

## 섭동이론을 이용한 반도체 레이저에서의 매개증폭 해석

조성대

한국통신 기업자망연구소

이창희 · 신상영

한국과학기술원 전기 및 전자공학과

(2000년 2월 21일 받음, 2000년 5월 30일 수정본 받음)

반도체 레이저의 비선형 특성에 의하여 발생하는 매개증폭에 대하여, 반도체 레이저 다이오드의 비율방정식을 섭동 이론을 이용하여 해석하고 그 결과에 대하여 논의하였다. 매개증폭에 의하여 발생하는 이득은 펌프 변조전류가 증가하여 이동된 공진주파수가 신호 변조 주파수에 가까워질수록 증가하였으며, 바이어스 전류와 반도체 레이저의 감쇄상수가 증가할수록 감소하였다. 또한 큰 매개이득을 얻기 위해서는 펌프 변조전류와 신호 변조전류 사이의 위상을 정합시켜야 하며, 큰 신호 변조전류에서는 증폭된 광 출력의 포화로 인하여 매개이득이 감소하였다.

OCIS codes : 140.0140, 230.0230.

### I. 서 론

반도체 레이저 다이오드에 큰 전류를 인가하여 직접 변조할 때는 공진주파수(resonance frequency) 이동과 주기 증배(period multiplication) 등의 비선형 현상이 발생한다.<sup>[1-6]</sup> 또한 큰 변조전류(pump modulation current)를 반도체 레이저에 인가하여 공진 주파수가 저주파수로 이동할 때, 펌프 변조전류의 1/2 근처의 주파수를 갖는 작은 신호 변조전류(signal modulation current)를 인가하면, 이동된 공진 주파수가 신호 변조주파수에 가까워 질수록 신호 전류 주파수의 광 출력이 증가하는 매개증폭(parametric amplification)이 발생한다.<sup>[7-9]</sup> 이와 같은 반도체 레이저에서의 매개증폭에 대한 연구는 1970년대 중반에 Harth 등에 의하여 제안된 후,<sup>[7]</sup> 펌프 변조전류와 신호 변조전류의 주파수가 매개이득에 미치는 영향에 대한 연구가 반도체 레이저 비율 방정식의 해석과 실험을 통하여 수행 되었다.<sup>[8,9]</sup> 그러나 이득에 큰 영향을 미치는 감쇄상수, 두 변조전류 사이의 위상, 신호 변조전류의 증가에 따른 이득 포화 현상에 대한 연구가 부족하였다. 매개증폭은 10 dB 이상으로 신호 전류를 증폭할 수 있고, 신호 전류의 위상에 대한 영향이 크므로 이를 이용하여 협대역의 초고주파 신호 증폭과 위상검출에 이용할 수 있다. 따라서, 감쇄상수와 바이어스 전류, 펌프 변조전류, 신호 변조전류 등의 인가전류가 매개증폭에 미치는 영향에 대한 연구가 필요하다.

본 논문에서는 반도체 레이저에서의 매개증폭 현상을 이해하기 위하여, 비율 방정식을 해석하고 그 결과에 대하여 논의한다. 특히 이전의 해석에서 무시한 감쇄상수가 매개증폭 현상에 미치는 영향과, 펌프 변조전류와 신호 변조전류 사이의 위상 차, 변조전류의 증가에 따른 이득 감소 현상을 해석에 포함시킨다. 해석 방법은 섭동(perturbation) 이론 중 비선형 공진 현상의 해석에 적합한 multiple scale 방법을 이용한다.

소신호 공진 주파수가 펌프 변조주파수와 가까울 때의 해석 결과를 활용하고, 펌프 변조주파수의 1/2에 작은 신호 변조전류가 인가 될 때, 신호 변조주파수에서의 전자밀도의 변조전폭 증가와 이로부터 매개이득을 구하고 그 결과에 대해 논의 한다.

### II. 매개증폭의 해석

반도체 레이저에서의 매개증폭은 식 (1)과 같은 정규화된 비율 방정식을 이용하여 인가 전류와 감쇄상수 등이 이득에 미치는 영향을 해석할 수 있다.<sup>[2,3]</sup>

$$\frac{dn}{d\tau} = i - (1 - \varepsilon_g s)(n - n_a)s - n \quad (1a)$$

$$\frac{ds}{d\tau} = T[(1 - \varepsilon_s s)(n - n_a)s - s + \beta n] \quad (1b)$$

여기서 정규화된 전류  $i$ 는  $(g_o \tau_e \tau_p / eV)I$ , 정규화된 전자밀도  $n$ 은  $g_o \tau_p N$ , 정규화된 광자밀도  $s$ 는  $g_o \tau_e S$ 이다. 이 때  $I$ ,  $N$ ,  $S$ 는 각각 정규화 되지 않은 전류, 전자밀도, 광자밀도를 나타낸다. 또,  $g_o$ 는 이득 상수,  $\tau_e$ 는 전자 수명,  $\tau_p$ 는 광자 수명,  $e$ 는 전자의 전하량,  $V$ 는 레이저 활성 영역의 체적,  $\varepsilon_g$ 는 정규화 된 이득포화 계수,  $n_a$ 는 이득을 갖기 위한 최소한의 정규화된 전자밀도이다. 정규화 된 시간  $\tau$ 는  $t/\tau_e$ 이며,  $T$ 는  $\tau_e/\tau_p$ 이고  $\beta$ 는 자연 방출 인자이다. 레이저에 인가되는 변조전류는 식 (2)와 같이 펌프 변조전류와 신호 변조전류의 합으로 표현된다.

$$i_m = i_p \cos(\omega_p' t) + i_s \cos(\omega_s' t + \phi) \quad (2)$$

이 때  $i_p$ 는 펌프 변조전류의 진폭,  $i_s$ 는 신호 변조전류의 진폭,  $\omega_p'$ 는 펌프 변조주파수  $\omega_p$ 를 소신호 공진주파수  $\omega_o (= \sqrt{T S_o} = 1/e)$

로 정규화한 주파수  $\omega_p/\omega_o = 1 + \varepsilon\sigma_p$ ,  $\omega_s'$ 는 신호 변조주파수  $\omega_s$ 를 소신호 공진주파수  $\omega_o$ 로 정규화한 주파수  $\omega_s/\omega_o = 1/2 + \varepsilon\sigma_s$ 이며,  $\phi$ 는 펌프 변조전류에 대한 신호 변조전류의 위상이다. 이 때  $\sigma_p = \omega_p - \omega_o$ ,  $\sigma_s = \omega_s - \omega_o/2$ 이다.  $s_0$ 는 정규화된 정상 상태 광자밀도이며,  $\varepsilon$ 은 1/20~1/30 정도의 작은 값이다.

정규화 된 비율 방정식 (1)을 섭동이론을 적용하여 해석하기 위하여 일반화된 좌표 축으로 변환하여 2차 비선형 방정식으로 변환하면 식 (3)이 된다.<sup>[2,3]</sup>

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 u}{d\zeta^2} + 2\varepsilon\alpha \frac{du}{d\zeta} + \{1 + C_p \varepsilon^2 \cos(\omega_p' \zeta) + C_s \varepsilon^2 \cos(\omega_s' \zeta + \phi)\} u - \varepsilon u \frac{du}{d\zeta} \\ &= \varepsilon \left\{ C_p \frac{d}{d\zeta} \cos(\omega_p' \zeta) + C_s \frac{d}{d\zeta} \cos(\omega_s' \zeta + \phi) \right\} \\ &+ \varepsilon^2 (\alpha - \hat{\alpha}) \{C_p \cos(\omega_p' \zeta) + C_s \cos(\omega_s' \zeta + \phi)\} \quad (3) \end{aligned}$$

이 때  $C_p = \omega_p^2 m_p$ ,  $C_s = \omega_s^2 m_s$ 이고, 펌프 변조전류와 신호 변조전류의 변조 지수  $m_p$ ,  $m_s$ 는 각각  $i_p/(i_b - i_{th})$ ,  $i_s/(i_b - i_{th})$ 이다. 또  $\hat{\alpha} = 1 + s_0 - T[\varepsilon_g s_o + \beta(1 + n_a)/s_o]$ ,  $\alpha = 1 + s_o + T[\varepsilon_g s_o + \beta(1 + n_a)/s_o]$ 이다. 이때  $\alpha$ 는 변조전류가 인가되었을 때, 완화발진으로 인하여 발생하는 광 출력의 진폭 감소를 나타내는 정규화 된 감쇄상수이다. 감쇄상수는 자연 방출 계수와 이득 포화계수가 클수록 증가하며, 바이어스 전류가 증가할수록 증가한다.

반도체 레이저 다이오드에서의 매개증폭 현상을 해석하기 위하여, 식 (3)에서 펌프 변조전류만 인가했을 때, multiple scale 방법을 사용하여 구한  $u$ 의 해<sup>[2,3]</sup> 중에서 결과에 가장 큰 영향을 미치는  $u_o = a \cos[(1 + \varepsilon\sigma_p)\zeta + \theta]$ 와  $f \ll u_o$ 인 섭동 항  $f$ 를 가정하여  $u = u_o + f$ 와 같이 나타내고  $f$ 에 대한 방정식을 구하면 식 (4)와 같다.<sup>[2,3]</sup> 이 때  $a$ 는 펌프 변조전류에 의한 정규화 된 전자밀도의 변조진폭이고  $\theta$ 는 이 때의 전자밀도의 위상을 나타내며 식 (5), (6)과 같다.<sup>[2,3,6]</sup>

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 f}{d\zeta^2} + 2\varepsilon\alpha \frac{df}{d\zeta} + \{1 + \varepsilon^2 C_p \cos(\omega_p' \zeta) + \varepsilon^2 C_s \cos(\omega_s' \zeta + \phi)\} f \\ & - \varepsilon \left( u_o \frac{df}{d\zeta} + f \frac{du_o}{d\zeta} + f \frac{df}{d\zeta} \right) \\ &= -\varepsilon C_s (1/2 + \varepsilon\sigma_s) \sin(\omega_s' \zeta + \phi) + \varepsilon^2 (\alpha - \hat{\alpha}) C_s \cos(\omega_s' \zeta + \phi) \quad (4) \end{aligned}$$

$$a^2 \left[ \left( \omega_p - \omega_o + \frac{a^2}{24\omega_o} \right)^2 + \alpha^2 \right] \approx \frac{m_p^2}{4} \times \omega_o^3 \omega_p \quad (5)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left( -\frac{\sigma_p + \varepsilon a^2 / 24}{\alpha} \right) \quad (6)$$

이 때 매개증폭에 기여하지 않는  $u_o$ 항과,  $u_1$ ,  $u_2$  항은 식 (4)를 multiple scale 방법을  $O(\varepsilon^2)$ 까지 사용하여 매개증폭을 해석할 때 영향을 미치지 않으므로 무시하였다.

식 (4)를 Mathieu's equation 형태로의 변환하여 해석하기 위

하여 섭동 항  $f$ 를  $f = g e^{\frac{\varepsilon a}{2} \int_0^\zeta \cos(\omega_p' \zeta' + \theta) d\zeta'}$  과 같이 변환한다.<sup>[3]</sup> 또  $e^{\frac{\varepsilon a}{2} \int_0^\zeta \cos(\omega_p' \zeta' + \theta) d\zeta'}$  을 수정된 Bessel 함수를 이용하여 전개하고 정리하면 다음 식 (7)과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 g}{d\zeta^2} + 2\varepsilon\alpha \frac{dg}{d\zeta} + \left[ 1 - \frac{\varepsilon^2 a^2}{8} + \frac{1}{2} \varepsilon a \omega_p' \sin(\omega_p' \zeta + \theta) + \varepsilon^2 \alpha a \cos(\omega_p' \zeta + \theta) \right. \\ & \left. - \frac{\varepsilon^2 a^2}{8} \cos(2\omega_p' \zeta + 2\theta) + \varepsilon^2 C_p \cos(\omega_p' \zeta) + \varepsilon^2 C_s \cos(\omega_s' \zeta + \phi) \right] g \\ & - \varepsilon g \frac{dg}{d\zeta} \left\{ I_0 \left( \frac{\varepsilon a}{2\omega_p'} \right) + 2I_1 \left( \frac{\varepsilon a}{2\omega_p'} \right) \sin(\zeta + \varepsilon\sigma_p \zeta + \theta) \right\} \\ & - \varepsilon^2 \frac{a}{2} g^2 \cos(\omega_p' \zeta + \theta) \left\{ I_0 \left( \frac{\varepsilon a}{2\omega_p'} \right) + 2I_1 \left( \frac{\varepsilon a}{2\omega_p'} \right) \sin(\zeta + \varepsilon\sigma_p \zeta + \theta) \right\} \\ & = \{-\varepsilon C_s \omega_s' \sin(\omega_s' \zeta + \phi) + \varepsilon^2 (\alpha - \hat{\alpha}) C_s \cos(\omega_s' \zeta + \phi)\} \\ & \times \left\{ I_0 \left( \frac{\varepsilon a}{2\omega_p'} \right) - 2I_1 \left( \frac{\varepsilon a}{2\omega_p'} \right) \sin(\zeta + \varepsilon\sigma_p \zeta + \theta) \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

이 때  $I_n \left( \frac{\varepsilon a}{2\omega_p'} \right)$ 는 n차 수정된 Bessel 함수이며, 2차 이상은 해석에 대한 영향이 작으므로 무시하였다. 식 (7)에서  $\sqrt{1 - \frac{\varepsilon^2 a^2}{8}}$  는 펌프 변조전류의 증가에 따른 공진 주파수 이동을 나타내며, 이후는  $Q$ 라고 표시한다. 펌프 변조전류의 진폭이 증가함에 따라 전자밀도의 진폭  $a$ 가 식 (5)와 같이 증가하고 이에 따라 공진 주파수가 저주파로 이동한다. 또한, 비선형 항인  $g \frac{dg}{d\zeta}$ 에 의하여 새로운 주파수 성분이 발생할 수 있고, 신호 변조전류 주파수에서 매개증폭 현상이 발생한다.

식 (7)을 해석하기 위하여 작은 파라메터  $\varepsilon = 1/\omega_o$ 을 scale factor로 사용하고  $g$ 를 다음과 같이 2차 까지 전개한다.

$$g(\zeta; \varepsilon) = g_0(\xi_0, \xi_1, \xi_2) + \varepsilon g_1(\xi_0, \xi_1, \xi_2) + \varepsilon^2 g_2(\xi_0, \xi_1, \xi_2) \quad (8a)$$

$$\frac{d}{d\zeta} = \frac{\partial}{\partial \xi_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial \xi_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial \xi_2} \quad (8b)$$

이때  $\xi_n = \varepsilon^n \zeta$ 이다. 식 (8)을 식 (7)에 대입하고  $\varepsilon$ 의 power의 계수로 나누면 다음 식 (9)가 된다. 이 때 신호 변조전류의 주파수가 펌프 변조주파수의 1/2 근처에 있을 때의 해를 구하기 위하여 이동된 공진 주파수는  $Q \approx 1/2$  라 가정한다.

$$\frac{\partial^2 g_o}{\partial \xi_o^2} + Q^2 g_o = 0 \quad (9a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 g_1}{\partial \xi_o^2} + Q^2 g_1 = -2 \frac{\partial^2 g_o}{\partial \xi_o \partial \xi_1} - 2\alpha \frac{\partial g_o}{\partial \xi_o} - \frac{1}{2} a \sin(\xi_o + \sigma_p \xi_1 + \theta) g_o \\ & + g_o \frac{\partial g_o}{\partial \xi_o} \left\{ I_0 + 2I_1 \sin(\xi_o + \sigma_p \xi_1 + \theta) \right\} \\ & - \frac{1}{2} C_s \sin(1/2\xi_o + \sigma_s \xi_1 + \phi) \{ I_0 - 2I_1 \sin(\xi_o + \sigma_p \xi_1 + \theta) \} \quad (9b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2 g_2}{\partial \xi_o^2} + Q^2 g_2 = -2 \frac{\partial^2 g_1}{\partial \xi_o \partial \xi_1} - 2 \frac{\partial^2 g_o}{\partial \xi_o \partial \xi_2} - \frac{\partial^2 g_o}{\partial \xi_1^2} \\
& - 2\alpha \left( \frac{\partial g_1}{\partial \xi_o} + \frac{\partial g_o}{\partial \xi_1} \right) - \frac{1}{2} a \sin(\xi_o + \sigma_p \xi_1 + \theta) g_1 \\
& - \frac{1}{2} a \sigma_p \sin(\xi_o + \sigma_p \xi_1 + \theta) g_o \\
& - \alpha a \cos(\xi_o + \sigma_p \xi_1 + \theta) g_o + \frac{1}{8} a^2 \cos(2\xi_o + 2\sigma_p \xi_1 + 2\theta) g_o \\
& - C_p \cos(\xi_o + \sigma_p \xi_1) g_o - C_s \cos(1/2\xi_o + \sigma_s \xi_1 + \phi) g_o \\
& + g_o \left( \frac{\partial g_1}{\partial \xi_o} + \frac{\partial g_o}{\partial \xi_1} \right) \{ I_0 + 2I_1 \sin(\xi_o + \sigma_p \xi_1 + \theta) \} \\
& + g_1 \frac{\partial g_o}{\partial \xi_o} \{ I_0 + 2I_1 \sin(\xi_o + \sigma_p \xi_1 + \theta) \} \\
& + \frac{1}{2} g_o^2 a \cos(\xi_o + \sigma_p \xi_1 + \theta) \{ I_0 + 2I_1 \sin(\xi_o + \sigma_p \xi_1 + \theta) \} \\
& - C_s \sigma_s \sin(1/2\xi_o + \sigma_s \xi_1 + \phi) \{ I_0 - 2I_1 \sin(\xi_o + \sigma_p \xi_1 + \theta) \} \\
& + (\hat{\alpha} - \alpha) C_s \cos(1/2\xi_o + \sigma_s \xi_1 + \phi) \{ I_0 - 2I_1 \sin(\xi_o + \sigma_p \xi_1 + \theta) \}
\end{aligned} \tag{9c}$$

식 (9a)의 일반 해는 식 (10)과 같이 표현할 수 있다.

$$g_o = R(\xi_1, \xi_2) e^{jQ\xi_o} + c.c. \tag{10}$$

이 때 *c.c.*는 이전 항의 공액 복소수를 나타낸다. 식 (10)을 식 (9b)에 대입하고  $g_1$ 의 특수 해에서 secular 항을 생성시키는  $e^{jQ\xi_o}$ 에 비례하는 항을 제거하는 조건으로부터 식 (11)을 얻을 수 있으며 특수해는 식 (12)와 같다.

$$\begin{aligned}
& -j2Q \frac{\partial R}{\partial \xi_1} - j2\alpha QR + j\frac{1}{4}aR^* e^{j(\sigma_p \xi_1 + \theta)} \\
& + j\frac{1}{4}I_0 C_s e^{j(\sigma_s \xi_1 + \phi)} + \frac{1}{4}I_1 C_s e^{j(\sigma_p \xi_1 - \sigma_s \xi_1 + \theta - \phi)} = 0
\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
g_1 = & -j\frac{1}{4}aR \frac{1}{2Q+1} e^{j[(1+Q)\xi_o + \sigma_p \xi_1 + \theta]} - jR^2 I_0 \frac{1}{3Q} e^{j2Q\xi_o} \\
& - R^2 I_1 \frac{Q}{3Q^2 + 4Q + 1} e^{j[(1+2Q)\xi_o + \sigma_p \xi_1 + \theta]} \\
& + R^2 I_1 \frac{Q}{3Q^2 - 4Q + 1} e^{j[(-1+2Q)\xi_o - \sigma_p \xi_1 - \theta]} \\
& - \frac{1}{4}C_s I_1 \frac{1}{Q^2 - 9/4} e^{j(3\xi_o/2 + \sigma_p \xi_1 + \sigma_s \xi_1 + \theta + \phi)} + c.c.
\end{aligned} \tag{12}$$

$g_0, g_1$ 을 식 (9c)에 대입하고 특수 해에서 secular 항을 생성시키는  $e^{jQ\xi_o}$ 에 비례하는 항을 제거하는 조건으로부터 식 (13)을 얻는다. 이때 해석 결과에 큰 영향을 미치지 않는 항은 무시하여 식을 단순화하였다.

$$-j2Q \frac{\partial R}{\partial \xi_2} - \frac{\partial^2 R}{\partial \xi_1^2} - 2\alpha \frac{\partial R}{\partial \xi_1} - \frac{1}{16}a^2 R \frac{1}{2Q+1}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2}\alpha a R^* e^{j(\sigma_p \xi_1 + \theta)} - \frac{1}{2}C_p R^* e^{j\sigma_p \xi_1} \\
& + \frac{1}{3}R^2 R^* I_0^2 + \left( \frac{Q}{3Q+1} + \frac{Q}{3Q-1} \right) R^2 R^* I_1^2 = 0
\end{aligned} \tag{13}$$

식 (11), (13)과 참고문헌 [10]의 p. 293의 표준 예를 사용하여 multiple scale 전개하면 식 (14)를 얻는다.

$$\begin{aligned}
& -j2Q \frac{\partial R}{\partial \zeta} \\
& + \varepsilon \left[ -j2\alpha QR + j\frac{1}{4}aR^* e^{j(\varepsilon \sigma_p \zeta + \theta)} + j\frac{1}{4}C_s I_0 e^{j(\varepsilon \sigma_s \zeta + \phi)} \right. \\
& \left. + \frac{1}{4}C_s I_1 e^{j(\varepsilon \sigma_p \zeta - \varepsilon \sigma_s \zeta + \theta - \phi)} \right] \\
& + \varepsilon^2 \left[ -\frac{1}{64Q^2}a^2 R - \frac{1}{16}a^2 R \frac{1}{2Q+1} - \frac{1}{2}\alpha a R^* e^{j(\varepsilon \sigma_p \zeta + \theta)} - \frac{1}{2}C_p R^* e^{j\varepsilon \sigma_p \zeta} \right. \\
& \left. + \frac{1}{3}R^2 R^* I_0^2 + R^2 R^* I_1^2 \left( \frac{Q}{3Q+1} + \frac{Q}{3Q-1} \right) \right] = 0
\end{aligned} \tag{14}$$

식 (14)로부터 신호 변조주파수에서의 매개 진폭을 구하기 위하여  $R = \frac{1}{2}b(\zeta) e^{j(\varepsilon \sigma_s \zeta + \phi(\zeta))}$  이라 가정하여 식 (14)에 대입하고 허수 부와 실수 부를 나눈 다음, 정상상태 해를 구하기 위하여  $db/d\zeta = 0, d\phi/d\zeta = 0$ 로 두면 다음과 같은 해를 얻는다.

$$\begin{aligned}
\varepsilon Q \alpha b = & \frac{1}{8}ab \{ \cos \theta \cos 2\varphi + \sin \theta \sin 2\varphi \} \\
& + \varepsilon \frac{1}{4}C_s I_0 \{ \cos \phi \cos \varphi + \sin \phi \sin \varphi \} \\
& + \varepsilon \frac{1}{4}C_s I_1 \{ \sin(\theta - \phi) \cos \varphi - \cos(\theta - \phi) \sin \varphi \} \\
& - \varepsilon \frac{1}{4}ab \{ \sin \theta \cos 2\varphi - \cos \theta \sin 2\varphi \} \\
& + -\varepsilon \frac{1}{4}C_p b \sin 2\varphi
\end{aligned} \tag{15a}$$

$$\begin{aligned}
& -\varepsilon Q \sigma_s b + \varepsilon^2 \left[ \frac{1}{128Q^2}a^2 b + \frac{1}{32} \frac{1}{2Q+1}a^2 b - \frac{1}{24}b^3 I_0^2 \right. \\
& \left. - \frac{1}{8} \left( \frac{Q}{3Q+1} + \frac{Q}{3Q-1} \right) I_1^2 b^3 \right] \\
& = -\varepsilon \frac{1}{8}ab \{ \sin \theta \cos 2\varphi - \cos \theta \sin 2\varphi \} \\
& - \varepsilon \frac{1}{4}C_s I_0 \{ \sin \phi \cos \varphi - \cos \phi \sin \varphi \} \\
& + \varepsilon \frac{1}{4}C_s I_1 \{ \cos(\theta - \phi) \cos \varphi + \sin(\theta - \phi) \sin \varphi \} \\
& - \varepsilon \frac{1}{4}ab \{ \cos \theta \cos 2\varphi + \sin \theta \sin 2\varphi \} \\
& - \varepsilon \frac{1}{4}C_p b \cos 2\varphi
\end{aligned} \tag{15b}$$

식 (15)는 정상상태 일 때, 펌프 변조전류, 신호 변조전류, 두 변조전류 사이의 위상 차와 바이어스 전류, 감쇄상수, 신호 변조주파수  $\omega_s' \approx Q$ 에서의 정규화된 전자밀도의 변조진폭

$b$ 와 위상  $\varphi$ 에 미치는 영향에 대하여 기술하고 있다. 펌프 변조전류만을 인가했을 때의 정규화된 전자밀도의 진폭  $a$ 와 위상  $\theta$ 는 식 (4), (5)와 같으므로 식 (15a), (15b)를 연립 방정식으로 해석하여, 정규화된 전자밀도의 변조진폭  $b$ 와 위상  $\varphi$ 를 구할 수 있다.

### III. 매개증폭의 해석 결과

신호 변조전류가  $0.01I_{th}$ , 바이어스 전류가  $2.0I_{th}$ 일 때, 감쇄 상수를 변화시키고 펌프 변조전류를 증가시킬 때 정규화된 전자밀도의 변조진폭  $b$ 의 변화는 그림 1(a)와 같다. 펌프 변조 전류가 증가할수록 전자밀도의 변조진폭  $b$ 가 증가하며, 감쇄 상수가 증가할수록 큰 펌프 변조전류에서 급격히 증가하기 시작한다. 이 때, 계산된 전자밀도의 변조진폭  $b$ 는 식 (16)과 같이 광자밀도의 변화로 표현할 수 있으며 진폭  $b$ 가 증가할수록 광자밀도가 지수적으로 증가한다.<sup>[2]</sup>

$$s(\zeta) = s_o \exp\left(\frac{b}{1/2 + \varepsilon\sigma_s} \sin[(1/2 + \varepsilon\sigma_s)\zeta]/\omega_o\right) \quad (16)$$

시간에 따른 광자밀도를 푸리에(Fourier) 변환하여 신호 변조주파수에서 광 신호의 RF 출력을 구할 수 있다. 신호 변조 전류 만에 의한 RF 출력과, 두 변조전류를 인가 했을 때의 광신호의 RF 출력의 비로부터 구한 매개이득은 그림 1(b)와 같이 펌프 변조전류가 증가할수록, 또, 감쇄상수가 작을수록 증가한다. 이와 같은 해석 결과는 다음과 같이 설명할 수 있다. 고정된 감쇄상수에서 펌프 변조전류가 증가하면 공진주파수가 저주파수로 이동하고,<sup>[3,6]</sup> 신호 변조주파수에서의 변조 효율이 증가한다. 따라서 신호 변조주파수와 펌프 변조주파수에

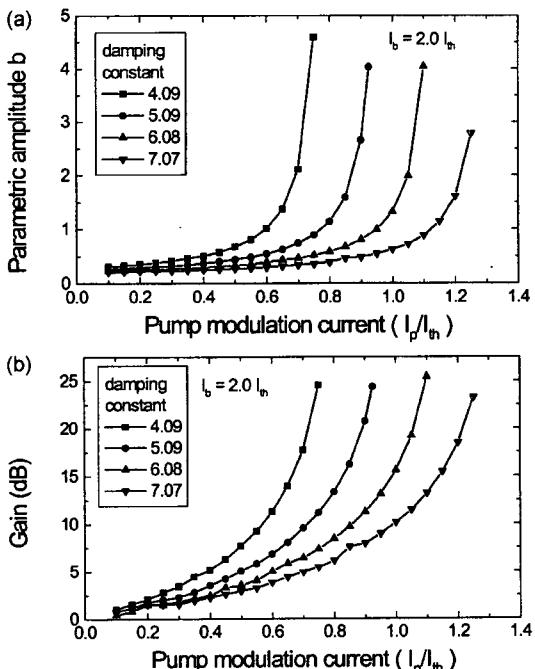


그림 1. 감쇄상수와 펌프 변조전류의 증가에 따른 전자밀도의 진폭  $b$  (a)와 매개이득 (b).

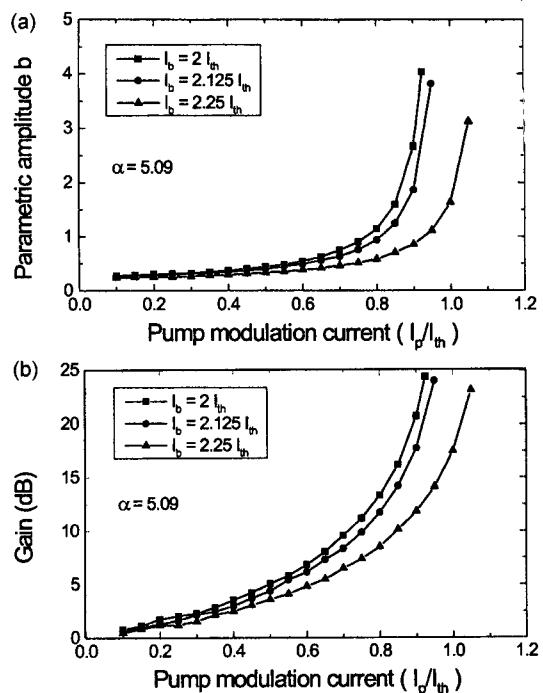


그림 2. 바이어스 전류와 펌프 변조전류의 증가에 따른 전자밀도의 진폭  $b$  (a)와 매개이득 (b).

서의 비선형 결합이 증가하여 매개이득이 증가한다. 감쇄상수가 증가하면 식 (4)와 같이 펌프 전류에 의한 전자밀도의 변조진폭  $a$ 가 감소하고 공진 주파수의 이동이 느려 진다.<sup>[3,6]</sup> 따라서 감쇄상수의 증가에 따라 그림 1과 같이 진폭  $b$ 가 작아지고 매개이득이 작아진다.

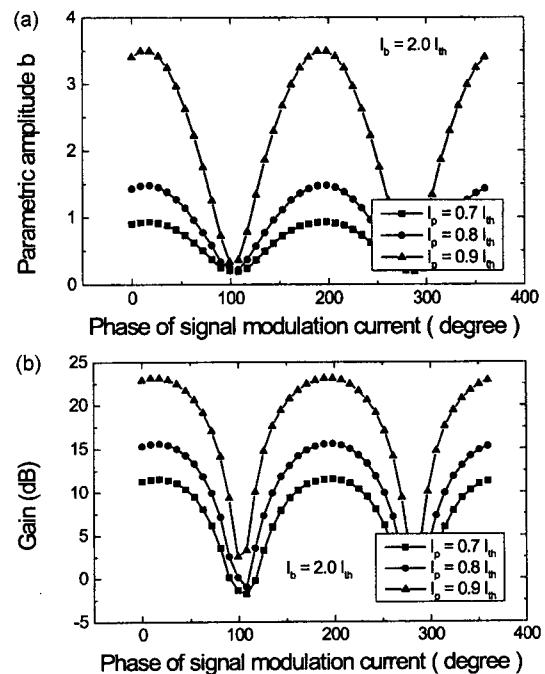


그림 3. 신호 변조전류의 위상과 펌프 변조전류의 증가에 따른 전자밀도의 진폭  $b$  (a)와 매개이득 (b).

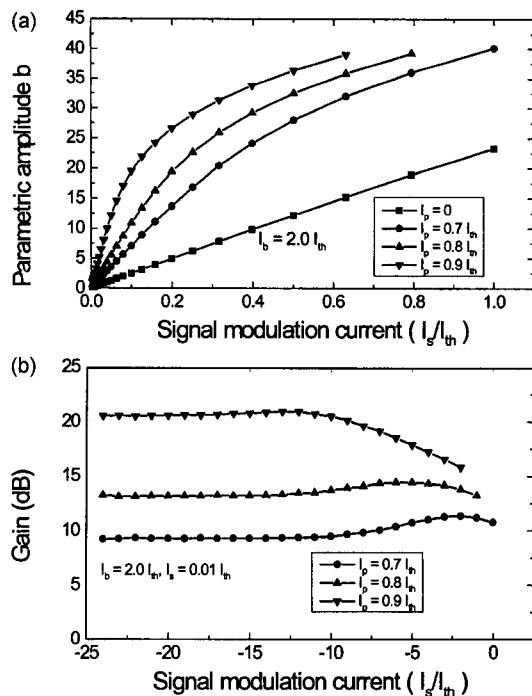


그림 4. 신호 변조전류와 펌프 변조전류의 증가에 따른 전자밀도의 진폭  $b$  (a)와 매개이득 (b).

감쇄상수와 신호 변조전류를 고정시키고 바이어스 전류와 펌프 변조전류를 증가시키며 계산한 전자밀도의 변조진폭  $b$ 와 매개이득은 그림 2와 같이 바이어스 전류가 증가할 수록 큰 펌프 변조전류에서 이득이 급격히 증가한다. 이와 같은 이유는, 바이어스 전류의 증가에 따른 소신호 공진주파수의 증가 때문이다. 소신호 공진 주파수가 증가하면 신호 변조주파수와의 차이가 커져 신호 변조주파수에서의 변조 효율이 감소한다. 그러므로, 큰 바이어스 전류에서 매개이득을 증가시키기 위해서는 그림 2와 같이 큰 펌프 변조전류가 필요하다.

두 변조주파수 사이의 에너지 이동에 의한 매개이득은 두 변조 전류사이의 위상차에 민감하게 의존한다. 펌프 변조전류의 위상을 고정하고 신호 변조전류의 위상을  $0^\circ$ 에서  $360^\circ$  까지 증가 시킬 때 매개증폭에 의한 신호 변조주파수에서의 전자밀도의 변조진폭  $b$ 와 매개이득은 그림 3과 같다. 매개이득은 두 변조전류에 의한 각각의 광자밀도의 최소치가 일치할 때 최대가 되었다. 바이어스 전류와 펌프 변조전류가 각각 발진 문턱 전류의 2배, 0.8배 일 때는 신호 전류의 위상이  $25^\circ$  와  $205^\circ$  지연될 때 최대가 되었다. 최적으로 정합된 위상에서는 벗어날수록 이득이 작아지며, 완전히 부정합된 위상에서는 이득이 음이 되어 신호 변조주파수에서 펌프 변조주파수로 에너지가 이동하였다.

고정된 바이어스 전류와 펌프 변조전류에서 신호 변조전류의 진폭을 증가시키며 계산한 매개증폭에 의한 전자밀도의 변조진폭  $b$ 와 매개이득은 그림 4와 같다. 매개이득은 신호 변조

전류의 크기가 작을 때에는 신호 전류의 크기에 관계없이 일정하였지만 큰 신호 변조전류에서는 매개이득이 감소하였다. 이와 같은 이유는 매개증폭은 펌프 변조주파수에서 신호 변조주파수로의 에너지가 이동하기 때문에 발생하는데, 큰 신호 변조전류에서는 작은 신호 변조전류에서의 비율 만큼 에너지가 충분히 이동하지 못하고 이동되는 에너지의 비율이 작아져 매개증폭에 의한 전자밀도의 변조진폭 증가가 그림 4(a)와 같이 포화되기 때문이다. 이득이 감소하기 시작하는 신호 변조전류는, 펌프 변조전류가 커서 이득이 클수록 작은 신호 변조전류에서 이득이 감소하기 시작하였다.

#### IV. 결 론

반도체 레이저에서의 매개증폭에 대해 비율 방정식을 섭동이론을 이용하여 해석하고 그 해석 결과에 대하여 논의하였다. 매개이득은 펌프 변조 전류를 증가시킴에 따라 이동된 공진주파수가 신호 변조 주파수에 가까워 질수록 증가한다. 따라서 반도체 레이저의 감쇄상수가 작을수록 이득이 크며, 바이어스 전류가 작을수록, 또 펌프 전류가 증가할수록 이득이 증가한다. 또한 펌프 전류와 신호 전류 사이의 위상차에 크게 의존하였으며, 신호 전류의 위상이 펌프 전류보다  $25^\circ$ 와  $205^\circ$  지연될 때 매개이득이 최대가 되었다. 큰 신호 변조전류에서는 매개증폭에 의한 전자밀도 진폭의 증가가 포화 되었으며, 펌프 변조전류가 증가 할수록 작은 신호 변조전류에서 전자밀도 진폭의 증가가 포화 되었다. 이와 같은 매개이득의 위상의 존성은 고주파 신호의 위상검출에 이용할 수 있으며, PLL에 응용할 수 있다.

#### 참고문헌

- [1] H. G. Winful, Y. C. Chen, and J. M. Liu, *Appl. Phys. Lett.* **48**, 616 (1986).
- [2] C.-H. Lee and S.-Y. Shin, *IEEE J. Quantum Electron.* **25**, 878 (1989).
- [3] T.-H. Yoon, C.-H. Lee, and S.-Y. Shin, *IEEE J. Quantum Electron.* **25**, 1993 (1989).
- [4] H. F. Liu and W. F. Ngai, *IEEE J. Quantum Electron.* **29**, 1668 (1993).
- [5] S. Bennett, C. M. Snowden, and S. Iezekiel, *IEEE J. Quantum Electron.* **33**, 2076 (1997).
- [6] S.-D. Cho, C.-H. Lee, and S.-Y. Shin, *IEEE Photon. Tech. Lett.* **11**, 782 (1999).
- [7] P. Russer, H. Hillbrand, and W. Harth, *Electron. Lett.* **11**, 87 (1975).
- [8] H. Grothe, W. Harth, and P. Russer, *Electron. Lett.* **16**, 522 (1976).
- [9] K. Wiesenfeld, *Physical Review A*, **33**, 4026 (1986).
- [10] A. H. Nayfeh and D. T. Mook, *Nonlinear Oscillations* (New York : Wiley), 1979.

## Analysis of parametric amplification in a semiconductor laser using perturbation theory

Seong-Dae Cho

Access Network Laboratory, Korea Telecom, Taejon 305-348, Korea

Chang-Hee Lee and Sang-Yung Shin

Dept. of Electrical Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Taejon 305-701, Korea

(Received February 21, 2000, Revised manuscript received May 30, 2000)

We analyze the parametric amplification by the nonlinear characteristics in a semiconductor laser using a perturbation theory and discuss its result. The parametric gain increases with increase of the pump modulation current. It is due to shift of the resonance frequency as the pump modulation current increases. However, it decreases with increase of the bias current and damping constant. Also, it needs phase matching between the pump modulation current and signal modulation current to maximize the parametric gain. The gain decreases for a large signal modulation current due to the saturation of the amplified power.

OCIS codes : 140.0140, 230.0230.