

대규모 전력계통의 미소신호 안정도 해석을 위한 Hessenberg법

論 文

49A-4-4

Hessenberg Method for Small Signal Stability Analysis of Large Power Systems

南海鯤* · 宋成根** · 沈冠植*** · 文彩柱§ · 金東俊§§ · 文英煥§§
(H. K. Nam · S. G. Song · K. S. Shim · C. J. Moon · D. J. Kim · Y. H. Moon)

Abstract - This paper presents the Hessenberg method, a new sparsity-based small signal stability analysis program for large interconnected power systems. The Hessenberg method as well as the Arnoldi method computes the partial eigen-solution of large systems. However, the Hessenberg method with pivoting is numerically very stable comparable to the Householder method and thus re-orthogonalization of the Krylov vectors is not required. The fractional transformation with a complex shift is used to compute the modes around the shift point. If only the dominant electromechanical oscillation modes are of concern, the modes can be computed fast with the shift point determined by Fourier transforming the time simulation results for transient stability analysis, if available. The program has been successfully tested on the New England 10-machine 39-bus system and Korea Electric Power Co. (KEPCO) system in the year of 2000, which is comprised of 791-bus, 1575-branch, and 215-machines. The method is so efficient that CPU time for computing five eigenvalues of the KEPCO system is 3.4 sec by a PC with 400 MHz Pentium II processor.

Keyword : small signal stability, Hessenberg method, eigenvalue, augmented matrix

1. 서 론

현대의 소위 '잘 개발된 (well-developed)' 전력계통에서는 계통리액턴스가 증가되고 고성능 여자기의 채용과 함께 기기를 중부하에서 운전하는 추세로 인하여 제동토크가 감소하고 지속적인 저주파 진동이 발생하는 경향이 있다. 이 미소신호 안정도 문제는 전압안정도 문제와 함께 현대 전력계통의 안전운전을 저해하고 송전네트워크의 전송능력을 제한하는 가장 심각한 요인이 되었다 [1,2].

고유치해석 방법은 미소신호 안정도 해석에 광범위하게 응용되었으며 지난 약 20년간 많은 정교한 미소신호 해석 알고리즘이 개발되었다 [3-10]. 이들 방법들은 크게 한번에 한 개의 고유치를 계산하는 방법과 한번에 여러 개의 고유치를 동시에 계산하는 방법으로 구별되는데, 각각의 장단점은 문헌 [3]에 상세히 기술되어 있다. 일반적으로, 한번에 하나의 고유치를 구하는 알고리즘은 한 고유치 계산과정에서 얻어진 정보들이 다른 고유치를 계산하는데 전혀 이용되지 못하므로 여러 개의 고유치를 동시에 계산하는 방법에 비하

여 비효율적이고, 수렴하는 전기기계적 저주파진동 모드가 초기치에 민감하게 변하여 동일한 고유치를 중복하여 계산하거나 전혀 계산하지 않을 가능성을 배제할 수 없다. 이에 반하여 '일반화된 Hessenberg process의 범주에 속하는 Lanczos, Arnoldi, Hessenberg 법은 한번에 다수의 고유치를 계산하는 방법으로 power법과 QR-법의 중간에 위치하고 고유치의 크기가 큰 순서대로 계산하는 특성이 있다 [11]. EPRI의 SSSP에 포함된 Modified Arnoldi Method (MAM)는 [6-9] 미소신호 안정도 해석에 가장 널리 사용되고 있는 프로그램으로, 본래의 Arnoldi 법이 수치적으로 불안정하여 Krylov vector의 재직교화 (re-orthogonalization) 과정을 포함시켜 수치적 안정성을 확보하였으나 알고리즘의 계산효율을 저하시켰다. Lanczos 법은 일반 상태행렬을 삼대각 행렬 (tri-diagonal)로 변환하는데 좌/우 Krylov 벡터를 형성한다 [9,11]. 이 방법은 수치적으로 매우 불안정할 뿐만 아니라, 좌/우 Krylov 벡터를 동시에 계산하여야 하므로 Arnoldi 법에 비해 두 배의 계산시간이 소요된다. 이상의 두 방법에 비해 pivoting 기능을 구비한 Hessenberg 법은 Householder 법과 비교될 만큼 수치적으로 매우 안정하여 재직교화 과정이 필요하지 않고 그 구현방법이 간단하여 Arnoldi나 Lanczos 법보다 효율적이다 [10].

이와 같은 Hessenberg 법의 잠재적 우수성에도 불구하고 문헌 [10]에서 개발된 Hessenberg 법은 다양한 기기 모델의 개발이 이루어지지 않아, 그 응용이 비교적 소규모계통인 10-기 39-모선 New England 시험계통에 국한되었다. 또한 제동특성이 불량한 진동모드를 우선적으로 계산하기 위하여 상태행렬을 Cayley 또는 S-변환하여 비교적 큰 크기의

* 正 會 員 : 全南大 電氣工學科 副敎授 · 工博

** 準 會 員 : 全南大 電氣工學科 博士課程

*** 正 會 員 : 西南大 電氣電子工學部 專任講師 · 工博

§ 正 會 員 : 木浦大 電氣工學科 助敎授 · 工博

§§ 正 會 員 : 韓國電氣研究所 研究員

接受日字 : 1999年 10月 19日

最終完了 : 2000年 3月 25日

Hessenberg 행렬로 나타내지는 부분공간으로 느리게 수렴하는 단점이 있었다. 본 논문에서는 Hessenberg 법의 이러한 단점을 다음과 같이 개선하여 대규모 계통에 적용이 가능하게 하였다:

- 1) 프로그램을 PSS/E [12]의 과도안정도 해석용 모델과 데이터를 사용하도록 하고 한전계통에서 사용되고 있는 다양한 기기의 선형모델을 개발하였다.
- 2) 수렴속도를 가속시키기 위하여 상태행렬을 역행렬변환 (fractional transformation)하여 Hessenberg 법을 적용하고, Hessenberg 행렬의 크기가 일정한 값 이내에서 계산된 고유치가 허용오차 이내로 수렴하도록 반복법을 개발하였다.
- 3) 과도 또는 mid-term 안정도의 모의결과를 Fourier 변환하여 역행렬변환의 복소수 이동점을 결정 지배적 저주파진동 모드만을 우선적으로 계산할 수 있게 하였다.
- 4) 선형해석 시 필요한 좌/우고유벡터를 구하기 위해 역반복법을 사용하였으며 이 고유벡터와 Rayleigh quotient iteration을 사용하여 최종적으로 고유치/고유벡터의 정확도를 제고하였다.

제안된 알고리즘을 New England 계통과 215-기의 동기기, 791-모선, 1575-개의 선로로 구성된 한전계통에 적용하고 MAM의 결과와 비교한 결과 제안된 Hessenberg 법이 고유치의 선별적 계산능력 및 효율 등에서 우수하였다.

2. Hessenberg 법

2.1 Hessenberg process

Hessenberg 법은 부분공간에서 상태행렬의 고유치를 계산하기 위하여 n-개의 선형독립인 열벡터 $z_i, i=1, \dots, n$ 로 구성되는 행렬 Z 가 주어질 때, 임의의 열벡터 c_1 로 시작해서 열벡터 c_2, c_3, \dots, c_{n+1} 을 다음 식에 의해 반복 계산하는 과정이다.

$$b_{r+1} = k_{r+1}c_{r+1} = Ac_r - \sum_{i=1}^r h_{ir}c_i \quad (1)$$

여기서 k_{r+1} 은 b_{r+1} 를 정규화 시키는 인수이고, h_{ir} 는 c_{r+1} 이 z_1, z_2, \dots, z_r 에 직교한다는 조건을 사용하여 결정한다. 식 (1)을 행렬로 나타내면

$$A \cdot C = C \cdot H \quad (2)$$

이때 계산된 H 는 상위 (upper) Hessenberg 행렬의 구조이다. 또한 c_{r+1} 이 z_1, z_2, \dots, z_r 에 직교하는 조건은 다음 행렬식으로 간단히 표현할 수 있다.

$$Z^T \cdot C = L \quad (3)$$

여기서 L 은 하위삼각행렬 (lower triangular matrix)을 나타낸다.

Hessenberg 법에서는 행렬 Z 로 단위행렬 I 를 취한다. 즉, $z_i = e_i$ 이고 ($i=1, \dots, n$) e_i 는 i -번째 행만 1의 값을 가지고 나머지 요소는 0인 단위 벡터이다. 따라서 Hessenberg 법에서의 직교조건은

$$C = L \quad (4)$$

이 되고, 행렬 C 는 하위 삼각행렬이 된다. Arnoldi 법에서는 직교조건으로 $z_i = c_i$ 를 선택하는데, 이 조건에서 식 (3)의 직교조건은

$$C^T C = D \quad (5)$$

위에서 D 는 대각행렬을 나타낸다. Hessenberg 법이 수치적으로 안정하고 Arnoldi 법이 수치적으로 불안정한 것은 이 직교조건을 선택하는 방법의 차이에 기인한다.

Hessenberg 법에서는 계산의 편의상 C 행렬의 대각요소를 모두 1이 되도록 한다. 이 조건에 의해 r 번째 열벡터 c_r 은 1에서 $(r-1)$ -번째 행까지는 0이고 r -번째 행은 1의 값을 갖는 다음 구조가 된다.

$$c_r = [0, 0, \dots, 1, n_{r+1,r}, \dots, n_{n,r}]^T \quad (6)$$

이 특성을 이용하여, Hessenberg 법의 r -번째 과정은 다음과 같이 매우 간단한 연산에 의하여 수행된다.

- 1) $A c_r$ 을 계산한다. 보통 이 벡터의 모든 요소는 0이 아닌 값을 갖는다.
- 2) 이 벡터에서 c_1 의 상수 배를 빼 첫 번째 요소의 값을 0으로 하고, 그 다음 c_2 의 상수 배를 빼 두 번째 요소의 값을 0으로 하고, ..., c_r 의 상수 배를 빼 r -번째 요소의 값을 0으로 하여 식 (1)의 b_{r+1} 을 얻는다. 여기서 k_{r+1} 의 값으로 b_{r+1} 의 $(r+1)$ -번째 행의 값을 취하면 식 (6) 형태의 c_{r+1} 을 얻는다.

만일 상태행렬 A 를 상위 Hessenberg 행렬로 변환하는 과정에서 임의의 m -번째 ($m \ll n$) Hessenberg 행렬의 하 대각행렬 값인 $k_{m+1} = h_{m+1,m}$ 이 0 이면 $m \times m$ 크기의 Hessenberg 행렬 H_m 의 고유치는 계통상태행렬 A 의 고유치와 같게된다. 그러나 실제로 $h_{m+1,m}$ 은 0에 가까운 값을 가지나 정확히 0이 되지 않으므로 식 (2)는 Z 의 m -차원 부분공간에서 다음과 같이 표현된다.

$$A \cdot C_m \approx C_m \cdot H_m \quad (7)$$

여기서 H_m 을 대각화하면

$$H_m \cdot P_m = P_m \cdot D, \quad X_m = C_m P_m \quad (8)$$

위에서 X_m 은 A 의 m 개의 고유벡터 행렬, P_m 은 H_m 의 고유벡터 행렬이고 D 는 H_m 의 고유치로 구성된 대각행렬이다. λ_k 와 x_k 를 각각 상태행렬 A 의 근사 고유치와 고유벡터라 하면, 이 값의 오차는 아래 유수벡터(residue vector)로 나타낼 수 있다.

$$r_k = A \cdot x_k - \lambda_k \cdot x_k = h_{m+1,m} c_{m+1} p_{km} \quad (9)$$

여기서 p_{km} 은 행렬 P_m 의 (m,k) 요소의 값이다.

정규화된 오차를 나타내는 유수(residue) norm은 식 (8)-(9)을 이용하여 다음과 같이 정의된다.

$$\delta_k = \frac{\|r_k\|_2}{\|x_k\|_2} = \frac{|h_{m+1,m} p_{km}| \|c_{m+1}\|_2}{\|C_m \cdot p_k\|_2} \quad (10)$$

계산하고자 하는 고유치의 개수가 s ($s < m$)인 경우, 가장 나중에 계산된 고유치가 가장 느리게 수렴하는 특징이 있으므로 계산된 s -개의 고유치의 정확도를 검증하기 위해서는 s -번째 고유치의 유수 norm만을 검사하면 된다 [7].

2.2 Pivoting

만약 r -번째의 계산에서 $z_r^T c_r$ 가 0인 경우 Hessenberg 프로세스의 진행이 더 이상 불가능하다. 또한, Hessenberg 법의 수치적 안정을 위해서는 c_r 의 r -행 값의 크기가 가장 커야한다. 따라서 Hessenberg 프로세스의 수치적 안정을 위해서, 만약 b_r 의 1행에서 $(r-1)$ 행까지의 모든 값은 0이고, r' -행의 값의 크기가 가장 크면 이 값을 k_r 값으로 취하고, 이때의 z_r 은 $e_{r'}$ 이 된다. 이는 벡터 c_r 의 r 과 r' 행의 교환하는 것이며 직교조건인 식 (4)은 아래와 같이 수정된다.

$$I_r C = L \quad (11)$$

여기서 I_r 은 단위행렬 I 에서 r 행과 r' 행을 교환한 행렬이며, 만일 pivoting이 한번이상 연속적으로 수행되면 식 (11)은 다음과 같이 표현된다.

$$(I_r I_{r-1} \dots I_2 I_1) C = Q C = L \quad (12)$$

그리고 행렬 I_r 과 Q 는 직교행렬 (orthogonal matrix)임을 보일 수 있다. 즉,

$$I_r^{-1} = I_r^T, \quad Q^{-1} = Q^T \quad (13)$$

Pivoting을 고려하면 식 (2)의 상사변환 식은 다음과 같이 수정된다.

$$(Q A Q^T)(QC) = (QC)H \quad \text{또는} \quad \tilde{A} \tilde{C} = \tilde{C} \tilde{H} \quad (14)$$

여기서 $\tilde{C} = QC$ 는 하위 삼각행렬이고, \tilde{H} 는 상위 Hessenberg 행렬이다.

2.3 반복법

s -개의 고유치/고유벡터를 구하기 위하여, Hessenberg 법을 사용하여 상태행렬 A 를 m -차원 부분공간으로 축약하는 경우를 가정하자. 만약 식 (10)으로 계산된 s -번째 고유치의 오차 δ_s 가 허용오차 ϵ 보다 크면 Hessenberg 법의 반복 또는 뒤에 기술할 Rayleigh quotient iteration (RQI)을 사용하여 정확도를 높일 수 있다. 그러나 대규모 계통의 진동모드를 계산하는 경우 많은 전기기계적 진동모드가 허수축 부근에 조밀하게 위치하므로 두 진동모드가 매우 근접한 값을 가질 가능성이 쉽게 예상된다. 이러한 경우, Hessenberg 법으로 계산한 고유치가 충분히 정확하지 않으면 RQI로 이 두 고유치를 분별하여 정확도를 높이는 것이 어려울 수 있다. 따라서 Hessenberg 법으로 계산된 고유치의 오차가 허용오차보다 크고 이 고유치에 매우 근접한 다른 고유치가 존재하면, RQI로 정확한 값을 계산하는 것보다 반복법 (iterative scheme)을 사용하는 것이 [7] 더 유리할 수 있다.

반복법에서는 앞에서 계산된 s -번째 고유치의 유수 norm이 허용치를 벗어나면, 초기벡터 c_1 을 식 (15)로 재산정하고 오차가 허용치 이내로 진입할 때까지 앞의 Hessenberg 법을 반복 적용한다.

$$c_1 = \alpha \sum_{k=1}^s \|r_k\|_2 x_k \quad (15)$$

위에서 α 는 초기벡터 c_1 을 정규화하기 위한 상수이며, 식 (15)에서 유수 벡터의 크기에 비례하는 가중치 $\|r_k\|_2$ 를 주는 이유는 유수 벡터의 크기가 크면 그에 해당하는 고유치/고유벡터의 오차가 큼을 의미하므로 초기벡터에 그 성분을 강조하여 다음 반복에서 그 성분의 오차를 줄이기 위한 것이다. 이 방법은 작은 크기의 m 값으로도 고유치를 원하는 정확도로 계산할 수 있는 장점이 있다.

계산하고자 하는 고유치의 수 s 에 대하여 m 을 결정하는 것은 수렴속도에 중요한 영향을 미친다 [7]. $(m-s)$ 를 추가차수(additional order) 또는 guard vector라고 부르는데, 일반적으로 m/s 가 커지면 초기벡터를 구하는 회수가 작아지고 Hessenberg 행렬의 크기가 커진다. 이와 반대로 m/s 를 작게 선택하면 초기벡터를 계산하여 Hessenberg 법을 수행하는 반복횟수가 증가하는 반면 Hessenberg 행렬의 크기는 작아진다. 따라서 최적의 guard vector를 정하는 것이

바람직한데, 이에 관한 일반적 규칙을 얻는 것이 어렵고 경험적으로 결정하였으며, 이에 대해서는 사례연구에서 기술하기로 한다.

Hessenberg 법의 반복에 필요한 초기벡터는 식 (8)-(9)를 식 (15)에 대입하면 아래 식으로 주어진다.

$$c_1 = \alpha h_{m+1,m} \|c_{m+1}\|_2 C_m \sum_{k=1}^m |p_{km}| p_k \quad (16)$$

2.4 Rayleigh Quotient Iteration

만약 행렬 A의 고유치에 가까운 근사 고유치 λ_k 가 얻어지면, 이 고유치에 대응하는 좌/우고유벡터는 식 (17)-(18)로 나타낸 역 반복법을 사용하여 계산한다. 또한, 좌/우고유벡터가 계산되면 식 (19)의 Rayleigh quotient를 사용하여 Hessenberg 법으로 계산한 고유치의 정확도를 향상시키는 것이 가능하다.

$$(A - \lambda_k I)v_{k+1} = u_k, \quad u_{k+1} = \frac{v_{k+1}}{\text{Max } v_{k+1}} \quad (17)$$

$$(A - \lambda_k I)^T q_{k+1} = p_k, \quad p_{k+1} = \frac{q_{k+1}}{\text{Max } q_{k+1}} \quad (18)$$

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k + \frac{q_{k+1}^T (A - \lambda_k I) v_{k+1}}{q_{k+1}^T v_{k+1}} \quad (19)$$

RQI법은 3차 수렴특성을 가지고 매우 빠르게 수렴한다. 따라서 RQI은 고유치와 고유벡터를 모두 필요로 하는 고유치감도 해석에 [13] 매우 유용하게 사용될 수 있다.

3. 미소신호 안정도해석에의 적용

3.1 선형모델

미소신호 안정도 해석을 위한 전력계통의 선형모델은 계통의 스파시티 특성을 활용할 수 있는 확대계통상태방정식 (augmented system state equation)으로 나타낸다. 즉,

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_G & B_G \\ C_G & -Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_G \\ 0 \end{bmatrix} \Delta u \quad (20)$$

또는

$$\Delta \dot{\tilde{x}} = \tilde{A} \Delta \tilde{x} + \tilde{B} \Delta \tilde{u} \quad (21)$$

위에서 x 는 상태변수, v 는 모션전압, u 는 입력을 나타내고, \tilde{A} 는 확대상태행렬을 나타낸다.

식 (20)를 축약계통상태행렬(reduced system state matrix)로 표현하면 다음과 같다.

$$A = A_G + B_G Y^{-1} C_G \quad (22)$$

제안된 Hessenberg 법에서 계통방정식은, MAM에서처럼 정상 및 역상 임피던스 성분을 사용하지 않고 계통기준축(RI-축)으로 표현되며, 이는 식 (20)에서 v 가 RI-축 성분으로 표현됨을 의미한다. 이때 행렬 Y 는 모션 어드미턴스 행렬로부터 바로 얻을 수 있어 선형모델의 유도가 간편하다.

또한 한전계통의 안정도 해석모델이 PSS/E [12] 형식으로 되어 있기 때문에 제안된 프로그램은 PSS/E의 과도안정도 해석용 모델과 데이터를 수정함이 없이 사용하도록 설계되고 한전계통에서 사용되고 있는 다양한 기기의 선형모델도 개발되었다.

3.2 역행렬 변환법

Hessenberg 법은 Arnoldi, Lanczos 법과 같이 고유치의 크기가 큰 고유치를 우선적으로 계산하는 특성이 있다. 미소신호안정도 해석에서는 0.2~2 Hz 사이의 전기기계적 진동모드 중 제동특성이 불량한 모드, 즉 s -평면의 허수축 가까이 위치한 (지배적) 고유치만을 선택적으로 계산하는 것이 바람직하다. 따라서, Hessenberg 법을 이용하여 이 지배적 진동모드만을 선택적으로 구하기 위해서는 제동특성이 나쁜 고유치들의 크기가 가장 커지도록 상태행렬을 변환하여 사용하여야 한다. 상태행렬 변환방법으로는 Cayley (또는 S-변환)과 역행렬 변환 등 많은 방법이 제안되었으며, 이들 방법은 모두 장단점을 가지고 있다 [7]. 이중 S-변환은 상태행렬 A 를

$$S = (A + hI)(A - hI)^{-1} \quad (23)$$

과 같이 변환함으로써 제동특성이 나쁜 모든 고유치의 크기를 크게 한다 [9,10]. 이 변환은 제동특성이 나쁜 고유치를 우선적으로 계산할 수 있고 실수 연산이 사용된다는 장점이 있으나, 변환된 상태행렬의 전기기계적 진동모드에 대응되는 모든 고유치의 크기가 거의 1에 가까운 값을 가지어 변별력(selectivity)이 떨어지고 큰 차수의 Hessenberg 행렬로 수렴하는 단점이 있다. 이에 반하여, 식 (24)의 역행렬 변환(fractional transformation)에서는 상태행렬 A 의 고유치 λ_A 와 변환된 행렬 M 의 고유치 λ_M 사이의 관계는 식 (25)와 그림 1로 주어진다.

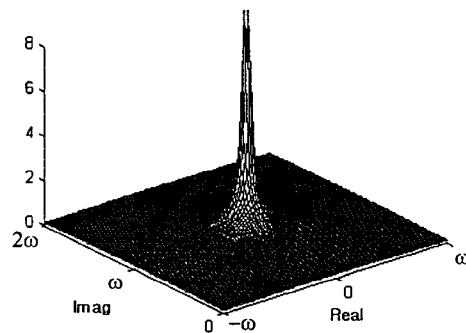


그림 1 역행렬 변환된 행렬의 고유치 특성
Fig. 1 Mapping properties of inverse transformation

$$M = (A - j\omega I)^{-1} \quad (24)$$

$$\lambda_M = \frac{1}{\lambda_A - j\omega} \quad (25)$$

따라서 복소수 이동점 $j\omega$ 부근에 위치한 고유치는 그 크기가 확대되고 이동점으로부터 거리가 멀어질수록 크기가 급격히 감소하므로, 이 복소수 이동점 부근에 위치한 고유치만을 작은 크기의 Hessenberg 행렬로 계산할 수 있어 수렴 속도가 빠르다. 그러나 이 변환은 연산을 복소수로 수행하여야 하는 부담에다 복소수 이동점 부근의 고유치만을 우선적으로 계산하므로 미소신호안정도 해석에서 필요한 모든 지배적 진동모드를 빠짐없이 계산하기 위해서는 복소수 이동점을 0.2 Hz에서 2 Hz까지 이동하면서 전 주파수대역을 탐색하여야 하는 단점이 있다. 만약 지배적 진동모드의 주파수에 대한 사전 정보가 있다면 역행렬 변환은 행렬의 연산을 복소수로 해야 하는 부담에도 불구하고 매우 효율적인 변환이라 할 수 있다. 이 논문에서는 이와 같은 역행렬 변환의 효율성 때문에 역행렬 변환을 사용하고, 전 주파수대역을 탐색하여야 하는 역행렬 변환의 단점을 안정도 검토를 위해 자주 수행되는 과도안정도 해석의 결과를 Fourier 변환하여 복소수 이동점을 결정하여 보완하였다. 그 결과로 매우 효율적인 미소신호 안정도 해석 알고리즘의 구현이 가능하였다.

3.3 확대행렬 대수방정식 해법

식 (24)의 역행렬 변환된 상태행렬에 대해서 식 (1)에서 필요한 연산

$$x = (A - j\omega I)^{-1} c_r \quad (26)$$

은 확대 상태행렬을 사용한 다음 대수방정식으로 표현이 가능하다.

$$\begin{bmatrix} A_G - j\omega I & B_G \\ C_G & -Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_r \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

위 식을 행렬의 스파스한 특성을 해치지 않고 대수방정식을 계산하는 과정은 다음과 같다.

- 1) $Y_{EQ} = Y + C_G (A_G - j\omega I)^{-1} B_G$ 을 계산.
- 2) z 를 계산: $Y_{EQ} z = C_G (A_G - j\omega I)^{-1} c_r$.
- 3) x 를 계산: $(A_G - j\omega I) x = c_r - B_G z$.

이상과 같은 고유치 해석 알고리즘을 순서도로 나타내면 그림 2와 같다.

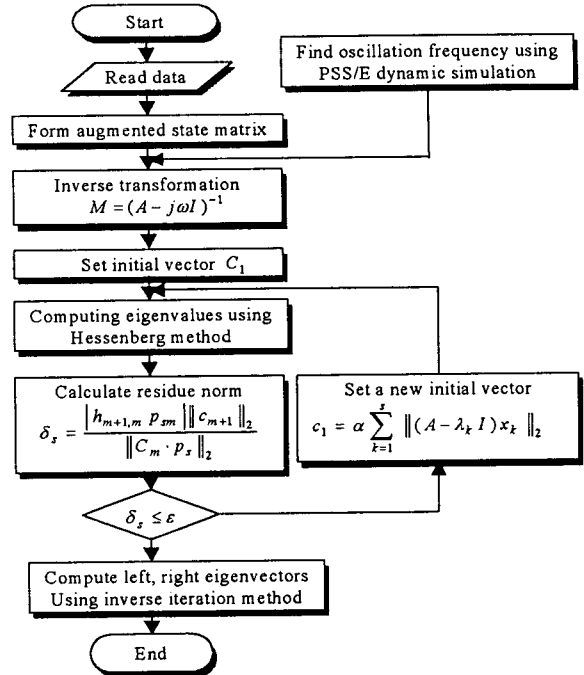


그림 2 Hessenberg 법의 순서도
Fig. 2 Flow chart of Hessenberg method

4. 사례연구

이 절에서는 New England 시험계통과 [4] 2000년 한전계통에 Hessenberg 법을 적용한 결과를 기술한다. 계산하고자 하는 고유치의 개수 s 는 5개로 고정하였으며, 식 (1)의 연산에 의한 Hessenberg 행렬의 구성을 s 의 4번째까지 수행하고, 여기서 구성된 Hessenberg 행렬에서 하 대각행렬 값인 k_r 의 크기를 비교하여 그 크기가 가장 작은 값에 해당하는 열 값을 m 으로 취하여 Hessenberg 행렬의 처음 $m \times m$ 부분행렬의 고유치를 계산하였다. 또한 Hessenberg 법의 수렴 판정은 식 (10)의 δ_s 가 허용오차 $\epsilon = 1.0 \times 10^{-3}$ 보다 작은 경우로 하였다. 계통에 진동을 유발하기 위한 외란으로는 선택된 모선에서 3 cycle 동안 지속되는 3상 지락사고를 모의하였으며, 모든 계산은 Pentium-II 400 Mhz 개인용 컴퓨터에서 실행하였다.

4.1 New England 시험계통

이 계통은 10-기 39-모선으로 구성되고 미소신호 안정도 해석에서 시험계통으로 널리 사용되고 있는 계통으로, 계통 규모가 중저차이면서도 저주파 진동의 특성을 잘 보여준다. 문헌 [4]에서 사용된 본래의 기기 모델은 PSS/E가 제공하는 모델에 포함되지 않아 PSS/E가 제공하는 모델 중에서 가장 가까운 특성을 보이는 모델을 선택하였다. 즉, 30번 발전기는 GENTRA 모델로 30번 이외의 모든 발전기 모델은 GENROU 표현하였으며, 여자는 IEEE T1, 조속기/터빈은 IEESGO로 모델로 수정하였다.

그림 3은 이 계통의 중앙에 위치한 16-번 모선에서 3

cycle 동안의 3상 지락사고를 모의한 경우의 각 발전기의 전기적 출력을 모의한 결과이다. 그림에서 30-번 발전기의 전기적 출력이 거의 제동됨이 없이 지속적으로 진동함을 알 수 있다. 고장을 제거한 후의 30-번 발전기의 출력을 Fourier 변환하면 그림 4와 같다.

Fourier 변환 결과 지배적 진동주파수는 0.7 Hz와 1.1 Hz로, 각속도로 환산하면 4.4와 6.91 rad/sec 이다. 이는 이 부근에 위치한 고유치의 제동특성이 불량함을 나타내므로, 이를 복소수 이동점으로 취하고 제안된 알고리즘을 수행한 결과를 표 1에 보였다. 표에서 "loop"는 초기벡터를 다시 계산하고 Hessenberg 법을 반복하는 횟수이고, "del"은 식 (10)으로 정의한 유수벡터의 norm을, "time"은 Hessenberg 법으로 5개의 고유치를 계산하는데 소요된 시간으로서 단위는 sec 이다. 또한, Hessenberg 법으로 계산한 고유치의 정확성을 검증하기 위하여 PSS/E의 선형해석 프로그램으로 계산한 고유치를 첫 번째 열에 기술하였다.

표 1에서 PSS/E선형해석 결과와 Hessenberg 법의 결과는 양호하게 일치하나 고유치 값에서 다소 차이가 있다. 본 논문에서는 비선형 모델을 감도에 의해 선형화하여 식 (20)의 확대행렬 형태의 선형모델을 구하는 반면, PSS/E의 선형해석프로그램에서는 perturbation에 의해 식 (22) 형태의 상태행렬을 직접 계산하고 이때 얻어진 상태행렬은 perturbation 크기에 의해 다소 영향을 받는다. 따라서 두 선형모델 사이에는 다소 차이가 있을 수 있고, 두 방법에 의해 계산된 고유치간의 차이는 모델의 차이에 기인할 수 있다.

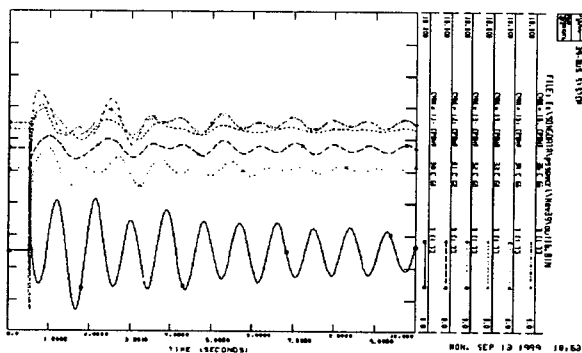


그림 3 New England 시험계통의 발전기 출력
Fig. 3 Generator output response of New England test system

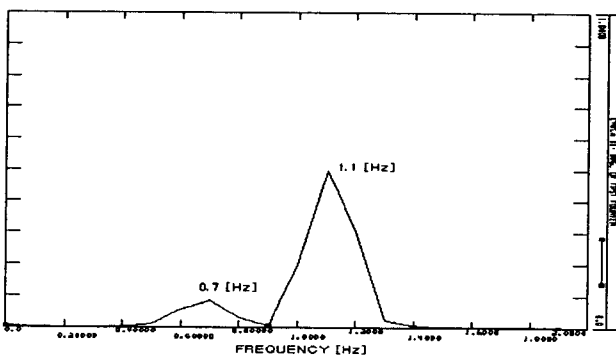


그림 4 30-번 발전기 출력의 Fourier 변환 결과
Fig. 4 Fourier spectrum of the generation of machine 30

표 1 New England 계통의 고유치해석 결과

Table 1 The result of eigen-analysis of the New England system

PSS/E	Hessenberg method					
	shift point 4.4i			shift point 6.91i		
	loop	del	time	loop	del	time
	1	1.65e-11	0.35	0	9.38e-13	0.17
Eigenvalue			Eigenvalue			
-0.3656 + 3.8851i	-0.3463 + 3.7280i	-0.5117 + 5.9674i				
-0.5238 + 6.0736i	-0.5117 + 5.9674i	-0.5046 + 6.3137i				
-0.5231 + 6.4483i	-0.5046 + 6.3137i	-0.0532 + 6.9646i				
-0.0411 + 7.0921i	-0.0537 + 6.9640i	-0.5968 + 6.9965i				
-0.6045 + 7.0288i	-0.5967 + 6.9963i	-0.6207 + 7.5698i				
-0.6268 + 7.6041i						

4.2 2000년 KEPCO 계통

2000년 한전계통은 215-기, 791-모선 1575-선로로 구성되어 있고, 간단한 단선도를 그림 5에 나타내었다. 전체 부하는 38,927 MW로 부하는 일정 MVA로 모의되었고, 확대행렬의 차수는 4240이다. 사용된 계통 데이터는 한 시점에서 장기 예측한 수치로 그 이후의 계통조건 변화를 반영하지 못하였으므로, 2000년의 실제 계통조건과 이 논문에서 사용한 조건과는 상당한 차이가 있을 수 있다. 따라서 본 논문의 미소신호안정도 해석결과는 실제와 다를 수 있다. 본 논문의 목적은 한전계통을 Hessenberg 법을 시험하기 위한 하나의 benchmark 계통으로 사용한 것이지만 한전계통에 대한 저주파진동의 결론을 도출하기 위한 것이 아님을 첨언한다.

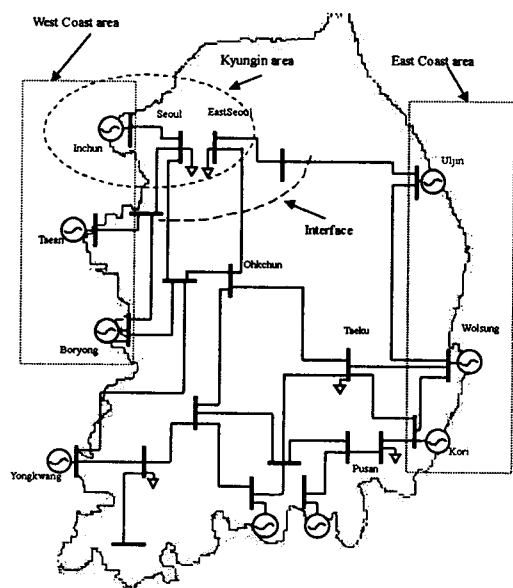


그림 5 KEPCO계통의 단선도
Fig. 5 Simplified one-line diagram of the KEPCO system

그림 6은 육천 345 kV 변전소에 3상 지락사고를 3 cycle 동안 모의하여 발전기의 전기적 출력을 관찰한 것이다. 이 변전소는 계통의 중앙에 위치하여 모든 발전기의 진동모드를 여자시키는데 가장 이상적인 모션이다. 그림에서 고리발전소의 출력이 가장 크게 진동하고 있음을 알 수 있다. 고리발전소 출력의 Fourier 변환한 결과는 그림 7의 (a)와 같다.

Fourier 변환결과 0.65 Hz와 1.1 Hz에서 스펙트럼이 크고 이에 대응하는 각속도는 4.1 rad/sec와 6.9 rad/sec이다. 즉, 고리발전기는 이 두개의 진동모드가 중첩되어 진동함을 의미한다. 4.1i와 6.9i를 이동점으로 하고 Hessenberg 법을 수행한 결과를 표 2에 보였다.

이동점 4.1i (0.69 Hz)에 대해서 0.69 Hz (-0.0416 + 4.3365i)와 0.86 Hz (-0.0309 + 5.4118i)의 두 개의 제동특성이 불량한 모드가 계산되었다. 이 두 고유치에 대하여 고유벡터를 구해본 결과 첫 번째 고유치는 서해안의 발전기가 동해안 및 동남해안의 발전기들에 대하여 180도의 위상차로 동요하는 지역간 모드(inter-area mode)이고, 두 번째 고유치는 울진 원자력 발전기의 지역 모드(local mode)임을 확인하였다. 그리고 이동점 6.9i (1.1 Hz)에서 계산된 모든 고유치는 만족할만한 제동 토크를 가지고 있으며, 그림 7 (a)

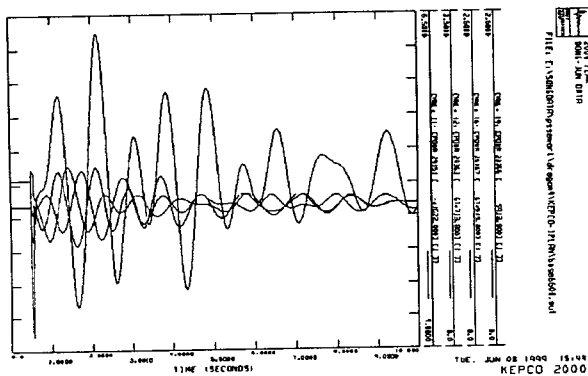


그림 6 KEPCO계통의 발전기 출력
Fig. 6 Generation output response of KEPCO system

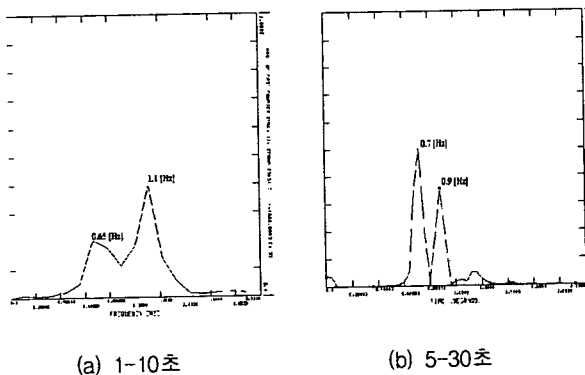


그림 7 고리 발전기 출력의 Fourier 변환 결과
Fig. 7 Fourier spectrum of the generation of the Kori plant

표 2 KEPCO 계통의 고유치해석 결과

Table 2 The result of eigen-analysis of the KEPCO system

MAM result	Hessenberg method					
	shift point 4.1i			shift point 6.9i		
	loop	del	time	loop	del	time
	0	4.4e-4	3.375	0	6.2e-4	3.405
Eigenvalue			Eigenvalue			
-0.9987 + 4.2025i	-0.0415 + 4.3364i			-0.2598 + 6.9313i		
-0.9910 + 4.2128i	-0.9788 + 4.2081i			-0.4539 + 6.7853i		
-1.0058 + 4.2532i	-0.9908 + 4.2252i			-0.4632 + 6.6009i		
-0.0964 + 4.8453i	-1.0047 + 4.2122i			-0.3537 + 6.1474i		
-0.0267 + 5.3997i	-0.0309 + 5.4118i			-0.6813 + 7.0216i		
-0.3463 + 6.2437i						
-0.4635 + 6.7540i						
-0.7924 + 6.9232i						
-0.5166 + 7.0624i						

에서의 주파수 1.1 Hz에 대응되는 고유치 -0.2598 + 6.9313i는 고유벡터 해석결과 고리의 발전소를 포함한 지역간 모드임을 확인하였다. 그림 7 (a)에서 1.1 Hz에서 스펙트럼이 크게 나온 것은 Fourier 변환을 과도영역이 포함된 1~10초간에 대해서 수행함으로 나타난 것으로 생각된다. 즉, 이 시간영역은 고리발전기가 참여하는 1.1 Hz 모드가 충분히 제동되기에는 짧은 시간이다. 그림 7 (b)는 과도안정도의 관심시간을 벗어난 5~30초간의 결과에 대해 고리발전기 출력을 Fourier 변환한 결과를 보여주고 있는데, 1.1 Hz 모드는 사라지고 표 2에서 보인 두개의 지배적 진동모드만이 나타나 있다. 이는 만약 mid-term 안정도 해석을 위한 모의결과가 있다면 이 데이터는 미소신호안정도에서 지배적 진동모드를 파악하는데 유익하게 사용될 수 있음을 의미한다.

Hessenberg 법의 결과를 검증하기 위해 EPRI의 MAM을 이용하여 0.2 Hz ~ 1.2 Hz 사이의 주파수대역에 대해 0.12 Hz씩 이동점을 옮기면서 한 이동점당 5개의 고유치를 구하는 방법으로 주파수 탐색(scan)을 한 결과를 표 2의 첫 번째 열에 보였다. PSS/E에서 제공되는 고유치해석 프로그램은 상태행렬의 크기가 750차로 한정되어 한전계통에 적용이 불가능하다. MAM과 Hessenberg 법에 의해 구해진 고유치는 대체로 잘 일치하나 두개의 지배적 진동모드의 주파수에서 약간의 차이가 있다. 이는 EPRI와 PSS/E에서 사용하는 기기 모델에 차이가 있어 발생하는 것으로 생각된다.

두개의 지배적 진동모드 중에서 울진의 지역모드는 울진의 발전기에 PSS를 설치하여 쉽게 진동을 제동시키는 것이 가능하였다. 그러나 0.69 Hz의 지역간 진동모드는 서해안의 거의 모든 발전기와 동해안 및 동남해안의 발전기들이 참여하여 제동특성의 개선이 쉽지 않을 전망이다. 이들 발전기에 의한 발전량이 전체 발전량의 약 70% 이상을 점유하여 계통의 안전운전에 심각한 위협을 가할 가능성이 있다. 이 두 지역간의 전력동요는 그림 5에 표시한 송전계통의 interface를 통하여 이루어짐을 고유벡터 해석과 PSS/E의 모의결과로 확인하였다. 그림 8은 서해안에 위치한 두기의 발전기와

동해안에 위치한 두기의 발전기 내부간의 동요를 보여주고 있는데, 두 지역의 발전기들이 180도의 위상차로 진동함을 잘 보여준다. 서해현재 TCSC와 UPFC와 같은 직렬 FACTS 기기를 설치하여 이 지역간 진동모드의 제동특성을 개선하는 연구가 진행중이다.

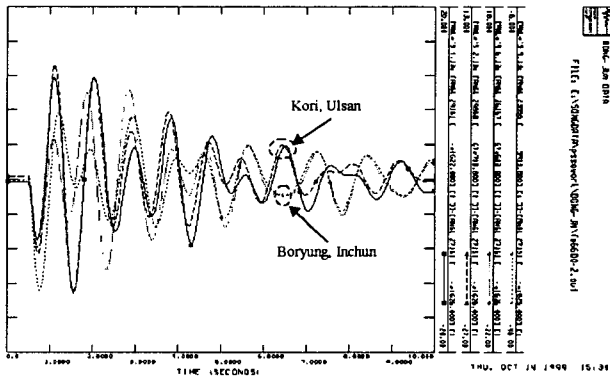


그림 8 고리, 울산, 보령, 인천지역의 발전기 내부각
 Fig. 8 Rotor angle response of Kori, Ulsan, Boryung and Inchun area

5. 결론

본 논문에서는 Hessenberg 법을 사용한 대규모 전력계통의 미소신호 안정도 해석 프로그램을 개발하였다. Pivoting 기능을 포함한 Hessenberg 법은 Householder 법과 비교될 정도로 수치적으로 안정하여 Krylov 벡터의 재직교화(re-orthogonal)과정이 필요하지 않아, 수치적으로 불안정하여 재직교화 과정이 필요한 Arnoldi 법에 비해 효율적이다. 제안된 Hessenberg 법에서는 계산된 근사 고유치를 반복법이나 Rayleigh quotient iteration (RQI)을 이용하여 원하는 정확도로 개선하는 것을 가능하게 하였다. 또한 제안된 방법이 양호한 선별성과 빠른 수렴속도를 가지도록 상태행렬을 복소수 이동된 역행렬 변환을 사용하였으며, 지배적 진동 모드만을 선별적으로 계산하기 위하여 복소수 이동점은 계통을 PSS/E로 모의한 결과를 Fourier 변환하여 결정하였다. 선형모델은 블록 대각행렬 구조의 스파스한 확대행렬 형태로 구성하였으며, 계통방정식을 계통기준축으로 나타내어 계통방정식을 모션 어드미턴스 행렬로부터 쉽게 유도할 수 있도록 하였다.

제안된 알고리즘을 New England 계통과 2000년 한전계통에 적용하고, PSS/E 또는 EPRI의 MAM을 이용한 고유치 해석결과와 비교하여 두 결과가 잘 일치함을 확인하였다. 특히, 한전계통에서 5개의 고유치를 계산하는데 Pentium II, 400 MHz PC로 3.4초 정도 소요되어 계산속도가 타 방법에 우수하다. 한전계통에서 두 개의 지배적 진동모드가 발견되었는데, 하나는 울진지역의 0.86 Hz 지역모드이고 다른 하나는 0.69 Hz의 지역간 모드이다. 이 지역간 모드는, 보령과 서인천 등의 서해안지역의 거의 모든 발전기가 울진, 고리 등 동해안 및 동남해안 지역에 위치한 발전기와 180도의 위상차를 가지고 동요하고, 이들 발전기에 의한 발전량이 총 발전량의 약 70% 이상을 점유하여 계통의 안전운전을 위협할 수 있는 요소로 작용할 가능성이 있다. 현재 직렬

FACTS 기기를 사용하여 지역간 모드의 제동특성을 개선하는 연구가 진행중이다.

감사의 글

본 연구는 1999년에 한국전력공사 지원에 의하여 이루어진 연구입니다.

참고 문헌

- [1] S. Zelingher, B. Shperling, J. D. Mounford, and R. J. Koessler, "Analytical Studies for Thyristor-Controlled Series Compensation in New York State, Part II Dynamic Stability Analysis", Proc. of FACTS Conference 2, pp. 2.1-15~32, Dec. 1992
- [2] N. Martins, etc all "Retuning Stabilizers for the North-South Brazilian Interconnection", 1999 IEEE PES Summer Meeting, pp. 58-67, Edmonton, 18-22 July 1999.
- [3] G. Angelidis, A. Semlyen, "Improved Methodologies for the Calculation of Critical Eigenvalues in Small Signal Stability Analysis", IEEE/PES Summer Meeting, July 1995.
- [4] EPRI, Phase II: Frequency Domain Analysis of Low Frequency Analysis Oscillations in Large Power System, Vol.2, Final Report EPRI EL-2348, 1982
- [5] N. Martins, H. Pinto, L. Lima, "Efficient Methods for Finding Transfer Function Zeros of Power Systems", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 7, No. 3, pp. 1350-1361, August 1992
- [6] D. Y. Wong, G. J. Rogers, B. Porreta, and P. Kundur, "Eigenvalue Analysis of Very Large Power Systems", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. PWRS-3, May 1988.
- [7] L. Wang, A. Semlyen, "Application of Sparse Eigenvalue Techniques to the Small Signal Stability Analysis of Large Power Systems", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. PWRS-5, No. 2, pp. 635-642, May 1990.
- [8] L. Wang, "Eigenvalue Analysis of Large Power Systems", Ph.D Thesis, Toronto University, 1991, pp. 14-35, 50-54
- [9] N. Uchida and T. Nagao, "A New Eigen-Analysis Method of Steady State Stability Studies for Large Power Systems: S Matrix Method", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. PWRS-3, No. 2, pp. 706-714, May 1988.
- [10] H. K. Nam, K. S. Shim, and C. J. Moon, "Modal Analysis of Large Scale Power System Using Hessenberg Process", Trans. of KIEE, Vol. 42, No. 10, 1993, pp. 53-63.
- [11] J. H. Wilkinson, The Algebraic Eigenvalue Problem, Clarendon Press, Oxford, 1965, pp. 377-392

- [12] PTI, PSS/E Program Application Guide VolumeII, Ver 24, pp. 13-1 13-13.
- [13] H. K. Nam, Y. K. Kim, K. S. Shim, K. Y. Lee, "A New Eigen-sensitivity Theory of Augmented Matrix and Its Applications to Power System Stability Analysis", accepted for publication in IEEE Trans. on Power Systems, PE-464-PWRS-0-02, 1999.

저 자 소 개



남 해 곤 (南海鯤)

1950년 10월 16일생. 1975년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1980년 Univ. of Houston 졸업(석사). 1986년 Univ. of Texas at Austin 졸업(공학). 1975년~1978년 한국 전력 원자력 건설부 근무. 1986년~1988년

한국전기연구소 근무. 1988년~현재 전남대 공대 전기공학과 부교수

Tel : 062-530-1745

E-mail : hknam@chonnam.chonnam.ac.kr



문 채 주 (文彩柱)

1959년 12월 26일생. 1981년 전남대학교 공대 계측공학과 졸업. 1983년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1994년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학). 1986년~1997년 한전 기술 책임연구원. 1997년 9월 ~현재 목포

대학교 공과대학 전기제어공학부 조교수

Tel : 0636-450-2466

E-mail : cjmoon@chungkye.mokpo.ac.kr



송 성 근 (宋成根)

1975년 9월 16일생. 1998년 전남대 공대 전기공학과 졸업. 2000년 동대학원 졸업(석사). 현재 동대학원 박사과정.

Tel : 062-530-0745

E-mail : u0030211@chonnam.chonnam.ac.kr



김 동 준 (金東俊)

1971년 1월 7일생. 1992년 전남대 공대 전기공학과 졸업. 1994년 동대학원 졸업(석사). 현재 한국전기연구소 전력연구단 시스템제어 연구그룹 연구원. 관심분야 : 전

압 붕괴점 프로그램 개발(CPF법, PoC법), 발전기/제어계 모델링. 디지털 제어, AVR/PSS 정수 튜닝.

디지털 PSS 개발.

Tel : 0551-280-1318

E-mail : djkim@keri.re.kr



심 관 식 (沈冠植)

1965년 8월 24일생. 1991년 전남대 공대 전기공학과 졸업. 1994년 동대학원 졸업(석사). 1997년 동대학원 졸업(공학). 1997년~현재 서남대학교 전자전기공학과 전임강사.

Tel : 0671-620-0298

E-mail : simgong@tiger.seonam.ac.kr



문 영 환 (文英煥)

1956년 5월 13일생. 1979년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1981년 서울대 공대 전기공학과 대학원 졸업(석사). 1990년 Univ. of Texas(Arlington) 전기공학과 졸업(공학). 현재 한국전기연구소 전력연구

단 시스템제어 연구그룹장, 책임연구원. 관심분야 : 발전기/제어계 모델링, HVDC 제어, EMS 프로그램 개발, 전력구조 개편, 실계통 AVR/PSS 정수 튜닝, 디지털 PSS 개발.

Tel : 0551-280-1311

E-mail : yhmoon@keri.re.kr