

어트랙터 해석을 이용한 AISI 304강 열화 신호의 카오스성 평가

고준빈*, 오상균**, 김홍배***, 이성구****, 이영호*****

Evaluation of Chaotic evaluation of degradation signals of AISI 304 steel using the Attractor Analysis

Joon-Bin Go*, Sang-Kyun Oh**, Hong-Bae Kim ***, Sung-Gu Lee****, Young-Ho Lee*****

Abstract

This study proposes the analysis and evaluation method of time series ultrasonic signal using the chaotic feature extraction for degradation extent.

Features extracted from time series data using the chaotic time series signal analyze quantitatively material degradation extent. For this purpose, analysis objective, in this study, is fractal dimension, lyapunov exponent and strange attractor on hyperspace. The lyapunov exponent is a measure of the rate at which nearby trajectories in phase space diverge. Chaotic trajectories have at least one positive lyapunov exponent. The fractal dimension appears as a metric space such as the phase space trajectory of a dynamical system. In experiment, fractal(correlation) dimensions and lyapunov exponents showed values of mean 3.837~4.211 and 0.054~0.078 in case of degradation material.

The proposed chaotic feature extraction in this study can enhances ultrasonic pattern recognition results from degradation signals.

Key Words : Hyperspace(초공간), Chaos(카오스), Ultrasonic Wave(초음파), Stainless Steel(스테인레스강), Material Degradation(재질 열화), Time Delay(시간 지연), Strange Attractor(스트레인지 어트랙터), Fractal Dimension(프랙탈 차원), Lyapunov Exponent(리아프노프 지수)

1. 서 론

AISI 304 스테인레스강은 내열성 및 내식성이 요구되는 설비의 구조재료로 널리 쓰이고 있다. AISI 304강은

고온에서 장시간 사용하게 되면 인성이 점진적으로 저하되어 열화(degradation)현상이 발생하므로 구조물의 기능 손상 및 전체 설비의 안전성을 저하시키게 된다. 따라서 이러한 설비의 안전성 및 잔여수명 등을 정량적으로 평

* 대전산업대학교 기계설계공학과
** 대전산업대학교 공동재료실험실
*** 전남대학교 기계과
**** 대전기능대학 산업설비과
***** 충남대학교 기계공학과

가 · 보증하는 것이 대단히 중요하다. 이를 위해서는 결합의 종류와 재질 열화(material degradation)^{(1),(2)}정도를 조사할 정량적 비파괴평가(quantitative nondestructive evaluation)기술이 필요하다.

최근에는 재료의 열화진단을 위한 정량적 비파괴평가기술로 초음파법^{(3),(4)}과 인공지능 기법인 카오스 해석(chaotic analysis)^{(5),(6)}에 의한 방법이 주목을 받고 있다. 열화손상의 정도를 판별을 위해서는 A-scan에 의한 초음파 신호에 대하여 정량적 특징 추출(feature extraction)을 하는 것이 첫번째의 선결 과제이다.

일반적으로 초음파 신호 특징 추출을 위한 방법으로 시간 영역(time domain)상이나 주파수 영역(frequency domain)상 특징을 대상으로 하고 있으나, 노이즈(noise)수준을 고려한 임계치의 설정과 초음파 신호 중 해석이 가능한 부분 파형만을 적용하는 단점으로 인하여 정밀도가 낮아지는 문제점을 갖고 있다. 따라서 전체 파형을 고려한 정량적 특징을 추출하기 위하여 카오스 해석의 방법이 시도되고 있다. 카오스를 이용한 해석은 대상 신호가 갖는 고유의 성질을 시계열 데이터로 하여 계의 상태 공간 내에 내재한 특성을 평가하게 되며, 이러한 특성을 파악하고, 해석하는 카오스 특징 추출로부터 정밀도 높은 해석이 가능하다.

본 연구에서는 비선형 시계열 신호 분석시에 유용한 카오스 이론을 이용하여 AISI 304강의 초음파 신호로부터 카오스적 정도를 확인하고, 초공간을 고려한 어트랙터의 차원으로부터 정량적 특징 추출을 함으로서 초음파 형상 인식에 대하여 평가하고자 하였다. 이를 위하여 인공열화된 AISI 304강에 대하여 시간영역(time domain)에서 초음파 신호를 획득하였으며, 획득된 초음파 신호에 대하여 전체파형을 고려한 시간지연과 임베딩 차원을 설정한 후, 스트레인지 어트랙터(strange attractor), 프랙탈 차원(fractal dimension), 리아프노프 지수(lyapunov exponent) 등의 카오스 특징 추출 결과로부터 재질열화에 따른 비선형 시계열 신호의 카오스성 정도를 평가하고 이로부터 열화도 평가의 적용가능성을 확인하였다.

2. 어트랙터 재구성

시계열 신호에서 카오스성을 평가하기 위해서는 어트랙터를 재구성하는 것이 필요하다. 임베딩 차원과 시간 지연에 의한 어트랙터의 재구성으로 카오스 특징을 대표적으로 나타내는 프랙탈 차원(상관 차원)과 리아프노프 지수를 추출하게 된다. 어트랙터 재구성이란 시계열 신호를 위

상 공간으로 표현하는 것을 말하며, 서로 다른 상태에서 출발하여 같은 시간 변화를 나타내는 궤도에 수렴하는 점 근적 궤도를 어트랙터라 하고 특히 카오스 특징을 나타내는 어트랙터를 스트레인지 어트랙터라 한다.

어트랙터 재구성 방법은 Takens의 자연 방법⁽⁷⁾을 사용하였다. 즉, i 개의 데이터가 주어졌을 때, 식(1)과 같이 주어지는 m 차원 벡터 $\bar{X}(i)$ 를 위상공간에서 순서대로 연결시킴으로서 어트랙터가 재구성된다.

$$\begin{aligned}\bar{X}(1) &= (x(1), x(1+\tau), x(1+2\tau), \dots, x(1+(m-1)\tau)) \\ \bar{X}(2) &= (x(2), x(2+\tau), x(2+2\tau), \dots, x(2+(m-1)\tau)) \\ &\vdots \\ \bar{X}(i) &= (x(i), x(i+\tau), x(i+2\tau), \dots, x(i+(m-1)\tau))\end{aligned}\quad (1)$$

여기서 $x(i)$ 는 주어진 시계열 데이터이며, m 은 임베딩 차원(embedding dimension)을, τ 는 시간 지연(time delay)을 나타낸다.

2.1 임베딩 차원 및 시간지연의 결정

임베딩 차원을 결정한 FNN(false nearest neighbor)방법을 이용하였다. FNN이란, Fig. 1과 같이 임의의 임베딩 차원에서는 두 어트랙터위의 점이 근접점(nearest neighbor)이지만 임베딩 차원이 한 차원 증가될 경우에는 근접점이 되지 않는 점을 말하며, 임베딩 차원을 증가시키면서 FNN 비를 계산하여 FNN비가 0[%] 근처일 때의 임베딩 차원을 찾아 그 시계열 데이터의 임베딩 차원으로 결정한다. FNN 비는 주어진 각 데이터에서 FNN의 갯수를 줄이고 이를 어트랙터의 전체 점의 수로 나눔으로서 계산된다.

시간 지연 τ 를 이용한 어트랙터 상의 점은 식(2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{X}(n) = (x(n), x(n+\tau), x(n+2\tau), \dots, x(n+m-1)\tau)) \quad (2)$$

$$R_m(n) = \left\| \hat{X}(n) - \hat{X}(q) \right\| = \sqrt{\sum_{k=0}^{m-1} [x(n+k\tau) - x(q+k\tau)]^2} \quad (3)$$

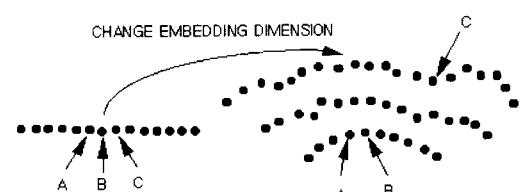


Fig. 1 Concept of false nearest neighbor

$$R_{m+1}(n) = \sqrt{R_m^2(n)[x(n+m\tau) - x(q+m\tau)]^2} \quad (4)$$

$$\nu = \frac{\log_2 C(r)}{\log_2 r} \quad (6)$$

$$\sqrt{\frac{R_{m+1}^2(n) - R_m^2(n)}{R_m^2(n)}} = \frac{|x(n+m\tau) - x(q+m\tau)|}{R_m(n)} > R_{tot} \quad (5)$$

여기서 $\hat{X}(n)$ 은 기준점, $\hat{X}(q)$ 은 최근접 이웃점, R_{tot} 는 FNN에 대한 평가 임계 값이다.

시간 지연은 Liebert와 Schuster⁽⁸⁾가 제안한 상관적분 방법을 이용하여 결정하였으며 이는 시간 지연의 변화에 따라 계산된 상관적분 값에서 첫 번째 국부 최소점들 (local minima)이 되는 점을 주어진 시계열 데이터의 시간 지연으로 결정하는 방법이다.

임베딩 차원 및 시간 지연을 계산함으로서 어트랙터를 재구성할 수 있으며, 프랙탈 차원 및 리아프노프 지수를 추출하여 시계열 데이터의 카오스적 특성을 정량적으로 평가 할 수 있게 된다.

2.2 프랙탈 차원

프랙탈 차원은 시계열 신호에 대하여 재구성된 어트랙터의 기하학적 특징을 표현한다. 프랙탈 차원은 정수 값이 아닌 실수로 표현되며 신호의 카오스적인 정도에 따라 그 값이 달라진다. 따라서, 어트랙터의 고유한 특성으로 프랙탈 차원을 사용할 수 있다.

본 논문에서는 재구성된 어트랙터로부터 프랙탈 차원을 구하기 위하여 Grassberger와 Procassia⁽⁹⁾가 제안한 식 (5)를 이용한 상관적분 방법을 사용하였다.

$$C(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \theta(r - |\bar{X}(i) - \bar{X}(j)|) \quad (5)$$

여기서, θ 는 step function이며, $\bar{X}(i)$ 와 $\bar{X}(j)$ 는 i 와 j 번째 어트랙터를 구성하는 점이다. 또한, N 은 데이터의 수, r 은 반지름, 그리고 $|\bar{X}(i) - \bar{X}(j)|$ 는 두 점사이의 유clidean 거리를 나타낸다.

이 방법은 어트랙터상의 각 점에서 상관 적분을 계산함으로서 프랙탈 차원을 결정하게 된다. 어트랙터상의 한 점을 중심으로 반지름이 r 인 구를 그리고 구 내부점의 수를 구하는 과정을 어트랙터 상의 각 점에서 반복하여 구한 값들에 대하여 평균을 한다.

어트랙터상의 특성이 결정되는 것으로부터 식(6)과 같은 $\log_2 r$ 대 $\log_2 C(r)$ 을 변수로 하는 직선 회귀선을 구하여 프랙탈 차원으로 나타낸다.

3. 실험

3.1 열화 시험편 제작

실험에 사용한 재료는 스테인레스강으로써 AISI 304는 약 18wt.%의 Cr과 약 8wt.%의 Ni이 함유된 3원 합금이다. 일반적인 열처리 온도에서 오스테나이트조직으로 되어 있고 내식성이 매우 우수하고 높은 강도를 가지고 있어 여러가지 공업적 용도에 적합하며, 특히 고온에서의 강도가 우수하여 내열재료로 많이 사용되고 있다. AISI 304강의 화학적 성분과 기계적 성질은 Table 1, Table 2와 같다.

인공열화 실험으로 AISI 304 스테인레스강을 전기로를 이용하여 680°C에서 각각 60시간, 120시간 동안 무응력 상태에서 시효처리 한 시편을 제작하였다.

열화도 측정용 시편은 초음파 신호의 측정시 탐촉자의 접촉이 용이하도록 표면에 수용성 절삭유를 충분히 급유하여 연삭가공후 정밀 다듬질하였으며, 양단면이 평행하고 응력축에 대해 수직이 되도록 기계 가공하였다.

3.2 시스템 구성 및 실험 방법

AISI 304강의 열화에 따른 시계열 신호 분석을 위한 시스템 구성은 Fig. 2와 같다. 먼저 초음파의 발생 및 수신 역할을 하는 펄스 리시버(Panametrics사의 5072PR), 펄스 리시버로부터의 신호를 처리하여 디스플레이하는 광대역의 디지털 오실로스코프(Lecroy사의 9354A), 열화시편으로부터 초음파 신호를 수신하는 수직 탐촉자(Panametrics사의 주파수 15MHz, 진동자 직경: 6mm), 접촉매질(기계유) 등이며, 실험에 있어서는 오실로스코프 CRT

Table 1 Chemical composition of AISI 304 (wt.%)

C	Si	Mn	P	S	Cu	Ni	Cr	Mo	Co
0.1014	0.799	1.5197	0.0276	0.0061	0.2588	7.8623	17.695	0.128	0.1236

Table 2 Mechanical properties of AISI304

Yield strength (MPa)	Tensile strength (MPa)	Elongation (%)
375	769	47

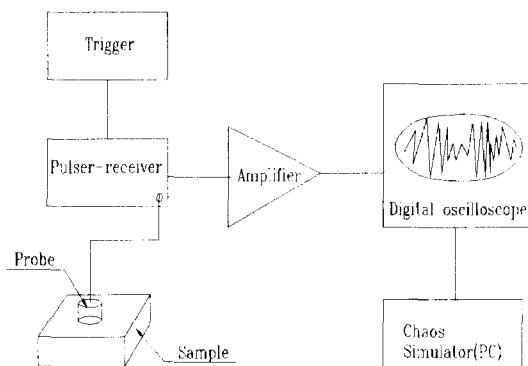


Fig. 2 Schematic of data acquisition and processing

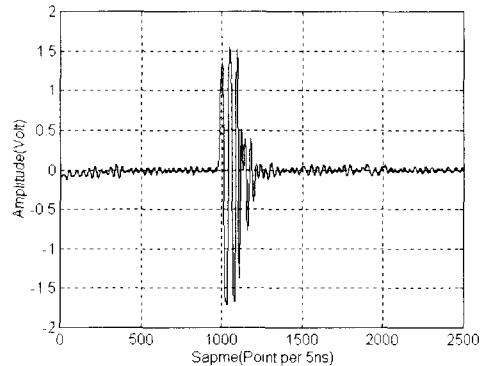
상에 나타나는 열화도 신호의 특성을 파악하기 위하여 최대 진폭을 기준으로 scan하면서 이에 대한 시계열 테이터 신호를 획득하여 시간 영역 상의 신호 특성으로 열화도에 따른 카오스적 특성을 정량적으로 평가하고자 하였다. 실험에 있어서는 신호 취득시 접촉압력에 따른 측정오차를 최소화하기 위하여 3kg의 추를 탐촉자 위에 올려서 일정한 압력으로 신호를 획득하였다.

3.3 재질열화신호

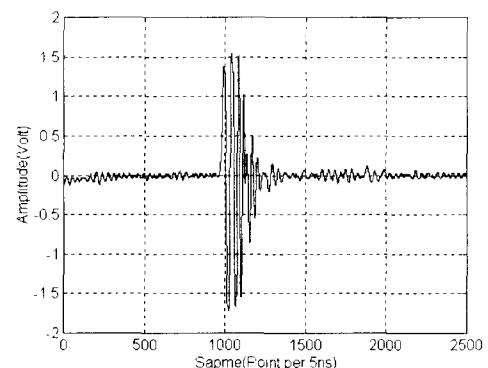
일정한 음속으로 재질내를 진행하는 펄스-에코형의 초음파는 열화도에 관한 정보를 갖게 되며, 현재 널리 이용되고 있는 A-scan법과 같은 경우는 시간축과 진폭축상에 에코의 형태로 나타나게 된다. 본 연구에서는 이러한 에코의 정보로부터 열화도를 파악하기 위해서 저면으로부터 수신되는 에코에 대하여 최대 진폭을 게이트로 걸어 획득한 신호에 대하여 정량적 평가를 하고자 하였다.

실험에 사용된 시계열 신호는 AISI 304 스테인레스강의 저면으로부터의 초음파 신호를 광대역 디지털 오실로스코프로 획득한 것으로 Fig. 3은 이를 나타낸다. 신호 취득에 있어서 원재와 열화된 시험편에 대하여 scan하면서 1 point에 대하여 5ns로 샘플링하였으며, 총 데이터의 크기는 2500샘플이다. Fig. 3에서 (a)는 원재(raw material), (b)는 680°C에서 60시간 시효, (c)는 680°C에서 120시간 시효된 재질열화에 따른 초음파 시계열 신호를 나타내었다.

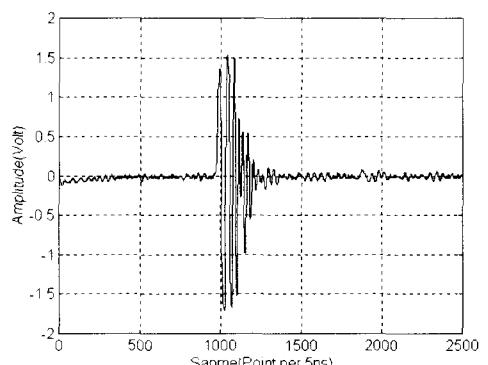
Fig. 3에서 (a), (b), (c) 각각의 신호는 AISI 304의 저면으로부터 반사되어 나온 저면반사파(backwall echo)이며 가공되기 전의 순수파형인 RF-파형으로 표시되었다. 일 반적으로 상용되는 초음파탐상장비는 탐상기상에 수신된



(a) in case of raw material



(b) in case of 60hr



(c) in case of 120hr

Fig. 3 Time series signal from a degradation specimen(AISI 304)

RF-파형을 정류(rectify)한 다음 절대값으로 중첩(overlap)하여 표시(display)하고 있으며 이러한 과정을 전파정류(full wave)라 한다. 본 연구에서는 AISI 304 시효재의 신

호(RF-파형)로부터 정량적인 평가를 위하여 어트랙터 해석에 의한 카오스 특징 추출법을 적용하였다.

4. 어트랙터 해석 및 카오스 특징 추출

시계열 신호의 특징 추출을 위한 추출 구간은 각각의 데이터에 대하여 2500샘플로 설정하였으며, 이에 대하여 2차원 및 3차원에서 스트레인지 어트랙터의 형상을 구하여 카오스에 의한 정량적 특징 추출의 가능성을 확인하고자 하였다. 카오스 특징 추출을 위해서는 어트랙터의 형상을 구하는 것이 중요하다.

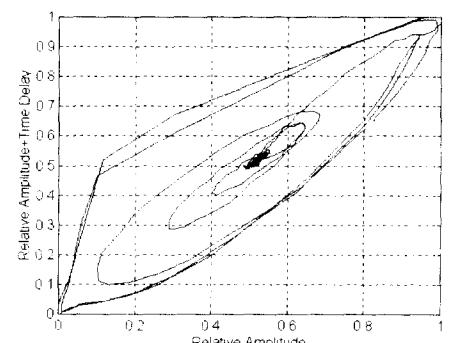
고차원 어트랙터의 기하학적 평가는 적어도 초공간 상에서 가능하며, 카오스적 어트랙터를 이용하므로서 열화도에 대하여 고차원 공간상에서의 정량적 해석 및 평가를 할 수 있다.

시스템 속에 내재되어 있는 카오스적 특성을 가장 쉽고 간단하게 확인할 수 있는 방법중의 하나가 재구성된 카오

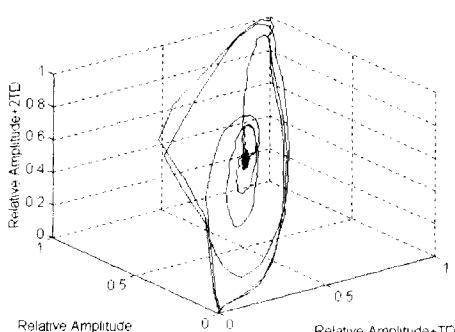
스적 어트랙터의 고찰이다. 즉 어트랙터 상의 운동은 추상적이지만 실제계의 운동을 알 수 있게 하는데 어트랙터의 형태를 기준으로 하여 루프는 시스템의 주기성, 꼬임은 변화, 빈 공간은 물리적으로 불가능한 상태를 나타낸다.

Fig. 4는 원재, Fig. 5, Fig. 6은 680°C에서 각각 60시간, 120시간 시효된 열화재의 초음파 신호 시계열 데이터에 대하여 2차원, 3차원으로 어트랙터를 구성한 결과를 나타낸다. 데이터 취득시에 어트랙터 특징 추출의 획일성을 위하여 열화신호와 무관한 구간은 가능한 제외하거나 적절히 조절하였으며, 네 가지 경우가 모두 코스모스(점, 폐곡선, 토러스)와 대별되는 전형적인 카오스적 어트랙터인 스트레인지 어트랙터 형태를 보이고 있다.

열화도와 어트랙터의 관계를 가장 정량적으로 나타내어 줄 수 있는 것은 어트랙터의 기하학적 형상 변화에 대하여 적절한 기준의 설정과 이로부터 추출되는 수치값이라 할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 이러한 어트랙터의 기하학적 형상 변화에 대하여 4개의 분포도를 수치값으로 정량

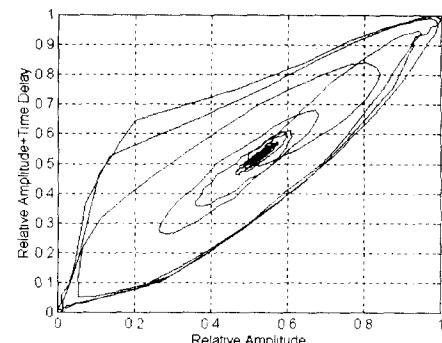


(a) 2-dimension

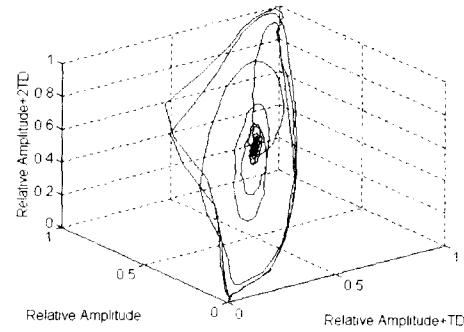


(b) 3-dimension

Fig. 4 Strange attractor analysis of raw material(AISI304)



(a) 2-dimension



(b) 3-dimension

Fig. 5 Strange attractor analysis at 680°C and 60hr(AISI304)

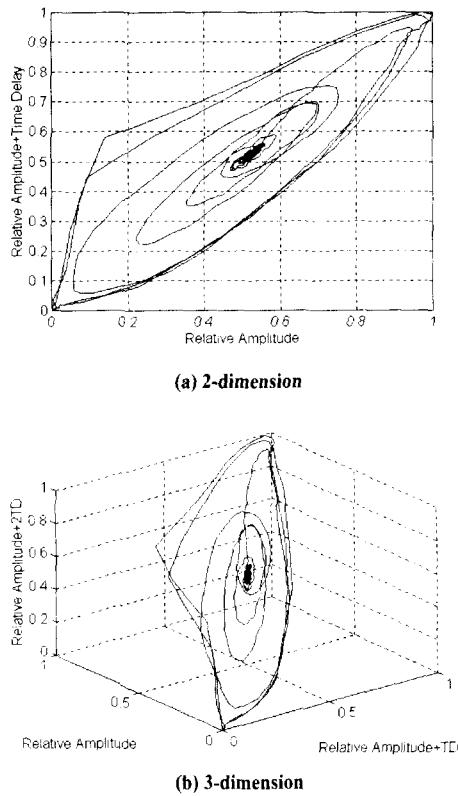


Fig. 6 Strange attractor analysis at 680°C and 120hr(AISI304)

화하는 방법을 제시하였으며, 그 결과는 Table 3와 같다.

열화를 받지 않은 AISI304원재의 경우는 각각의 사분면에 대하여 2사와 4사분면은 대칭을 이루고 있다. 열화도에 따라 1사와 3사분면의 기하학적 형태가 바뀌었으며 열화의 증가에 따라 1사분면의 분포도 값이 증가하였으며 반대로 3사분면의 수치는 감소하는 경향을 나타내었다. 2사와 4사분면의 분포도 값을 열화도에 따라 증가하였으며 안정된 상태를 이루고 있다.

따라서 이러한 변화로부터 열화도에 관계되는 1사와 3사분면의 형태는 열화도를 평가하는 기준 파라미터로 적용할 수 있다.

전반적으로 높은 에너지를 갖는 부분에서 커다란 궤적을 그리며 안정한 상태를 이루고 있으며, 이는 각각의 온도에 대한 카오스적 특징을 나타낸다고 볼 수 있다. 따라서 시효시간의 변화에 따라 2, 3차원으로 구성한 스트레인지 어트랙터를 기준으로 관련 진폭과 시간지연과의 상관 관계에 의한 어트랙터 궤적(스트레인지 어트랙터)의

형상은 다르게 나타남을 알 수 있다. 카오스적 어트랙터는 대상 신호의 고유 특징을 나타내어 주는 것은 사실이나 3차원 이상의 공간에 대해서는 대단히 복잡한 경로를 통해 감아 들어가면서 밖에서는 보이지 않는 내적인 구조가 되어 난해하고 어지러운 궤적으로 나타나게 된다. 따라서 내부 구조에 대한 해석 및 평가로부터 대상 신호를 정량화할 수 있으며, 이에 대해서는 스트레인지 어트랙터를 3차원으로 구성하는 것으로 가능하다. 구성한 2차원 스트레인지 어트랙터에 있어서 각각의 시효시간에 따라 궤적이 상당히 차이가 있음을 볼 수 있으며, 이로부터 열화도에 따른 변화의 정도를 알 수 있다.

3차원 스트레인지 어트랙터에 있어서도 2차원과 거의 같은 경향을 나타내었으며 어느 정도의 궤적 차이를 볼 수 있다. 따라서 시효온도에 따른 카오스적 어트랙터의 변화로부터 정량적 열화도 평가가 가능하다.

Table 4는 프렉탈 차원, 리아프노프 지수에 대한 결과이다. 두 개의 대표적 카오스 특징에서는 열화의 증가에 따라 기하학적 형태와 이웃한 두 궤적의 발산 정도가 점점 커지는 경향을 나타내었다. 따라서 이와 같이 열화도에 따른 미소한 결과들로부터 열화도 평가의 정밀도를 향상시킬 수 있다.

이상에서의 고찰 결과로부터 열화도에 따른 초음파 신호는 시스템이 갖는 고유한 성질에 지배되며, 이러한 거동은 결정론적인 카오스 특성으로 나타나게 된다.

본 연구에서는 열화도 평가를 하는데 있어서 최대 진폭(에너지)을 고려하여 초공간과 카오스 이론에 의한 정량적이고도 정밀도 높은 해석을 하고자 하였다.

카오스 이론은 현재 세계적으로 그 적용 범위가 확대되어 가고 있으며, 우리나라에서도 여러 공학 분야에 접목을 시도하는 초기 단계에 있다.

따라서 현재의 카오스 이론이 갖는 정성적 부분-초공간 해석에 대한 연구의 미비- 등에 대한 연구가 이루어져야 하

Table 3 Configuration point number of strange attractor quadrant

classification quadrant \	AISI304		
	raw material	60hr aged at 680°C	120hr aged at 680°C
1 quadrant	1122	1252	1272
2 quadrant	160	155	169
3 quadrant	1059	939	891
4 quadrant	159	154	168

Table 4 Chaotic feature extraction

classification features	AISI304			SA508 CL.3	
	raw material	60hr aged at 680°C	120hr aged at 680°C	raw material	48hr aged at 390°C
correlation dimensions	3.905	3.837	4.211	2.217	2.411
lyapunov exponents	0.062	0.078	0.054	0.097	0.146

며, 향후 상관 차원, 푸앙카레 맵, 리아프노프 지수에 관계되는 파라미터 설정 등에 대한 다각적인 고찰이 필요하다.

5. 결 론

본 연구에서는 고온·고압 압력용기에 사용되는 재료인 AISI 304 스테인레스강에 대하여 A-scan에 의한 시계열 초음파 신호로부터 최근 결정론적 비선형 동적 해석 및 평가에 각광 받는 카오스 이론을 이용하여 열화 평가에 대하여 연구하였다. 카오스성을 갖는 시계열 데이터로부터 재질열화의 고유 특징인 스트레인지 어트랙터의 기하학적 형태, 프랙탈 차원, 리아프노프 지수를 추출하였다. 이렇게 구한 카오스 특징들로부터 비선형성이 강한 재질열화에 따른 초음파 신호에 대하여 정량적이면서 정밀도 높은 평가를 하고자 하였으며, 다음의 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) AISI 304강 열화재의 초음파 신호로부터 시간영역상의 특징과 어트랙터의 채적 변화로부터 열화도에 따라 현저한 카오스성의 차이를 나타내었으며, 이에 대한 고찰 결과로부터 재질열화의 고유 특성을 평가할 수 있다.
- (2) 카오스적 어트랙터의 기하학적 형태에 대하여 사분면 분포도 값으로 정량화 하는 카오스 특징 추출법을 적용하였으며, 정량적 카오스 특징 추출로서 상관차원과 리아프노프지수를 기준으로 하여 AISI 304강의 원재로부터 열화재까지 3.837~4.211, 0.054~0.078을 특징값으로 제시하였다.
- (3) 재질열화 초음파신호의 시간영역상의 특징추출과 전체 과정을 고려한 카오스해석에 의한 고찰 결과로부터 열화도 평가의 정밀도 향상을 위한 새로운 방법을 제시하였다.

참 고 문 헌

- (1) Hiroaki FUKUHARA "Current of Nondestructive Diagnosis for Damaged Materials", J. of JSNDI, Vol.46, No.3, 1997, pp.150~156.
- (2) Shosuke IMOTO "Diagnosis of Component Ageing in Nuclear Power Plant", J. of JSNDI, Vol.46, No.3, 1997, pp.157~162.
- (3) S. Matsubara, Y. Yokono and T. Imanka, "Diagnosis of Material Degradation by Ultrasonic Wave", J. of JSNDI, Vol.46, No.3, 1997, pp.185-187.
- (4) Chen, C. H., 1987, "A Signal Processing Study of Ultrasonic Nondestructive Evaluation of Materials." Tech. Rep. MTL TR Material Technology Lab., Feb. pp.87~98.
- (5) I. Tsuda, T. Tahara, H. Iwanaga, 1992, "Chaotic Pulsation in Human Capillary Vessels and Its Dependence on Mental and Physical Conditions," International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 2, No. 2 pp.312~332.
- (6) M. Sano, Y. Sawada, 1985, "Measurement of the Lyapunov Spectrum Form a Chaotic Time Series," Phy. Rev. Lett., Vol 55, No. 10, pp.1082~1084.
- (7) F. Takens, 1981, "Lecture Notes in Mathematics," D. A. Rand and L. S. Young(eds.), Springer, Vol. 898, pp.266.
- (8) W. Liebert and H. G. Schuster, 1989, "Proper Choice of The Time Delay for The Analysis of Chaotic Time Series," Physics Letters A, Vol. 142, pp.107-111.
- (9) P. Grassberger and I. Procaccia, "Characterization of Attractors", Phys. Rev. Lett., Vol.50, No.5, pp.346-349, Jan., 1983