전, 보압 및 고화 과정은 압축성 점성유체의 Hele-Shaw 유동모델을 적용하여 해석하였다.<sup>(1-3)</sup> 유동장과 온도장을 구하기 위해 선형삼각형요소 및 원통요소와 두께 또는 지름방향의 격자를 이용한 유한요소/유한차분법을 적용하고, 검사체적법을 이용하여 유동선단을 전진시킨다. 그리고, 금형냉각채널의 배치에 따른 상하 캐비티면의 비대칭 온도분포는 정상상태의 사출성형 싸이를 평균온도 모델<sup>(4)</sup>을 바탕으로 경계요소법을 이용하여 구하고, 충전 및 보압 해석의 경계조건으로 이용하였다.

충전 및 보압 공정 중의 섬유배향 상태를 효율적으로 계산하고, 이에 따른 이방성 물성을 체계적으로 연계시키기 위하여 배향텐서<sup>(8)</sup>를 도입하였다. 2 차 배향텐서는 다음과 같이 정의된다.

$$a_{ij} = \oint p_i p_j \psi(\mathbf{p}) d\mathbf{p} \quad (1)$$

여기에서 배향분포함수  $\psi(\mathbf{p})$ 는 섬유가 단위벡터  $\mathbf{p}$  방향으로 배향되어 있을 확률을 나타낸다. 2 차 배향텐서는 3 차원 공간상에서 서로 수직한 3 개의 주축(principal axis)과 주성분(principal value)을 갖는다. 주성분들의 합은 1이며, 각 주성분은 각각의 주축으로 섬유가 배향되어 있을 확률을 나타낸다. 보강섬유는 성형 중에 용융수지의 유동장애에 따라 배향되며, 두께방향으로 서로 다른 층 구조를 형성하게 된다. 따라서, 배향텐서 변화방정식은 충전 및 보압 공정 해석과 동시에 용융수지가 고화될 때까지 모든 유한요소와 두께방향의 유한차분 격자점에서 계산된다.<sup>(9)</sup>

### 2.2 이방성 열/기계적 물성

배향텐서를 이용하여 섬유배향에 따른 이방성 열/기계적 물성을 계산하기 위하여 배향평균모델<sup>(8)</sup>을 이용하였다. 국부적으로 일정변형률을 가정하면 4 차 강성텐서  $C_{ijkl}$  과 2 차 선형열팽창계수(linear thermal expansion coefficient) 텐서  $\alpha_{ij}$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C_{ijkl} = B_1 a_{ijkl} + B_2 (a_{ij} \delta_{kl} + a_{kl} \delta_{ij}) + B_3 (a_{ik} \delta_{jl} + a_{il} \delta_{jk} + a_{jk} \delta_{il} + a_{jl} \delta_{ik}) + B_4 \delta_{ij} \delta_{kl} + B_5 (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (2)$$

$$C_{ijmn} \alpha_{mn} = D_1 a_{ij} + D_2 \delta_{ij}, \quad \alpha_{kl} = C_{ijkl}^{-1} C_{ijmn} \alpha_{mn} \quad (3)$$

여기에서  $\delta_{ij}$ 는 Kronecker delta이고, 식 (2)의 4 차 배향텐서  $a_{ijkl}$ 은 본 저자가 수정 제안한 “modified hybrid closure approximation”<sup>(10)</sup>을 이용하

여 2 차 텐서  $a_y$ 로 근사하였다. 상수  $B_i$ 와  $A_i$ 는 복합재료 구성 성분의 물성에 따라 Halpin-Tsai 식<sup>(15)</sup>과 Schapery 식<sup>(16)</sup>을 이용해서 구해진다.<sup>(10)</sup> 위와 같은 방법으로 섬유배향 해석을 통해 용융수지가 고화된 시점에서의 2 차 배향텐서를 알면, 모든 유한요소와 두께방향의 유한차분 격자에서 서로 다른 강성텐서와 선형열팽창계수 텐서를 구할 수 있다.

### 2.3 잔류 응력

용융 고분자는 사출성형 공정 동안에 불균일한 온도와 압력의 변화를 겪으며 고화된다. 이 과정에서 성형품 내에는 잔류응력이 발생하며, 이형 후 성형품의 변형을 초래한다. 높은 온도에서 성형된 성형품은 이형 후 상온에서 수축한다. 그리고, 보압이 작용하는 상태에서 고화된 부위는 이형 후 대기압 하에서 팽창하게 된다. Bushko 와 Stokes<sup>(17)</sup>는 이러한 요인을 고려하여 직교이방성 점탄성 재료의 잔류응력 모델을 제시하였으나, 구체적인 수치해석은 등방성 재료에 국한하였다. 본 연구에서는 용융상태에서 발생하는 잔류응력은 무시하고, 고화온도 이하의 고분자를 직교이방성 탄성체로 가정하여, 냉각에 의한 열응력과 고화압력에 의한 이형 후 팽창효과를 고려한 잔류응력을 계산하였다.

두께가 얇은 사출성형품 내의 섬유는 성형공정 동안에 전단유동의 영향으로 중심층 쪽으로 약간 기울어진 상태로 거의 대부분 평면상에 배열된다. 따라서, 두께방향에 대해 기울어진 섬유배향을 무시하면, Fig. 1 과 같이 2 차 배향텐서  $a_y$ 의 2 개의 주축 1, 2는  $x-y$  평면상에 놓이며, 3 방향은 두께방향  $z$  와 일치한다고 가정할 수 있다.<sup>(18)</sup> 또한, 두께방향의 각 충은 2 차 배향텐서  $a_y$ 의 3 개의 주축에 대하여 직교이방성을 갖는다고 가정하고, 고화층 내의 전단응력을 무시하면 구성 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_i = C_{ij}(\varepsilon_j - \theta_i) \quad (4)$$

여기에서  $i, j = 1, 2, 3$  이다.  $C_{ij}$ 는 식 (2)의 4 차 텐서로부터 축약된 강성행렬이고,  $\varepsilon_i$ 는 변형률이다.

열변형률  $\theta_i$ 는 아래와 같다.

$$\theta_i = \int_{T_s(P)}^T \tilde{\alpha}_i(P, T') dT' \quad (5)$$

여기에서  $T_s$ 는 용융 고분자가 고화되는 시점의 온도로서, 본 논문에서는 압력과 온도에 따른 비체적의 변화를 나타내는 2-domain modified Tait 상태 방정식<sup>(1)</sup>의 전이온도를 이용하였다.

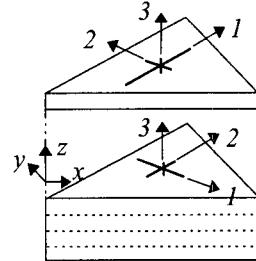


Fig. 1 Principal material axes, 1-2-3, at each layer and element local coordinates, x-y-z

선형열팽창계수  $\tilde{\alpha}_i$ 는 Tait 상태방정식으로부터 구한 체적팽창율과 식 (3)의 섬유배향에 따른 선형열팽창계수의 주축 성분을 이용하여 아래와 같이 가정하였다.

$$\tilde{\alpha}_i(P, T) = \frac{\alpha_i}{(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)} v \left( \frac{\partial v(P, T)}{\partial T} \right)_P \quad (6)$$

용융수지에 압력  $P(t)$  가 작용하는 상태에서 고화된 고체층 내에  $\sigma_3 = -P$  이고, 금형 캐비티 내의 성형품은 평면방향으로 고정( $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$ )되어 있다고 가정하면, 평면상의 응력  $\sigma_1$ 과  $\sigma_2$ 는 식 (4)로부터 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$\sigma_1 = \left( \frac{C_{13}C_{13}}{C_{33}} - C_{11} \right) \theta_1 + \left( \frac{C_{13}C_{23}}{C_{33}} - C_{12} \right) \theta_2 - \frac{C_{13}}{C_{33}} P_S \quad (7)$$

$$\sigma_2 = \left( \frac{C_{13}C_{23}}{C_{33}} - C_{12} \right) \theta_1 + \left( \frac{C_{23}C_{23}}{C_{33}} - C_{22} \right) \theta_2 - \frac{C_{23}}{C_{33}} P_S \quad (8)$$

여기에서,  $P_S$ 는 고화될 때의 압력으로서, 보압에 의한 이형 후 팽창효과를 반영하고 있다.

적층판 이론에 입각한 이형 후의 수축 및 휨 구조해석을 위해 각 충별 배향축에 대한 응력  $\sigma_1$ 과  $\sigma_2$ 를 각 유한요소의 국소좌표계로 변환한 후, 두께방향으로 적분하여 합력과 중심층에 대한 합모멘트를 계산하였다. 이 때 국소좌표계에 대한 전단응력에 의한 성분도 발생하게 된다.

$$N_x = \int \sigma_x dz, N_y = \int \sigma_y dz, N_{xy} = \int \tau_{xy} dz \quad (9)$$

$$M_x = \int \sigma_x z dz, M_y = \int \sigma_y z dz, M_{xy} = \int \tau_{xy} z dz \quad (10)$$

합력과 합모멘트에 대한 적층판의 재료강성행렬은 식 (2)의 4 차 강성텐서를 유한요소의 국소좌표계에 대해 각 충별로 구하고, Kirchhoff-Love 가정( $\varepsilon_{zx} = \varepsilon_{yz} = 0$ )과 평면응력조건( $\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ )을 적용한 후 두께방향으로 적분하여 구한다.

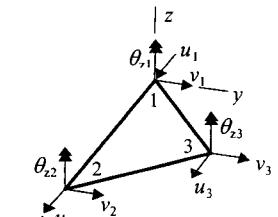
본 연구논문에서는 비대칭 온도분포와 비대칭 섬유배향 및 두께방향으로의 이방성 주축의 변화가 모두 고려되었다. 그러나 비대칭 적층판의 인장과 굽힘 사이의 연계성을 나타내는 extension-bending coupling stiffness matrix는 문제를 간략화하기 위해 무시하였다.

### 3. 휨 구조해석

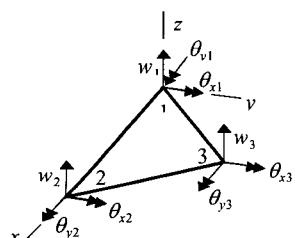
#### 3.1 유한요소 정식화

삼각형요소는 사각형요소에 비해 성능이 많이 떨어져 구조해석에서는 가능한 적개 사용하는 요소이다. 하지만, 휨 해석에서는 충전/보압/냉각과 같은 이전 단계의 사출성형해석이 삼각형요소에 의해서 이루어지므로, 삼각형요소의 사용이 불가피하다. Fig. 2 와 같이 각 절점에서 6 자유도를 가지는 평면셀요소는 사용상의 편리성, 수치계산상의 효율성 등으로 인하여 가장 널리 사용되는 셀요소이다. 평면셀요소에서는 요소단위에서는 굽힘거동과 막거동 간의 연성이 없으므로, 보다 효율적인 셀요소의 정식화를 위해 현재까지 알려진 막요소와 판굽힘요소 중 성능이 우수한 것으로 알려진 요소들을 각각 결합하여 새로운 평면셀요소를 구성하여 해석에 사용하였다.

먼저, 보다 정확한 굽힘거동을 기술할 수 있도록, 기존문헌에 발표된 3 절점 판굽힘요소 중 가장 효율적인 것으로 알려진 이산 Kirchhoff 이론에



(a)



(b)

Fig. 2 Triangular flat shell element in a local x-y plane.  
(a) D.O.F. associated with bending element (b)  
D.O.F. associated with membrane element

근거한 Batoz<sup>(13)</sup>의 DKT 요소를 선택하여 유한요소 해석의 효율성과 정확성을 높였다. 이 요소는 회전량과 변위를 독립적으로 근사하되 영역의 몇 개의 점에서 Kirchhoff 제한조건을 만족하도록 하여, 전단변형을 고려한 Mindlin 이론에 근거한 두꺼운 판요소와 얇은 Kirchhoff 판요소의 중간적인 성질을 지니는 요소로서 가성 에너지 모드가 없으며 요소 뒤틀림에 대한 민감도가 작은 것으로 알려져 있다.

다음으로, 가장 잘 알려진 3 절점 평면요소인 일정변형률요소는 면내에 굽힘이 작용하는 경우에 강성과 임현상에 의해 면내 변형강성이 과도하게 커져서 부정확한 결과를 보여주는 경우가 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해, 많은 논문에서 그 우수성이 입증된 Bergan<sup>(14)</sup>의 막요소를 사용하고자 한다. 이 요소는 요소면에 수직인 방향의 회전자유도를 면내변형을 기술하는데 이용함으로써, 요소 내에서 선형적인 변형률을 구현하는 것이 가능하다. 그리고, 요소의 수렴성을 보장하기 위해서, 요소 정식화 과정에서 강제적으로 패치 테스트 조건을 만족하도록 하였다.

이상의 판굽힘요소와 막요소를 결합하여 구성된 평면셀요소의 강성행렬은 식 (11)과 같으며,  $\mathbf{R}_e$ 는 잔류응력에 의한 하중벡터를 나타낸다. 식 (11)은 최종적으로 전체좌표계로 변환되어 요소의 합성을 통해 전체시스템의 강성행렬을 구성한 후 해석을 수행하게 된다. 본 연구에서 정식화하여 사용한 평면셀요소에 대한 수치실험결과는 부록에 나타나 있다.

$$\left[ \begin{array}{c|c} [\mathbf{K}_{DKT}]_{9 \times 9} & [0]_{9 \times 9} \\ \hline [0]_{9 \times 9} & [\mathbf{K}_{Bergan}]_{9 \times 9} \end{array} \right] \cdot \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ u_{xi} \\ u_{yi} \\ \theta_{zi} \end{Bmatrix}_{i=1,2,3} = \mathbf{R}_e \quad (11)$$

#### 3.2 경계 조건

##### 3.2.1 하중 조건

2 절에서 기술한 바와 같이 충전/보압/냉각 과정의 해석결과로부터 계산된 잔류응력은 적층판 이론으로부터 식 (9,10)과 같이 유한요소의 중심에서 이에 상응하는 평면상의 합력과 합모멘트로 변환되어 휨해석을 위한 초기 응력 값으로 주어지게 된다. 이러한 초기 응력 값은 다음과 같이 각 절점에서 변위에 대응되는 등가의 하중 값으로 변환되어 해석에 이용한다.

$$\mathbf{R}_e = - \int_A [\mathbf{B}_b \quad \mathbf{B}_m] \cdot \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} dA = \begin{Bmatrix} f_z^i \\ m_x^i \\ m_y^i \\ f_x^i \\ f_y^i \\ m_z^i \end{Bmatrix}_{i=1,2,3} \quad (12)$$

여기서,  $f_x^i$ ,  $f_y^i$  와  $f_z^i$ 는 절점  $i$ 에서  $x$ ,  $y$ ,  $z$  방향의 절점 하중을 나타내며,  $m_x^i$ ,  $m_y^i$ 와  $m_z^i$ 는 각  $x$ ,  $y$ ,  $z$  방향의 절점 모멘트들이다.  $\mathbf{B}_b$ ,  $\mathbf{B}_m$ 은 굽힘과 면 내변형에 대한 변형률-변위행렬을 나타낸다.

### 3.2.2 구속 조건

휩 구조해석 시 사출성형품은 지지 되지 않은 상태로 가정하게 되므로 해를 얻기 위해서는 강체 운동이 발생하지 않도록 적절하게 지지점을 주어야 한다. 이론적으로는, 한 점만 완전히 구속시키면 충분하지만, 보다 정확한 해석결과를 얻기 위하여, Fig. 3 과 같이 세 개의 절점  $N1$ ,  $N2$ ,  $N3$ 에서 정적으로 정정인 구속조건을 적용할 수 있다. 이 구속조건은  $N1$ ,  $N2$ ,  $N3$ 에 의해 형성되는 면에 수직방향으로 3 개, 삼각형  $N1-N2-N3$ 의 변  $N1-N2$ 에 수직하는 방향으로 2 개, 그리고 변  $N1-N2$ 를 따라 1 개의 구속들을 가정하였다.

구속점에서 반력들은 선택된 세 절점간의 거리에 의해 정의되므로, 이러한 반력들을 최소화하기 위해서는 구조에서 가장 멀리 떨어져 있는 3 절점을 선택하는 것이 바람직하다. 본 연구에서는, 이러한 조건을 만족시키는 절점을 선택하기 위해서, Fig. 3 과 같이 삼각형의 내접원의 반지름을 가장 크게 하는 3 개의 절점을 프로그램 내부에서 자동적으로 찾은 후, 적절한 구속조건을 부과하도록 하였다.

## 4. 수치해석 결과 및 고찰

본 절에서는 단섬유 보강 사출성형품에 대한 수축과 휨 해석을 수행하였다. 먼저, 직사각 평판에 대하여 섬유배향이 수축에 미치는 영향을 고찰하였다. 다음으로, 개발된 휨 해석 프로그램의 신뢰성을 입증하기 위하여 실제 사출성형품을 해석하여 구한 결과를 실험결과와 비교하였다.

### 4.1 원형 구멍이 있는 직사각 평판

해석에 사용된 캐비티의 형상은 Fig. 4 와 같은 지름 50 mm의 원형 구멍이 있는 직사각형 평판 ( $200 \text{ mm} \times 100 \text{ mm} \times 3 \text{ mm}$ )이다.

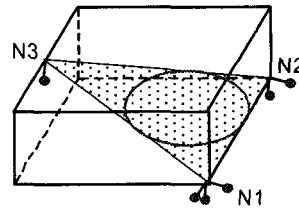


Fig. 3 Statically determinate constraints

Table 1 Thermo-mechanical properties of reinforced fiber and polymer matrix

PBT	Tensile modulus	2000 MPa
	Poisson ratio	0.38
	Linear thermal expansion coefficient	$6 \times 10^{-5} / \text{K}$
PA66	Tensile modulus	3000 MPa
	Poisson ratio	0.41
	Linear thermal expansion coefficient	$1.1 \times 10^{-4} / \text{K}$
Glass Fiber	Aspect ratio	20
	Tensile modulus	72400 MPa
	Poisson ratio	0.22
	Linear thermal expansion coefficient	$5.6 \times 10^{-6} / \text{K}$

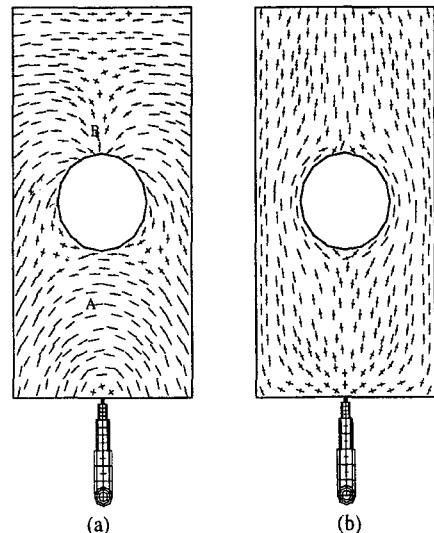


Fig. 4 Fiber orientation at center layer (a) and gapwise-averaged fiber orientation (b)

수치 해석에 사용된 재료는 30wt%의 유리 섬유를 포함한 PBT(Skyton 1060, SK Chemical)이며, 자세한 물성치는 Table 1에 나타나있다. 사출성형 충전시간은 1 초, 사출온도는 250°C, 보압시간은 1 초, 보압은 40 MPa, 냉각시간은 30 초, 냉각수온도는 60°C이다.

Fig. 4 는 사출성형 층전/보압/냉각공정이 끝난 후에 중심층의 섬유배향 및 두께에 대한 평균배향 분포를 나타낸다. 섬유배향은 2 차 배향텐서의 주축과 주성분을 이용한 3 차원 타원체로 나타낼 수 있는데, 여기에서는 평면상에 투영된 타원을 십자 모양으로 나타내었다. 임의의 배향인 경우에 두 축의 길이가 같은 정십자 모양을 띠며, 특정 방향으로 완전히 배향되는 경우에는 일직선 모양을 띤다. Fig. 4(a)의 중심층의 섬유배향을 살펴보면, 섬유는 계이트 주위의 diverging flow 영역에서는 유동에 수직한 방향으로 배향된다. 그리고, 유동영역이 좁아지는 원형구멍 주위에서는 converging flow 의 영향으로 유동방향으로 배향되는 경향을 띠다가, 이 후 원형구멍 뒷부분의 접합선(weld line) 부위에서 유동에 수직한 방향으로 재배향됨을 알 수 있다. 일반적으로, 중심층으로부터 금형의 표면에 가까워질수록 전단유동의 영향이 커지면서 섬유는 유동방향으로 배향된다. Fig. 4(b)의 두께평균 배향 분포로부터 중심층을 제외한 대부분의 층에서 섬유가 유동방향으로 배향되어 있음을 알 수 있다.

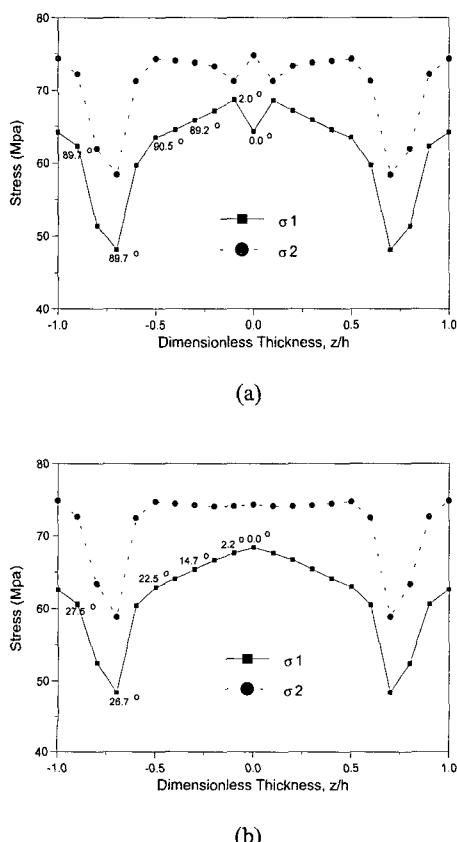


Fig. 5 Gapwise stress profiles at (a) location A and (b) location B as shown in Fig. 4(a)

Fig. 5 는 Fig. 4(a)에 표시된 위치 'A'와 'B'에서 식 (7,8)의 응력  $\sigma_1$ 과  $\sigma_2$ 의 두께방향 분포를 보여주고 있다. 이형 전에 금형 내의 수지에 작용하는 응력을 나타내는데, '1'방향은 섬유가 배향된 방향을 뜻하고, '2'방향은 '1'방향에 수직한 방향이며, 중심층의 배향에 대한 각층의 상대적인 배향각을 함께 표시하였다. 금형에 완전히 구속된 상태에서 냉각되면서 수축하려는 수지에 인장응력이 작용하고 있으며, 금형 벽면에서 중심층 방향으로 응력이 감소하다가 다시 증가하는 패턴을 보이는데, 이는 일반적인 사출성형품의 경우와 일치한다. 이러한 응력은 이형 후에 압축응력으로 작용하여 성형품의 수축을 유발하게 되고, 외력이 zero 인 상태(resultant force free)에서 금형 벽면에서 중심층 쪽으로 인장-압축-인장의 잔류응력으로 남게 된다. Fig. 5(a,b)에서  $\sigma_1$ 보다  $\sigma_2$ 가 큰 값을 나타내고 있는데, 이는 열팽창계수와 탄성계수 및 Poisson 비의 이방성에서 비롯된 것이다. 그리고, Fig. 5(b)의 응력분포에 비해 Fig. 5(a)의 응력분포가 중심층 부위에서 격여진 모양을 띠는 이유는 Fig. 4 의 섬유 배향 및 Fig. 5 에 표시된 배향각에서 알 수 있듯이 Fig. 4 의 'A'에서 중심층과 나머지 층의 배향이 서로 수직하기 때문이다.

Fig. 6 은 식 (9)의 합력으로부터 식 (12)를 이용하여 구해진 각 절점에서의 등가하중분포를 나타내고 있다. 전체적으로 성형품의 수축을 발생시키는 하중분포를 보여주고 있음을 알 수 있다.

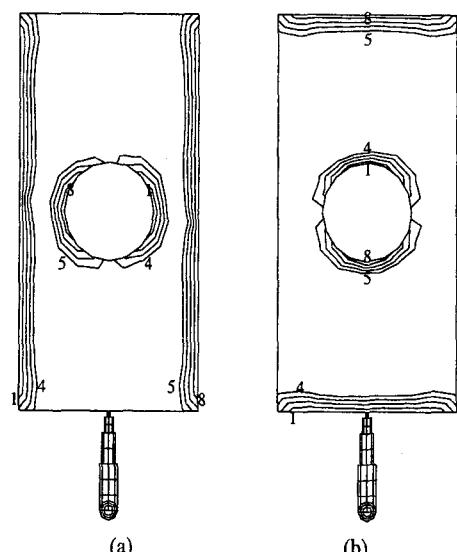


Fig. 6 Predicted contour of nodal force component in (a) x-direction (1:2138N, 4:306N, 5:-305N, 8:-2137N) and (b) y-direction (1:2032N, 4:284N, 5:-299N, 8:-2047N)

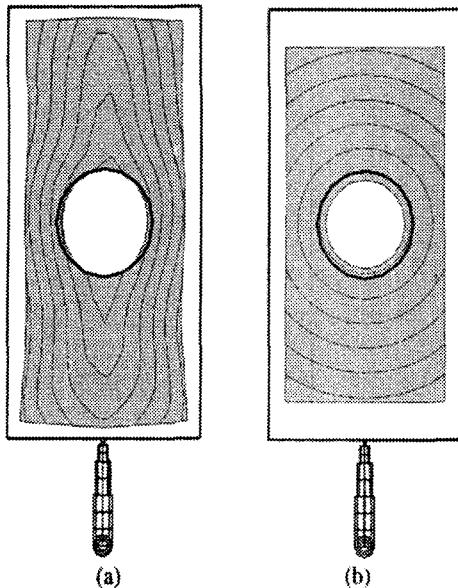


Fig. 7 Shrinkage prediction using (a) anisotropic material model and (b) isotropic material model. Displacements are amplified by a factor of ten

섬유배향에 따른 이방성이 수축에 미치는 영향을 고찰하기 위하여 등방성 재료에 대한 수축해석 결과와 비교하였다. Fig. 7(a)는 Fig. 4의 섬유배향에 따른 이방성을 고려한 수축해석결과이며, Fig. 7(b)는 재료의 물성이 등방성인 경우의 수축해석결과이다. Fig. 7(b)의 등방성 재료의 경우에 위의 성형 조건하에서 길이방향과 폭방향의 수축률이 거의 같으며, 중심의 원형구멍이 수축이 일어난 후에도 원형을 그대로 유지하고 있다. 반면에 Fig. 7(a)의 단섬유 보강 성형품의 경우에는 폭방향의 수축률이 길이방향의 수축률 보다 크며, 중심의 구멍도 폭방향의 길이가 줄어든 타원 형상으로 변형되었다. 이는 일반 플라스틱 재료에 비해 보강 유리섬유가 낮은 열팽창계수와 높은 강성을 갖고 있으며, Fig. 4(b)의 두께평균 섬유배향분포에서 보는 바와 같이 대부분의 보강섬유가 길이방향으로 배향되어 있기 때문이다. 위의 해석결과로부터 단섬유 보강 성형품의 경우에 섬유배향에 따른 이방성 변형해석의 필요성을 확인할 수 있다.

#### 4.2 자동차 라디에이터용 Tank

본 연구에서 개발한 휨 해석 프로그램의 신뢰성을 입증하기 위하여 실제 성형품에 대한 휨 해석 결과를 실험결과와 비교하였다. 성형품은 Fig. 8 과 같이 반 원통 형상으로서 자동차 라디에이터 용 부품이다. 캐비티의 길이는 약 500 mm 정도이며, 두께는 3~4 mm이다. 사출기의 노즐로부터 직경 12

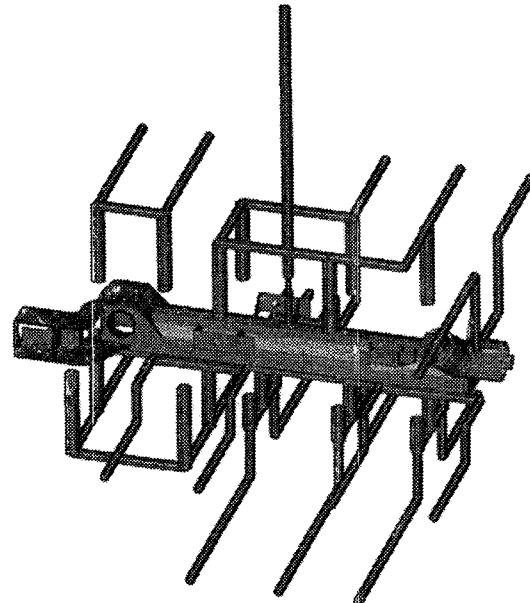


Fig. 8 The geometry of the direct-gated tank-like part and the layout of the cooling channels and baffles

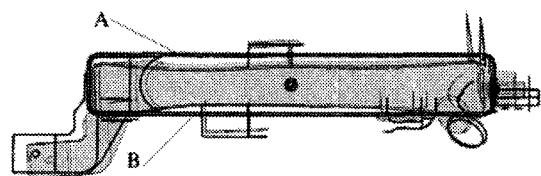


Fig. 9 Predicted final part shape using a magnification factor of five

mm의 hot runner 를 거쳐 직경 4.5~7 mm의 sprue 를 통해서 캐비티로 직접 수지가 주입된다. 금형냉각 시스템은 직경 10 mm의 일반채널과 baffle 로 구성되어 있으며 배치는 Fig. 8 과 같다. 성형재료는 30wt%의 유리섬유를 포함한 PA66 (Zytel 70G30 HSL, DuPont)이며, 자세한 물성치는 Table 1 에 나타나 있다. 금형 재질은 ANSI P20이며, 냉각수는 물을 사용하였다. 충전시간은 3 초, 용융수지의 사출온도는 300°C, 보압시간은 6 초, 보압은 55 MPa, 냉각시간은 30 초, 냉각수온도는 90°C다.

Fig. 9 는 금형냉각 및 사출성형 충전/보압/섬유 배향 해석결과를 이용한 이형 후의 wireframe 의 변형 모습을 보여주고 있다. 전체적으로 수축이 발생하고 있으며, 상하 측면 부위가 캐비티의 중심쪽으로 휘어 들어가는 모습을 보여주고 있다.

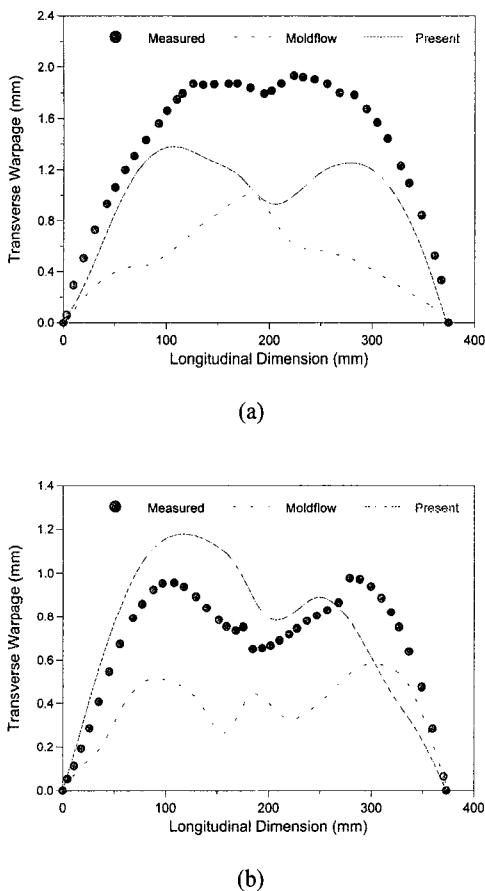


Fig. 10 Comparison of predicted and measured warpage along (a) side A and (b) side B as shown in Fig. 9

Fig. 10은 Fig. 9에 표시된 상하 측면 'A'와 'B'에서 성형품의 길이방향을 따라 중심쪽으로 휘어진 변위에 대한 본 연구논문과 상용 소프트웨어인 Moldflow 의 수치해석결과를 실험측정치와 비교하여 보여주고 있다. Moldflow 의 해석결과에 비하여 본 논문의 해석결과가 전체적으로 실험측정치에 좀 더 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 다만, 직사각 시험용 금형에 대한 각 수지의 성형조건별 수축 실험 데이터베이스를 이용하여 수축 및 휨 변형을 예측하는 Moldflow 의 해석결과가 상하측면 'A'와 'B'에서 일관되게 약 50%의 오차를 보이고 있음을 알 수 있다. 상측면 'A'에서 측정치는 전체적으로 'M'자 모양의 휨을 나타내고 있는 반면에 본 논문의 수치해석결과는 'M'자 모양의 휨을 나타내고 있다. 그러나, 하측면 'B'에서는 본 논문의 수치해석결과와 측정치가 모두 'M'자 모양을 나타내며 정량적으로도 비교적 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 실제 측정된 휨의 양상이 상하측에서

차이를 보이는 반면에 수치해석결과는 상하측의 휨의 양상이 거의 같게 나타나고 있다. 이러한 차이는 여러가지 원인으로부터 발생할 수 있지만, 가장 주된 원인은 먼저 상하측면에 부착된 리브와 같이 기하학적인 형상이 급격히 변하는 부위에서 발생하는 국부적인 3 차원 유동 및 열전달과 이에 따른 섬유배향을 정확히 기술하지 못하고 있기 때문인 것으로 판단된다. 그리고 보다 정확한 해석을 위해서는 비대칭 적층판의 인장과 굽힘의 상호 연계작용(extension-bending coupling)도 고려하여야 할 것이다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 단섬유 보강 사출성형품에 대한 사출성형공정과 섬유배향 해석결과를 바탕으로 휨 해석 프로그램을 개발하였다. 섬유배향에 따른 이방성 물성과 잔류응력을 효과적으로 연계시키기 위하여 배향텐서를 도입하였고, 간단한 탄성모델을 적용하여 냉각에 의한 수축과 고화압력에 의한 이형 후 팽창효과를 고려한 잔류응력을 계산하였다.

또한, 보다 정확하고 신뢰성 있는 휨 구조해석을 위해 새로운 평면셀요소를 정식화하여 해석에 사용하였다. 기존의 상용 사출 CAE 소프트웨어에서 사용되고 있는 삼각형셀요소들과의 수치비교를 통하여 본 연구에서 사용한 셀요소의 안정적인 거동을 확인할 수 있었다.

동방성 재료에 대한 해석과의 비교를 통해서 섬유배향에 따른 이방성 변형해석의 중요성을 확인할 수 있었다. 그리고, 실제 성형품에 대한 휨 측정치와의 비교를 통해 본 연구에서 개발된 수치해석 프로그램의 신뢰성을 검증할 수 있었다. 향후 연구에는, 보다 정확한 해석을 위하여 리브와 같이 기하학적인 형상이 급격히 변화하는 부위에서의 국부적인 3 차원 열/유동 및 섬유배향 효과와 적층판의 굽힘과 인장 간의 상호작용 등을 고려하여야 할 것으로 판단된다.

## 참고문헌

- (1) Chiang, H. H., Hieber, C. A. and Wang, K. K., 1991, "A Unified Simulation of the Filling and Postfilling Stages in Injection Molding. Part 1. Formulation," *Polym. Eng. Sci.*, Vol. 31, pp. 116~124.
- (2) 구본홍, 신흐철, 이호상, 1993, "사출성형시 보압 및 냉각 과정이 성형품에 미치는 영향," 대한기계학회, 제 17 권, pp. 1150~1160.
- (3) 한경희, 임용택, 1997, "압축성을 고려한 사출성

- 형 충전과정에 관한 연구," 대한기계학회, 제 21 권, pp. 735~745.
- (4) Chiang, H. H., Himasekhar, K., Santhanam, N. and Wang, K. K., 1993, "Integrated Simulation of Fluid Flow and Heat Transfer in Injection Molding for Shrinkage and Warpage," *J. Eng. Mater. Tech.*, Vol. 115, pp. 37~47.
  - (5) Chang, R.Y. and Tsaur, B. D., 1995, "Experimental and Theoretical Studies of Shrinkage, Warpage, and Sink Marks of Crystalline Polymer Injection Molded Parts," *Polym. Eng. Sci.*, Vol. 35, pp. 1222~1230.
  - (6) 정정훈, 윤재륜, 1997, "보압과 냉각 과정을 고려한 사출 성형 제품의 잔류 응력 예측," *유변학*, 제 9 권, 제 1 호, pp. 16~26.
  - (7) Kabanemi, K. K., Vaillancourt, H., Wang, H. and Salloum, G., 1998, "Residual Stresses, Shrinkage, and Warpage of Complex Injection Molded Products: Numerical Simulation and Experimental Validation," *Polym. Eng. Sci.*, Vol. 38, pp. 21~37.
  - (8) Advani, S. G. and Tucker, C. L., 1987, "The Use of tensors to describe and predict fiber orientation in short fiber composites," *J. Rheol.*, Vol. 31, pp. 751~784
  - (9) Chung, S. T. and Kwon, T. H., 1995, "Numerical Simulation of Fiber Orientation in Injection Molding of Short Fiber Reinforced Thermoplastics," *Polym. Eng. Sci.*, Vol. 35, pp. 604~618.
  - (10) 정성택, 권태현, 1996, "단섬유 보강 플라스틱 사출성형품의 섬유방향성에 따른 기계적 성질 예측," *유변학*, Vol. 8, pp. 78~91.
  - (11) Matsuoka, T., Takabatake, J., Koiwai, A., Inoue, Y., Yamamoto, S. and Takahashi, H., 1991, "Integrated Simulation to Predict Warpage of Injection Molded Parts," *Polym. Eng. Sci.*, Vol. 31, pp. 1043~1050.
  - (12) 이재형, 이웅식, 윤성기, 1997, "SMC 압축성형 공정에서의 열변형에 관한 유한요소해석," 대한기계학회, 제 21 권, pp. 154~163.
  - (13) Batoz, J. L., 1982, "An Explicit Formulation for an Efficient Triangular Plate-Bending Element," *Int. J. num. Meth. Engrg.*, Vol. 18, pp. 1077~1089.
  - (14) Bergan, P. G. and Felippa, C. A., 1985, "A Triangular Membrane Element with Rotational Degrees of Freedom," *Comp. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 50, pp. 25~69.
  - (15) Halpin, J. C. and Kardos, J. L., 1976, "The Halpin-Tsai Equations: A Review," *Polym. Eng. Sci.*, Vol. 16, pp. 344~352.
  - (16) Schapery, R. A., 1968, "Thermal Expansion Coefficient of Composite Material Based on Energy Principles," *J. Compos. Mater.*, Vol. 2, pp. 380~404.
  - (17) Bushko, W. C. and Stokes, V. K., 1993, "Pressure Effects on the Solidification of Thermoviscoelastic Melts: Part I - Formulation of Model Problem, Part II - Parametric Results," *Use of Plastics and Plastic Composites: Materials and Mechanics Issues, ASME*, MD-Vol. 46, pp. 131~152, pp. 153~179.
  - (18) Zheng, R., Kennedy, P., Phan-Thien, N. and Fan, X.-J., 1999, "Thermoviscoelastic simulation of thermally and pressure-induced stresses in injection moulding for the prediction of shrinkage and warpage for fibre-reinforced thermoplastics," *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, Vol. 84, pp. 159~190.
  - (19) Belytschko, T., Stolarski, H., Liu, W. K., Carpenter, N. and Ong, J. S.-J., 1985, "Stress Projection for Membrane and Shear Locking in Shell Finite Elements," *Comp. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 51, pp. 221~258.
  - (20) Chen, H. C., 1992, "Evaluation of Allman Triangular Membrane Element Used in General Shell Analysis," *Comput. Struct.*, Vol. 43, pp. 881~887.
  - (21) Allman, D. J., 1984, "A Compatible Triangular Element Including Vertex Rotations for Plane Elasticity Analysis," *Comput. Struct.*, Vol. 19, pp. 1~8.
  - (22) Tessler, A. and Hughes, T. J. R., 1983, "Three-Node Mindlin Plate Element with Improved Transverse Shear," *Comp. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 39, pp. 311~335.

## 부 록: Bench Mark Test

본 연구에서 제안한 삼각형 평면셀요소의 특성을 살펴보기 위하여, Belytschko 등<sup>(19,20)</sup>이 셀요소를 평가하기 위해 제안한 3 가지 문제에 대해 대표적인 상용 사출해석 프로그램인 C-Mold 와 Moldflow에서 사용하고 있는 평면셀요소들과 수치거동을 비교하였다. 비교된 각 요소의 특성은 다음과 같다.

- DKT 판굽힘요소<sup>(13)</sup> + CST 막요소
- DKT 판굽힘요소<sup>(13)</sup> + Allman<sup>(21)</sup>의 막요소 (C-Mold)
- Tessler<sup>(22)</sup>의 판굽힘요소 + Bergan<sup>(14)</sup>의 막요소 (Moldflow)

### A.1 Scordelis-Lo's Cylindrical Roof Test

첫 번째 평가예제로서, Fig. 11 과 같이 자중을 받는 실린더형 셀 문제를 살펴보았다. 이 문제는 굽힘변형과 면내변형이 복합된 문제로서, 대칭성을 이용하여 모델의 1/4 만 고려하였다. 재료의 물성 치는 탄성계수  $E$  는  $2.1 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$ , Poisson 비는 0.0 그리고  $4.375 \times 10^3 \text{ N/mm}^2$  의 균일한 자중이 작용하고 있다.

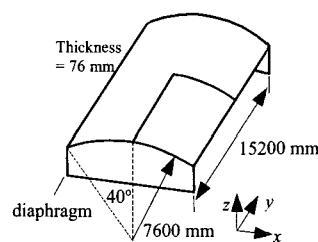


Fig. 11 Scordelis-Lo cylindrical roof

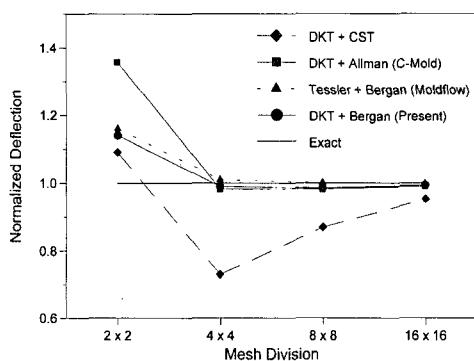


Fig. 12 Convergence trends for Scordelis-Lo roof

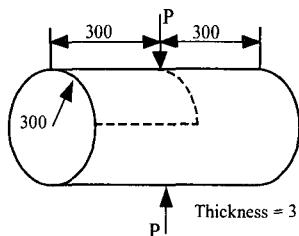


Fig. 13 Pinched cylinder

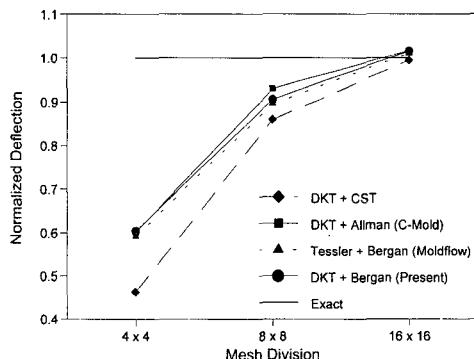


Fig. 14 Convergence trends for pinched cylinder

Fig. 12 는 곡면의 가운데 지점에서의 수직방향 변위 값에 대한 수렴성을 비교한 결과로서, 본 연구에서 사용한 평면 셀요소가 타 요소에 비해 비교적 빠른 수렴성을 보여주었다.

#### A.2 Pinched Cylinder Test

두 번째 평가 예제로서, Fig. 13 과 같이 집중하중을 받는 실린더형 셀 문제를 살펴보았다. 대칭성을 이용하여 모델의 1/8 만 고려하였다. 재료의 물성치는 탄성계수  $E$ 는  $3.0 \times 10^6$ , Poisson 비는 0.3,

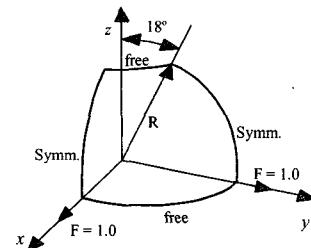


Fig. 15 Hemispherical dome

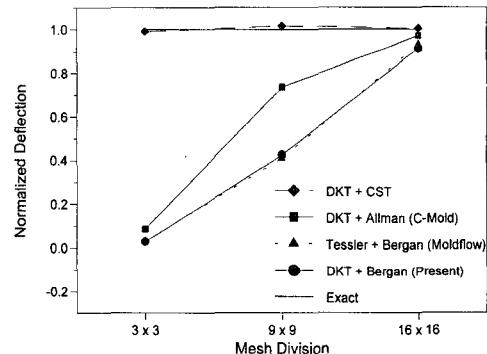


Fig. 16 Convergence trends for hemispherical dome

그리고 크기 1 의 집중하중이 실린더의 상하단 중심부에서 각각 작용하고 있다. 하중이 걸리는 지점에서의 수직방향 변위 값의 수렴성을 Fig. 14 에서 비교하였다. 해석결과는, 본 연구에서 사용한 평면 셀요소가 기존의 상용 프로그램에서 사용하고 있는 요소들과 대등한 수렴성을 보여주었다.

#### A.3 Hemispherical Dome Test

세 번째 평가 예제로서, Fig. 15 와 같은 집중하중을 받는 반경  $R$  이 10이고 두께가 0.04 인 반구형 셀 문제를 살펴보았다. 재료의 물성치는 탄성계수  $E$ 는  $6.285 \times 10^7$ , Poisson 비는 0.3이다. 하중 작용점에서의 반경방향 변위 값에 대한 수렴성을 Fig. 16 에서 비교하였다. CST 막요소를 사용한 평면 셀요소를 제외한 나머지 요소 전부가 비교적 나쁜 수렴성을 보였다. 이는 면내변형을 묘사하기 위해 사용한 회전자유도가 대칭경계조건으로 구속되었기 때문인데, 사출 휨해석에는 대칭성을 이용해 해석한다면 주의해야 하나 대부분의 경우 강체운동만 방지하도록 변위경계조건을 주기 때문에 큰 문제가 되지는 않을 것으로 보인다.