

# Solid 모델링된 코일의 전류 밀도 분포 해석을 위한 새로운 방법

論 文

49B-7-5

## A Novel Technique for Current Density Distribution Analysis of Solidly Modelled Coil

任 彰 煥\* · 金 洪 樞\*\* · 鄭 炫 教\*\*\*

(Chang-Hwan Im · Hong-Kyu Kim · Hyun-Kyo Jung)

**Abstract** - The analysis of current distribution in a solidly modeled coil is very important for accurate analysis of electric machines such as deflection yoke. In general, Modeling every coils is nearly impossible for analyzing magnetic field using the 3-D finite element method, so solidly modeled coil is usually used. Some methods have been developed for analyzing current distribution, but these methods have fatal disadvantages. The main disadvantages are that the methods cannot be applied to an arbitrary shaped coil and that they yield numerical errors. In this paper, a novel method for resolving the problems mentioned above is proposed. The new method is verified by the application to a test model and it shows a very accurate result.

**Key Words** : Finite element method, current density distribution, solidly modelled coil

### 1. 서 론

3차원 유한 요소법을 이용하여 복잡한 형상을 지닌 코일을 포함한 전기 기기를 정확하게 해석하기 위해서는 코일 내부의 전류분포를 정확하게 계산할 필요가 있다. 특히 자기 편향 요크(DY : Deflection Yoke)와 같이 매우 정확한 자계 계산이 필요한 전기기기의 경우에는 코일의 전류분포가 해석 결과에 치명적으로 작용하게 된다[4]. 일반적으로 벡터 포텐셜을 이용한 3차원 유한요소 해석에서는 코일의 가닥 하나 하나를 모델링하는 것이 불가능하므로 Solid 형태로 모델링된 코일을 사용한다. 일반적으로 이와 같은 코일 내부의 전류분포를 해석하기 위해서는 전류 벡터 포텐셜(T)를 이용한 해석이나 정전계 해석을 응용한 해석법을 사용한다[1]. 하지만 코일이 휘어진 형태를 지닐 경우 코일의 안쪽으로 전류밀도가 더 커지게 되므로 이와 같은 방법을 사용하면 정확한 해를 얻을 수 없다. 이에 코일을 여러 개의 section으로 나누어 각 section별로 같은 전류밀도 값을 부여하는 방법도 제시되었다[2]. 하지만 이 방법의 경우 section을 나누어주는 기준이 주어지지 않으므로 단순한 형태의 코일에만 적용이 가능하며 복잡한 코일의 경우에는 적용이 불가능하다는 단점이 있다. 본 논문에서는 이러한 문제점들을 해결하여 임의의 형상을 지닌 코일에 적용이 가능하며 실제 코일의 전류분포와 비교하여 거의 오차를 가지지 않는 전류 분포를 얻을 수 있는 새로운 방법을 제안한다. 이 방법을 검증이 가능한 모델

에 적용하여 그 타당성을 검증하도록 한다.

### 2. 기존의 방법

#### 2.1 전류 벡터 포텐셜을 이용한 해석 방법

전류 벡터 포텐셜을 이용하여 전류밀도 분포를 해석하기 위한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\sigma} \nabla \times \vec{T} \right) = 0, \quad \vec{j} = \nabla \times \vec{T} \quad (1)$$

$$\oint \vec{T} ds = I \quad (2)$$

이 때,  $\sigma$ 는 전기전도도(conductivity)이고  $\vec{T}$ 는 전류 벡터 포텐셜이다.  $\vec{j}$ 는 구하는 전류밀도를 나타내고  $I$ 는 전류를 나타낸다. 지배방정식 (1)을 이용하여 코일의 단부에 경계조건을 주고 유한요소 해석을 이용하여 각 요소별 전류밀도 분포를 계산한다. 자세한 방법은 참고문헌에 나타나 있다[1]. 이 방법을 이용한 경우 서론에서 언급한 바와 같이 휘어진 코일의 안쪽 부분을 따라서 더 큰 전류밀도 값을 나타내게 되는 문제점이 있어서 직선 코일의 경우가 아닌 경우에는 적용하기 힘들다.

#### 2.2 정전장 해석을 이용한 방법

3차원 해석에서 경계조건을 동일하게 주면 벡터 포텐셜의 결과와 스칼라 포텐셜의 결과가 일치하게 되므로 정전장 해석을 이용한 방법은 기본적으로 2.1절의 전류 벡터 포텐셜의 경우와 같은 결과를 얻게 된다. 이 방법의 적용 과정은 다음

\* 準 會 員 : 서울大 電氣工學科 碩士課程

\*\* 正 會 員 : 서울大 電氣工學科 博士課程

\*\*\* 正 會 員 : 서울大 電氣工學科 教授 · 工博

接受日字 : 2000年 4月 10日

最終完了 : 2000年 6月 7日

과 같다.

1. 그림 1의 단면 1,2에 각각 임의의 포텐셜 값을 인가한다. 예를 들어 단면 1에서는 100[V], 단면 2에서는 0[V]를 인가한다.

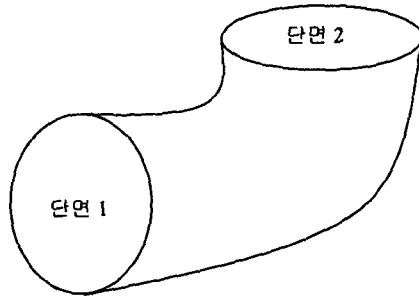


그림 1 전류분포 해석을 위한 예제  
Fig. 1 Example for current distribution analysis

2. 정전계 해석을 통해서 각 요소별 전계  $E$ 를 계산한다. 정전계 지배 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla^2 E = 0 \quad (3)$$

3.  $J = \sigma E$  에서 해석 모델의  $\sigma$ 는 일정하다고 볼 수 있고, 이 값은 미지수이므로  $k$ 라 둔다. 이 식을 단면 1(또는 2)에 대해서 적분을 하면 식 (4)를 얻을 수 있다. 단면 전체(단면 1,2)의  $E$  값을 계산하고 식 (4)를 이용하여 상수  $k$ 의 값을 계산한다.

$$NI = kE_i \quad (4)$$

이 때,  $N$ 은 코일의 턴수,  $I$ 는 전류의 값,  $E_i$ 는 단면 전체의  $E$  값을 나타낸다.

그림 1에서 단면 1이나 단면 2에서의 각 삼각형 요소별로 전계 값을 합산하여 총 전계 값을 계산하고 그 값을  $E_i$ 에 대입하면 상수  $k$ 를 구할 수 있다.

4. (4)식에서 구한  $k$ 의 값을 전 요소의  $E$ 에 곱해주어 각 요소별 전류밀도를 계산한다.

이 방법의 결과는 기본적으로 2.1절에서 계산한 전류 벡터 포텐셜의 결과와 동일하므로 이 경우에도 휘어진 코일의 안쪽으로 전류 밀도 값이 커지게 된다.

### 3. 전류분포 해석을 위한 새로운 방법

제안된 방법은 2.2절의 정전계 해석을 이용한 전류밀도 분포 해석을 기본으로 한다. 제안된 방법의 적용 과정은 다음과 같다.

1. 그림 1의 단면 1,2에 일정한 값의 포텐셜을 인가하고 정전계 해석을 통해 각 절점(node)별 포텐셜 값 및 각 요소별

전계  $E$ 를 계산한다. 각 요소별 전계 벡터를 전계의 크기로 나누어 전계 벡터의 단위 방향 벡터(unit direction vector)를 계산한다.

2. 단면 1,2에 주어진 포텐셜 값 사이의  $n$ 개의 포텐셜을 정하고( $\phi_i, i=1,2,\dots,n$ ) 정해진 포텐셜에 대한 등 포텐셜면(equi-potential plane)을 구한다. 각각의 등 포텐셜면의 면적을 계산하여 이 값을  $S_i(i=1,2,\dots,n)$ 로 둔다.

3. 각 등 포텐셜면 별로 전류밀도의 크기를 계산하여 이 값을  $J_i$ 로 둔다.  $J_i$ 는 다음과 같이 계산한다.

$$J_i = \frac{N \cdot i}{S_i} \quad (5)$$

이 때,  $N$ 은 코일의 턴수,  $i$ 는 전류의 값을 나타낸다.

4. 각 요소별로 평균 포텐셜 값을 계산한다. 평균 포텐셜 값은 요소 내의 절점에서의 포텐셜 값을 평균하면 된다. 이 포텐셜 값에서의 전류밀도 값을 계산한다. 즉 제안된 방법에서는 포텐셜값에 따라서 전류밀도가 주어지게 된다. 만약 요소에서의 포텐셜  $\phi$ 가  $\phi_i$ 와  $\phi_{i+1}$ 사이에 있을 경우 전류밀도의 크기는 다음과 같이 계산된다.

$$J = \frac{\phi - \phi_i}{\phi_{i+1} - \phi_i} J_{i+1} - \frac{\phi_{i+1} - \phi}{\phi_{i+1} - \phi_i} J_i \quad (6)$$

5. 1단계에서 각 요소별로 구해진 전계 벡터의 단위 방향 벡터에 4단계에서 계산한 전류밀도 값을 곱해주면 모든 요소에 대해서 전류 밀도 분포를 계산할 수 있다.

제안된 방법이 기존의 방법과 다른 가장 큰 특징은 제안된 방법은 전류 밀도의 크기를 계산할 때, 정전장 해석을 통해 얻은 전기 포텐셜 값을 기준으로 한다는 데 있다. 정전장 해석에서 얻어진 자계  $E$ 는 등 포텐셜 면에 수직이고 전류의 방향은 이렇게 구해진 자계  $E$ 와 동일하다는 가정이 있으므로 등 포텐셜 면을 기준으로 전류 밀도의 크기를 구하는 방법이 타당성을 가진다.

## 4. 해석 및 결과

### 4.1 해석 모델

제안된 방법의 검증을 위한 해석 모델은 그림 2와 같다. 그림 2와 같은 모델을 설정한 이유는 코일이 바깥으로 휘어져 있을 뿐 아니라 코일 단면의 면적도 달라지므로 임의의 형상을 지닌 코일로 볼 수 있기 때문이다. 실제로 자기 편향 코일 등에서는 프레스(press)를 이용하여 코일을 생성하므로 코일의 방향 뿐 아니라 코일 각 단면의 면적도 달라지게 된다. 이와 같은 모델에서는 단면을 잘라서 전류분포를 해석하는 참고문헌 [2]의 방법을 적용할 수 없다. 왜냐하면 참고문헌의 모델과는 달리 단면을 자르는 기준을 잡을 수 없기 때문이다.

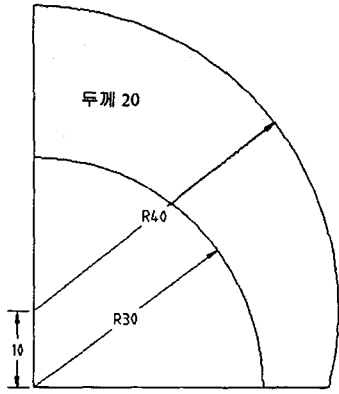


그림 2 해석 모델  
Fig. 2 Analysis model

해석의 기준을 잡기 위해서 그림 3과 같이 선 요소(line element)를 이용하여 코일을 모델링하였다. 선 요소를 이용한 모델링은 실제 코일 하나 하나를 모두 모델링한 것이므로 정확한 기준이 될 수 있다. 그림 4는 solid 모델링한 코일의 요소 분할도를 나타낸다. 선 요소로 분할한 경우 코일의 턴 수는 231[turn]이고 각 턴 당 segment 수는 25이다. Solid 모델링의 경우 총 요소 수는 15783개, 총 절점 수는 3259개이다.

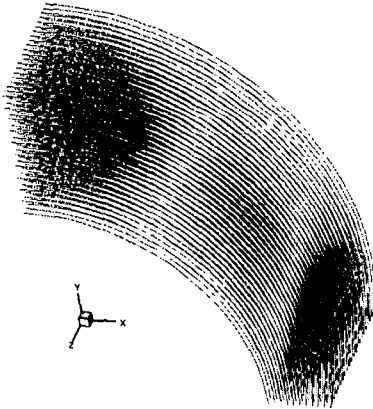


그림 3 선 요소를 이용한 코일 모델링  
Fig. 3 Coil modeled by line elements



그림 4 Solid 모델링된 코일의 요소분할  
Fig. 4 Mesh generation of solidly modeled coil

#### 4.2 전류분포의 해석

제안된 방법의 검증을 위해서 선형 코일에 의한 자계 값을 Biot-Savart법칙에 의해서 계산하고 전류분포를 계산한 solid 모델링된 코일에 의한 자계 값을 역시 Biot-Savart법칙을 이용하여 계산한 뒤 그림 5의 A-B선 상에서 등간격으로 7개의 점을 잡아서 비교하였다.

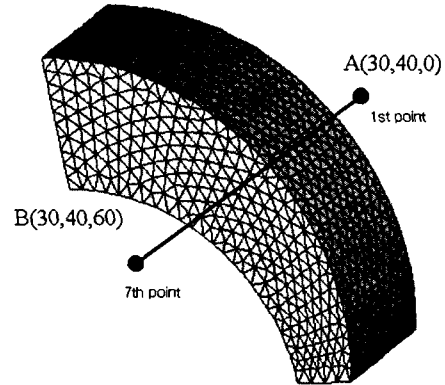


그림 5 자속밀도 비교 위치  
Fig. 5 Position for comparing flux density

선형 요소 코일에 의한 자계는 식 (7)에 의해 계산할 수 있다[3]. 식(6)의 점 A,B,P는 그림 6에서와 같다.

$$\vec{H}_c = \frac{i}{4\pi} \vec{AB} \cdot \left( \frac{\vec{AP}}{|\vec{AP}|} - \frac{\vec{BP}}{|\vec{BP}|} \right) \frac{|\vec{AB} \times \vec{AP}|}{|\vec{AB} \times \vec{AP}|^2} \quad (7)$$

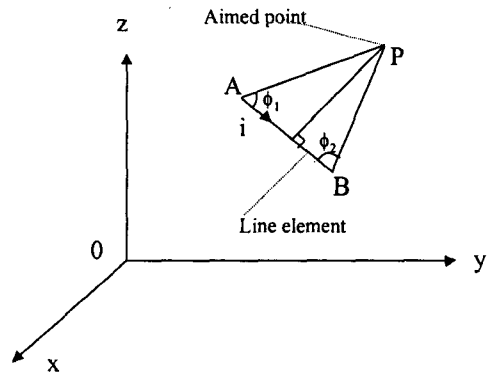


그림 6 선형 요소 코일과 임의의 점에서의 자계 계산  
Fig. 6 Line element coil and calculation of magnetic field on a aimed point

한편, 사면체 요소에 의해서 유기되는 자계는 Biot-Savart 법칙에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$\vec{H}_s = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J} \times \vec{r}}{r^3} dV \quad (8)$$

이 때,  $r=|\vec{r}|$ 은 source 점에서 계산점까지의 거리를 나타낸다.

### 4.3 해석 결과

그림 7은 기존의 전류분포를 계산하는 방법에 의한 자계값과 선형 요소 코일에 의한 자속밀도의 크기를 A-B선 상에서 비교한 것을 나타내고 있다. 코일 근처에서의 자속밀도 값이 약 10%까지 차이가 남을 알 수 있다.

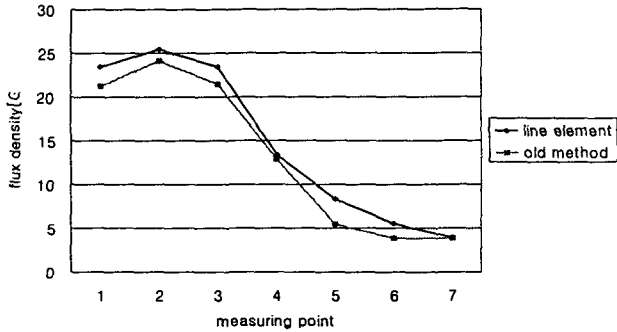


그림 7 기존의 방법과 선형 요소에 의한 자속 밀도의 비교  
 Fig. 7 Comparison of flux density between conventional method and line element method

제안된 방법을 적용하기 위해서 양 단면에 100[V]와 0[V]의 포텐셜을 경계조건으로 인가하고 전계 해석을 통해 각 요소별 전류밀도의 방향을 계산하였다. 0[V]와 100[V]사이 4[V]단위로 총 26개의 등 포텐셜면을 계산하였다. 그림 8은 제안된 방법을 적용하기 위하여 계산한 등 포텐셜면을 나타내고 있다.

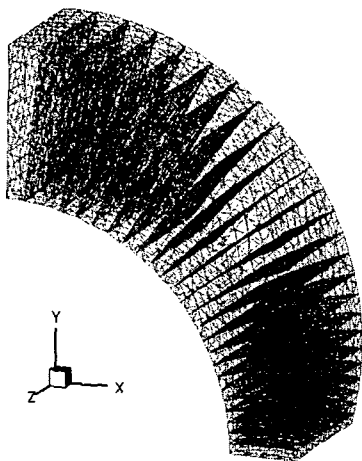
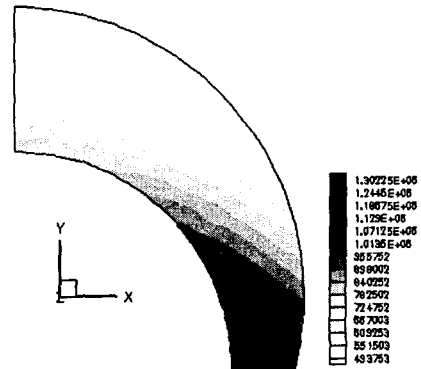


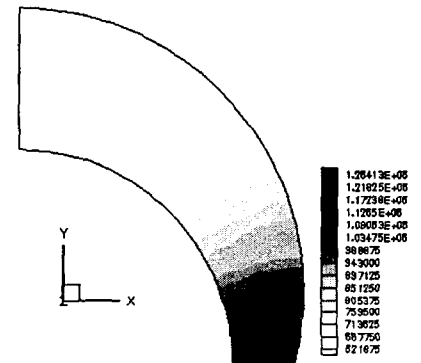
그림 8 등 포텐셜 면  
 Fig. 8 Equi-potential planes

그림 8에서와 같은 등 포텐셜면을 이용하여 각 포텐셜별 전류밀도의 크기를 계산하고 식 (6)을 이용하여 모든 요소에 대해 전류밀도의 크기를 계산하였다. 이렇게 계산된 각 요소별 전류밀도의 크기를 전계 해석을 통해 구한 전계의 단위 방향 벡터에 곱해줌으로써 모든 요소에서의 전류밀도 분포를 구할 수 있다.

그림 9(a)는 기존의 방법에 의해 구한 전류밀도 크기의 분포를 나타내고 있으며 그림 9(b)는 제안된 방법에 의한 전류밀도 크기의 분포를 나타낸다. 두 그림 모두 코일의 가운데에서 단면을 잘라서 나타낸 결과이다. 그림에서 알 수 있듯이 기존의 방법을 이용하여 전류밀도 분포를 구할 경우 전류밀도의 크기가 코일의 안쪽에서 훨씬 더 크게 나타남을 확인할 수 있다. 하지만 제안된 방법을 이용할 경우 그림 9(b)에서와 같이 코일의 안쪽과 바깥쪽으로 거의 비슷한 크기의 전류 밀도를 나타냄을 확인할 수 있다.



(a) 기존의 방법



(b) 제안된 방법

그림 9 기존의 방법과 제안된 방법에 의한 전류밀도의 크기 비교

Fig. 9 Comparison of flux density between conventional and proposed method

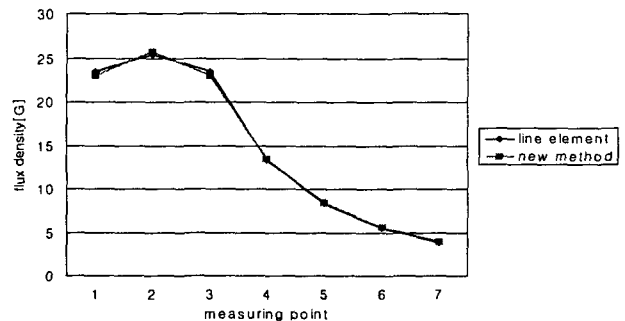


그림 10 제안된 방법과 선형 요소에 의한 자속 밀도의 비교  
 Fig. 10 Comparison of flux density between proposed method and Line element method

그림 10은 A-B선 상을 따라 제안된 방법을 이용하여 계산한 자속 밀도 크기와 선형 요소를 이용하여 계산한 자속 밀도 크기를 비교한 결과이다. 새로운 방법에 의한 자속 밀도가 선형 요소를 이용한 자속 밀도 값과 거의 동일한 결과를 나타냄을 확인할 수 있다. 그림 7의 결과와 비교해 보면 제안된 방법의 정확도를 쉽게 확인할 수 있다.

### 5. 결 론

본 논문에서는 Solid로 모델링된 코일 내부의 전류분포를 해석하는 새로운 방법을 제안하였다. 코일 안쪽에 더 큰 전류밀도가 계산되는 문제점을 해결하고 등 포텐셜 면을 이용하여 임의 형상의 코일에 적용할 수 있는 정확한 전류분포 해석법을 개발하였으며 제안된 방법을 실제 모델에 적용하여 선형 요소 코일에 의한 자계와 비교하였다. 그 결과 많은 오차를 보인 기존의 방법과 달리 매우 정확한 자계 값을 얻을 수 있었다. 제안된 방법은 유한요소 해석에서의 오랜 문제로 남아 있던 전류분포를 정확하게 계산하는 문제를 해결하는 확실한 방법으로 많은 해석 분야에 직접 응용이 가능할 것으로 보인다.

### 참 고 문 헌

- [1] Y.Kawase, H.Mori and S. Ito, "3-D Finite Element Analysis of Electrodynamical Repulsion Forces in Stationary Electric Contacts Taking into Account Asymmetric Shape (Invited)," *IEEE Trans. Magn.*, vol.33, no.2, pp.1994-1999, 1997
- [2] Y. Kawase, T. Mori, K Hirata, Y. Mitsutake, "Performance Analysis of Electromagnetic ID Transmission System Using 3-D Finite Element Method," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 34, No. 5, SEPTEMBER, 1998
- [3] Anwar Osseyran, *Computer Aided Design of Magnetic Deflection Systems*, pp.70, 1986
- [4] 최마영, 민감도 해석을 이용한 자계 편향 시스템의 최적화, 서울대학교 공학석사 학위 논문, 1993년 2월

## 저 자 소 개



**임 창 환 (任 彰 煥)**

1976년 8월 14일 생. 1999년 서울대 전기공학부 졸업. 현재 동 대학원 전기공학부 석사과정  
 Tel : 02-880-7262, Fax : 02-878-1452  
 E-mail : ichich2@snu.ac.kr



**정 현 교 (鄭 炫 敎)**

1955년생. 1979년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1984년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학). 1987년-1989년 뉴욕 Polytechnic Univ. 객원 교수. 1984년-1993년 강원대 전기공학과 부교수. 현재 서울대 전기공학부 교수

Tel : 02-880-7242  
 E-mail : hkjung@snu.ac.kr



**김 홍 규 (金 烘 榘)**

1969년 출생. 1995년 서울대 공대 전기공학과 졸업(학사). 1997년 동 대학원 전기공학부 졸업(석사). 현재 동 대학원 전기공학부 박사과정  
 Tel : 02-880-7262  
 E-mail : khk@eesri-10.snu.ac.kr