

# 여러 개의 패치로 이루어진 곡면에서 재매개변수화를 통한 공구경로 생성

이성근\*, 권성환\*\*, 양승한\*\*\*

## Tool Path Generation of Multi-Patch Sculptured Surface with Reparameterization

Sung-Gun Lee\*, Sung-Hwan Kweon\*\*, Seung-Han Yang\*\*\*

### Abstract

Recently, according to the various taste of consumers, the design of a product is changed variously and complicatedly. The complicated product is not usually constructed with one patch but multi-patch. By the way, in machining, higher precision and the reduction of leading and machining time is required. But, for the multi-patch sculptured surface, the amount of machining data becomes large. This means the increase of leading and machining time.

In this study, the tool path generation method with reparameterization is proposed for multi-patch sculptured surface and variable step size using NURBS is used to satisfy the precision and to reduce leading and machining time.

**Key Words :** CAD/CAM, Tool path(공구경로), Reparameterization(재매개변수화), Multi-patch

### 1. 서론

현대인들은 단순한 디자인으로부터 좀더 세련된 디자인의 제품을 요구하게 됨으로써, 제품의 모양도 단순한 형태에서 복잡한 형상을 지닌 자유곡면으로 생성되는 경우가 증가하게 되었다. 이러한 여러 개의 패치로 생성된 자유곡면은 자동차 몸체, 다이캐스팅, 터빈 블레이드 등의 제조 산업 전반에 널리 사용되고 있다. 그러나 복잡한 형상의 자유곡면에 대한 가공데이터는 단순한 형상보다 많이 생성되며, CNC에서 가공을 할 경우 가공 준비시간뿐만 아

니라 가공시간도 증가하게 된다. 따라서 여러 개의 패치로 이루어진 자유곡면에 대한 공구경로의 효율적인 생성이 필요하게 되었다.

공구경로를 생성하는 방식에 있어서, 3차원 공간에서의 곡면의 표현은 비매개변수형 방식과 매개변수형 방식으로 나눌 수 있다. 비매개변수형 방식은 매개변수로 표현되는 CAD 데이터를 직교좌표계 상으로의 데이터로 먼저 구한 다음 공구경로를 생성하지만 매개변수형 방식은 CAD 데이터를 바로 이용할 수 있다.

매개변수형 방식에서 단일패치로 이루어진 자유곡면에

\* 경북대학교 대학원  
\*\* 삼성 SDI  
\*\*\* 경북대학교 기계공학과

대한 공구경로 생성에 대한 연구는 많이 이루어지고 있는데 1981년에 Sata 등은<sup>(2)</sup> 등경 매개변수 곡선을 이용하여 공구경로를 생성하였고, 1987년에 Loney 등은<sup>(3)</sup> 자유곡면에 대한 공구경로 생성 등 많은 연구가 이루어졌다. 그러나 이러한 연구들은 단일패치에 대한 공구경로 생성방법을 다루었으므로 가공시, 각 패치에 대해서 따로 가공을 함으로써 패치의 경계에서 불필요한 오차가 발생하게 되었다. 1993년에 Chen 등은<sup>(4)</sup> 매개변수를 이용한 공구경로 생성에 멀티패치 개념을 도입하여 연속적인 공구경로를 생성하였으나 각 패치에 대해서 공구경로를 따로 생성하였기 때문에 각 패치에서 공구경로를 다르게 생성하여 공구경로의 개수도 맞지않고 일치하지도 않게 된다. 그래서 공구경로를 정렬하고 연결하기 위한 추가적인 복잡한 알고리즘이 필요하였다. 본 논문에서는 패치마다 공구경로를 따로 생성하지 않고 패치들을 한꺼번에 지나게 되는 연속적인 공구경로를 생성하는 방법을 제시한다.

그리고 기존의 매개변수형 방식의 공구경로 생성에는 문제점이 발생한다. Sata 등은<sup>(2)</sup> 매개변수 상의 등경경로를 사용하여 공구경로를 생성하였으나, x,y,z 좌표계에서 표현되는 곡면상의 점들의 간격은 균등하지 않으므로 허용오차를 만족시킬 수 없고 불필요한 값들이 많아져 데이터가 많아지게 된다. 그래서 Loney 등은<sup>(3)</sup> 허용오차를 만족하는 가변적인 step size를 제시하였으나, cubic curve 상에서 계산을 함으로써 실제 요즘 많이 쓰이는 B-Spline이나 NURBS식에 사용하기엔 어려운 점이 많다. 본 논문에서는 NURBS식을 이용하여 가변적인 step size를 구하는 방법을 제시한다.

따라서 본 연구에서는 CAD 데이터를 바로 이용할 수 있는 매개변수형 방식의 공구경로를 생성하였다. 그리고 기존의 매개변수형 공구경로 생성에서 나타난 단점을 보완하고 허용오차를 만족하면서 데이터 양을 줄일 수 있는 방법과, 여러 개의 패치로 이루어진 곡면에 대해 연속적인 공구경로를 생성할 수 있는 방법을 제시하고자 한다.

## 2. 공구경로 생성

### 2.1 곡면(Surface) 생성방법

현재, CAD/CAM시스템에서 널리 사용되고 있는 매개변수형 곡면식은 Bezier, B-Spline, NURBS등이 있다. 본 연구에서는 NURBS 곡면식<sup>(5)</sup>을 사용하였으며, 이 식은 식 (1)과 같다.

$$Q(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u)N_{j,q}(v)w_{i,j}P_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u)N_{j,q}(v)w_{i,j}} \quad (1)$$

여기서,  $P_{i,j}$ 는 곡면의 조정점,  $w_{i,j}$ 는 가중치,  $N_{i,p}$ 와  $N_{j,q}$ 은 NURBS 기저함수로 다음과 같이 나타낸다.

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (2)$$

### 2.2 곡면의 경계곡선과 기준평면의 교점계산과 재매개변수화

여러 개의 패치로 이루어진 자유곡면에서 연속적인 공구경로를 얻기 위해서 본 연구에서는 기준평면(reference plane)과 곡면의 경계곡선의 교점을 이용하여 공구경로를 생성한다.

Fig. 1은 곡면의 경계곡선과 기준평면의 교점을 나타낸다. 여기서, Patch 1과 Patch 2는 CAD시스템에서 생성된 곡면이며, 각각 매개변수 곡면식으로 표현된다. 기준평면은 3차원 공간상에서의 평면 방정식,  $AX + BY + CZ + D = 0$ 로 표현되며, 임의의 평면을 선택할 수 있다. 본 연구에서는 임의의 평면 중에서 Y축과 직교를 이루는 평면

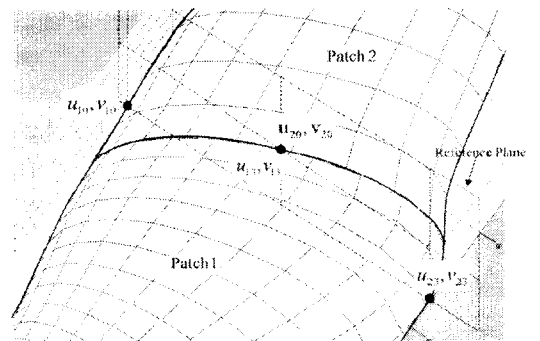


Fig. 1 Intersection points between reference plane and surface boundaries

을 선택하였다. 그리고  $(u_{10}, v_{10}) \sim (u_{13}, v_{13})$ 은 Patch 1과 기준평면의 교점에서의 매개변수 값이며,  $(u_{20}, v_{20}) \sim (u_{23}, v_{23})$ 는 Patch 2와 기준평면의 교점에서의 매개변수 값이다.

교점에서의 매개변수 값을 계산하기 위해서는 Newton method를 사용한다. 교점에서의 매개변수 값이 구해졌으면, 곡면상의 데이터를 얻기 위해서 두 교점사이의 매개변수 값을 식(3), 식(4)와 같이 매개변수 t로 각각 재매개변수화(reparameterization)한다. 공구경로 간격이 곡면의 u, v 상에서 계산되기 때문에 이 때 재매개변수화된 곡선식은 기준평면과 일치할 필요가 없으므로 사용된 교점은 Patch의 경계에서 만나는 점 두 개만 있으면 가능하다. 하지만 기준평면이 곡면의 한 쪽 경계면만 지나는 경우 그 경계면 안에서 생성된 곡선식은 식 (1)의 곡면식에서 같은 u나 v 값을 가져 같은 경로를 가지기 때문에 추가로 한 점이 더 필요하게 된다. 본 논문에서는 3차 곡면식이 많이 쓰이는 이유로 4개의 교점으로 3차 매개변수식을 사용하였다.

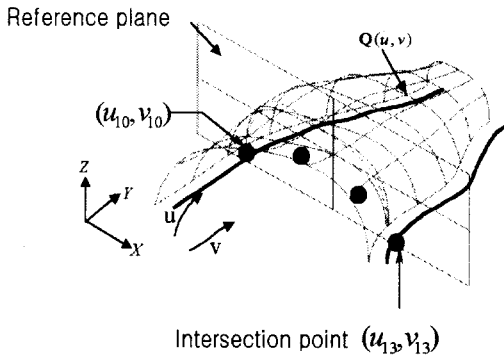


Fig. 2 Intersection points between reference plane and patch 1

$$\begin{aligned}
 u_1(t) &= at^3 + bt^2 + ct + d & a &= -(9/2)(u_0 - 3u_{11} + 3u_{12} - u_{13}) \\
 v_1(t) &= at^3 + bt^2 + ct + d & b &= (9/2)(2u_{10} - 5u_{11} + 4u_{12} - u_{13}) \\
 (u_{10}, v_{10}) &: \text{first point reparametric curve} & c &= 0.5(-11u_{10} + 18u_{11} - 9u_{12} + 2u_{13}) \\
 (u_{11}, v_{11}) &: 1/3 \text{ point reparametric curve} & d &= u_{10} \\
 (u_{12}, v_{12}) &: 2/3 \text{ point reparametric curve} & & \\
 (u_{13}, v_{13}) &: \text{last point reparametric curve} & &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_2(t) &= at^3 + bt^2 + ct + d & (3) \\
 v_2(t) &= at^3 + bt^2 + ct + d & (4)
 \end{aligned}$$

식(4)는 식(3)와 같은 방법으로 풀 수 있다. 식(3)과 식(4)를 매개변수 곡면식에 대입하면, 식(3)에 대해서는

$$Q(u_1(t), v_1(t)) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u_1(t))N_{j,q}(v_1(t))w_{i,j}P_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u_1(t))N_{j,q}(v_1(t))w_{i,j}} \quad (5)$$

식(4)에 대해서는

$$Q(u_2(t), v_2(t)) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u_2(t))N_{j,q}(v_2(t))w_{i,j}P_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u_2(t))N_{j,q}(v_2(t))w_{i,j}} \quad (6)$$

으로 표현되는 곡선식을 얻을 수 있으며 이 곡선식 상에서 step size와 공구경로간격을 계산할 수 있다.

### 2.3 Step size 계산

2.2절에서 재매개변수화에 의해 곡선이 계산된 후, 이 곡선을 이용하여 step size를 계산한다. Fig. 3에는 공구가 따라가야 할 곡선 상에 일련의 공구접촉점들이 표시되어 있는데, 공구접촉점간의 거리를 step size(L), 접촉점을 잇는 직선과 곡선과의 최대거리를 허용오차(δ)로 표시한다.

허용오차(δ)가 주어지면 이에 상응하는 step size를 구해야 한다. 각 단계에서 step size를 매우 작게 하면 곡선 윤곽의 실제 형상에 근사적으로 일치하게 되지만, 너무 짧게 하면 공구접촉점이 많아지므로 데이터의 양도 그 만큼 증가하게 된다. 따라서 허용오차를 만족하면서 데이터의 양을 줄일 수 있는 step size계산이 필요하게 된다.

본 논문에서는 NURBS 곡면식과 Fig. 4의 기하학적인 형상을 이용하여 가변적인 step size를 구하였다.

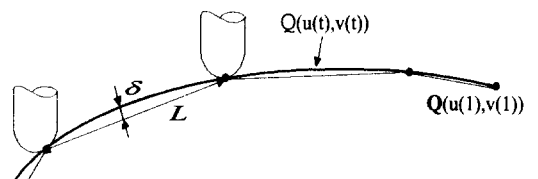


Fig. 3 Overview of step size

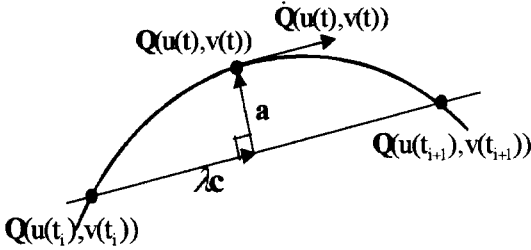


Fig. 4 step size calculation

Fig. 4의  $Q(u(t_i), v(t_i))$ 와  $Q(u(t_{i+1}), v(t_{i+1}))$ 의 거리가 step size를 나타내며,  $\mathbf{a}$  벡터<sup>(1)</sup>를 유도하면 다음과 같다.

$$\mathbf{a} = \mathbf{P}[Q(u(t), v(t)) - Q(u(t_i), v(t_i))] \quad (7)$$

여기서,

$$\mathbf{P} = \left[ \mathbf{I} - \frac{\mathbf{c}\mathbf{c}^T}{\mathbf{c}^T\mathbf{c}} \right]$$

$$\mathbf{c} = Q(u(t_{i+1}), v(t_{i+1})) - Q(u(t_i), v(t_i))$$

따라서, step size는 다음의 두 조건을 만족시키는  $t_{i+1}$ 을 구하여 계산한다.

$$\mathbf{a} \cdot \dot{Q}(u(t), v(t)) = 0 \quad (8)$$

$$|\mathbf{a}| - \delta = 0 \quad (9)$$

식(8), 식(9)를 각각  $f_1, f_2$ 라고 하면

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial t} & \frac{\partial f_1}{\partial t_{i+1}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial t} & \frac{\partial f_2}{\partial t_{i+1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta t \\ \Delta t_{i+1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta t \\ \Delta t_{i+1} \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix} -f_1 \\ -f_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial t} & \frac{\partial f_1}{\partial t_{i+1}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial t} & \frac{\partial f_2}{\partial t_{i+1}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Newton method를 위한 식은 다음과 같다.

$$\mathbf{X}_{new} = \mathbf{X}_{old} + \Delta \mathbf{X} = \begin{bmatrix} t \\ t_{i+1} \end{bmatrix} \quad \Delta = \begin{bmatrix} \Delta t \\ \Delta t_{i+1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

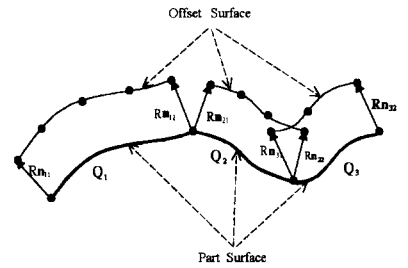
이렇게 계산된  $t_{i+1}$ 를 대입하여  $Q(u(t_{i+1}), v(t_{i+1}))$ 를 구하면 하나의 step size를 구할 수 있으며, 이 방법을 반복함으로써 2.2절에서 계산된 곡선에 대한 공구경로를 생성할 수 있다.

## 2.4 공구경로의 연결

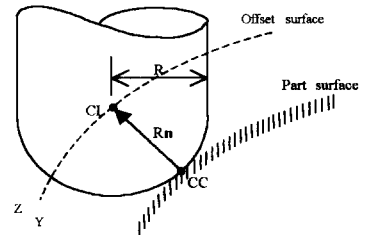
본 논문에서 사용된 곡면은 경계부근에서 법선벡터가 일치하는 연속적인 곡면에서 공구경로를 생성하였다. 그러나 법선벡터가 일치하지 않으면 공구경로는 수정을 하여야 하는데 본 논문에서는 공구경로를 수정하고 삭제하고 삽입하는 기준을 제시하고 있다.

예로서, Fig. 5는 3개의 패치에 대한 공구경로를 보여주고 있는데,  $\mathbf{n}_{ij}$ 는 각 교점에서의 법선벡터(1)이고,  $Q_1, Q_2, Q_3$ 는 2.2절에서 언급한 방법으로 계산된 각 곡면에서 생성된 곡선의 식이다. 그리고 Offset Surface 상의 점들은 Part Surface 상의 CC(Cutter Contact) 점들에 의해 구해지는 CL(Cutter Location) 데이터로서 식(12)에 의해 구해질 수 있다. 식(12)에서  $\mathbf{S}$ 는 곡면위의 점 즉 CC 점이고  $R$ 은 반지름  $n$ 은 법선벡터이다.

$$Q(u, v) = \mathbf{S}(u, v) + R\mathbf{n}(u, v) \quad (12)$$



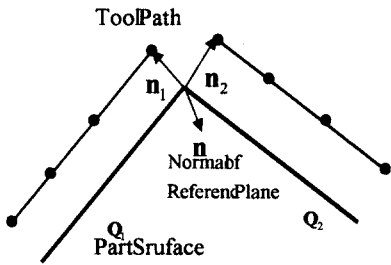
(a) The connection of tool paths for multi-patch sculptured surface



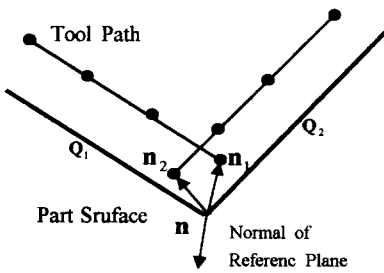
(b) CL data generation

Fig. 5 The connection of tool paths and CL data generation

Fig. 5에서 보면 패치는 서로 연결되어 있다. 하지만 공구경로가 위치하는 읍셋곡면은 경계에서 일치하지 않는다. 이런 경우 공구경로가 불연속이 되므로 절삭이 이루어지지 않거나 더 많이 이루어지는 경우가 발생하게 된다. 따라서 이런 경우를 고려하여 경계곡선 간 공구경로 데이터를 추가하거나 삭제를 해야 한다. Fig. 6은 데이터를 추가 또는 삭제를 판단하는 기준을 보여주고 있다.



(a) Insertion of data



(b) Fillet of data

Fig. 6 Data insertion or fillet

여기서  $n_1, n_2$ 는 패치의 경계에서의 법선벡터이며,  $n$ 은 기준평면의 법선벡터이다. 공구경로 데이터의 추가 또는 삭제의 결정은 식(13)과 식(14)에 의해 판단을 한다.

$$n \cdot (n_1 \times n_2) < 0 \quad (13)$$

$$n \cdot (n_1 \times n_2) > 0 \quad (14)$$

식(13)은 Fig.6(a)에 해당되는 경우로서, 공구경로 간에 새로운 공구 데이터를 추가하며, 식(14)는 Fig.6(b)에 해당되는 경우로서, 공구경로에서 데이터를 삭제하여 수정된 공구경로를 생성해야 한다.

## 2.5 공구경로간격 계산

공구경로간격은 Fig. 7처럼 공구경로 사이의 거리를 나타낸다.

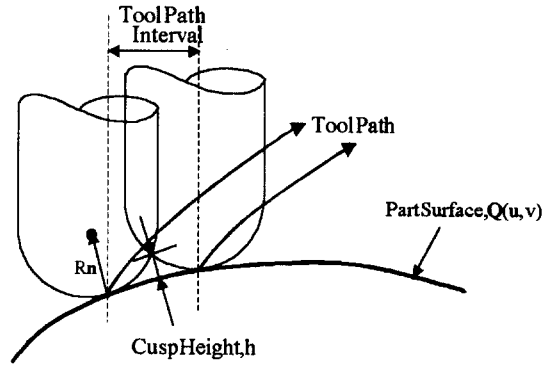
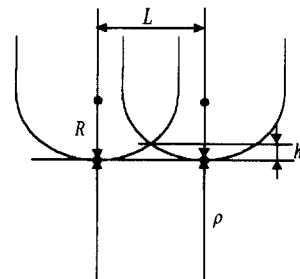


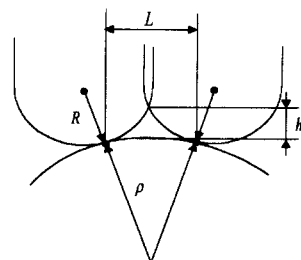
Fig. 7 Overview of tool path interval

Cusp의 크기  $h$ 는 공구반경의 크기에 영향을 받으므로 공구경로간격은 공구반경을 고려하여 계산한다.

Fig. 8은 곡면이 평평한 경우와, 볼록한 경우, 오목한 경우의 각 공구경로간격을 계산하는 방법<sup>(6)</sup>을 나타낸다.



(a) plain



(b) convex

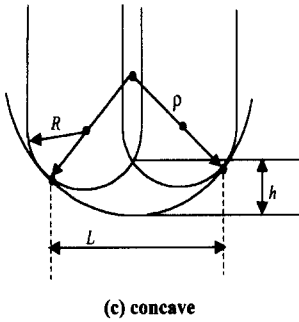


Fig. 8 Tool path interval for plain surface

여기서, L은 공구경로간격, R은 공구반지름,  $\rho$ 은 곡률반지름, 그리고 h는 cusp 크기이다.

곡률식<sup>(1)</sup>을 이용하여 곡면의 곡률반지름을 계산하고 이 중에서 곡률반지름이 가장 작은 곳에서 공구경로간격을 계산하여 Cusp의 크기가 허용오차 범위에 들 수 있도록 한다.

다음의 각 식은 Fig.8에서 나타난 각 경우에서의 cusp 크기와 그에 따른 공구경로간격이다.

$$L \approx 2\sqrt{2hR} \quad (h \ll R) \quad \text{(a) plain}$$

$$L \approx \sqrt{\frac{8hR\rho}{\rho+r}} \quad \text{(b) convex}$$

$$L \approx \sqrt{\frac{8hR\rho}{\rho-r}} \quad \text{(c) concave}$$

### 3. Simulation 결과와 고찰

Simulation 조건은 다음과 같다.

- 공구: 볼엔드밀(R=5mm) -허용오차: 0.1mm
- 기준평면: Y축과 직교를 이루는 평면을 선택했다. 그리고 Y값이 최소가 되는 점으로부터 시작하여 공구경로를 생성하였다. 또한 위와 같은 조건에서 2장에서 제시한 가변적 step size, 공구경로간격 계산 방법을 사용하여 공구경로를 생성하였다.

Fig. 9는 본 연구의 simulation에 사용된 곡면을 나타낸다. Fig. 9(c)의 자유곡면은 Fig. 9(a), Fig. 9(b)의 2개의 패치로 이루어 졌으며, NURBS 곡면식에 의해 생성된 데이터를 사용했다.

#### 3.1 공구경로 계산 결과 및 오차

Fig. 10은 주어진 조건하에서 step size를 계산한 결과를

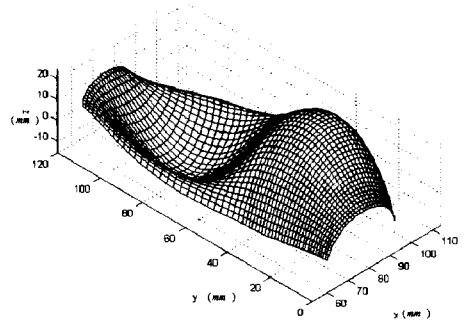
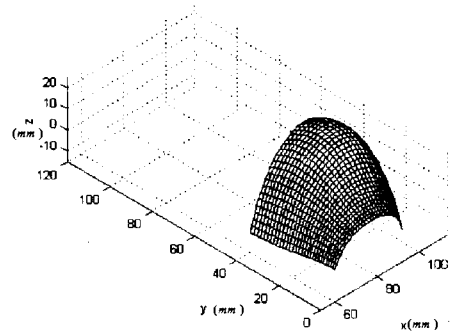
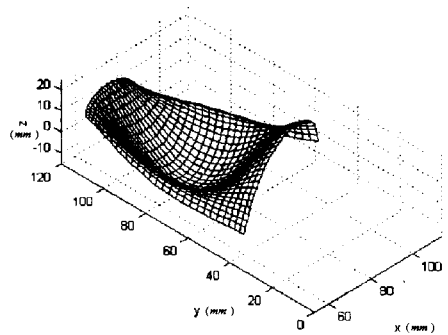
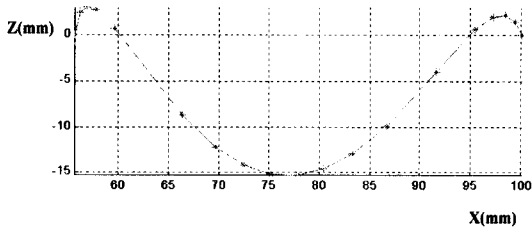
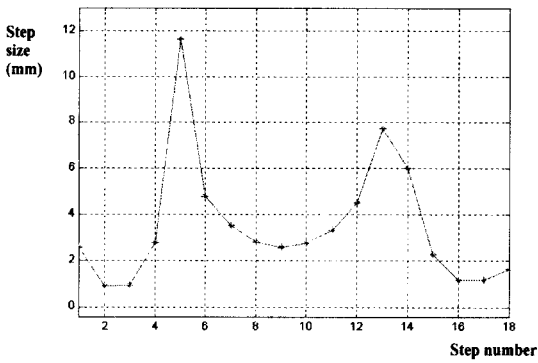


Fig.9 Surface data for tool path generation

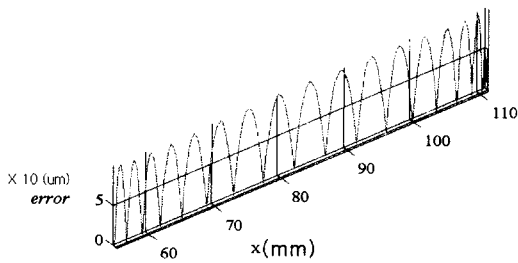
나타낸다. 허용오차 0.1mm에 대해서 simulation 결과 Fig. 10(a)처럼 공구경로 데이터가 17개가 생성되었음을 알 수 있으며, Fig. 10(b)는 step size가 가변적으로 계산되었음을 나타내고 있다. Fig. 10(c)는 기준평면 y=85에서의



(a) Tool path(Y=85mm)



(b) Step size(Y=85mm)



(c) Tool path error for step size

Fig. 10 Step data and error

공구경로에 관한 오차로서 허용오차 0.1mm을 넘지 않음을 볼 수 있다.

Fig. 11은 가공하고자 하는 곡면에 대한 전체적인 공구경로의 오차를 나타낸 것이며 또한 허용오차 0.1mm을 넘지 않음을 볼 수 있다.

### 3.2 여러 개의 패치로 이루어진 자유곡면에 대한 공구경로

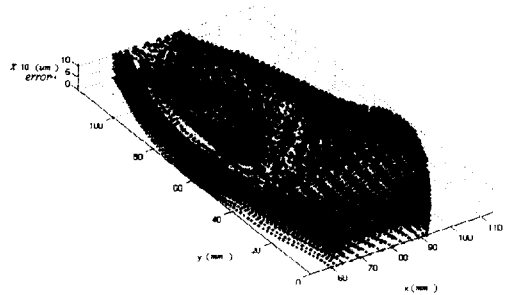
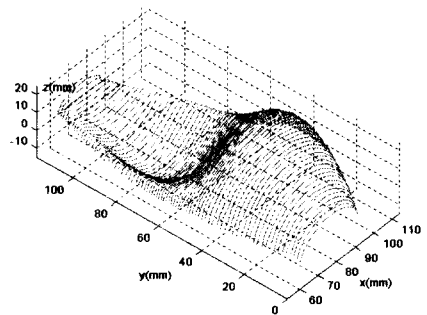
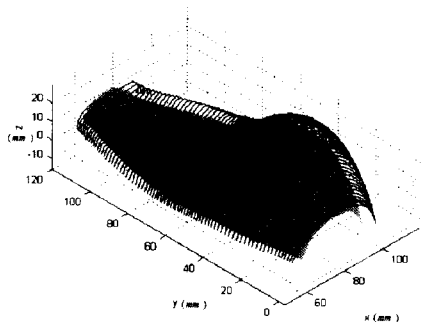


Fig. 11 Tool path error for total surface

Fig. 12는 본 연구에서 사용한 방법으로 전체 형상에 대한 공구경로를 생성한 결과이다. Fig. 12(a)는 여러 개의 패치로 이루어진 자유곡면에 대한 CC 데이터를 생성한 것을 나타낸다. 이것은 가변적인 step Size와 공구경로간격을 사용하여 나온 결과이다. Fig. 12(b)는 CC 데이터의 법선방향의 점인 CL 데이터를 원래 형상의 표면과 비교하는 그림이다.



(a) CC Data



(b) Original surface and CL Data

Fig. 12 Tool path data for multi-patch sculptured surface

## 4. 결 론

CNC 공작기계에서 여러 개의 패치로 이루어진 자유곡면에 대하여 효율적인 가공을 위한 본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 공구경로를 생성함에 있어서 각각의 단일 패치에서 구하지 않고 기준평면을 이용한 매개변수화를 통하여 여러 개의 패치에서 연속적인 공구경로를 구하였다.
- (2) CAD 데이터를 직접 이용하는 매개변수 방식을 이용한 공구경로를 생성하는데 있어서 가변적인 step size를 기하학적인 형상을 이용하여 구하였다. 이때 발생하는 오차는 오차한도를 만족시키는 것을 볼 수 있었다.
- (3) 가변적 step size는 실제적으로 많이 사용되는 NURBS 곡면에서 구하였으며 등경 매개변수 곡선을 이용한 공구경로 생성에서 나타날 수 있는 불필요한 데이터를 줄일 수 있다.

## 참 고 문 헌

- (1) I.D. Faux and M.J. Pratt, Computational geometry for Design and manufacture, Ellis Horwood, Chichester, UK, 1980.
- (2) S. Kawabe, F. Kimura and T. Sata, "Generation of NC commands for Sculptured Surface Machining from 3-Coordinate Measuring Data", CIRP, Vol. 130, pp. 369~327, 1981.
- (3) G.C. Loney and T.M. Ozsoy, "NC machining of free form surfaces", Computer-Aided Design, Vol. 19, No. 2, pp. 85~90, March, 1987.
- (4) Y.D. Chen, J. Ni and S.M. Wu, "Real-Time CNC Tool Path Generation for Machining IGES Surfaces", Journal of Engineering for Industry, Vol. 115, No. 4, pp. 480~486, 1993.
- (5) L. Piegl and W. Tiller, The NURBS Book, Springer, 1997.
- (6) Y. Koren and R.S. Lin, "Efficient Tool-path planning and machining for free-form surface", Journal of Manufacturing Science and Engineering, Vol. 118, pp. 20~28, February, 1996.