

# 2개의 성장 균열들의 상호작용에 관한 응력확대계수 해석

박성완\*

## Analysis of Stress Intensity Factors for Interacting Two Growing Cracks

Sung-Oan Park\*

### Abstract

In this study, a fundamental approach to make clear the mechanism of the mutual interference and coalescence of stress fields in the vicinity of two crack tips on the process of their slow growth, using boundary element method.

Automatic generation of quadratic discontinuous elements along both of the crack boundaries which can be defined by an arbitrary piece-wise straight geometry. The direction of the crack-extension increment is predicted by the maximum principal stress criterion, corrected to account for the discreteness of the crack extension. Along the computed direction, the crack is extended one increment. Automatic incremental crack-extension analysis with no remeshing, computation of the stress intensity factors by J-integral.

Numerical stress intensity factors for two growing cracks in plane-homogeneous regions were determined.

**Key Words :** Mutual Interference(상호간섭), maximum principal stress criterion(최대주응력 기준), Boundary Element Method(경계요소법), Stress Intensity Factor(응력확대계수), J-integral(적분)

### 1. 서론

1950년대 후반기부터 시작된 파괴역학의 도입은 재료를 더욱 안전하게 사용하고 파괴를 사전에 방지하는데 커다란 발전을 가져오게 하였으며 현재에도 여러가지 실용적 분야에 활발하게 적용되고 있다.

그런데 구조물에 존재하는 균열문제를 파괴역학적으로

해석하기 위하여 먼저 균열을 진전시키는 힘(crack driving force)인 에너지방출률을 결정하여야 하며 응력확대계수(Stress Intensity Factor : SIF)와 균열진전속도(crack propagation rate)를 연관지음으로써 구조물의 수명예측이 가능해진다.<sup>(1~4)</sup>

최근에 급격히 증가한 원자력 배관계, 압력용기, 용접구조물, 고장력구조물 등에 있어서 표면과 내부에 존재하는

\* 시립 인천전문대학 기계설계과

결합(균열, 개재물, 기공, 전위 등)이 피로와 부식 등에 의하여 진전, 관통 또는 정류(stationary)하며 비록 관통해서도 파단되지 않는 등의 거동을 파악하는 것은 필요하다.

대부분 균열에 대한 연구는 균열면에 수직방향의 하중이 작용하는 모드 I (Mode I) 부하 및 직선균열에 대하여 수행하였다. 그러나 실제문제로 모드 I 부하만이 아니고 균열면의 수평방향에 전단이 작용하는 혼합부하를 받는 동시에 균열이 경사진 형태나, 2개이상의 균열이 존재하는 경우가 대부분이며 또한 작용하는 하중에 의하여 내부결합들이 성장과 전파, 연합 또는 상호작용에 밀접한 관계가 있으므로 2차원 관통균열의 거동에서 예측하는 것은 불완전하다. 예를들면 재료내에 최초 분산되어 발생한 미소한 균열들이 상호작용을 미치고 있어서 선택적으로 성장하여 재료전체의 파괴에 이르게 된다는 과정으로부터 이 균열의 성장 형태를 파악하는 것은 재료의 파괴를 예측 해석하는데 필요불가결한 것이다. 따라서 균열들의 상호작용에 대한 연구는 대단히 중요하며 또한 그 필요성이 요구된다.

현재까지 균열들의 상호작용에 대한 연구보고는 다른분야에 비하여 비교적 적은 편이며 Erdogan<sup>(6)</sup>은 일직선상의 등길이 2개의 균열이 면외전단을 받을 때 응력확대계수를 Laurent 전개법으로 구하였다. Isida<sup>(6)</sup>는 Erdogan과 동일한 방법으로 2개의 평행한 등길이 균열과 서로 경사진 등길이 2개의 균열에 인장하중이 작용할때의 응력확대계수를 구하였다. Nisitani 등<sup>(7)</sup>은 무한판, 반무한판의 균열의 탄소성 상호작용문제를 연구하였으며 또한 Isida 등<sup>(8)</sup>은 2중 주기 균열군이 인장하중을 받을 때의 응력확대계수와 임의의 방향의 주기 균열군이 면외전단을 받을 때의 응력확대계수를, Kamei 등<sup>(9)</sup>은 주기 평행 균열군의 무차원 응력확대계수를 구하였다. 石田 誠<sup>(10)</sup>은 일직선상의 등길이 등간격 균열군이 인장응력과 굽힘모멘트, 면외전단을 받을 때 응력확대계수를 구하였으나 균열들의 상호작용에 대한 연구는 아직 검토하여야 할 많은 과제가 남아있다.

본 연구는 2개의 성장 균열에 대한 상호작용을 정식화하여 탄성문제 특히 균열문제의 해석에서 우수한 성과를 올리고 있는 경계요소법(Boundary Element Method)을 도입하여 상호작용에 대한 혼합 모드 수치해석용 프로그램을 개발하였다. 또한 2개의 직선 성장 균열 및 경사 성장 균열과 직선 성장 균열들이 존재할 때 2개의 균열들이 판재의 중심선에서 등간격의 거리 변화에 따른 균열들의 상호작용에 의한 균열선단에서의 응력확대계수를 계산하여 균열의 성장 형태에 따른 재료의 파괴 예측을 연구한다.

## 2. 경계요소법

물체력이 작용하지 않는 2차원 등방 균질 탄성체의 해석대상 영역을  $S$ , 물체의 경계를  $\Gamma$ 로 한 경우 경계적분 방정식은 다음과 같이 된다.

$$C_{ij}(P)u_j(P) = \int_{\Gamma} U_{ij}(P, Q)t_j(Q)ds + \int_{\Gamma} T_{ij}(P, Q)u_j(Q)ds \quad (1)$$

여기서  $C_{ij}$ 는 경계의 형상에 의하여 결정되는 계수이며  $u_j$ ,  $t_j$ 는 경계상의 변위 및 표면력을 표시한다. 또한  $U_{ij}(P, Q)$ ,  $T_{ij}(P, Q)$ 는 Kelvin의 기본해<sup>(11)</sup> (fundamental solution)이며 다음 식으로 표시된다.

$$U_{ij}(P, Q) = \frac{1}{8\pi(1-\nu)G} \left[ (3-4\nu)\ln\frac{1}{r}\delta_{ij} + r_i r_j \right] \\ T_{ij}(P, Q) = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left[ \left\{ (1-2\nu)\delta_{ij} + 2r_{,ij} \right\} \frac{\partial r}{\partial n} - (1-2\nu)(r_i n_j - r_j n_i) \right] \quad (2)$$

여기서  $\nu$ 는 푸아송비(poisson's ratio),  $G$ 는 전단탄성계수,  $\delta_{ij}$ 는 크로넬커 델타(Kronecker delta),  $r$ 은 착력점  $P$ 와 관측점  $Q$ 와의 거리,  $n$ 은 경계상의 외향단위법선 벡터,  $n_i$ ,  $n_j$ 는 그 방향여현을 나타낸다. 식 (1)을 이산화하여 얻어진 연립방정식을 행렬로 표시하면

$$HU = GT \quad (3)$$

여기서  $H$ ,  $G$ 는 영향계수 행렬,  $U$ ,  $T$ 는 변위 및 표면력 벡터이다. 경계조건을 적용하여 식 (3)을 풀면 전체경계의 미지량이 얻어진다.

## 3. 상호작용의 정식화

Fig. 1(a)에 표시한 것 같이 평면상에 등간격  $h$ 로 나란하게 길이  $a$ 의 균열이 1차원 주기구조를 고려한다. 무한히 먼곳에서의 외력을 변수  $\sigma^0$ 로 나타낸다. 외력 변수  $\sigma^0$ 의 증가에 따라서 각 균열은 대칭성에 의하여 최초로 완전히 동일한 길이로 성장하지만 어떤 외력이 작용할때에 이 일정모양인 성장 형태가 흐트러지는 것을 가정한다.

Fig. 1(b)에 표시한 것 같이 일정한 성장의 모양이 아닌

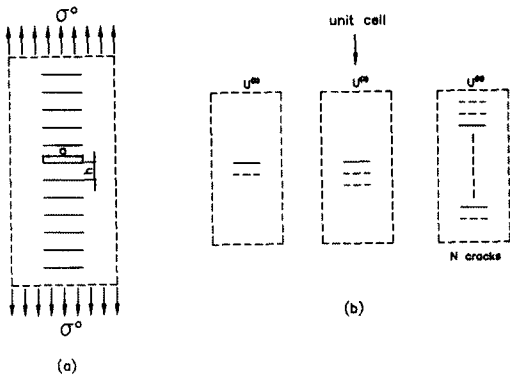


Fig. 1 Growing crack and interacting

입의  $N$  개의 균열을 단위물체로 하는 주기구조를 형성할 때에 단위물체내의  $i$  번째의 균열을  $\Omega^i$ , 그 길이를  $a_i$ 로 한다.  $\{a_i\}$ 는 균열의 기하형상을 나타내는 변수가 된다. 여기서 변위장  $v$ ,  $\{a_i\}$ 에 대하여 단위물체의 에너지에 대응하는 다음의 범함수를 정의하는 것이 가능하다.

$$\Pi(v, \{a_i\}) = V(v, \{a_i\}) - W(v, \sigma^0; \{a_i\}) + \sum_i 2\mu a_i \quad (4)$$

여기서  $V$ 와  $W$ 는 각각 변형률 에너지와 외력일을 나타내며  $\mu$ 는 표면 에너지이다. 변위장  $v$ 가 적합조건식  $\delta\Pi = 0$ 을 만족할 때  $\frac{\delta\Pi}{\delta a_i} = 0$ 은  $\Omega^i$ 에 대하여 파괴조건으로 된다. 이 변위장을 균열길이의 관계로 가정하여  $\frac{\delta\Pi}{\delta a_i} \equiv G^i$ 로 놓으면  $\Omega^i$ 의 진전규칙은

$$\delta G^i = \frac{\partial G^i}{\partial \sigma^0} \delta \sigma^0 + \sum_{j=1}^N \frac{\partial G^i}{\partial a_j} \delta a_j = 0 \quad (5)$$

이다. 모든 균열이 동일한 크기로 있으면  $\frac{\partial G^i}{\partial \sigma^0}$ 는  $i$ 에 의존하지 않는 일정값을 취한다. 여기서  $\frac{\partial G^i}{\partial a_j} \equiv J_{ij}^{(N)}$ ,  $-\frac{\partial G^i}{\partial \sigma^0} \equiv G_0^{(N)}$ 으로 놓으면  $\delta G^i = 0$ 는

$$J_{ij}^{(N)} \delta a_j = G_0^{(N)} \delta \sigma^0 \quad (6)$$

으로 된다. 첨자( $N$ )은 단위물체의 균열수가  $N$ 으로 있는 것을 나타낸다.

$\frac{\partial G^i}{\partial a_j}$ 는 균열의 상호작용을 나타내기 때문에 상호간의 거리 ( $l = \min\{|i-j|, (N-|i-j|)\}$ )가 동등한  $\Omega^i$ 와

$\Omega^j$ 의 pair에 관해서  $\frac{\partial G^i}{\partial a_j}$ 는 동등하게 되며, 따라서  $\frac{\partial G^i}{\partial a_j} = J_{ij}^{(N)}$ 으로 쓴다.  $J_{ij}^{(N)}$ 을  $\frac{1}{lh}$ 에 관하여 다음과 같이 멱급수전개를 한다.

$$J_{ij} = J_{ij}^{(N)} = \begin{cases} R_0^{(N)} & \text{for } i = j \\ \sum_{m=0}^{\infty} R_m^{(N)} \left(\frac{1}{lh}\right)^m & \text{for } i \neq j \end{cases} \quad (7)$$

균열이 작고  $h$ 가 큰 경우 식 (7)의 우변의 멱급수는 수렴하지만, 균열은 크게 되고 상대적인 거리가 작게 되면 수렴하지 않는다. 따라서  $lh \gg 1$ , 결국 균열의 상대 거리가 충분히 큰 경우를 가정하여 식 (7)의 우변의 타당성을 다음과 같이 나타낸다.  $J_{ij}^{(N)}$ 의 물리적인 의미는  $\Omega^i$ 의 길이의 변화에 의한  $\Omega^{i+1}$ 의 에너지의 변화이다. 이것은  $\Omega^i$ 과  $\Omega^{i+1}$ 의 상호작용의 결과이다. 파괴역학의 규칙으로 이 에너지를 균열선단의 변형률 에너지를 고려하면 상호작용은  $\Omega^i$ 이 만드는  $\Omega^{i+1}$ 의 선단의 변형률을 평가하면 좋다.

#### 4. 균열확장 증분해석 프로그램

균열이 없는 균질재(homogeneous) 영역 및 입의 균열이 있는 등방성(isotropic) 물질을 해석할 수 있도록 Fortran 77로 경계요소법 프로그램<sup>(12)</sup>을 설계하였으며 경계와 내부 점에서 변형률 에너지 밀도와 전단응력, 주응력, 응력, 변위 등의 경계 표면력(traction)의 계산과 입의 미소직선 형상으로 정의 될 수 있는 2차 불연속 요소의 양쪽의 균열경계를 자동 생성하고 균열증분 증가해석시 자동 no-remeshing 해석하여  $J$ -적분으로 응력확대계수를 계산한다.

균열선단 주위에서 원형극적 경로는 Fig. 2(a),(b)와 같이 균열축에 대한 대칭위치에서 내부점의 한 set를 자동으로 정의한다. 극적에 관한 적분은 사다리꼴 법칙에 의하여 수행된다. 단순하게 하기 위하여 균열선단에 극적의 중심을 놓고 Fig. 2(c)와 같이 각각 경로는 극적증가의 반경으로 경로변호를 구분한다.

피로균열 성장은 균열경로가 미소직선으로 가정된 균열확장 증분해석으로 한다. 균열성장 증분의 방향은 최대주응력 기준(criterion)에 의하여 예측되어지며 균열성장을 구분하기 위하여 수정된다. 계산된 방향에 따라서 균열은 한단계씩 증가한다. 인접요소의 상대적인 크기와 관련된 수치문제를 해결하기 위하여 균열증분길이는 균열선단요소의 크기의 항으로 정의된 유효한계 경계를 유지한다.

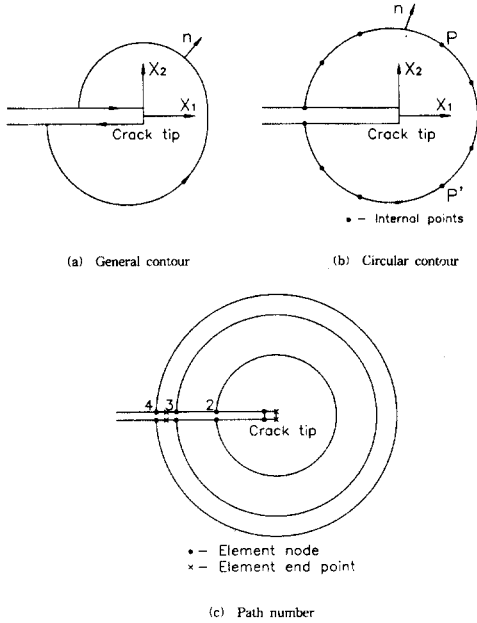


Fig. 2 Coordinate reference system and contour path for J-integral

### 4.1 최대주응력 기준

최대주응력 기준은 균열성장이 최대주응력의 수직방향으로 진행된다고 가정한다. 국소 균열성장방향  $\theta_i$ 는 국소전단응력이 0이 되는 상태에 의하여 결정되며 다음과 같이 표현된다.

$$K_I \sin \theta_i + K_{II} (3 \cos \theta_i - 1) = 0 \quad (8)$$

$\theta_i$ 는 균열궤적에 직교하는 좌표계이며 중심이 균열선단이고 균열선단 전면측으로부터 측정되는 값이다.

균열증분해석에 있어서 식 (8)에 의하여 예측되는 균열궤적의 궤도는 실제 균열확장 증분의 방향을 수정하도록 한다.  $n$  번째 균열확장 증분의 방향을 정의하기 위하여 Fig. 3과 같이 최대주응력 기준에 의하여 예측되는 접선방향  $\theta_{i(n)}$ 에 수정각  $\beta$ 를 도입한다.

이 수정각은  $\theta_{i(n+1)}$ 가 다음 균열확장 증분의 방향인 경우  $\beta = \frac{\theta_{i(n+1)}}{2}$ 로 주어지며 최대주응력 기준에 의하여 계산된다. 이 예측 수정절차는 수정이 이전의 것보다 작을 때 적용된다.

### 4.2 프로그램의 검증

본 프로그램의 검증을 위하여 균질등방 탄성체를 대상

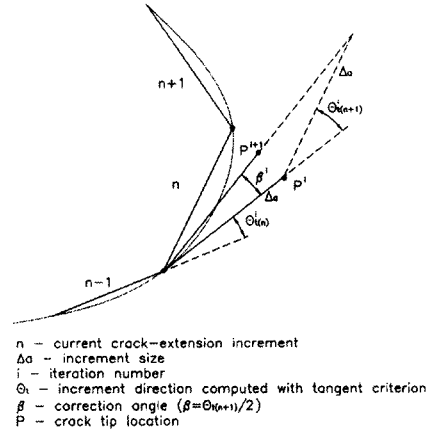
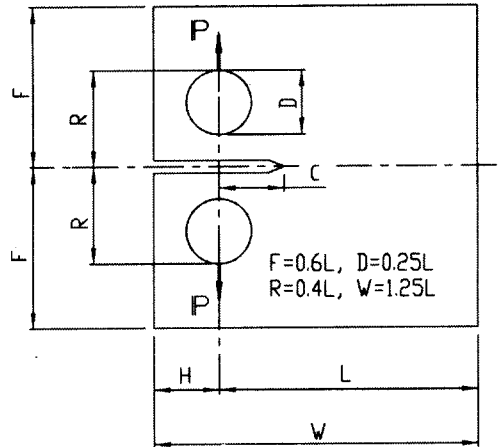


Fig. 3 Incremental crack-extension direction



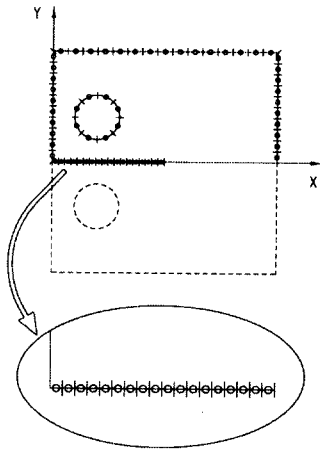
(t : thickness = unit)

Fig. 4 Compact test specimen

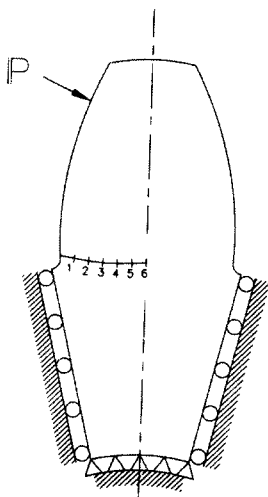
으로 Fig. 4에 표시한 것과 같이 Sawley<sup>(13)</sup>의 해석모델과 동일한 모델인 CT 시험편에 대하여 대칭성을 고려하여 시험편의 1/2 영역을 53요소로 요소분할하여 해석하였다. 해석한 결과를 Table 1에 표시하며 오차는 3.7%이내의 일치를 보여주고 있으며 Fig. 5는 CT 시험편의 요소분할도이다. 균열확장 증분해석은 Fig. 6과 같이 Flasker<sup>(14)</sup> 등이 변동하중아래에서 치차의 이뿌리에서 균열전과 해석을 동일모델로 Fig. 7과 같이 61요소로 요소분할하여 해석하였다. 해석한 결과를 Fig. 8에 표시하며 5%이내의 일치를 보여주고 있다. 따라서 이상의 샘플 테스트(sam-

**Table 1 Stress intensity factor of compact test specimen**

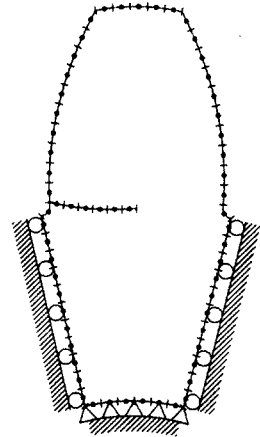
$\frac{c}{L}$	Present Results	Srawley
0.1	3.44	
0.2	4.433	4.274
0.3	5.725	5.621
0.4	7.302	7.279
0.5	9.658	9.659
0.6	13.66	13.65
0.7	21.44	21.55
0.8	41.25	41.20



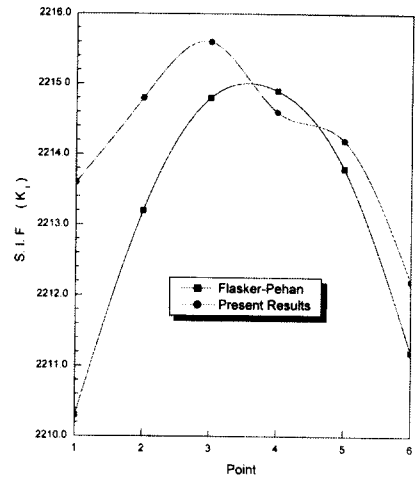
**Fig. 5 Mesh pattern of compact test specimen**



**Fig. 6 Direction of crack propagation**



**Fig. 7 Mesh pattern of direction of crack propagation**



**Fig. 8 Calculation of stress intensity factor and direction of crack propagation**

ple test) 결과 본 프로그램의 유효성을 확인할 수 있었다.

## 5. 해석결과 및 고찰

2개의 성장 균열들이 존재할 때, 즉 2개의 직선 성장 균열 및 경사 성장 균열과 직선 성장 균열들이 판재의 중심선에서 등간격의 거리 변화에 따른 균열들의 상호작용에 의한 균열선단에서의 응력확대계수를 계산하기 위하여 Fig. 9에서 판폭의 비  $a/W = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5,$

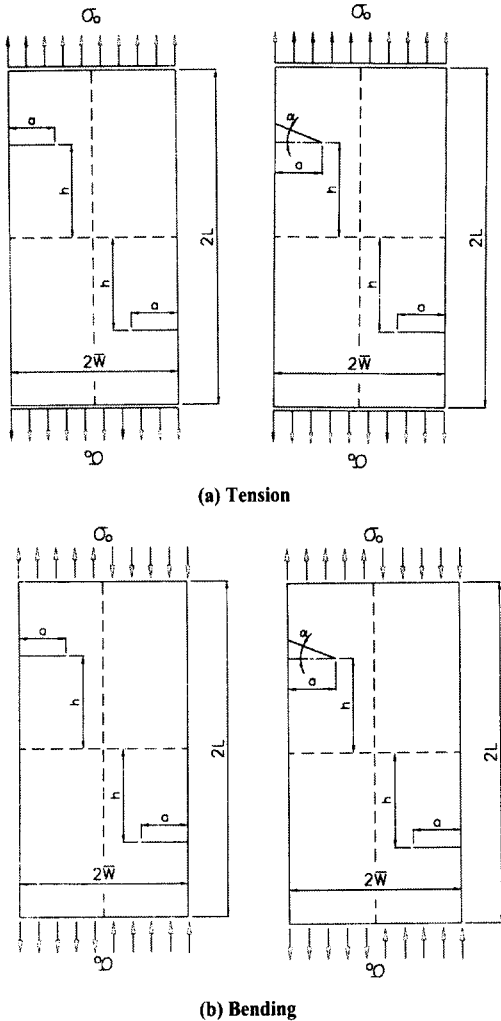


Fig. 9 Configuration of specimen and coordinate system

0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 경사 성장 균열의 각도  $\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ , 중심거리 변화의 비  $h/a = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0, 5.0, 10.0$  으로 하였다.

요소는 고차요소로 2차원 경계요소법 프로그램을 개발하여 수치해석 하였다. 사용한 컴퓨터는 IBM PC 기종으로 계산시간은 문제당 60분 정도 소요되었다.

시험편의 형상은 폭 ( $2W$ )=60, 높이 ( $2L$ )=200인 평판이 인장응력(Fig. 9(a))과 굽힘응력(Fig. 9(b))을 받는 경우 평면응력 상태에서 총요소수를 78요소로 분할하였으

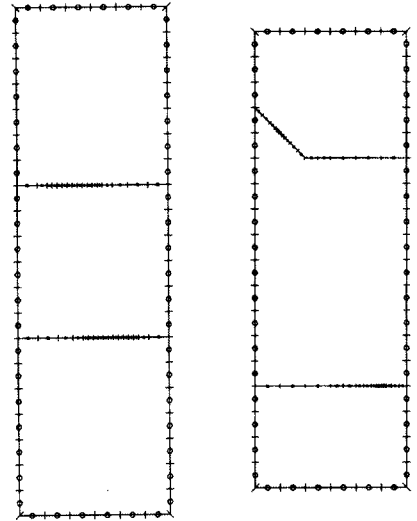


Fig. 10 Mesh pattern of specimen for two growing cracks

며 Fig. 10은 요소분할을 표시한 것이다.

응력확대계수값은 경계요소법에 의한 직접해만을 사용하여 절점밀도가 낮아도 변위법과 응력법을 접속하는 것에 의하여 각각 단독으로 사용하는 것보다 상당히 정도가 좋은  $K$  를 외삽하여 얻는 접속외삽법(hybrid extrapolation method)<sup>15)</sup>을 사용하였으며 응력확대계수를  $F_I = K_I / \sigma_0 \sqrt{\pi a}$ ,  $F_{II} = K_{II} / \sigma_0 \sqrt{\pi a}$ 으로 무차원화하였다.

### 5.1 인장응력의 경우

Fig. 11은 2개의 직선 성장 균열( $\alpha = 0^\circ$ )에 인장응력이 작용할 때 판폭의 비와 수정계수  $F_I$ 을 중심거리 증가비에 따라 표시한 것으로 수정계수  $F_I$ 은  $h/a = 0.2 \sim 2.0$  범위에서 균열이 성장 진전됨에 따라  $a/W = 0.7$ 까지 미미한 증가를 나타내다가  $a/W = 0.8$ 과  $0.9$  사이에서 균열들의 상호작용으로 급격히 증가한다.

$h/a = 5.0 \sim 10.0$ 에서 중심거리의 증가 영향으로  $a/W = 0.1$ 부터 유향폭의 영향없이 서서히 증가되고 있으며 이것은 인장응력하에서 균열선단의 응력분포는 하중방향으로 존재하므로 균열진전에 의한 균열들의 상호작용은 미약한 것으로 판단된다. 따라서 균열들의 상호작용이 미치는 영역은 중심거리 증가비  $h/a = 2.0$ 이하인 것을 알 수 있으며 상호작용에 의한  $F_I$  값은 판폭의 비  $a/W = 0.5$ 까지는 거의 일정하나  $a/W = 0.6$ 이상부터 급격히 증가하여 최고 4배 크기로 된다.

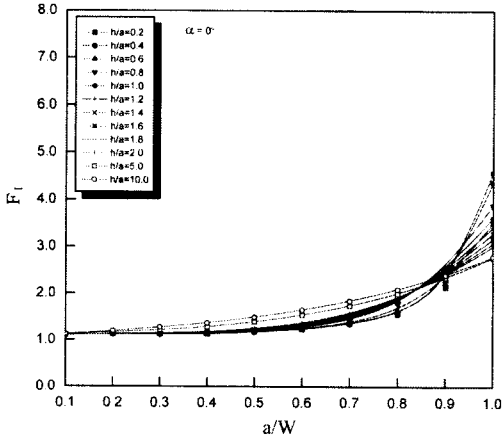


Fig. 11 Crack tip stress intensity factor versus  $a/W$

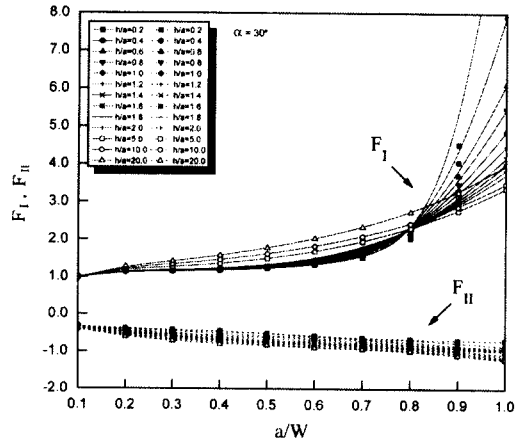


Fig. 13 Crack tip stress intensity factor versus  $a/W$

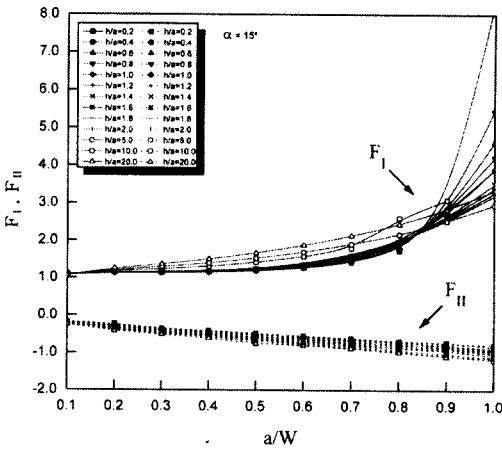


Fig. 12 Crack tip stress intensity factor versus  $a/W$

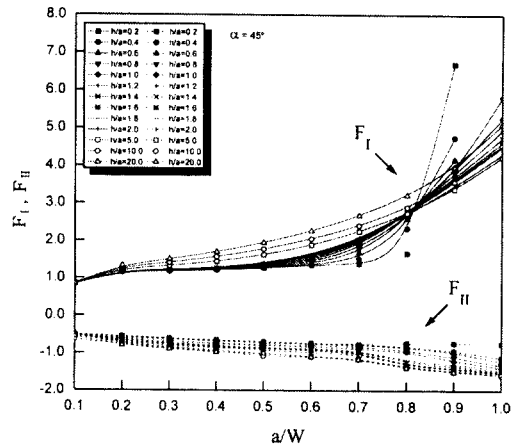


Fig. 14 Crack tip stress intensity factor versus  $a/W$

Fig. 12는  $\alpha = 15^\circ$ 인 경사 성장 균열과 직선 성장 균열에 인장응력이 작용할 때 판폭의 비와 수정계수  $F_I, F_{II}$ 를 중심거리 증가비에 따라 표시한 것으로 수정계수  $F_I$ 은  $\frac{a}{W} = 0.8$ 까지 Fig. 11과 같은 경향을 나타내고 있으며 중심거리 증가비  $\frac{h}{a} = 5.0$  이상에서는 판폭의 영향으로 급격히 증가하고 있다.

수정계수  $F_{II}$ 는  $\frac{h}{a} = 0.2 \sim 20.0$ 에서 균열이 성장 진전됨에 따라  $\frac{a}{W} = 0.1 \sim 1.0$ 까지 동일한 경향으로 서서히 감소하고 있으며 중심거리 증가비가 클수록 큰값을 나타내고 있다. 또한 수정계수  $F_{II}$ 는  $\alpha = 15^\circ$ 에서 성장 균열에 의한 상호작용은 없는 것을 알 수 있다.

Fig. 13은  $\alpha = 30^\circ$ 인 경사 성장 균열과 직선 성장 균열에 인장응력이 작용할 때 판폭의 비와 수정계수  $F_I, F_{II}$ 를 중심거리 증가비에 따라 표시한 것으로 수정계수  $F_I$ 은  $\frac{a}{W} = 0.7$ 까지 Fig. 12와 같은 경향을 나타내고 있으나  $\frac{a}{W} = 0.8$ 부터 성장 균열들의 상호작용으로 급격히 증가한다. 중심거리 증가비  $\frac{h}{a} = 5.0$  이상에서는 판폭의 영향으로 급격히 증가하고 있다. 수정계수  $F_{II}$ 는 Fig. 12와 같은 경향을 나타내고 있다.

Fig. 14는  $\alpha = 45^\circ$ 인 경사 성장 균열과 직선 성장 균열에 인장응력이 작용할 때 판폭의 비와 수정계수  $F_I, F_{II}$ 를 중심거리 증가비에 따라 표시한 것으로 수정계수

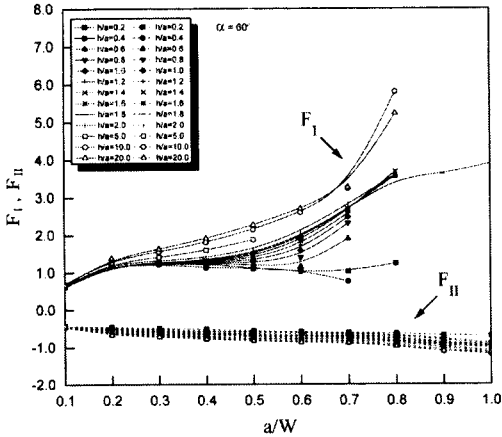


Fig. 15 Crack tip stress intensity factor versus  $a/W$

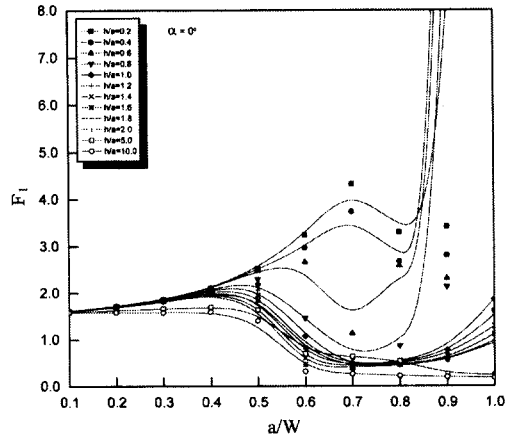


Fig. 16 Crack tip stress intensity factor versus  $a/W$

$F_I$ 는 Fig. 13과 같은 경향을 나타내고 있으며 중심거리 증가비  $\frac{h}{a} = 5.0$  이상에서는 판폭의 영향으로 급격히 증가하고 있다.

수정계수  $F_{II}$ 는  $\frac{a}{W} = 0.7$  까지 Fig. 13과 동일한 경향을 나타내지만  $\frac{a}{W} = 0.7$  이후부터 중심거리 증가비에 따라 큰 차이를 나타내고 있다. 이것은  $\alpha = 45^\circ$  일 때 최대전단응력이 작용하므로 성장균열에 의한 상호작용으로 생각된다.

Fig. 15는  $\alpha = 60^\circ$  인 경사 성장 균열과 직선 성장 균열에 인장응력이 작용할 때 판폭의 비와 수정계수  $F_I$ ,  $F_{II}$ 를 중심거리 증가비에 따라 표시한 것으로 수정계수  $F_I$ 는  $\frac{a}{W} = 0.5$  까지 Fig. 14와 같은 경향을 나타내고 있으며 그 이후부터 상호작용으로 급격히 증가한다.  $\frac{a}{W} = 0.7$  이후부터는 경사 성장 균열과 직선 성장 균열이 서로 만나서 표면력이 자유인 상태를 의미하고 있다.

수정계수  $F_{II}$ 는  $\alpha = 15^\circ \sim 30^\circ$ 와 같은 경향을 나타내고 있으며 또한  $\alpha = 75^\circ$ 도  $\alpha = 60^\circ$ 와 같은 경향을 나타낸다.

따라서 수정계수  $F_I$ 는 경사 성장 균열의 각도가 증가할수록 상호작용이 일어나는 판폭의 비는 작아지는 것을 알 수 있다. 수정계수  $F_{II}$ 는  $\alpha = 45^\circ$ 일 때 최대전단응력 영향으로  $\frac{a}{W} = 0.7$  이후부터 상호작용이 발생하여  $\frac{a}{W} = 45^\circ$ 이외의 경사 성장 균열에서는 성장 균열에 의한 상호작용은 미약한 것을 알 수 있다.

### 5.2 굽힘응력의 경우

Fig. 16은 2개의 직선 성장 균열( $\alpha = 0^\circ$ )에 굽힘응력이 작용할 때 판폭의 비와 수정계수  $F_I$ 를 중심거리 증가비에

따라 표시한 것으로 수정계수  $F_I$ 는  $h/a = 0.2 \sim 0.4$ 에서 균열이 진전됨에 따라 서서히 증가하다가  $a/W = 0.7$ 에서 급격한 pick를 나타내며  $a/W = 0.8$ 부터 감소하다가  $a/W = 0.9$ 부터 거의 무한대 값을 나타낸다.

이것을 굽힘응력의 성질로부터 살펴보면 시험편의 중심에서 한쪽은 인장응력 다른쪽은 압축응력이 작용하므로 중심거리 증가비가 작을 때 균열들이 진전됨에 따라 판폭의 비  $a/W = 0.7$ 에서 하중방향으로 균열선단 응력분포가 전파되는 과정에서 균열들의 상호작용으로 큰 pick를 나타내며 균열이 진전됨에 따라 균열들의 상호작용이 중첩 또는 상쇄되는 상호간섭 현상을 일으키는 것으로 판단된다. 즉  $h/a = 0.2 \sim 0.4$ 는  $a/W = 0.7$ 에서 상호작용이 인장응력 성분으로 중첩되는 것을 나타내며,  $h/a = 0.6$ 은 균열들의 상호작용이 압축응력 성분으로 중첩되는 것을 나타낸다.  $h/a = 0.8 \sim 2.0$ 은 균열들이 진전됨에 따라  $a/W = 0.5 \sim 0.8$ 까지 넓은 영역에 걸쳐서 중첩되는 것을 나타낸다.  $h/a = 5.0 \sim 10.0$ 은  $a/W = 0.5$ 에서 부터 급격한 감소를 나타내기 시작하여  $a/W = 0.6$  이후에는 일정한 값을 나타낸다. 따라서 균열들의 상호작용은 중심거리 증가비  $h/a = 0.2 \sim 0.8$ 까지 민감한 상호작용으로 상호간섭 효과가 불규칙한 것을 알 수 있으며  $h/a = 1.0$  이후에는 상호작용에 의한 간섭현상이 일정한 것을 알 수 있다. 따라서 처음 균열은 일정모양으로 성장하지만 어떤 임계점을 초월하면 분기가 발생하고 각각의 균열의 성장에 차이가 발생하는 것으로서 공통된 성질을 가진 상호작용에 의해 발생한다고 예상된다.



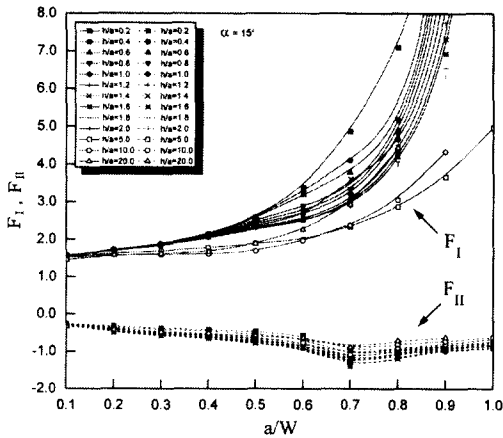


Fig. 17 Crack tip stress intensity factor versus  $a/W$

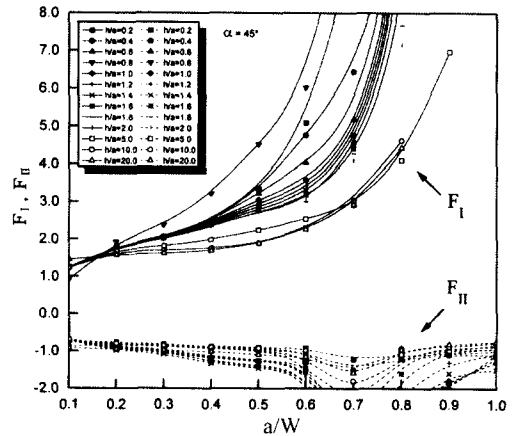


Fig. 19 Crack tip stress intensity factor versus  $a/W$

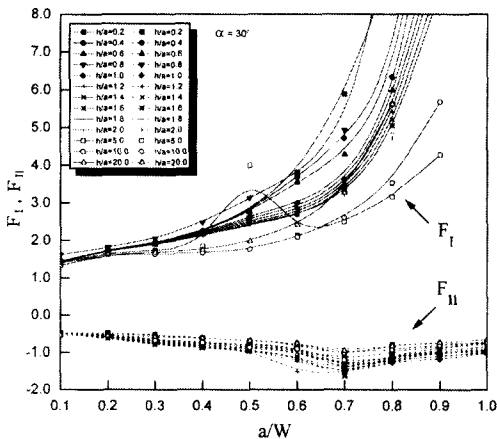


Fig. 18 Crack tip stress intensity factor versus  $a/W$

Fig. 17은  $\alpha = 15^\circ$ 인 경사 성장 균열과 직선 성장 균열에 굽힘응력이 작용할 때 판폭의 비와 수정계수  $F_I, F_{II}$ 를 중심거리 증가비에 따라 표시한 것으로 수정계수  $F_I$ 은  $\frac{a}{W} = 0.2 \sim 0.4$  까지는 균열이 성장함에 따라 서서히 증가하며  $\frac{a}{W} = 0.6$ 에서 급격히 증가하고 있다.

수정계수  $F_{II}$ 는 균열이 성장 진전됨에 따라 서서히 감소하다가  $\frac{a}{W} = 0.7$ 에서 가장 작은값을 나타내며 그 이후에는 서서히 증가하고 있다. 이것은 수정계수  $F_I$ 은 균열 성장에 의한 상호간섭이 미약함을 알 수 있으며 수정계수  $F_{II}$ 는  $\frac{a}{W} = 0.7$ 에서 성장 균열에 의한 상호작용이 발생하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 18은  $\alpha = 30^\circ$ 인 경사 성장 균열과 직선 성장 균열

에 굽힘응력이 작용할 때 판폭의 비와 수정계수  $F_I, F_{II}$ 를 중심거리 증가비에 따라 표시한 것으로 수정계수  $F_I$ 은 Fig. 17과 같은 경향을 나타내고 있으며 수정계수  $F_{II}$ 는 균열이 성장 진전됨에 따라 서서히 감소하다가  $\frac{a}{W} = 0.6 \sim 0.7$ 에서 가장 작은값을 나타내며 그 이후에는 Fig. 17과 같은 경향을 나타내고 있다.

Fig. 19는  $\alpha = 45^\circ$ 인 경사 성장 균열과 직선 성장 균열에 굽힘응력이 작용할 때 판폭의 비와 수정계수  $F_I, F_{II}$ 를 중심거리 증가비에 따라 표시한 것으로 수정계수  $F_I$ 은 Fig. 17, Fig. 18과 전체적으로 같은 경향을 나타내면서 큰 기울기로 증가하고 있다. 수정계수  $F_{II}$ 는 균열이 성장 진전됨에 따라  $\frac{a}{W} = 0.6 \sim 0.9$ 에서 가장 작은값을 나타내며 그 이후에는 Fig. 18과 같은 경향을 나타내고 있다.

Fig. 20은  $\alpha = 60^\circ$ 인 경사 성장 균열과 직선 성장 균열에 굽힘응력이 작용할 때 판폭의 비와 수정계수  $F_I, F_{II}$ 를 중심거리 증가비에 따라 표시한 것으로 수정계수  $F_I$ 은 균열이 성장됨에 따라 Fig. 19보다 큰 기울기로 증가하고 있으며 수정계수  $F_{II}$ 는 균열이 성장 진전됨에 따라  $\frac{a}{W} = 0.6 \sim 0.9$  범위에서 최대값을 나타내며 그 이후에는 Fig. 19와 같은 경향을 나타내고 있다. 또한  $\alpha = 75^\circ$ 도  $\alpha = 60^\circ$ 와 같은 경향을 나타낸다.

따라서 수정계수  $F_I$ 은  $\alpha$ 가 증가할 수록 큰 기울기로 증가하고 있으며 상호작용이 증대됨으로써 큰 기울기를 나타내는 것으로 생각된다. 수정계수  $F_{II}$ 는  $\alpha$ 가 증가할 수록  $\frac{a}{W} = 0.6 \sim 0.9$ 에서 최대값을 나타내며 이 구간에서 균열 성장에 의한 상호작용의 크케 미치는 것을 알 수 있다. 따라서 균열 성장에 의한 상호작용은 인장응력에서

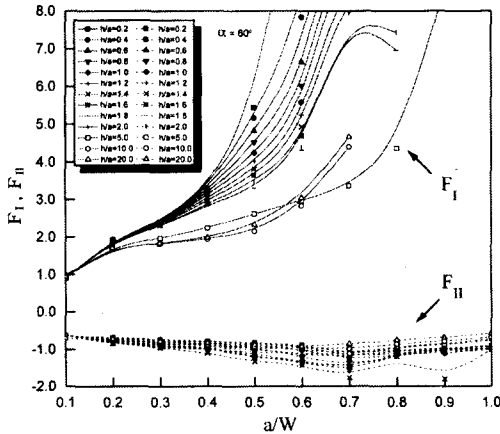


Fig. 20 Crack tip stress intensity factor versus  $a/W$

는 수정계수  $F_I$ , 굽힘응력에서는 수정계수  $F_{II}$ 가 민감한 반응을 일으키는 것을 알 수 있다.

### 6. 결론

2개의 성장 균열이 존재할 때 판재의 중심선에서 거리 변화에 따른 균열들의 상호작용에 의한 균열선단에서의 응력확대계수를 계산하기 위해 수치해석을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 인장응력하에서 균열들의 상호작용에 대한 수정계수  $F_I$ 은 경사 성장 균열의 각도가 증가할수록 상호작용이 일어나는 판폭의 비는 작아지는 것을 알 수 있다. 수정계수  $F_{II}$ 은  $\alpha = 45^\circ$ 일 때 최대전단응력 영향으로  $\frac{a}{W} = 0.7$  이후부터 상호작용이 발생하여  $\alpha = 45^\circ$ 이외의 경사 성장 균열에서는 성장 균열에 의한 상호작용은 미약한 것을 알 수 있다.
- (2) 굽힘응력하에서 균열들의 상호작용에 대한 수정계수  $F_I$ 은  $\alpha$ 가 증가할수록 큰 기울기로 증가하고 있으며 상호작용이 중첩됨으로써 큰 기울기를 나타내는 것으로 생각된다. 수정계수  $F_{II}$ 는  $\alpha$ 가 증가할수록  $\frac{a}{W} = 0.6 \sim 0.9$ 에서 최대값을 나타내며 이 구간에서 균열 성장에 의한 상호작용의 크게 미치는 것을 알 수 있다
- (3) 인장응력과 굽힘응력이 작용하는 2개의 성장 균열의 상호작용은 인장응력에서는 수정계수  $F_I$ , 굽힘응력에서는 수정계수  $F_{II}$ 가 민감한 반응을 일으키는

것을 알 수 있으며 상호작용에 대한 응력확대계수를 제공하였다.

### 참고문헌

- (1) Griffith, A.A., 1921, "The phenomena of Rupture and Flow in Solids", Phil. Trans. Roy Soc., of London A221, p.163.
- (2) Irwin, G.R., 1958, "Fracture Hand Buch der Physik", Springer, p. 551.
- (3) Williams, M.L., 1957, "On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack", J. App. Mech., Vol.24, pp. 109~114.
- (4) Williams, M.L., 1961, "The Bending Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack", J. App. Mech., Vol.28, pp. 78~82.
- (5) Erdogan, F., 1962, "On the Stress Distribution in Plates with Collinear Cuts under Arbitrary Loads", Proc. 4th U.S. Nat. Congr. Appl. Mech., pp. 547~553.
- (6) Isida, M., 1969, "Analysis of Stress Intensity Factors for Plates Containing Randomly Distributed Cracks", Trans. Japan Soc., Mech, Engr., Vol.35, No.227, pp. 1815~1822.
- (7) Nisitani, H., and Murakami. Y., 1971, "Interactin of Elasto-plastic Cracks Subjected to a Uniform Tensile Stress in an Infinite or a Semi-infinite Plate", Mechanical Behavior of Materials Proc., ICM, Vol.1, pp. 346~356.
- (8) Isida, M., and Sih, G.C., 1973, Mechanics of Fracture, 1ed, Noordhoff, Int. Pub., pp. 56~130.
- (9) Kamei, A. and Yokobori, T., 1974, "Some Results on the Stress Intensity Factors of Cracks and/or Slip Bands System", Report of the Research Institute for Strength and Fracture of Materials, Tohoku University, Vol.10, No.2, pp. 29~33.
- (10) 石田 誠, 1977, "任意に分布するき裂群を持つ板の面外曲げ", 日本機械學會論文集, 43卷, 367號, pp. 825~837.
- (11) Brebbia, C.A., Telles, J. F., and Wrobel, L.C., "Boundary Element Techniques", Springer-Verlag, Berlin, 1984.

- (12) 박성완, 1994, “경계요소법에 의한 유한폭 판재내의 원형 함유물과 균열의 상호간섭에 대한 연구”, 대한기계학회논문집, 제 18권, 제 6호, pp. 1474~1482.
- (13) Srawley, J.E., 1976, “Wide Range Stress Intensity Factor Expressions for ASTM E399 Standard Fracture Toughness Specimens”, Int. J. Frac. Mech., Vol.12, pp. 475~476.
- (14) Flasker, Joze, and Pehan, Stanislav, 1993, “Crack Propagation in Tooth with Variable Loading” Communications in Numerical Methods in Engineering, Vol. 9, pp. 103~110.
- (15) 結城, 木顔, 松本, 1984, “境界要素法における應力擴大係數の決定法”, 第一回境界要素法シンポジウム, pp. 85~90.