

교차다각형법에 의한 원 근사 방법을 적용한 RP Part 제작에 관한 연구

홍민성*, 신근하*, 손승요*

A Study on RP Part Production Using Intersecting Circle Approximation Method

Minsung Hong*, Keunha Shin*, Seungyo Son*

Abstract

The STL file format is an approximation of 3-D model with triangular facets. STL is a standard input file format of Rapid Prototyping(RP) equipment. In computer graphics, a circle has been approximated with an inscribed polygon, which causes an error between the real and approximated circles.

In this study, an intersecting polygon has been used to approximate the circle and applied to produce more accurate RP part. The newly proposed method shows its excellence in part accuracy..

Key Words : STL(Stereolithography), Rapid prototyping(쾌속조형), Inscribed polygon(내접다각형), Intersecting polygon(교차다각형), Part accuracy(형상정밀도)

1. 서 론

최근 시장의 경쟁력을 높이고 고품질의 신제품을 더욱 빠른 시간에 개발하기 위해 Rapid Prototyping(RP) 기술이 많이 사용되고 있다. 사용 재료와 공법의 발달로 인하여 RP 공법의 응용범위는 이전의 디자인 검증용에만 국한되지 않고 조립시험에서 기능시험에 이르기까지 광범위하다. 따라서 보다 정확한 치수의 RP 파트가 요구되게 되었다.

STL 파일형식은 RP 장비의 표준 입력 파일 형식으로써, 1987년 최초의 RP 장비인 Stereolithography Apparatus(SLA)

방식을 지원하기 위해서 생겨났다. STL 파일은 3차원의 닫혀진 곡면모델을 삼각형의 작은 면으로 근사화 시킨 것으로, 삼각형의 세 꼭지점의 좌표와 삼각형을 이루는 면의 법선벡터로 구성되어 있다.¹⁾ CAD 모델로부터 STL 파일로 변환중에 꼭지점의 중복, 면의 누락이나 중복, 예각 삼각형을 포함하는 등의 많은 오류를 포함하고 있지만, 아직까지 현장에서 많이 사용되고 있는 것이 사실이다. 또한 AutoCAD, Pro/Engineer, CATIA, I-DEAS 등과 같은 많은 상용 CAD 소프트웨어들이 STL 파일 출력을 위한 변환기를 지원하고 있다.

STL 파일에서 원이 표현될 경우에는 다른 컴퓨터 그래픽

* 아주대학교 공과대학 기계 및 산업공학부

픽 상에서 원이 표현되는 것과 마찬가지로 다각형의 작은 세그먼트들로 원을 근사하게 되는데, 이 때 근사되는 다각형은 원의 호에 내접하는 다각형이다. 그러므로 내접된 다각형과 실제 원 사이에는 오차가 발생하게 된다.¹⁾

본 논문에서는 원의 호에 내접하는 다각형 대신 원의 호를 교차하는 다각형으로 원을 근사하는 방법을 사용하여 이것을 STL 파일형식의 원에 적용하였다. 이 방법을 사용하여 실제 원과 근사된 원과의 오차를 줄임으로써, 보다 정확한 RP 파트의 제작을 도모하였다.

우선 시뮬레이션을 통해 기존의 방법과 제시된 방법으로 원을 근사한 뒤 결과를 비교하였다. 다음으로 3차원 CAD 소프트웨어인 Pro/ENGINEER를 사용하여 각각의 방법으로 원 형상의 파트를 모델링 하였으며, 이로부터 STL 파일을 출력하고 RP 장비에 입력하여 실제 파트를 제작하였다. 그 후, 제작된 각각의 파트를 접촉식 3차원 측정기로 치수를 측정한 뒤 이로부터 얻어진 데이터를 비교하여 검토한 후 제시된 방법의 효용성을 규명하였다.

2. Intersecting method를 사용한 원 근사 방법

2.1 Inscribed method와 intersecting method

컴퓨터 그래픽 상에서 원이 근사될 경우 지금까지는 내접된 다각형으로 원을 근사하는 방법인 내접법(inscribed method)을 사용해 왔다. 본 연구에서 사용한 원 근사 방법은 원의 호를 교차하는 다각형으로 원을 근사하는 교차법(intersecting method)으로써, Fig. 1에 두 방법의 차이를 나타내었다.

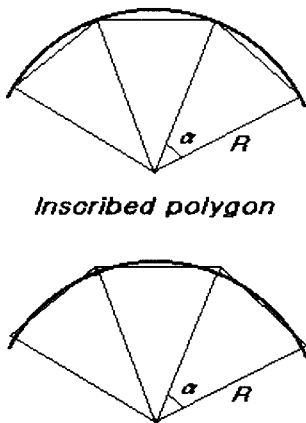


Fig. 1 Inscribed and intersecting circle approximation method

내접법에서의 최대 오차는 원호와 그것에 내접하는 다각형의 변과의 최대 수직거리이며, 교차법에서의 최대 오차는 원호를 교차한 다각형의 꼭지점과 원호와의 수직거리가 된다.

2.2 기본 이론

교차법에 의해 근사된 다각형의 꼭지점과 근사된 원과의 수직거리를 x 라고 가정한다. x 에 대한 표현을 얻기 위해서는 원호를 직선으로 간주해야 한다.

Fig. 2로부터 다음의 관계를 얻을 수 있다.

$$f = (R + x) \cos \frac{\alpha}{2} \tag{1}$$

$$e = R - f = R - (R + x) \cos \frac{\alpha}{2} \tag{2}$$

$$d = e \cot \frac{\alpha}{4} \tag{3}$$

$$a = x \sin \frac{\alpha}{2} \tag{4}$$

$$b = x \cos \frac{\alpha}{2} \tag{5}$$

$$c = b \cot \frac{\alpha}{4} \tag{6}$$

그러므로, 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$a + c = x \left[\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} \cot \frac{\alpha}{4} \right] = x \cot \frac{\alpha}{4} \tag{7}$$

둘러싸인 면적의 크기는 다음과 같다.

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{1}{2} b(a + c) + \frac{1}{2} de \tag{8}$$

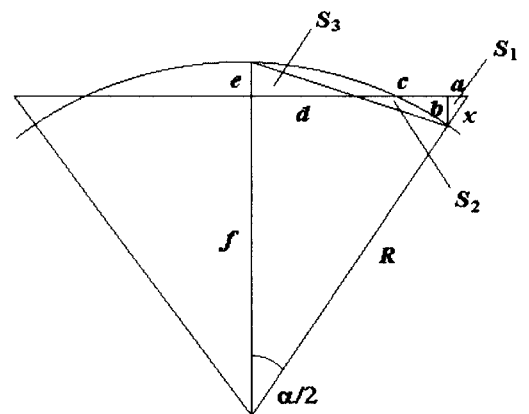


Fig. 2 Circle-intersecting polygon details

따라서, 다음을 얻을 수 있다.

$$2S = x^2 \cos \frac{\alpha}{2} \cot \frac{\alpha}{4} + \left[R - (R+x) \cos \frac{\alpha}{2} \right]^2 \cot \frac{\alpha}{4} \quad (9)$$

x 에 대한 도함수를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{dS}{dx} = \cot \frac{\alpha}{4} \left\{ x \cos \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} \left[R - (R+x) \cos \frac{\alpha}{2} \right] \right\} \quad (10)$$

최소값을 구하기 위해 $dS/dx = 0$ 으로 놓음으로써 다음을 구할 수 있다.

$$x = \left(\frac{1 - \cos \frac{\alpha}{2}}{1 + \cos \frac{\alpha}{2}} \right) R \quad (11)$$

위의 x 값으로부터, 다각형과 원 사이의 면적을 최소화 하는 최적 근사 다각형을 얻을 수 있다.^[9]

여기서 α 는 다각형 변의 두 꼭짓점과 원의 중심이 이루는 선분의 사이각이며, R 은 원의 반지름이다.

교차법의 적용을 위해서 반지름은 다음과 같이 증가되어야 한다.

$$R+x = \frac{2}{1 + \cos \frac{\alpha}{2}} R \quad (12)$$

식(12)에 의해 증가된 반지름을 사용하여 기존의 내접법을 적용함으로써 교차법의 구현이 가능하다.

교차법에 의한 최대 오차는 다음과 같다.

$$e = \left(\frac{1 - \cos \frac{\alpha}{2}}{1 + \cos \frac{\alpha}{2}} \right) R \quad (13)$$

그리고 내접법에 의한 최대 오차는 다음과 같다.

$$e' = \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right) R \quad (14)$$

이들의 비를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{e}{e'} = \frac{1}{1 + \cos \frac{\alpha}{2}} \quad (15)$$

일반적으로 α 가 매우 작으므로, 최대 오차항의 비는 약 1/2이다. 이것은 아무리 오차가 크더라도 기존방법의 오차량의 반 정도라는 것을 의미한다.

2.3 시뮬레이션 결과

컴퓨터 프로그래밍을 사용하여 기존의 내접법과 제시된 교차법이 어떻게 원을 근사하는지를 알아보았다. Fig. 3에 반지름 20mm인 원을 40각형부터 150각형까지 근사한 시뮬레이션 결과를 나타내었다.

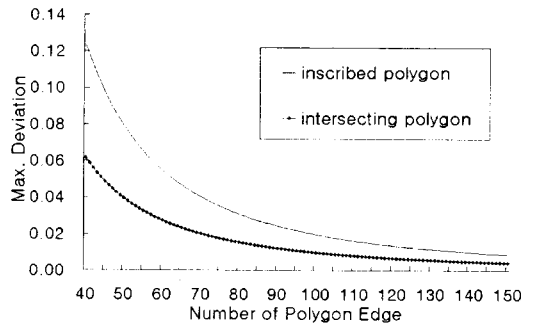


Fig. 3 Result of simulation

위의 그림으로부터 교차법의 최대 오차량은 내접법의 절반 정도라는 것을 확인할 수 있다.

3. STL 파일 형식에서의 적용

3.1 Chord height와 angle control

STL 파일형식에서 원은 다각형으로 근사된 뒤 삼각형으로 나누어지게 된다. 여기서 원 근사 정밀도는 원을 근사한 다각형의 변의 개수로 결정된다. 3차원 CAD 소프트웨어인 Pro/ENGINEER에서는 현 높이(Chord height)와 각 제어(angle control)라는 매개변수에 의해 근사다각형의 변의 개수를 정의한다.^[4]

현 높이는 근사다각형의 변의 개수를 정의하는데 있어서 큰 비중을 차지하는 변수로써, 모델크기에 상대적이다.

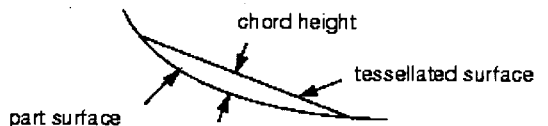


Fig. 4 Chord Height

이것은 원의 호와 근사다각형의 변화의 최대거리로, 내접법에서의 최대 오차이다. 즉, 현 높이가 작을수록 근사된 원의 오차는 감소한다. 현 높이의 하한값은 모델 크기와 정확도의 함수이고, 상한값은 모델 크기 값이다. 여기서 모델 크기는 모델 전체를 둘러싸는 상자의 대각선 거리로 정의된다. Fig. 4에 현 높이의 정의를 나타내었다.

각 제어는 모델 전체의 곡률에 비해 보다 곡률이 큰 국부적인 형상, 즉 골프공의 홈과 같은, 모델내의 작은 원 형상을 추가로 정밀하게 세분하는 기능을 갖는 변수로써, 이것은 0.0~1.0의 값을 갖는다. 작은 값을 사용할수록 보다 정밀한 형상 정보를 갖는 STL 파일을 얻을 수 있으며, 보통 기본값인 0.5를 많이 사용한다.

이 두 매개변수에 의해 정의된 STL 파일은 그것의 형상 정보가 정밀할수록 파일의 크기가 커지게 된다.

3.2 증가된 반지름을 계산하는 프로그램

본 연구를 위해 Microsoft Visual Basic 5.0을 사용하여 교차법에 의해 증가된 반지름을 계산하는 프로그램을 작성하였고 순서도는 Fig. 5와 같다. 이를 사용하여 윈도우즈 환경하에서 증가된 원의 반지름을 CAD 프로그램에 적용할 수 있도록 하였다. Fig. 6은 모델링 작업을 나타낸다.

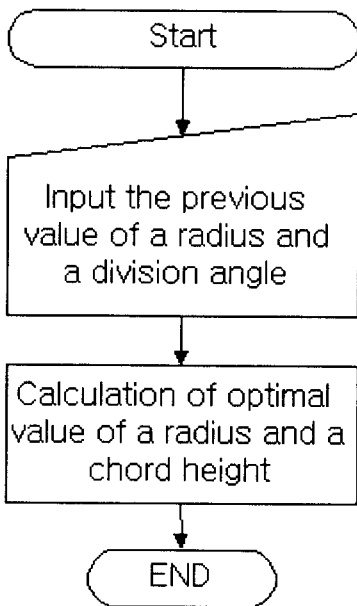


Fig. 5 Flowchart of the optimal radius calculation by intersecting method

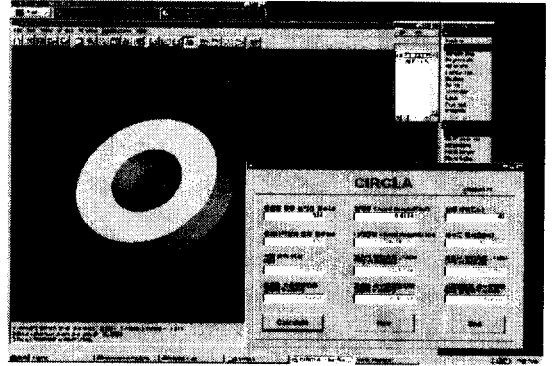


Fig. 6 Modeling process

4. RP Part 제작 실험

4.1 실험 조건

실제 파트는 3차원 CAD 소프트웨어인 Pro/ENGINEER를 사용해서 모델링을 하였으며, 모델링 된 파트는 제시된 방법이 외경과 내경에 어떤 영향을 미치는가를 알아보기 위해 가운데 구멍이 있는 도넛형태로 하였다. 파트는 2종류를 제작하였으며, 이것의 공칭 치수는 Table 1과 같다.

Table 1 Nominal dimension of part (unit : mm)

	Outer diameter	Inner diameter	Thickness
Part 1	80	40	20
Part 2	30	20	5

그리고, 교차법을 적용하기 위해 식(12)를 사용하여 증가된 파트의 치수는 Table 2와 같다.

Part 1에서 외부 원은 132각형, 내부 원은 94각형으로 근사 되었으며, Part 2에서는 각각 134각형, 110각형으로 근사 되었다.

Table 2 New dimension of part (unit : mm)

	Outer diameter	Inner diameter	Thickness
Part 1	80.01133	40.01117	20
Part 2	30.00412	20.00408	5

4.2 실험 장비

실험에 사용된 RP 장비는 SLS(Selective Laser Sintering) 방식인 DTM사의 SinterstationTM 2500을 사용하였다.⁽⁵⁾

SLS방식은 수지분말을 한층씩 적층하여 레이저로 소결하는 방식으로, 이것의 특징으로는 사용재료가 다양하고, 치수정밀도가 우수하며, 지지대가 필요없고, 금속분말을 레이저로 소결하여 직접 금형을 제작하는 기술인 RT (Rapid Tooling)가 가능하다는 것 등을 들 수 있다.

RP에서는 열수축에 의한 스케일(scale)과 레이저 반경만큼 안쪽으로 작업을 해야하는 오프셋(offset)이 제작된 파트의 정밀도에 영향을 미치므로, 이것들의 계산이 중요하다. 본 논문에서는 DTM사에서 제공하는 계산방법에 따라 Tree Part를 제작하고, 그것으로부터 얻은 스케일 1.0212, 오프셋 0.0125의 값을 사용하여 작업하였다.

4.3 제작 위치에 따른 레이저빔의 단면변화 보완

작업 시 베드의 중심에 가까이 배치된 파트의 성형 후 정밀도가 뛰어나므로, 파트는 베드의 중심에 가깝게 배치될수록 좋다. 이것은 레이저 주사가 갈바노미터 미러의 회전으로 이루어지므로, 실린더의 중심에서 벗어날수록 레이저의 단면은 원형에서 타원형으로 변화되기 때문이다.¹⁶⁾

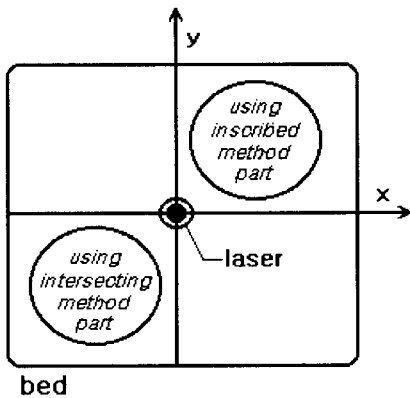


Fig. 7 Positioning of part

제작위치에 따른 레이저빔의 단면변화를 보완하기 위해, 비교되는 파트들을 Fig. 7과 같이 대칭되는 위치에 놓고 작업하였다.

4.4 제작된 파트

Fig. 8에 이러한 과정으로 제작된 파트의 형상을 나타내었다. 사용된 수지분말은 DuraForm GF 이며, 이것의 특징은 뛰어난 기계적 성질을 갖는 매끈한 표면의 파트를 얻을 수 있다는 것이다.

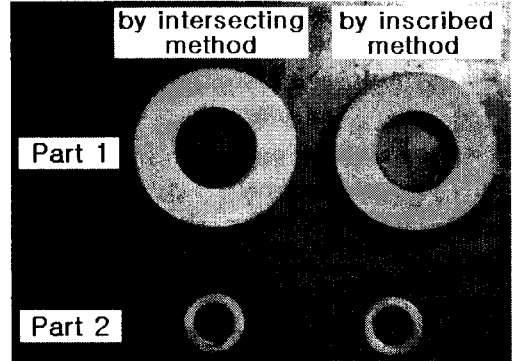


Fig. 8 Shape of part

4.5 측정 방법

실험에 의해 제작된 파트의 측정에는 측정오차 $\pm 0.00005\text{mm}$ 인 접촉식 3차원 측정기를 사용하였으며, X-Y축에 대해 각각의 방향에서 어떤 경향의 치수가 나타나는가를 알아보기 위해 Fig. 9와 같이 원의 중심으로부터 22.5° 씩 시계방향으로 돌아가면서 8개 지점의 지름을 측정하였다.

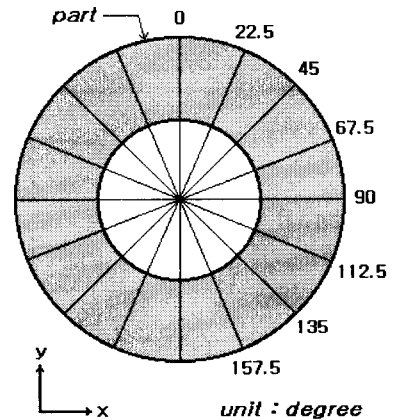


Fig. 9 Measured point

5. 실험 결과 및 고찰

Fig. 10~13에 측정된 결과를 그래프로 나타내었다. 위의 결과에서 45° 와 135° 에서 오차가 크게 발생하는 것을 관찰할 수 있는데, 이것은 레이저의 진행이 래스터

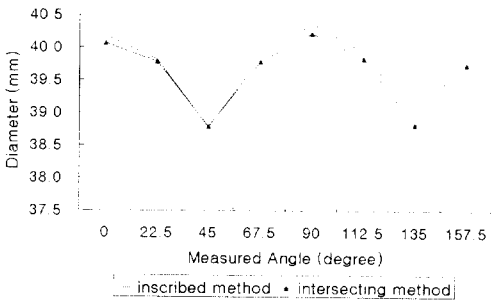


Fig. 10 Outer diameter of Part 1

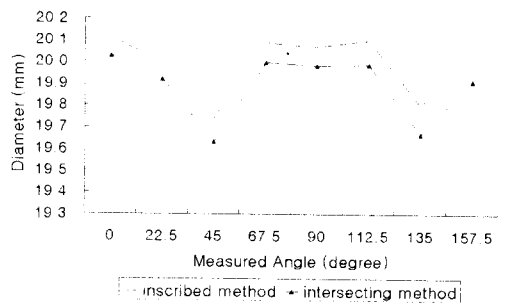


Fig. 13 Inner diameter of Part 2

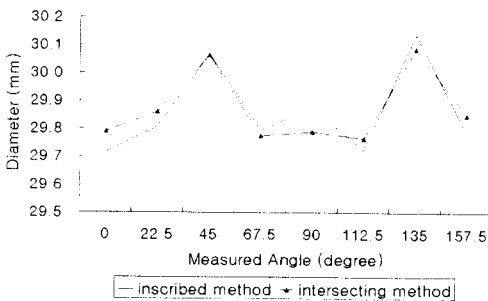


Fig. 11 Inner diameter of Part 1

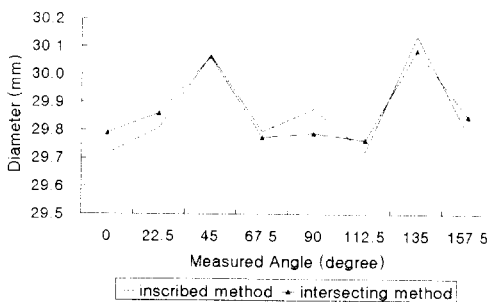


Fig. 12 Outer diameter of Part 2

스캔(raster scan)방식을 따르기 때문에, 위의 각도에서는 레이저 스캔직경이 조금씩 밖으로 벗어나게 되므로 이것이 중첩되어 수치분말이 덧붙여 성형되기 때문이다.

위와 같은 경우의 장비상의 오차를 제외하고 실험 결과를 살펴본 결과, 치수 정밀도에 있어서 내접법과 교차법 모두 전체적으로 허용오차 범위($\pm 0.3\text{mm}$)에 들어오는 좋은 결과를 보였으며, 교차법을 사용하여 제작한 파트의 치

수 오차가 내접법을 사용하여 제작한 파트의 치수 오차보다 작은 것을 알 수 있었다.

외경의 경우는 교차법을 사용하여 제작된 파트의 치수가 내접법을 사용하여 제작된 파트의 치수보다 조금 크게 나온 것을 알 수 있었고, 내경의 경우는 그 반대인 것을 알 수 있었다.

RP에서는 실제의 형상과와는 물론, 조립성 평가와 기능성 평가가 매우 중요하다.⁽⁷⁾ 따라서 래핑(lapping)등의 후처리 가공이 필요하게 된다. 특히 SLS 방식으로 제작된 파트는 다른 방식으로 제작된 파트에 비해 강도, 내열성, 내화학성, 내수성이 강하므로, 시제품의 조립성, 기능성 테스트가 수월하다.

후가공 여유를 생각할 때, 외경의 치수는 약간 크게, 내경은 약간 작게 나오는 것이 바람직하다. 따라서, 교차법을 사용하여 제작한 파트의 치수는 좋은 경향을 보인다고 할 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 STL 파일 형식의 원에 대해서 기존의 내접법 대신 교차법을 사용하여 보다 작은 오차를 갖는 원을 근사하였다. 그리고 기존의 방법과 제시된 방법을 적용한 실험을 통해 실제 RP 파트를 제작한 후 각각의 치수를 측정하여 결과를 비교하였다.

본 연구를 통하여 얻은 결론은 다음과 같다.

- (1) 교차법을 적용하여 새롭게 모델링된 파트를 RP를 통하여 제작한 결과 좋은 경향의 치수를 갖는 RP 파트를 얻을 수 있었다.
- (2) 제작된 RP 파트를 측정해 본 결과, X-Y축에 대하여

45° 방향의 치수에서는 오차가 크게 발생한다는 것을 알 수 있었고, 이것은 래스터스캔방식에 기인한다는 것을 확인 할 수 있었다.

- (3) 원형이 포함된 파트를 RP로 가공할 때 본 논문에서 제시한 방법을 적용한다면 좀더 정밀한 파트의 향상을 얻을 수 있다.

참 고 문 헌

- (1) Jacobs, P. F., Rapid Prototyping and Manufacturing: Fundamentals of Stereolithography, SME, 1992.
- (2) Ibrahim Zaid, CAD/CAM Theory and Practice, MGH, 1995.
- (3) L. Yong-Kui, "Algorithm for Circle Approximation and Generation", Computer-Aided Design, Vol. 25, No. 3, pp. 169~171, 1993.
- (4) Parametric Technology Corp., Pro/Engineer Interface Guide Release 20.0, 1998.
- (5) DTM Corp., The Sinterstation™ 2500 System Selective Laser Sintering Guide to Materials & User's Guide, 1997.
- (6) 장복근, 허성민, 최홍태, 이석희, 장태식, 이일엽, "SLS에서의 조형자세 및 배치 결정에 관한 연구", 한국정밀공학회 '98년도 추계학술대회논문집, pp. 637~640, 1998.
- (7) 양동열, 손현기, 정준호, "쾌속제품개발에서 쾌속조형과 2차공정의 역할", 한국정밀공학회 '98년도 춘계학술대회 논문집, pp. 927~931, 1998.