

감도계수 반복법을 이용한 구조물의 고유진동수 및 고유벡터 변화량 예측

이정윤*

Prediction of Modified Structural Natural Frequencies and Modes using Iterative Sensitivity Coefficient

Jung Youn Lee*

Abstract

This study predicts the modified structural eigenvector and eigenvalue due to the change in the mass and stiffness of 2-dimensional continuous system by iterative calculation of the sensitivity coefficient using the original dynamic characteristic. The method is applied to examples of a crank shaft by modifying the mass and stiffness. The predicted dynamic characteristics are in good agreement with these from the structural analysis using the modified mass and stiffness.

Key Words : Natural Frequency(고유진동수), Vibrational Mode(진동모드), Generalized Mass(일반질량), Generalized stiffness(일반강성), Sensitivity Analysis(감도 해석), Sensitivity Coefficient(감도 계수)

1 서론

종래의 구조물 설계와 개선은 주로 설계자의 축적된 경험과 실험을 통하여 수행되었으며, 따라서 많은 시간, 경비, 그리고 자원이 낭비되는 측면이 있었다. 특히 제품의 경량화, 다양화에 합에 따라 생산하기 전에 정확한 제품의 동특성을 파악이 중요하게 되었다.

감도해석은 전산 최적설계 기술의 필수적인 한 단계이다. 또한 감도 해석은 어떤 설계항목의 변화가 전체 구조물 시스템에 어떠한 영향을 미치는가를 미리 예측하고, 설계의 변경에 대한 지침을 수립하고자 할 때 매우 유용하다.

고유치에 대한 감도해석 방법에는 크게 두 가지로 나누어진다. 하나는 직접법(direct method)과 다른 하나는 모달 방법(modal method)이다. 직접법(direct method)은 Nelson⁽¹⁾, Mills-Curran⁽²⁾, Rudisill⁽³⁾, Cardani와 Mantegazza⁽⁴⁾ 등이 발표하였고 모달방법(modal method) 대한 연구로는 Fox와 Kapoor⁽⁵⁾, Bradon⁽⁶⁾, Wang⁽⁷⁻⁸⁾ Lund⁽⁹⁾, Haftaka⁽¹⁰⁾, Akgun⁽¹¹⁾ 등이 발표하였으나 모두 유한요소법을 사용하였다.

연속계의 감도해석은 Farshad⁽¹²⁾가 고정-자유 봉(rod)의 1차 고유진동수와 고유모드의 변화율을 구하였으며 Doughty⁽¹³⁾가 비틀림 막대(bar)에 1차 고유진동수와 고유

* 경기대학교 전자·기계공학부

모드의 변화율을 구하였고 이정윤,오재웅⁽¹⁴⁾은 설계 파라미터 변경에 따른 1차원 연속계의 고유진동수 및 고유벡터 변화량을 반복법의 감도 계수를 이용하여 예측하였다.

본 연구는 모달 방법의 문제점을 개선하여, 2차원 연속계의 구조 변경후 진동모드의 변화량을 비선형 영역까지 고려하며 반복법을 사용하여 감도 계수를 구하고, 이를 이용하여 구조 변경된 고유 진동수 및 고유모드를 현재의 고유진동수와 모드만으로 예측할 수 있는 방안을 연구하였고 타당성을 검증하기 위해 크랭크축⁽¹⁵⁾에 적용하여 감도계수, 고유진동수, 진동모드, 전달함수의 변화량을 예측하고 재해석치와 비교하였다.

2. 이 론

2.1 진동모드를 이용한 2차원 연속계의 일반질량 (Generalized mass)해석

보(*beam*)는 축 방향의 직각방향으로 막대(*bar*)는 축 방향으로 진동을 하지만 2차원 연속계의 경우는 축 방향과 축의 직각 방향으로 동시에 진동을 하게 되므로 기존에 해석한 일반질량⁽¹⁶⁾의 개념을 확장시키지 않으면 않된다. Fig. 1의 2차원 연속계에 대한 *i* 차 모드의 일반질량을 m_{ii} 라하면

$$\begin{aligned} m_{ii} &= \int_0^l m(z) \{x_i i + y_i j\} \cdot \{x_i i + y_i j\} dz \\ &= \int_0^l m(z) (x_i^2 + y_i^2) dz \\ &= \int_0^l m(z) x_i^2 dz + \int_0^l m(z) y_i^2 dz \\ &= m_{ii}(\text{bar}) + m_{ii}(\text{beam}) \end{aligned} \quad (1)$$

즉 2차원 연속계의 일반질량은 막대의 일반질량과 보의 일반질량을 합한 것과 같음을 알 수 있다.

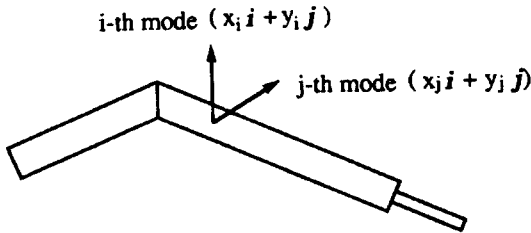


Fig. 1 Definition of coordinates and variables for 2 - dimensional element

2.2 진동모드를 이용한 2차원 연속계의 일반강성 (Generalized stiffness)해석

*i*번째 모드의 일반강성을 막대요소와 보요소로 구분하여 나타내었다. Fig. 1의 2차원 요소에 대한 *i*차 모드의 일반강성을 k_{ii} 라 하면

$$\begin{aligned} k_{ii} &= \int_0^l EA(z) x_i^2 dz + \int_0^l EI(z) y_i''^2 dz \\ &= k_{ii}(\text{bar}) + k_{ii}(\text{beam}) \end{aligned} \quad (2)$$

로 나타낼 수 있다.

2.3 2차원 연속계의 감도해석

2.3.1 질량과 강성 변경에 의한 일반 질량 변화

Fig. 2와 같이 부가질량 ΔEI , ΔEA 가 *a*, *b*점 사이에 분포 되어 있다고 하면 (1) 식에서

$$\begin{aligned} m_{ii} &= m_{ii}(\text{bar}) + m_{ii}(\text{beam}) \\ &= \int_0^l m(z) x_i^2 dz + \int_0^l m(z) y_i^2 dz \\ &= \int_0^l \{m_o(z) + \Delta m\} (x_{oi} + \Delta x_{oi})^2 \\ &\quad + \int_0^l \{m_o(z) + \Delta m\} (y_{oi} + \Delta y_{oi})^2 dz \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $m_o(z)$ 는 변경전 질량이며 x_{oi} , y_{oi} 는 변경전 *x*, *y* 방향의 *i* 번째 모드이다. 또한진동 모드변화를 진동모드의 선형결합으로 표시될 수 있다고 가정하면⁽⁵⁾

$$\Delta x_{oi} = \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} x_{ok}, \quad \Delta y_{oi} = \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} y_{ok} \quad (4)$$

으로 나타낼 수 있으며

$$\int_a^b \Delta m x_{oi} x_{oj} dz = \Delta m_{ij}(\text{bar}), \quad \int_a^b \Delta m y_{oi} y_{oj} dz = \Delta m_{ij}(\text{beam})$$

$$\Delta m_{ij} = \Delta m_{ij}(\text{bar}) + \Delta m_{ij}(\text{beam}) \text{으로 나타내면}$$

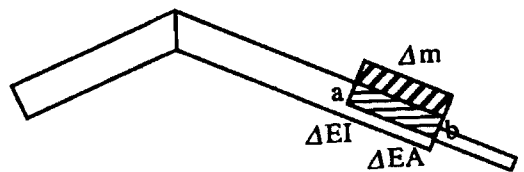


Fig. 2 Model of 2-dimensional beam adding distributed mass and stiffness modification

일반질량 m_{ii} 는

$$\begin{aligned} m_{ii} &= m_{oii}(bar) + m_{oii}(beam) + 2\alpha_{ii}\{m_{oii}(bar) \\ &+ m_{oii}(beam)\} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 \{m_{oii}(bar) + m_{oii}(beam)\} \\ &+ \Delta m_{ii} + 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta m_{ik} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta m_{qk} \end{aligned} \quad (5)$$

이다. 한편 막대요소의 일반질량과 보 요소의 일반질량의 합을 1로 정규화하면

$$1 = 1 + 2\alpha_{ii} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj}^2 + \Delta m_{ii} + 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta m_{ik} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta m_{qk} \quad (6)$$

$$\alpha_{ii} = -\frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 + \Delta m_{ii} + 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta m_{ik} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta m_{qk} \right) \quad (7)$$

으로 된다. 한편

$$\begin{aligned} m_{ij} &= m_{ij}(bar) + m_{ij}(beam) \\ &= \int_0^l m(z)x_i x_j dz + \int_0^l m(z)y_i y_j dz \\ &= \int_0^l m_o(z)(x_{oi} + \Delta x_{oi})(x_{oj} + \Delta x_{oj}) dz \\ &+ \int_a^b \Delta m(z)(x_{oi} + \Delta x_{oi})(x_{oj} + \Delta x_{oj}) dz \\ &+ \int_0^l m_o(z)(y_{oi} + \Delta y_{oi})(y_{oj} + \Delta y_{oj}) dz \\ &+ \int_a^b \Delta m(z)(y_{oi} + \Delta y_{oi})(y_{oj} + \Delta y_{oj}) dz \\ &= m_{oij}(bar) + m_{oij}(beam) + \alpha_{ij} \{m_{oij}(bar) + m_{oij}(beam)\} \\ &+ \alpha_{ji} \{m_{oij}(bar) + m_{oij}(beam)\} \\ &+ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} \{m_{okk}(bar) + m_{okk}(beam)\} \\ &+ \Delta m_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta m_{ik} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta m_{jk} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta m_{qk} \end{aligned} \quad (8)$$

이며, 여기서

$$\begin{aligned} m_{ij}(bar) + m_{ij}(beam) &= m_{oij}(bar) + m_{oij}(beam) = 0, \\ m_{oii}(bar) + m_{oij}(beam) &= m_{oij}(bar) + m_{oij}(beam) = 1 \end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned} \alpha_{ij} + \alpha_{ji} &= - \left\{ \Delta m_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta m_{ik} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta m_{jk} \right. \\ &\left. + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta m_{qk} \right\} - \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} \end{aligned} \quad (9)$$

이다.

2.3.2 질량 및 강성변경에 의한 일반강성 변화

Fig. 2 와 같이 질량 Δm 및 강성 ΔEI , ΔEA 가 a,b 점 사이에서 변경되어 있다고 하면 (2)식에서 일반강성 k_{ii} 는

$$\begin{aligned} k_{ii} &= k_{ii}(bar) + k_{ii}(beam) \\ &= \int_0^l EA(z)x_i'^2 dz + \int_0^l EI(z)y_i''^2 dz \\ &= \int_0^l EA_o(z)(x'_{oi} + \Delta x'_{oi})^2 dz + \int_a^b \Delta EA(x'_{oi} + \Delta x'_{oi})^2 dz \\ &+ \int_0^l EI_o(z)(y''_{oi} + \Delta y''_{oi})^2 dz + \int_a^b \Delta EI(y''_{oi} + \Delta y''_{oi})^2 dz \end{aligned} \quad (10)$$

여기서

$$\begin{aligned} \int_a^b \Delta EA x'_{oi} x'_{oj} dz &= \Delta EA_{ij}, \int_a^b \Delta EI y''_{oi} y''_{oj} dz = \Delta EI_{ij}, k_{oij} \omega_i^2 \\ \Delta x_{oi} &= \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} x_{ok}, \Delta y_{oi} = \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} y_{ok}, k_{oij} = k_{oij}(bar) + k_{oij}(beam) \end{aligned}$$

로 나타내면

$$\begin{aligned} k_{ii} &= \{k_{oii}(bar) + k_{oii}(beam)\}(1 + 2\alpha_{ii}) \\ &+ \sum_{k=1}^n \{k_{okk}(bar) + k_{okk}(beam)\} \alpha_{ki}^2 \\ &+ \Delta EA_{ii} + \Delta EI_{ii} + 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \{\Delta EA_{ik} + \Delta EI_{ik}\} \\ &+ \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \{\Delta EA_{qk} + \Delta EI_{qk}\} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \omega_i^2 &= \omega_{oi}^2 (1 + 2\alpha_{ii}) + \sum_{k=1}^n \omega_{ok}^2 \alpha_{ki}^2 + \Delta EA_{ii} + \Delta EI_{ii} \\ &+ 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \{\Delta EA_{ik} + \Delta EI_{ik}\} \\ &+ \sum_{k=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \{\Delta EA_{qk} + \Delta EI_{qk}\} \end{aligned} \quad (12)$$

이다.

$$\begin{aligned} k_{ij} &= \int_0^l EA(z)x_i' x_j' dz + \int_0^l EI(z)y_i'' y_j'' dz \\ &= \int_0^l EA_o(z)(x'_i + \Delta x'_i)(x'_j + \Delta x'_j) dz \\ &+ \int_a^b \Delta EA(x'_i + \Delta x'_i)(x'_j + \Delta x'_j) dz \\ &+ \int_0^l EI_o(z)(y''_i + \Delta y''_i)(y''_j + \Delta y''_j) dz \\ &+ \int_a^b \Delta EI(y''_i + \Delta y''_i)(y''_j + \Delta y''_j) dz \\ &= \{k_{oij}(bar) + k_{oij}(beam)\} + \alpha_{ij} \{k_{oii}(bar) + k_{oii}(beam)\} \\ &+ \alpha_{ji} \{k_{oij}(bar) + k_{oij}(beam)\} \\ &+ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} \{k_{okk}(bar) + k_{okk}(beam)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \Delta EA_{ij} + \Delta EI_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} (\Delta EA_{ik} + \Delta EI_{ik}) \\
 & + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} (\Delta EA_{jk} + \Delta EI_{jk}) \\
 & + \sum_{p=1}^n \alpha_{pi} \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} (\Delta EA_{qk} + \Delta EI_{pk}) \quad (13)
 \end{aligned}$$

이코 여기서 $k_{ij} = k_{ji} = 0$, $k_{oii} = \omega_{oi}^2$, $k_{ojj} = \omega_{oj}^2$ 이므로

$$\begin{aligned}
 \omega_{oi}^2 \alpha_{ij} + \omega_{oj}^2 \alpha_{ji} = & - \left\{ \Delta EA_{ij} + \Delta EI_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} (\Delta EA_{ik} + \Delta EI_{ik}) \right. \\
 & + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} (\Delta EA_{jk} + \Delta EI_{jk}) \\
 & + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} (\Delta EA_{qk} + \Delta EI_{qk}) \left. \right\} \\
 & - \sum_{k=1}^n \omega_{ok}^2 \alpha_{ki} \alpha_{kj} \quad (14)
 \end{aligned}$$

이다.

2.3.3 감도 계수 해석

부가질량 및 강성 변경에 의한 진동모드 변화가 없다고 가정하여 1차 감도계수 α_{ii} , α_{ij} 를 구하고 이것을 이용하여 (7), (9), (14) 식에 의해 n차 감도 계수 α_{ij} , α_{ij} 를 수렴할 때까지 반복하여 구한다.

$\alpha_{ij}(m)$ 은 m번 반복해서 구한 감도계수라고 정의하면 (7) 식으로부터 일차감도계수는

$$\alpha_{ii}(1) = -\frac{\Delta m_{ii}}{2} \quad (15)$$

이다. (9)식과 (14)식으로부터

$$\alpha_{ij}(1) = -\frac{-\Delta m_{ij} \omega_{oj}^2 + \Delta EI_{ij} + \Delta EA_{ij}}{\omega_{oi}^2 - \omega_{oj}^2} \quad (16)$$

로 나타낼 수 있으며

$$\begin{aligned}
 a_{ij}(m+1) = & -\frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2(m) + \Delta m_{ii} + 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}(m) \Delta m_{ik} \right. \\
 & \left. + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi}(m) \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}(m) \Delta m_{qk} \right\} \quad (17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_{ij}(m+1) = & \frac{1}{\omega_{oi}^2 - \omega_{oj}^2} \left\{ \Delta EI_{ij} + \Delta EA_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}(m) (\Delta EI_{ik} + \Delta EA_{ik}) \right. \\
 & + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj}(m) (\Delta EI_{jk} + \Delta EA_{jk}) + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi}(m) \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}(m) (\Delta EI_{qk} + \Delta EA_{qk}) \\
 & + \sum_{k=1}^n \omega_{ok}^2 \alpha_{ki}(m) \alpha_{kj}(m) \left. \right\} + \frac{\omega_{oj}^2}{\omega_{oi}^2 - \omega_{oj}^2} \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}(m) \alpha_{kj}(m) \right. \\
 & \left. + \Delta m_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}(m) \Delta m_{ik} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj}(m) \Delta m_{jk} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi}(m) \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}(m) \Delta m_{qk} \right\} \quad (18)
 \end{aligned}$$

이다. 여기서 $\alpha_{ii}(1)$, $\alpha_{ij}(1)$ 의 결과는 유한요소법의 Fox 이론⁽¹⁾과 유사함을 알 수 있다.

2.3.4 고유 진동수 변화 예측

(12)식으로부터

$$\begin{aligned}
 \omega_i^2 = & \omega_{oi}^2 (1 + 2\alpha_{ii}) + \sum_{k=1}^n \omega_k^2 \alpha_{ki}^2 + \Delta EA_{ii} + \Delta EI_{ii} \\
 & + 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} (\Delta EA_{ik} + \Delta EI_{ik}) + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} (\Delta EA_{qk} + \Delta EI_{qk}) \quad (19)
 \end{aligned}$$

이다.

2.3.5 진동모드 변화 예측

(4) 식으로부터

$$\begin{aligned}
 x_i = & x_{oi} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} x_{ok} \\
 y_i = & y_{oi} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} y_{ok} \quad (20)
 \end{aligned}$$

이다.

3. 적용예

Fig. 3은 위에서 해석한 이론을 적용하기 위해 사용한 크랭크 축⁽¹⁵⁾의 모델을 나타낸다. 4개부분의 저널부와 8개의 연결부(arm)를 포함하며 비중은 7.85 종탄성계수는 $2.1 \times 10^6 \text{kg/cm}^2$ 으로 하였다.

변화량에 대한 예측 정도 E_{sr} 은 아래와 같이 나타내었다.

$$E_{sr} = \frac{(z_p - z_o)}{(z_e - z_o)} \quad (21)$$

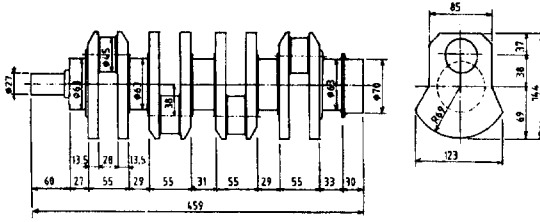


Fig. 3 model of crank shaft

여기서, z_p 는 구조 변경후 예측치, z_e 는 구조 변경후 이론치, z_o 는 구조 변경전 이론치이며 E_{sr} 가 1에 가까울수록 정도가 좋다.

4 결과 및 고찰

4.1 일반질량 및 강성을 이용한 고유진동수 검토

(1),(2)식의 유효성을 검증하기 위해 크랭크 축의 일반질량과 일반강성을 4차 모드까지 구하여 전달매트릭스법으로 구한 고유진동수와 비교하였다. 일반질량과 강성으로부터 구한 고유진동수는 다음 식으로 하였다.

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{ii}(bar) + k_{ii}(beam)}{m_{ii}(bar) + m_{ii}(beam)}} \quad (Hz)$$

Table 1 은 그 결과를 나타낸다. 이 표로부터 막대 및 보 각각의 일반질량과 일반강성의 비율은 고유진동수와 일치하지 않으나 막대와 보의 일반질량과 일반강성을 합하여 구한 고유진동수는 전달매트릭스법으로부터 구한 고유진동수와 잘 일치하므로 알고리즘이 타당함을 검증하였다.

Table 5-1 Comparison between prediction and exact natural frequencies

mode	generalized mass			generalized stiffness			natural frequency (Hz)	
	m_{ii}			k_{ii}			predict	exact
	bar	beam	total	bar	beam	total		
1st	0.3927	0.6072	1.0000	9.129×10^3	6.387×10^6	6.396×10^6	402.5	402.5
2nd	0.3453	0.6547	1.0000	1.203×10^5	3.415×10^7	3.427×10^7	931.7	931.6
3rd	0.3126	0.6874	1.0000	9.971×10^5	4.193×10^7	4.193×10^7	1042.8	1042.9
4th	0.2800	0.7199	1.0000	8.201×10^6	7.983×10^7	8.065×10^7	1429.3	1429.3

4.2 감도계수 변화 검토

Fig. 4은 축의 저어널 부분의 질량을 20%증가했을 때 감도계수 변화를 나타낸 것으로 반복할수록 일정한 값에 수렴하는 것을 알 수 있다.

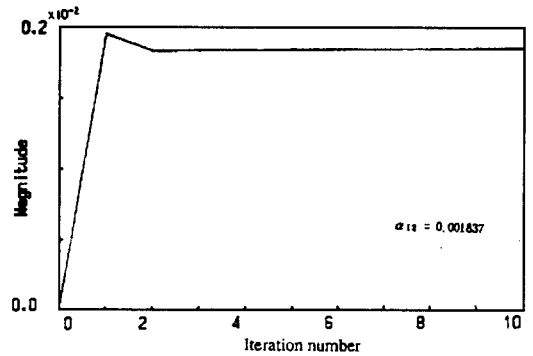


Fig. 4 Variation of sensitivity coefficient by adding mass in journal part

4.3 고유진동수 변화 검토

Fig. 5는 저널부분의 질량 및 강성을 동시에 변경하기 위해 직경을 -20%에서 20%까지 5%간격으로 변경하였으며 직경 변경에 따른 1차 및 4차 고유진동수 예측정도를 나타낸 그림으로 직경이 증가할수록 고유진동수가 낮아짐을 알 수 있다. 이는 강성 증가 보다 질량의 증가가 고유진동수에 영향이 더 있음을 나타낸다. 또한 Fox이론은 재해석치의 중앙 부분에서 접선이며 새로 제안한 방법은 재해석치와 잘 일치함을 알 수 있다.

4.4 진동모드의 변화 검토

Table 2는 저널부 질량을 80%증가시키고 1차 및 4차 진동모드를 예측한 표로, 시작점과 끝점을 택하였다. 반복

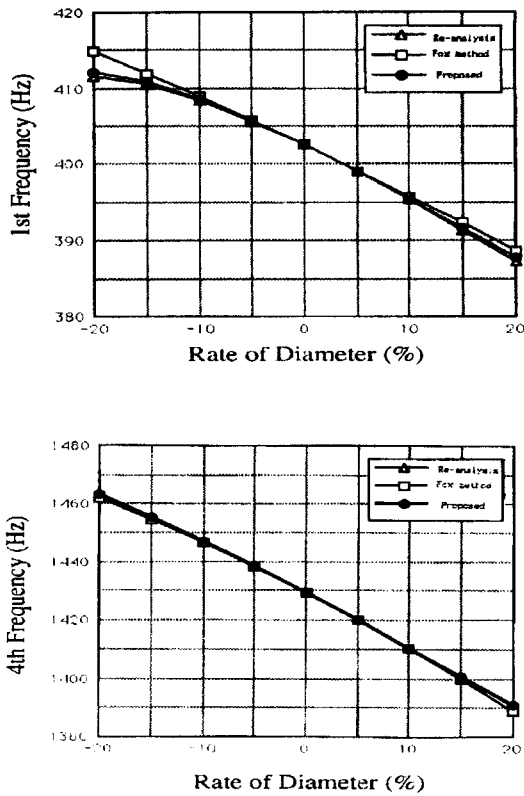


Fig. 5 Prediction of natural frequencies by diameter modification in journal part

회수를 증가할수록 이론치에 접근함을 알 수 있다.

Table 2 Variation of mode shape by adding mass in journal part

Iteration No	mode No	1st point				end point			
		original	modify		Est	original	modify		Est
			exact	predict			exact	predict	
Fox method	1	0.1793	0.1643	0.1634	1.0600	0.2381	0.2164	0.2177	0.9401
	2	0.1847	0.1744	0.1772	0.7282	-0.2359	-0.2119	-0.2152	0.8625
	3	0.0948	0.0814	0.0806	1.0597	0.2444	0.2277	0.2294	0.8982
	4	0.0598	0.0561	0.0571	0.7297	-0.1337	-0.1201	-0.1222	0.8456
Proposed	1	0.1793	0.1643	0.1652	0.9400	0.2381	0.2164	0.2167	0.9862
	2	0.1847	0.1744	0.1754	0.9029	-0.2359	-0.2119	-0.2130	0.9542
	3	0.0948	0.0814	0.0817	0.9776	0.2444	0.2277	0.2279	0.9880
	4	0.0598	0.0561	0.0567	0.8378	-0.1337	-0.1201	-0.1205	0.9706

5. 결론

질량 및 강성의 변경에 따른 2차원 연속계의 감도 해석을 새로 제안한 방법을 사용한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 일반질량 및 일반강성을 이용하여 계산한 고유진동수와 이론으로 해석한 고유진동수가 잘 일치하므로 본 알고리즘이 타당함을 검증하였다.
- (2) 감도계수는 질량과 강성을 동시에 변경시킬 때에도 반복할수록 일정한 값에 수렴함을 알 수 있었다.
- (3) 새로 제안한 방법으로 2차원 연속계의 질량과 강성을 동시에 변경시켰을 때 고유진동수, 진동모드의 변화를 예측한 결과 재해석치와 잘 일치함을 알 수 있다.

후 기

본연구는 1999학년도 경기대학교 학술연구비(일반연구과제) 지원에 의하여 수행되었음.

참 고 문 헌

- (1) R.B Nelson, "Simplified Calculation of Eigenvector Derivatives," AIAA, Vol.14, No.9 pp. 1201~1205, 1976.
- (2) Mills-Curran.W.C., "Calculation of Eigenvector Derivatives for Structure with Repeated Eigenval

- ues," AIAA, Vol. 26, No.7m pp. 867~871, 1988.
- (3) C.S. Rudisill, "Derivatives of Eigenvalues and Eigenvectors for a General Matrix," AIAA, Vol.12, No.5, pp. 721 ~ 722, 1974.
- (4) C. Cardani and P. Mantegazza, "Calculation of Eigenvalue and Eigenvector Derivatives for Algebraic Flutter and Divergence Eigenproblems," AIAA, Vol.17, No.4, pp. 408~412. , 1979.
- (5) R.S Fox and M. P Kapoor. "Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors." AIAA, Vol.6, No.12 pp. 2426 ~ 2429. 1968.
- (6) J.A. Bradon, "Derivation and Significance of Second -Order Modal Design Sensitivities," AIAA, Vol.22 No.5, pp. 723~724, 1984.
- (7) Wang, B.P., "An Improved Approximate Method for Computing Eigenvector Derivatives," AIAA/ASME/ASCS/AHS 26th Structure, Structural Dynamics and Materials Conf., 1985.
- (8) Bo Ping Wang and Walter D.Polkey, "Eigenvalues Reanalysis of Locally Modified Structures Using a Generalized Rayleigh's Method", AIAA Journal, Vol.24, No.6, pp. 983~990, 1986.
- (9) J.W.Lund, "Sensitivity of the Critical Speed of a Rotor to Changes in the Design", Journal of Mechanics, Journal of Mechanical Design, Vol. 102, pp. 115~121, 1980.
- (10) Raphael T. Haftaka, "First-and Second-Order Sensitivity Analysis of Linear and Nonlinear Structures" , AIAA, Vol.24, No.7, pp. 1187~1192, 1986.
- (11) Akgun, M. A., "New Family of Modal Method for Calculating Eigenvector Derivatives," AIAA, Vol.32, No.2, pp. 379~386, 1994.
- (12) M.Farshad, "Variation of Eigenvalues and eigenfunctions in Continuum Mechanics", AIAA, Vol.12, No.4, pp. 560~561, 1974.
- (13) S.Doughty, "Sensitivity of Torsional Natural Frequencies" Trans. of ASME, pp. 142~143, 1977.
- (14) 이정윤, 오재웅, "설계파라미터 변경에 따른 연속계의 고유진동수 및 고유벡터 동특성 변화량 예측", 대한기계학회 논문집 제 22권 제 6호, pp. 1073~1078, 1998.
- (15) 김광식, 오재웅, 이정윤, 김만복, "전달매트릭스법을 이용한 크랭크축의 2차원 진동해석", 대한기계학회 논문집 제 15권 제 2호, pp. 455~462, 1991.
- (16) 김광식의 5명 공역, "기계진동학", 보성출판사, 1984.