

# 불확실한 수요 하에서 이중성형 구조의 광대역 접속망 설계에 관한 연구

윤 문 길\*

## A Broadband Local Access Network Design with Double-star Topology under Uncertain Demands

Moon-Gil Yoon\*

### ■ Abstract ■

As a result of rapid advances in communication technology, fiber optics have begun to be adopted in most telecommunication systems as an economic choice. Due to the trend of evolution toward broadband communication network with fiber optics and electronic devices, the network design problem for broadband communication has been received a great deal of research attention recently. In this paper, we address a topological design problem for broadband local access network with uncertain demands, which has received surprisingly little attention so far. In our problem, we select a set of hubs and links for constructing network topology, and to determine cable installation paths on the network at the minimal total cost, which contains the expected penalty cost for the amount of undersupplied in addition to the usual cost terms of the fixed demand problem. Our problem can be approximated as a mixed 0-1 integer programming problem by using Szwarc's linear approximation technique. Then the problem is transformed successfully into a version of classical network design model. Some computational experiments for the model and concluding remarks are described.

## 1. 서 론

정보통신 기술의 발전은 통신망의 고속화와 광

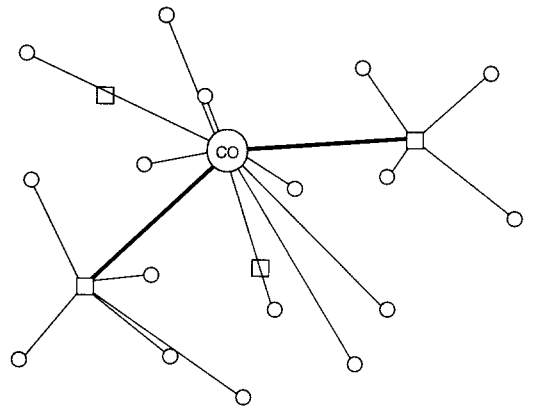
대역화를 가져왔고, 이를 이용한 광대역 정보통신  
서비스가 가능하게 되었다. 통신망의 광대역화는  
광전송과 ATM 교환기술의 발달에 따라 급속히

\* 한국항공대학교 경영학과

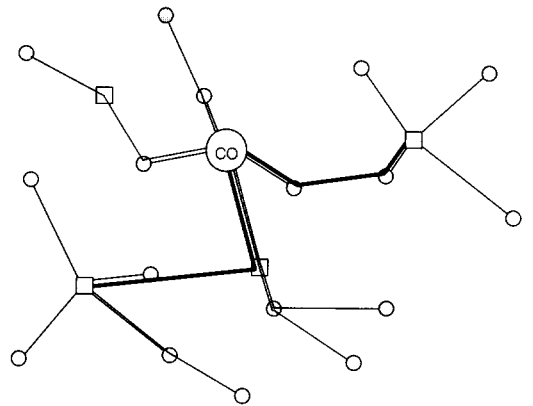
확산되고 있다. 광케이블을 이용한 광전송 망의 구축은 대용량 전송의 특성 때문에 기간통신망(Backbone Network)에 널리 도입되고 있으나, 가입자 접속망(Local Access Network)에서는 과도한 투자비 부담으로 도입이 지연되고 있다. 그러나, 최근 들어 기존의 동선 또는 무선을 이용하는 ADSL, B-WLL 등 가입자망을 광대역화하기 위한 새로운 기술 대안들이 제시되면서, 보다 경제적으로 가입자망을 구축하기 위한 노력이 시도되고 있다[1, 7, 8, 9].

광대역 가입자망을 실현하는 기술적인 제약요인은 망 구성방식과 구성장비에 따라 매우 복잡하게 나타난다. 특히 이러한 기술적 제약은 망 구조(Network Architecture)의 결정에 큰 영향을 미치게 되고, 망 구조에 따라 서로 다른 망설계 모형 및 기법이 적용되게 된다[2]. 따라서, 광대역 가입자망을 실현하기 위하여 다양한 형태의 망 구조에 대한 설계문제가 연구되어져 왔다[2, 3]. 그러나 실제 통신망을 구축하는 시점에서는 수요의 불확실성 등으로 인하여 과잉공급 또는 공급부족 현상이 자주 발생하고 있다. 이 같은 현상은 예측해야 하는 수요의 불확실성을 정확히 반영하고 있지 않기 때문에 발생하는 것이다. 실제로 가입자 수요는 여러 가지 상황변수에 의하여 정확한 예측치를 계산한다는 것이 불가능하기 때문에 어느 정도의 예측오차를 고려하고 있지만, 수요자체가 가지는 불확실성을 충분히 반영하는 것은 매우 어려운 일이다. 이 때문에 가입자 망 설계에 관한 많은 연구들[1-6, 12]에도 불구하고, 수요의 불확실성을 고려하여 망설계 문제를 다룬 연구가 많지 않은 실정이다[10, 11].

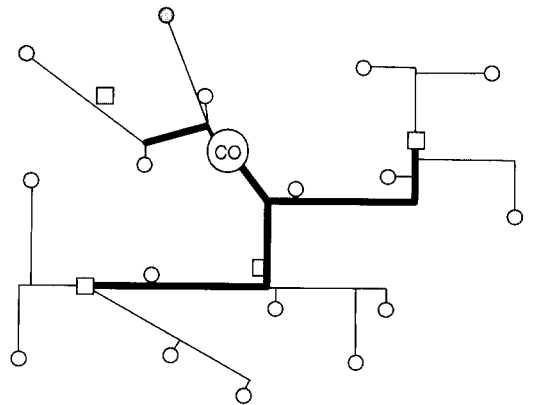
본 연구에서는 여러 가지 가입자 망 구조 중에서 대표적인 논리적 이중성형 구조(Logically Double-star Topology : [그림 1])에 대하여 불확실한 수요 하에서의 물리적 광대역 가입자망의 최적 설계문제에 관하여 연구하고자 한다. 본 연구에서 다루는 문제는 CO(Central Office)의 위치, RN(Remote Node)의 후보위치, DP(Distribution Point)의 위치



(a) 논리적 이중성형구조



(b) 논리적 이중성형구조의 케이블 배치



(c) 논리적 이중성형구조의 물리적 망구조

[그림 1] 논리적 이중성형 망구조와 물리적 망구조

가 주어지고, 이들 간을 연결하는 광케이블의 설치를 위한 관로설치 후보 링크가 주어진 상황에서, CO-RN-DP 간에 논리적인 이중성형구조로 구성되는 문제를 다룬다. RN에는 FLC(Fiber Loop Carrier) 등 광가입자 전송장비가 설치될 수 있고, DP는 일정지역의 가입자를 집적시키는 노드로 고려할 수 있다. RN은 CO와 광케이블로 연결되게 되지만, DP는 CO 또는 RN에 광케이블 또는 동선을 이용하여 연결된다. CO에 접속하고자 하는 수요(케이블 수요)가 각 DP별로 확정적인 값으로 주어진 경우에 대한 RN의 설치 위치결정 및 케이블 설치 문제는 Tcha & Yoon[12]에 의하여 이루어졌으며, 본 연구에서는 케이블 수요가 불확실하게 주어진 경우를 대상으로 광가입자망의 설계문제를 다루고자 한다.

비용 최소화를 가져오는 가입자망을 설계하기 위하여 다음과 같은 비용요소를 고려한다: RN의 설치비용, 관로설치 비용, 케이블 설치비용, 공급부족에 따른 추가비용. RN의 설치비용은 고정비로 고려할 수 있고, 관로설치 비용도 케이블의 수에 관계없이 일정하게 발생하므로 고정비용으로 처리가 가능하다. 케이블 비용은 관로가 설치된 구간에 설치되는 케이블의 종류와 수에 따라 변하는 변동비용으로 고려된다. 실제 발생하는 수요이상의 케이블이 설치된 경우는 초과된 케이블만큼이 과잉 투자된 것이고, 과잉 투자비용이 이미 케이블 설치시에 고려되었기 때문에 추가비용은 고려하지 않는다. 다만, 실제 실현된 수요가 공급된 양을 초과하는 경우에는 초과 비용이 발생하는 것으로 고려한다.

RN과 CO간의 전송속도의 제약 때문에, RN 노드에는 일정한 수 이상의 가입자를 접속시킬 수 없다. 따라서, RN의 접속용량 제약이 고려되어야 하고 관로에 설치될 수 있는 케이블 수에 대하여는 제약을 고려하지 않는다. 이러한 조건하에서 본 연구에서는 Szwarc[10]의 선형근사방법(Linear Approximation Method)을 적용하여 이 문제를 혼합정수계획 문제로 정식화하고, 정식화된 모형에 가상 노

드 및 아크를 추가하여 전통적인 망설계 문제의 변형으로 변환하였다. 변환된 문제에 대하여 기존의 상용화된 Package(CPLEX)를 이용하여 다양한 수요형태에 대한 설계결과와 민감도 분석을 실시하였다.

2장에서는 불확실한 광대역 가입자 수요에 대한 설계모형 수립과정을 소개하였고, 3장에서는 임의로 작성된 설계대상망에 대하여 여러 가지 수요형태 및 비용에 대한 실험결과를 제시하였다. 4장은 본 연구의 의의와 적용 가능성 및 앞으로의 연구과제에 대하여 소개하였다.

## 2. 설계모형 수립

불확실한 수요를 고려한 광대역 가입자 선로망의 최적화 설계모형을 수립하기 위하여 노드의 집합  $N$ 과, 관로설치를 위한 링크의 집합  $E$ 가 주어진 것으로 하자. 노드 집합  $N$ 은 CO(노드 1), DP의 집합  $I$ 와 RN의 집합  $J$ 로 구성된다 ( $N = \{1\} \cup (I \cup J)$ ). 링크의 집합  $E$ 는 관로설치를 위한 후보이므로 방향성이 없는 아크로 주어진다. 그러나 케이블의 설치를 관로 상에서 표현하기 위하여 집합  $E$ 로부터 방향성이 있는 아크 집합  $A$ 를 정의한다.

문제를 보다 효과적으로 정식화하기 위하여 Tcha & Yoon[12]에서 적용된 망 확장기법을 이용한다. 즉, 주어진 노드 및 링크의 집합에 다음과 같이 가상노드(Dummy Node) 및 가상아크(Dummy Arc)들을 추가한 확장된 망을 고려하자 [그림 2].

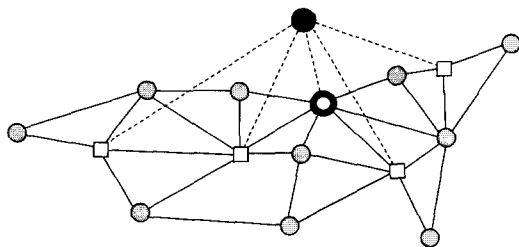
- 1) 가상노드 0을 추가하여 노드의 집합  $N$ 을 확장한다:  $N \leftarrow N \cup \{0\}$ .
- 2) 모든 RN와 0 노드를 연결하는 가상아크를 추가하여  $E$ 를 확장한다:

$$E \leftarrow E \cup \{(0, j) : j \in J \cup \{1\}\} .$$

논리적 이중성형구조에서는 각  $I$ 에 속한 노드(DP)는 노드 1(CO) 또는  $J$ 에 있는 노드(RN)에 연결되어야 하고,  $J$ 에 속한 노드는 노드 1에 연결되

어야 한다. 이러한 관계를 [그림 2]와 같은 확장된 망에서 표현하면, 모든 노드를 가상노드 0과 연결 되도록 하고 원래 문제와의 동질성을 보장하는 제약조건 및 비용요소를 추가하는 것으로 나타낼 수 있다. 이를 위하여  $I \cup J$ 에 속하는 각 노드와 노드 0과의 쌍을 하나의 Commodity로 정의한다. 즉 Commodity  $k$ 를 출발지가 노드  $k \in I \cup J$ 이고 종착지가 노드 0인 흐름으로 정의하면, Commodity 집합  $K$ 는 DP를 출발지로 하는 DP Commodity  $I$ 와 RN을 출발지로 하는 RN Commodity  $J$ 로 구성되게 된다( $K = I \cup J$ ).  $\alpha(k)$ 는 각각 Commodity  $k$ 의 출발지를 나타낸다. 이러한 Commodity의 정의에 따라 각 DP 및 RN에서 주어진 수요는 각 Commodity의 흐름량으로 표현될 수 있기 때문에, 모든 Commodity들이 노드 0까지 수요를 보내는 것으로 가정할 수 있다. DP Commodity의 경우는 CO와 접속하기 원하는 케이블 수요로 흐름량이 주어지고, RN Commodity의 경우는 RN에 연결된 DP 수요를 하나의 광케이블 상에 다중화를 통하여 CO와 연결되게 되므로 흐름량은 1이 되게 된다. 이 경우에 실제 RN이 설치되는 경우에만 설치비용을 고려하기 위하여, 설치되지 않는 RN의 수요는 확장된 망의 가상아크를 통하여 노드 0에 도달하도록 하는 흐름제약이 필요하다.

최적화 설계모형의 수립을 위하여 사용되는 기호 및 변수를 다음과 같이 정의하자.



● 가상노드   ● CO   ○ DP   □ RN  
 ——— 설치후보 아크   - - - - - 가상아크

[그림 2] 확장된 망

- $c_{ij}^k$  :  $(i, j)$  구간에서  $k$  commodity 흐름량에 대한 단위당 설치비용.
- $f_{ij}$  :  $(i, j)$  구간에서 관로설치 등에 소요되는 고정비용.
- $g_j$  : 노드  $j \in J$ 에 전송장치 등이 설치되는 경우 발생하는 고정비용.
- $\theta_i$  : 노드  $i \in I$ 에서 공급부족으로 발생하는 단위당 비용.
- $\beta_i$  : 노드  $i \in I$ 의 수요량을 나타내는 확률변수.
- $Q_j$  : RN  $j$ 에 접속 될 수 있는 최대 가입자 수,  $j \in J$ .
- $x_{ij}^k$  : 구간  $(i, j)$ 에 설치되는  $k$  commodity의 캐이블 수.
- $y_{ij}$  : 구간  $(i, j)$ 에 관로의 설치를 결정하는 0,1 정수변수.

가상아크에는 관로의 설치를 고려할 필요가 없기 때문에 관로설치에 소요되는 고정비용은 0이 된다. 또한, Commodity에 따른 가상아크에서의 비용을 다음과 같이 정의한다.

$$c_{i0}^k = \begin{cases} 0, & i \in J, k \in I, \text{ or } i = k, k \in J, \\ \infty, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

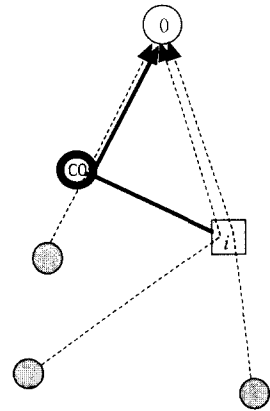
즉, 가상아크상의 흐름에 따른 변동비용은 Commodity별로 다르게 정의한다. DP Commodity의 경우에는 모두 0이 되지만, RN Commodity의 경우에는 출발지 노드와 연결된 가상아크에서만 0이 되고, 기타의 가상아크에서는 무한대의 값을 갖도록 정의한다. 따라서, RN노드에서 출발하는 Commodity 흐름은 자신과 연결된 가상아크 또는 실제 아크만 이용할 수 있고, 다른 RN에 연결된 가상아크를 이용하여 노드 0에 도달할 수 없다.

RN의 설치비용은 문제를 보다 해결하기 쉬운 형태로 변환하기 위하여 다음과 같은 비용변환을 고려한다.

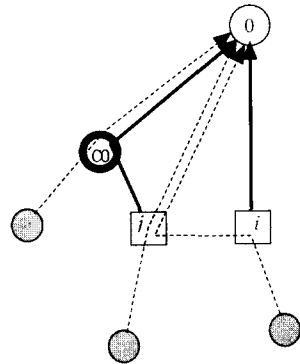
$$c_{ij}^k \leftarrow c_{ij}^k + g_i, \quad i = o(k) \in J, \quad j \in N \setminus \{0\}, \quad k \in J.$$

이 같은 비용변환은 입지선정 변수를 제거하고 다품목흐름문제로의 정식화를 통하여 RN의 설치 위치결정 뿐만 아니라, 설치되는 케이블의 경로 및 필요한 관로의 설치를 효과적으로 결정하기 위한 것이다. RN은 설치 여부에 따라 다음과 같은 세가지 기능을 담당하게 된다([그림 3]). 1) 전송장비등이 설치되어 DP 수요를 집적하여 광케이블로 CO와 연결되는 경우([그림 3-a]), 2) 전송장비가 설치되지 않으나, 케이블의 설치를 위하여 단순 경유노드로 사용되는 경우([그림 3-b]), 3) 전송장비가 설치되지 않고, 케이블의 경유노드로도 사용되지 않는 경우(그림 3-c). 1)의 경우에는 전송장비등의 설치를 위한 RN 설치비용이 고려되어야 하지만, 2)와 3)의 경우에는 RN의 설치비용이 고려되어선 안 된다. 따라서, 이상의 RN 설치비용 변환이 원래의 비용요소를 정확히 반영하기 위해서는 Tcha & Yoon[12]에서와 같이 다음과 같은 별도의 흐름제약이 필요하다.

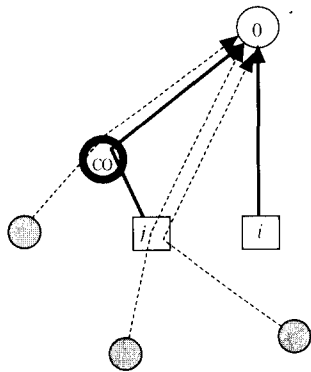
[그림 3-a]의 경우 RN  $i$ 가 설치된 경우이므로, RN  $i$ 에 도달한 DP Commodity들은 비용이 발생하지 않는 가상 아크를 통하여 노드 0까지 도달하게 된다. 반면에, RN  $i$ 는 실제 아크를 통하여 CO까지 광케이블이 설치되어야 하기 때문에, RN Commodity  $i$ 는 가상아크  $(i, 0)$ 를 이용할 수 없고, 실제 아크를 이용해야하고 이때 설치비용  $g_i$ 가 고려된다. [그림 3-b]와 [그림 3-c]의 경우는 RN  $i$ 가 설치되지 않은 경우이므로, RN Commodity  $i$ 는 가상아크를 통하여 노드 0에 도달되게 되므로, 설치비용  $g_i$ 가 계산되지 않는다. 그러나, [그림 3-b]의 경우에는 노드  $i$ 에 도달한 DP Commodity가 가상아크  $(i, 0)$ 를 경유하지 않고 노드 0까지 도달하므로, RN  $i$ 를 단순한 케이블 경유노드로 고려한 것이다. 만일 [그림 3-b]에서 DP Commodity가 가상아크  $(i, 0)$ 를 경유하여 노드 0에 도달하게 된다면, RN  $i$ 에 전송장비가 설치된 것으로 보아야하고, 이 경우 RN  $i$ 를 출발하는 Commodity는 가상아크  $(i,$



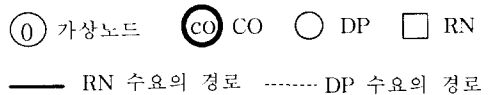
(a) RN  $i$ 가 설치된 경우



(b) RN  $i$ 가 개설되지 않고 단순 경유노드로 사용되는 경우



(c) RN  $i$ 가 개설되지 않는 경우



[그림 3] 확장된 망에서의 흐름제약

0)를 이용해서 안되기 때문에 [그림 3-a]와 같은 경우가 되게 된다. 이 같은 관계를 제약식으로 표현하면 다음과 같다.

$$x_{i0}^k \leq \beta_k(1-x_{i0}^i), \quad i \in J, k \in I.$$

RN 노드  $i$ 에서는 최대로 접속할 수 있는 가입자 수에 제약을 고려해야 한다. 가상 아크상에서 정의된 비용을 고려하면,  $i$ 노드에 도달한 DP Commodity는 가상 아크를 통하여 노드 0에 도달하게 된다. 그러나 RN의 용량 제약 때문에 실제  $(i,0)$  아크 상에는 최대한  $Q_i$  까지만 DP의 수요가 이용할 수 있기 때문에  $(i,0)$  아크의 흐름제약은  $Q_i$ 로 주어지게 된다. 이 경우  $i$ 노드에 도달하여도 용량제약으로 가상아크를 이용하지 못하는 DP 수요는 케이블 설치비용을 부담하고 다른 RN 또는 노드 1을 경유하여 노드 0에 도달하게 된다. 이러한 관계를 고려하여 최적화 설계모형을 수립하면 다음과 같다.

$$[P_0] \text{ Min. } \sum_{(i,j) \in E} f_{ij} y_{ij} + \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k \in K} c_{ij}^k x_{ij}^k + \sum_{i \in I} E_{(\beta_i \geq x_i)} [\theta_i (\beta_i - x_i)], \quad (1)$$

$$\text{s.t. } \sum_{j \in N} x_{ij}^k - \sum_{j \in N} x_{ji}^k = \begin{cases} \beta_k, & i = o(k) \\ -\beta_k, & i = 1, \\ 0, & \text{o.w.}, \end{cases} \quad i \in N, k \in I, \quad (2)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij}^k - \sum_{j \in N} x_{ji}^k = \begin{cases} 1, & i = o(k), \\ -1, & i = 1, \\ 0, & \text{o.w.}, \end{cases} \quad i \in N, k \in J, \quad (3)$$

$$x_{ij}^k \leq b_k y_{ij}, \quad (i,j) \in E, k \in K, \quad (4)$$

$$x_{ji}^k \leq b_k y_{ij}, \quad (i,j) \in E, k \in K, \quad (5)$$

$$x_{i0}^k \leq \beta_k(1-x_{i0}^i), \quad i \in J, k \in I, \quad (6)$$

$$\sum_{k \in I} x_{i0}^k \leq Q_i(1-x_{i0}^i), \quad i \in J, \quad (7)$$

$$x_{ij}^k, x_{ji}^k \geq 0, \quad y_{ij} \in \{0, 1\}, (i,j) \in E, k \in K. \quad (8)$$

( $E[\cdot]$ 는 기대값,

$$x_i = \sum_{j \in N} x_{ij}^k, \quad i = o(k), k \in I,$$

$$b_k = \begin{cases} \beta_k, & k \in I, \\ 1, & k \in J. \end{cases}$$

(1)은 목적함수로서 RN 설치비용, 관로 설치비용, 케이블 설치비용 및 각 DP 노드  $i$ 에서의 수요 초과에 따른 초과비용의 기대값의 합을 나타내고 이 값을 최소화하고자 하는 것이다. 여기서 확률변수는 DP 노드  $i$ 의 수요  $\beta_i$ 가 되므로, Szwarc[10], Tcha & Yoon[11]의 연구에서와 같이 목적함수식에 확률변수의 분포함수를 고려한 기대값이 고려된다. (2)와 (3)은 각각 DP와 RN에서 발생하는 수요를 충족시키기 위한 제약조건이다. (2)는 각 DP에서 CO 또는 RN까지  $\beta_i$ 의 광케이블 또는 동선을 설치하기 위한 흐름보전 정리를 나타내는 제약조건이고, (3)은 각 RN에서 CO까지 한 단위의 광케이블을 설치하기 위한 제약조건이 된다. (4)와 (5)는 관로가 설치된 곳으로만 케이블을 설치할 수 있으며, 각  $k$ 에 대하여 최대고려될 수 있는 수요는  $b_k$ 임을 나타내는 제약식이다. (6)은 가상아크에 대한 흐름제약에 대한 제약식이고, (7)은 각 RN에서 수용할 수 있는 가입자 접속에 대한 제약을 표시하고 있다.

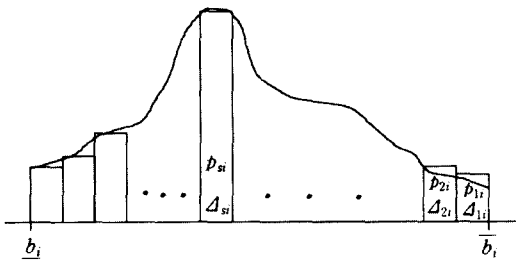
[ $P_0$ ]는 목적함수에 실제 발생하는 수요에 따른 기대값이 포함되어 있고, 제약조건에도 확률변수가 포함되기 때문에 최적화 해법을 개발하는 것이 매우 어렵다. 특히, 수요함수에 대한 정의가 없는 상태에서는 문제를 해결하는 것 자체가 불가능하다. 따라서, 본 연구에서는 일반적인 형태의 수요함수에서도 근사적인 분석이 가능하도록 하기 위하여 다음과 같은 수요함수를 고려한다. 즉,  $f_i(\beta_i)$ 를 수요의 확률변수  $\beta_i$ 에 대한 확률밀도함수라 하고, 다음과 같은 특성을 갖는 수요함수로 가정한다.

- 1) 모든  $\beta_i$ 에 대하여 수요의 하한  $\underline{b}_i$ 와, 수요의 상한  $\bar{b}_i$  사이에서만 값을 갖는 계단함수

이다.

2) 구간  $[\underline{b}_i, \bar{b}_i]$ 는  $T_i$  개의 소구간으로 분할할 수 있고, 각 소구간의 크기는  $\Delta_{si}$  로 가정한다. 각 소구간에서 수요가 발생할 확률은  $p_{si}$  로 가정한다.

수식전개의 편의를 위하여 각 소구간의 표시는 수요의 상한( $\bar{b}_i$ )부터  $s=1,2,\dots,T_i$  로 부여한다. 또한, 어떤 형태의 수요함수도 다수의 구간으로 나누어 계단형 함수로 근사 시킬 수 있기 때문에, 통신망에 대한 수요 뿐만 아니라 다양한 분야의 수요를 고려하는 경우에도 적용될 수 있다. (그림 4 참조). 이 같은 수요함수의 가정하에서 Szwarc[10]의 선형근사 모형을 적용하면, 확률적 수요하의 의사결정문제를 보다 다루기 쉬운 형태로 변환할 수 있다. Szwarc의 선형근사모형은 확률적 수요하의 수송계획문제[10], 또는 입지선정문제[11]에서 채택되어 좋은 연구결과를 제시하고 있다. 따라서 본 연구에서도 선형근사기법을 적용하여 문제를 해결하기로 한다.



(그림 4) 수요함수 형태 - 계단함수

[그림 4]와 같은 수요 함수로부터  $E_{\beta_i \geq x_i} [\theta_i (\beta_i - x_i)]$  ( $\beta_i - x_i$ )는 다음과 같이 계산될 수 있다. 우선  $\Delta_i^s$  를 다음과 같이 정의하자:  $\Delta_i^s = \sum_{l=1}^s \Delta_{li}$ .

$x_i$  가 구간  $[\bar{b}_i - \Delta_i^s, \bar{b}_i - \Delta_i^{s-1}]$ 에서 발생하는 경우의 기대값을 계산하자.

$$\begin{aligned}
 E_{\beta_i \geq x_i} [\theta_i (\beta_i - x_i)] &= \int_{x_i}^{\bar{b}_i} \theta_i (\beta_i - x_i) \cdot g(\beta_i) \cdot d\beta_i \\
 &= \int_{x_i}^{\bar{b}_i - \Delta_{s-1,i}} \theta_i (\beta_i - x_i) \cdot \frac{p_{s,i}}{\Delta_{s,i}} \cdot d\beta_i \\
 &\quad + \int_{\bar{b}_i - \Delta_{s-1,i}}^{\bar{b}_i - \Delta_{s-2,i}} \theta_i (\beta_i - x_i) \cdot \frac{p_{s-1,i}}{\Delta_{s-1,i}} \cdot d\beta_i + \dots \\
 &\quad + \int_{\bar{b}_i - \Delta_1,i}^{\bar{b}_i} \theta_i (\beta_i - x_i) \cdot \frac{p_{1,i}}{\Delta_{1,i}} \cdot d\beta_i \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{p_{s,i}}{\Delta_{s,i}} \cdot \{\bar{b}_i - x_i - \Delta_i^{s-1}\}^2 \cdot \theta_i \\
 &\quad + p_{s-1,i} \cdot \{\bar{b}_i - x_i - \Delta_i^{s-2} - \frac{1}{2} \cdot \Delta_{s-1,i}\} \cdot \theta_i \\
 &\quad + p_{s-2,i} \cdot \{\bar{b}_i - x_i - \Delta_i^{s-3} - \frac{1}{2} \cdot \Delta_{s-2,i}\} \cdot \theta_i \\
 &\quad + \dots + p_{1,i} \cdot \{\bar{b}_i - x_i - \frac{1}{2} \cdot \Delta_{1,i}\} \cdot \theta_i
 \end{aligned}$$

( $g(\beta_i)$ 는 확률밀도함수)

여기서  $x_i = \bar{b}_i - \Delta_i^{s-1} - t$  ( $0 \leq t \leq \Delta_{s,i}$ )로 치환하면,

$$\begin{aligned}
 E_{\beta_i \geq x_i} [\theta_i (\beta_i - x_i)] &= \frac{1}{2} \cdot \frac{p_{s,i}}{\Delta_{s,i}} \cdot \theta_i \cdot t^2 + p_{s-1,i} \cdot (\bar{b}_i - \Delta_i^{s-2} - \frac{1}{2} \cdot \Delta_{s-1,i}) \cdot \theta_i \\
 &\quad + p_{s-2,i} \cdot (\bar{b}_i - \Delta_i^{s-3} - \frac{1}{2} \cdot \Delta_{s-2,i}) \cdot \theta_i \\
 &\quad + \dots + p_{1,i} \cdot (\bar{b}_i - \frac{1}{2} \cdot \Delta_{1,i}) \cdot \theta_i \\
 &\quad - (p_{s-1,i} + p_{s-2,i} + \dots + p_{2,i} + p_{1,i}) \cdot (\bar{b}_i - \Delta_i^{s-1} - t) \cdot \theta_i \\
 &= Q_0 + Q_1 \cdot t + Q_2 \cdot t^2
 \end{aligned}$$

$$Q_0 = \{p_{s-1,i} \cdot (\bar{b}_i - \Delta_i^{s-2} - \frac{1}{2} \cdot \Delta_{s-1,i}) \\ + \cdots + p_{1i} \cdot (\bar{b}_i - \frac{1}{2} \cdot \Delta_{1i}) \\ - (p_{s-1,i} + p_{s-2,i} + \cdots + p_{1i}) \cdot \\ (\bar{b}_i - \Delta_i^{s-1})\} \cdot \theta_i,$$

$$Q_1 = (p_{s-1,i} + p_{s-2,i} + \cdots + p_{1i}) \cdot \theta_i,$$

$$Q_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_{si}}{\Delta_{si}} \cdot \theta_i$$

$Q_0 + Q_1 \cdot t + Q_2 \cdot t^2$  은 2차 함수이고,  $0 \leq t \leq \Delta_{si}$  이므로  $[0, \Delta_{si}]$  구간에서 선형근사 시키면,  $\bar{Q}_0 + \bar{Q}_1 \cdot t$  로 나타낼 수 있다.

$$\bar{Q}_0 = \{p_{s-1,i} \cdot (\bar{b}_i - \Delta_i^{s-2} - \frac{1}{2} \cdot \Delta_{s-1,i}) \\ + \cdots + p_{1i} \cdot (\bar{b}_i - \frac{1}{2} \cdot \Delta_{1i}) \\ - (p_{s-1,i} + p_{s-2,i} + \cdots + p_{1i}) \cdot \\ (\bar{b}_i - \Delta_i^{s-1})\} \cdot \theta_i,$$

$$\bar{Q}_1 = (\frac{p_{si}}{2} + p_{s-1,i} + \cdots + p_{1i}) \cdot \theta_i.$$

따라서  $x_i$  를  $[\underline{b}_i, \bar{b}_i]$  의 전구간에 대하여 적용하면,

$$E_{\beta_i \geq x_i}[\theta_i \cdot (\beta_i - x_i)] = \sum_{s=1}^{T_i} (r_{si} \cdot Z_{si} \\ + q_{si}) \text{로 나타낼 수 있다.}$$

여기서,  $r_{si} = \theta_i \cdot (\frac{p_{si}}{2} + p_{s-1,i} + \cdots + p_{1i})$  이고

$$q_{si} = \{p_{s-1,i} \cdot (\bar{b}_i - \Delta_i^{s-2} - \frac{1}{2} \cdot \Delta_{s-1,i}) \\ + \cdots + p_{1i} \cdot (\bar{b}_i - \frac{1}{2} \cdot \Delta_{1i}) \\ - (p_{s-1,i} + \cdots + p_{1i}) \\ (\bar{b}_i - \Delta_i^{s-1})\} \cdot \theta_i$$

으로 나타낼 수 있다. 또한  $0 \leq Z_{si} \leq \Delta_{si}$  이 되므로 모든 DP  $i$  에서의 불확실한 수요  $\beta_i$  와 실제

공급되는 공급량의 관계는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$x_i + \sum_{s=1}^{T_i} Z_{si} = \bar{b}_i.$$

이 경우, 선형근사에 따른 최대오차는  $\sum_{i \in I} \max_{s=1, \dots, T_i} \{ \frac{1}{8} p_{si} \cdot \Delta_{si} \cdot \theta_i \}$  로 나타나고, 구간크기  $\Delta_{si}$  가 작을수록 원래의 수요분포에 가까워지고 최대오차도 작아지게 된다. Szwarc의 선형완화 방법[10]은 공급초과 및 공급부족을 모두 고려하였으나, 이중성형 구조의 망설계에서는 이용자 노드에서 필요로 하는 공급부족만을 고려하였다. 따라서, 최대오차의 규모는 더 작게 나타나게 되므로, 이중성형 구조의 망설계에 Szwarc의 선형완화 방법이 효과적으로 적용될 수 있다.

이상에서 계산된 기대값의 근사치와 새로운 변수  $Z_{si}$  를 이용하면  $[P_o]$  는 다음과 같이 표현된다.

$$[P_1] \text{ Min. } \sum_{(i,j) \in E} f_{ij} y_{ij} + \sum_{(i,j) \in E} \sum_{k \in K} c_{ij}^k x_{ij}^k \\ + \sum_{i \in I} \sum_{s=1}^{T_i} r_{si} \cdot Z_{si}, \quad (9)$$

$$\text{s.t. } \sum_{j \in N} x_{ij}^k + \sum_{s=1}^{T_i} Z_{si} = \bar{b}_i, \quad (10) \\ i = o(k), i \in I, k \in I,$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij}^k - \sum_{j \in N} x_{ji}^k = 0, \quad (11) \\ i \neq o(k), i \in N, k \in I,$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij}^k - \sum_{j \in N} x_{ji}^k = \begin{cases} 1, & i = o(k), \\ -1, & i = 1, \\ 0, & o.w., \\ i \in N, k \in J, \end{cases} \quad (12)$$

$$x_{ij}^k \leq \bar{b}_k^* \cdot y_{ij}, (i, j) \in E, k \in K, \quad (13)$$

$$x_{ji}^k \leq \bar{b}_k^* \cdot y_{ij}, (i, j) \in E, k \in K, \quad (14)$$

$$x_{i0}^k \leq \bar{b}_k(1 - x_{i0}^i), i \in J, k \in I, \quad (15)$$

$$\sum_{k \in I} x_{i0}^k \leq Q_i(1 - x_{i0}^i), i \in J, \quad (16)$$

$$Z_{sj} \leq \Delta_{sj} \quad j \in I, s = 1, 2, \dots, T_i$$

$$x_{ij}^k, x_{ji}^k \geq 0, y_{ij} \in \{0, 1\}, (i, j) \in E, k \in K. \quad (17)$$



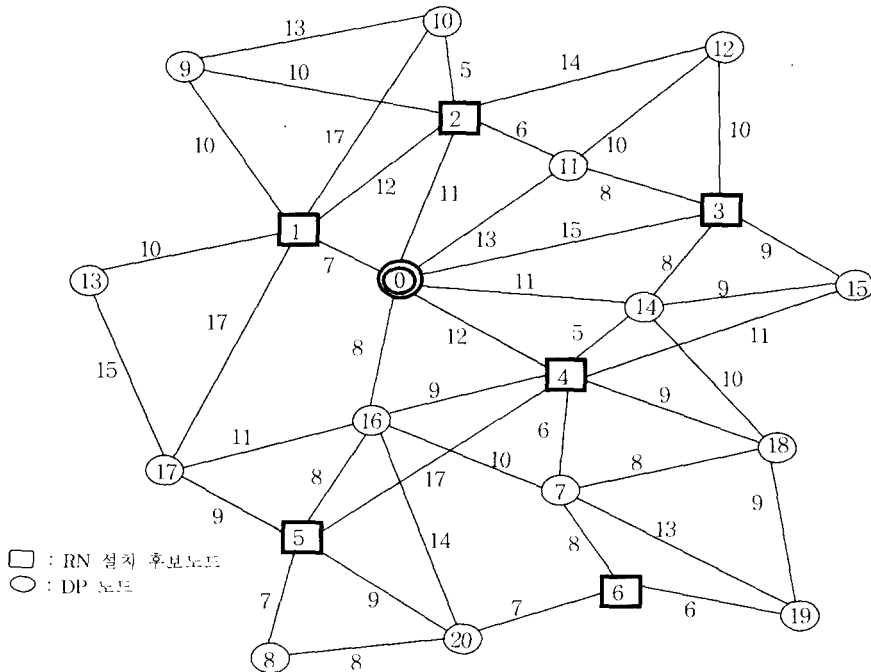
$$Z_{sj} \geq 0, \quad j \in I, s = 1, 2, \dots, T_i \quad (18)$$

$$(b_k^* = \begin{cases} \bar{b}_k, & k \in I, \\ 1, & k \in J. \end{cases})$$

[ $P_1$ ]은 일반적인 용량제약이 있는 망설계문제의 변형된 형태로, [ $P_0$ ]보다 다루기 쉬운 문제 구조를 갖고 있다. 따라서, 기존의 해법을 응용하여 적용함으로써 효과적으로 해를 찾을 수 있다. 일반적으로 용량제약이 있는 망설계 문제는 Lagrangian 완화기법을 적용하여 문제를 해결하여 왔다. 따라서, [ $P_1$ ]의 경우에도 Lagrangian 완화기법을 적용하여 발견적 해를 찾을 수 있으나, 본 연구에서는 최적화에 기반을 둔 발견적 해법의 개발보다는 불확실한 수요의 분포형태와 특성에 따른 최적해의 변화와 비용에 대한 민감도 분석에 초점을 두어 연구하였다. 따라서 상용 프로그램인 CPLEX를 이용하여 수요형태의 변화와 비용변화에 따른 최적해를 구하여 분석하였다.

### 3. 실험결과 및 분석

확률적인 수요를 고려한 가입자망의 설계를 분석하기 위하여 6개의 Hub 후보노드와 14개의 DP노드, 46개의 아크를 갖는 망을 고려하였다(그림 5). 수요의 유형, 수요의 크기 및 비용요소는 가상으로 설정하여 수요변동에 따른 설계결과를 분석하였다. 각 DP노드에서 발생하는 수요는 여러 가지 수요유형에 대한 분석을 위하여 4가지의 유형으로 구분하여 분석하였다. 즉, 수요가 평균값을 중심으로 좌우대칭인 경우와, 오른쪽, 또는 외쪽으로 편향된 경우에 대하여 총비용을 비교한다. 수요가 좌우 대칭인 경우는 종형과 쌍봉형으로 구분하여 비교한다. 각 유형별 수요는 최소수요와 최대수요 사이에 10개의 구간으로 나누고, 각 구간의 크기는 10으로 가정하였다. 각 DP에서 고려되는 수요는 유형별로 동일한 확률분포를 갖는 것으로 가정하고, 각 수요유형별 구간에 따른 확률분포는



[그림 5] 가입자망 설계를 위한 실험망

<표 1>과 같다고 가정한다.

<표 1> 수요 유형별 각 수요 구간에 대한 확률분포(%)

수요유형	s(구간)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Type A	2	2	5	5	8	8	10	15	20	25
Type B	25	20	15	10	8	8	5	5	2	2
Type C	5	5	8	12	20	20	12	8	5	5
Type D	2	10	20	10	8	8	10	20	10	2

모형에서 고려되는 비용은 실제자료의 사용이 곤란하여 기존의 연구에서 사용한 방법[12, 13]에 따라 다음과 같이 가정하였다. Hub 설치비용은 일정한 범위  $[a, b]$  내에서 무작위로 추출한다. Hub의 설치비용이 망설계에 미치는 영향을 보기 위하여  $[10,000, 30,000]$ ,  $[30,000, 60,000]$ 의 두 경우에 대하여 비교하였다. 아크의 고정비용과 각 아크상에서 수요의 단위당 변동비용은 각각 거리에 비례하는 것으로 가정하고 비례상수로  $f$  및  $c$ 를 고려한다. 아크의 고정비용과 수요에 대한 변동비용의 규모를 정확히 추정하기 곤란하여 비례상수에 대한 비율을 고려하여 상대적인 비용을 추정하였다. 즉,  $f/c$ 의 값이 10, 50인 경우를 고려하였다. 공급부족에 따른 단위당 비용  $\theta$ 는 다양한 값에 대하여 고려하여,  $\theta$  값의 변화가 불확실한 수요를 고려한 망설계에 어떠한 영향을 미치는가를 분석하였다. 즉,  $\theta$  값을  $c$ 의 1, 3, 5, 7, 10, 30, 50배로 가정하여 각각의 값에 대한 설계결과 및 비용을 분석하였다. <표 2>는 수요유형 및 비용변화에 따른 입력자료를 보여주고 있다.

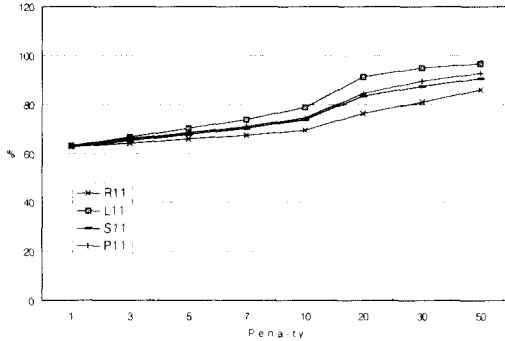
불확실한 수요를 사전에 설계모형에 고려하여 분석하는 이점을 살펴보기 위하여, 확률적 수요가 주어지는 경우, 평균수요를 고려하여 망설계를 실시하는 경우, 최대수요를 고려하여 망설계를 실시하는 경우로 구분하여 비교하기로 한다. 평균 수요를 고려하여 망설계를 실시하는 경우에는 실제 망설계 후에 발생한 수요가 공급을 초과하는 경우가 발생할 수 있고, 이때에는 추가로 공급부족 비용을 고려해야 한다.

<표 2> 입력자료

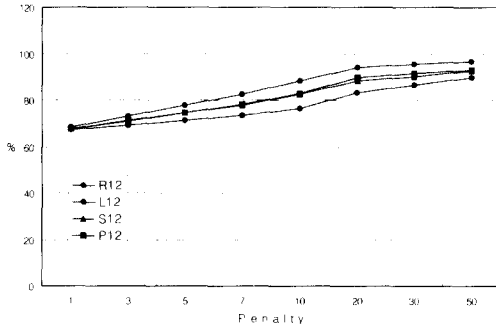
입력 자료 명	수요유형	아크 고정비용 (f/c)	Hub 비용규모
R11	Type A	10	[10,000, 30,000]
R12			[30,000, 50,000]
R21		50	[10,000, 30,000]
R22			[30,000, 50,000]
L11	Type B	10	[10,000, 30,000]
L12			[30,000, 50,000]
L21		50	[10,000, 30,000]
L22			[30,000, 50,000]
S11	Type C	10	[10,000, 30,000]
S12			[30,000, 50,000]
S21		50	[10,000, 30,000]
S22			[30,000, 50,000]
P11	Type D	10	[10,000, 30,000]
P12			[30,000, 50,000]
P21		50	[10,000, 30,000]
P22			[30,000, 50,000]

(그림 6)은  $\theta$  값의 변화에 따라 각 수요유형별 평균수요 및 최대수요에 대한 비용과 확률수요를 고려한 비용과의 차이를 보여주고 있다. 즉, 최대수요를 공급시키는 경우의 총비용에 대하여 확률분포를 갖는 수요를 고려한 경우의 총비용에 대한 비율을 나타내고 있다. 수요 Type A에서 (오른쪽 편향 수요)  $\theta$  비율이 10을 갖는 경우에는, 확률수요를 고려한 경우가 최대수요를 공급하는 경우 보다 대략 70~90%의 비용만 소요된다. 또한, 평균값을 공급하는 경우에는 수요 Type A가 총비용이 더 적게 발생함을 알 수 있다.  $\theta$  값이 커짐에 따른 비용의 증가는 왼쪽으로 치우친 수요(Type B)의 경우에 더욱 크게 나타나고 있다. [그림 6] c에서 R\_unc, L\_unc, S\_unc, P\_unc는 각각 Type A, Type B, Type C, Type D 수요유형에서 불확실성을 고려한 경우의 공급량에 대한 비용을 나타낸다. R\_exp, L\_exp, S\_exp, P\_exp는 각 수요유형에서 평균수요를 충족시키는 공급량에 대한 비용을 나타낸다. Max\_D는 최대 수요량을 공급하는 경우의 비용을 나타내고 있다. Hub의 비용이나, 아크의 고정비용의 증가는 망설계를 변경시켜 비용의 증가

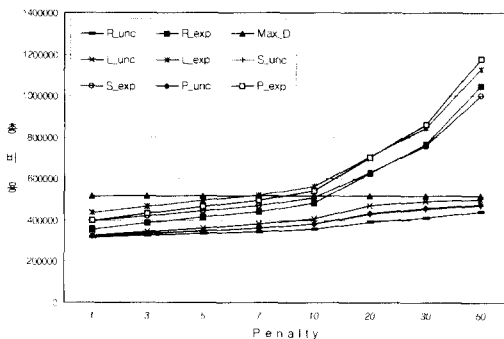
를 가져오지만, 평균수요 및 최대수요와의 비용 차이는 거의 비슷한 정도로 발생되고 있다[그림 7].



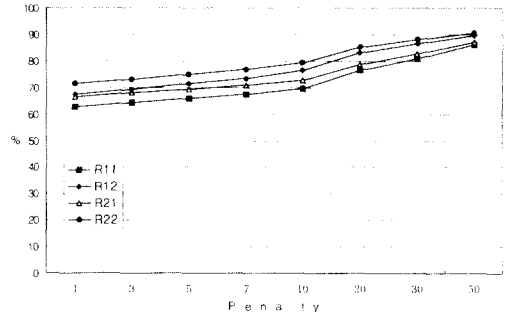
(a) 최대수요 공급에 대한 확률수요 공급비용의 비율 - Hub cost [10,000, 30,000]



(b) 최대수요 공급에 대한 확률수요 공급비용의 비율 - Hub cost [30,000, 50,000]



(c) 기대수요 공급에 대한 확률수요 공급비용의 비율 - Hub cost [10,000, 30,000]



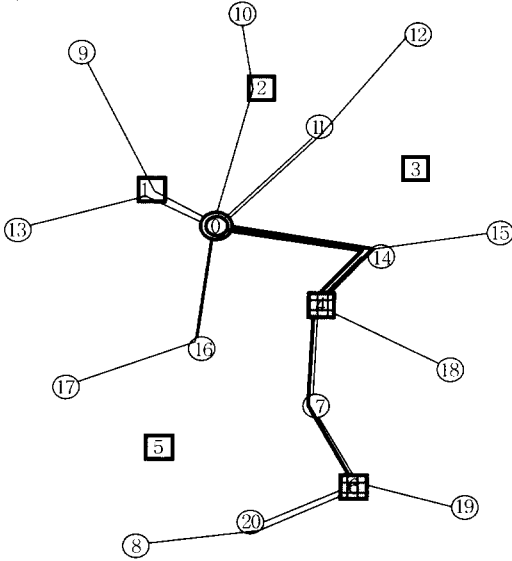
[그림 7] Hub 및 아크 비용 변화와 최대수요 공급에 대한 확률수요 공급비용의 비율 - Type A 수요

$\theta$  값의 변화에 따른 망설계의 변화 및 총비용, 시설공급량의 변화를 살펴보기 위하여 수요유형 Type A, 입력자료 R11을 대상으로 분석하였다. 계산된 결과는 [그림 8]과 <표 3>에 나타나 있다. 즉,  $\theta$  값이 커짐에 따라 각 수요지에 공급되는 공급량이 점차 많아지면서, 설치된 Hub의 수가 증가하게 되고 이에 따라 망의 설계가 변경되게 된다. 따라서, 불확실한 수요에 대한 적정 공급량의 결정은 망설계 및 비용절감 측면에서 매우 중요하게 고려되어야함을 알 수 있다.

따라서, 기존의 평균수요 또는 최대수요를 고려하여 공급계획을 수립하는 것 보다 확률적 수요를 고려하여 공급계획을 수립하는 것이 비용절감 측면에서 효과적임을 알 수 있다. 최대공급의 경우와 같은 비용을 얻게되는  $\theta$  값은 수요량, 망 설계 구역의 크기 등에 따라 다르게 결정되지만, 본 모형을 적용함으로써 그 같은 값을 쉽게 확인할 수 있다. 특히, 미래의 신규 개발 또는 재개발 예정지역 등은 실제 사업추진까지 많은 시일이 소요되고, 사업추진 과정에서 많은 변동이 발생하게 된다. 따라서, 이 같은 지역을 대상으로 하는 예측된 수요에는 많은 불확실성이 내포되어 있으므로, 공급계획 수립 시에 예측된 최대수요를 만족시키는 공급계획 보다는 적절한  $\theta$  값의 가정하에 확률적인 공급계획을 수립하는 것이 효과적이다.

[그림 6]

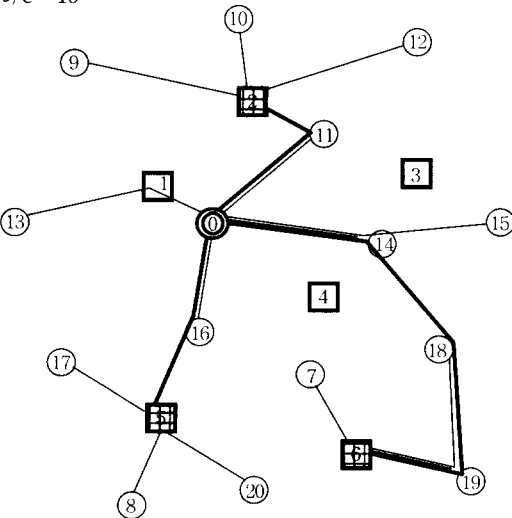
총비용 : 321,450  
 $\theta/c = 1$



설치된 RN 노드 : 4, 6  
 케이블 중계 RN노드 : 1, 2

(a)  $\theta/c = 1$  인 경우의 망설계 결과(입력자료 : R11)

총비용 : 486,760  
 $\theta/c = 10$



설치된 RN 노드 : 5, 6  
 케이블 중계 RN노드 : 1

(b)  $\theta/c = 10$  인 경우의 망설계 결과(입력자료 : R11)

본 연구에서 고려된 Penalty 비용인  $\theta$  값은 미충족 수요의 경쟁사 전환에 따른 기회손실, 또는 타 사업자로부터 회선을 임대하여 수요를 충족시키는 경우의 비용 등으로 산출할 수 있다. 이렇게 산출된 비용과 최대수요를 공급하는 경우의  $\theta^*$  값과 비교하여  $\theta^*$  값이 큰 경우에는 확률적 수요를 고려한 공급계획에 따라 공급하는 것이 경제적임을 알 수 있다.

<표 3>  $\theta$  값의 변화에 따른 시설공급량

노드	최소 수요	평균 수요	최대 수요	공급수요	
				$\theta/c=1$	$\theta/c=10$
7	150	185.1	250	150	210
8	200	235.1	300	200	270
9	50	85.1	150	50	110
10	100	135.1	200	100	160
11	150	185.1	250	150	210
12	100	135.1	200	100	150
13	200	235.1	300	200	260
14	200	235.1	300	200	270
15	150	185.1	250	150	210
16	100	135.1	200	100	170
17	50	85.1	150	50	120
18	150	185.1	250	150	200
19	150	185.1	250	150	210
20	100	135.1	200	100	110
목적함수 값	344,640*	517,210	321,450	468,760	

\* : 기대값을 초과하는 수요에 대한 Penalty를 고려하지 않은 경우임

### 4. 결 론

통신망의 광대역화를 위한 시설투자가 국내외에서 활발히 추진되고 있다. 특히, 가입자 접속망의 광대역화를 위한 대안으로 FTTC, FTTH, ADSL, B-WLL 등 다양한 기술대안이 고려되고 있다. 본 연구에서는 논리적 이중성구조를 고려한 경우의 광대역 가입자 접속망 설계문제를 다루었다. 특히, 기존의 연구와는 달리 망설계 문제와 동시에 가입자 접속망의 구성에 필요한 가입자 전송장치의 최적입지를 동시에 결정하는 문제를 다루었다. 특히, 미래의 불확실한 수요환경을 확률적 수요로 고려

[그림 8]

하여 최적화모형을 제시하였고, 여러 가지 수요형태에 대한 실험결과를 제시하였다.

현실적으로 미래의 수요에 대한 예측치는 많은 불확실성을 내포하고 있고, 이 같은 불확실성은 예측치의 분산으로 설명될 수 있다. 따라서, 미래의 불확실성을 고려한 경제적인 시설공급계획이 수립되어야 하는데, 본 연구에서는 가입자 접속망의 설계시에 효과적으로 활용할 수 있는 접근방법을 제시하고 있다. 수요의 불확실성을 가져오는 또 다른 요인은 다사업자에 의한 경쟁에서 발생한다. 즉, 실제 수요가 확정적으로 주어지는 경우에도 여러 경쟁 사업자간에 수요확보를 위한 치열한 경쟁이 전개되므로, 개별 사업자 입장에서 설치해야할 시설규모를 결정하는 데 있어 필요한 자사의 수요는 매우 불확실한 상황이 된다. 따라서 각 사업자는 다양한 시장전략을 구사하게 되고, 이에 따라 개별 사업자의 시장수요는 최소 시장확보 목표(최소수요) 및 최대목표(최대수요) 사이에서 발생하는 불확실한 상황에 놓이게 된다. 본 연구에서는 수요의 불확실성을 처리하기 위하여 계단형 수요함수를 가정하였고, Szwarc의 선형근사기법을 적용하여 가입자 접속망 설계문제를 효과적으로 0-1 혼합정수계획모형으로 정식화하였다.

본 연구에서 제시된 설계모형은 불확실한 수요하의 최적 망설계 결과를 제시하지만, 부가적으로 의사결정에 필요한 많은 정보를 제공한다. 즉, 공급부족에 따른 추가비용을 어느 정도로 고려할 것인가에 대한 지침을 제공할 수 있다. 최대 수요를 공급하는 경우의 투자비용과 동일한 비용을 가져오는 공급부족에 따른 추가비용을 산출할 수 있고, 이 비용과 실제 발생하는 추가비용과의 차이를 검토하여 시설규모를 결정할 수 있다. 물론, 실제 발생하는 추가비용은 첫째, 공급부족분을 다른 방법으로 제공함으로써 발생하는 추가비용, 둘째, 초과된 수요가 다른 경쟁사업자에게 전환됨으로써 발생하는 기회비용 또는 기회수익 손실비용 등으로 계산될 수 있다.

본 연구결과는 이미 국내에서 도입예정인 가입

자전송장치 FLC의 도입시 효과적으로 고려될 수 있다. 또한 가입자전송장치의 설치가 필요한 FTTC를 기반으로 하는 광대역 가입자 망의 구축시에도 효과적으로 활용할 수 있다. 특히, 미래에 발생할 광대역 수요에 대한 불확실성이 매우 높기 때문에, 광대역 가입자망 구축 시에는 불확실성을 고려하여 설계하는 것이 바람직하다. 수립된 설계모형에 대하여 본 연구의 실험에서는 상용 패키지인 CPLEX를 활용하였으나, 수요의 구간이 많은 경우와 고려되는 망의 규모가 큰 경우에는 많은 계산시간이 소요됨을 확인할 수 있었다. 따라서 효과적인 해법의 개발에 관한 연구가 계속되어야 하고, 망 구조가 논리적 이중성형이 아닌 링 또는 버스 구조의 경우에 대하여도 확률적 수요를 고려한 연구가 확장되어야 할 것이다. 뿐만 아니라, 국간전송망의 설계시에도 불확실한 수요를 고려한 설계기법이 개발되어야 할 것이다.

## 참 고 문 헌

- [1] 노장래, 김재근, 최문기, "광가입자망의 전략적 진화-기술경제적 문제를 중심으로-", 『Telecommunications Review』, 제7권, 제1호(1997), pp.72-85.
- [2] 윤문길, 백영호, 김대근, "광가입자 선로망 구성을 위한 설계모형 조사연구", 『경영과학』, 제11권, 3호(1994) pp.103-128.
- [3] 차동완, 윤문길, "Tree 구조를 갖는 중앙집중식 통신망 설계모형에 관한 연구", 『한국경영과학회지』, 제15권, 제1호(1991), pp.1-22.
- [4] Balakrishnan, A., T.L. Magnanti, and P. Mirchandani, "A dual-based algorithm for multi-level network design", 『Management Science』, Vol.40(1994), pp.567-581.
- [5] Balakrishnan, A., T.L. Magnanti, and R.T. Wong, "A decomposition algorithm for local access telecommunication network", 『Operations Research』, Vol.43(1995), pp.43-57.

- [6] Claus, A. and S. Kratizig, "Optimal planning of network structures within an exchange area", *European Journal of Operational Research*, Vol.7(1981), pp.67-76.
- [7] van Driel, C.L., P.A.M. van Grinsven, V. Pronk, and W.A.M. Snijders, "The (r)evolution of access networks for the information superhighway", *IEEE Communications Magazine* (1997), pp.104-112.
- [8] Olsen, B.T., A. Zaganariis, K. Stordahl, L.A. Ims, D. Myhre, T. Overli, M. Tahkokopi, I. Welling, M. Drieskens, J. Kraushaar, J. Mononen, M. Lahteenoja, S. Markators, M. De Bortoli, U. Ferrero, M. Ravera, S. Balzaretto, F. Fleuren, N. Gieschen, M. De O. Duarte, and E. de Castro, "Techno-economic evaluation of narrowband and broadband access network alternatives and evaluation scenario assessment", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol.14 (1996), pp.1184-1203.
- [9] Reed, D.P., *Residential Fiber Optic Networks: An Engineering and Economic Analysis*, Artech House, 1992.
- [10] Szwarc, W., "The transportation problem with stochastic demand", *Management Science*, Vol.11(1964), pp.33-50.
- [11] Tcha, D.W. and M.G. Yoon, "A dual-based heuristic for the simple facility location problem with stochastic demand", *IIE Transactions*, Vol.17(1985), pp.364-369.
- [12] Tcha, D.W. and M.G. Yoon, "Conduit and cable installation for a centralized network with logical star-star topology", *IEEE Transactions on Communications*, Vol.43(1995), pp.958-967.
- [13] Yoon, M.G., Y.H. Baek, and D.W. Tcha, "Design of a distributed fiber transport network with hubbing topology", *European Journal of Operational Research*, Vol.104 (1998), pp.510-520.
- [14] Yoon, M. G. and J.R. Current, "Dual Based Heuristic for Hub Location and Network Design Problem", Working Paper, *Dept. of Management Science*, Ohio State University, 1996.